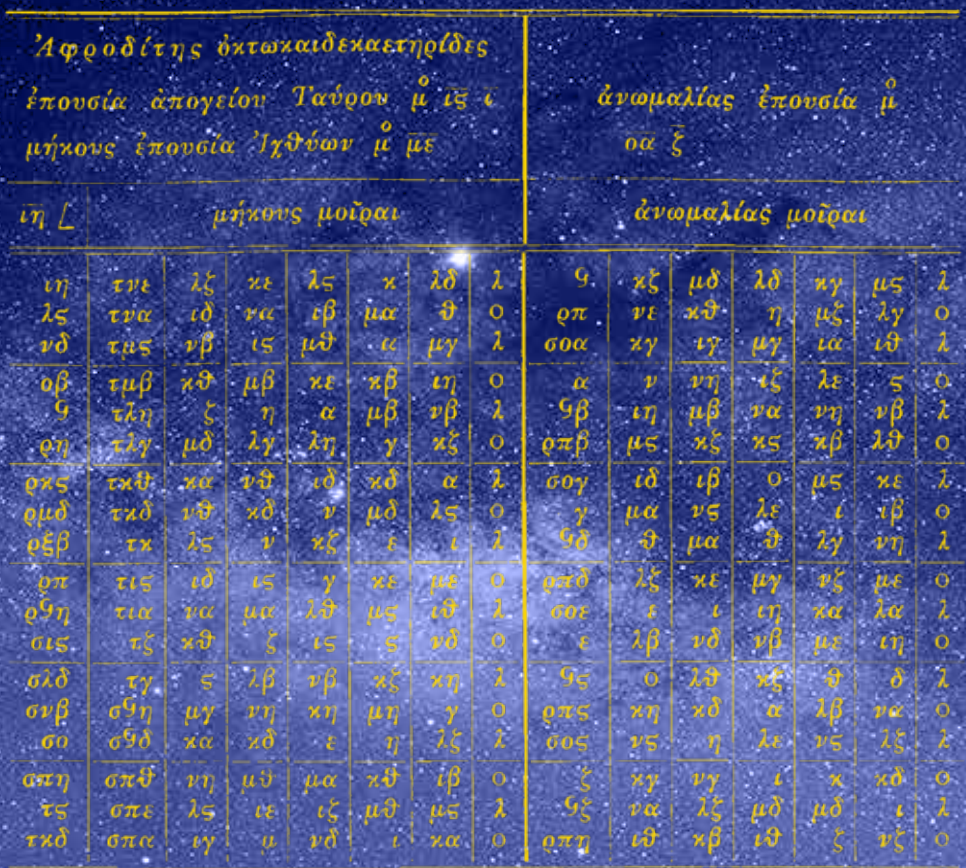
L'*Almageste* de Ptolémée

Traduction française annotée, avec diagrammes, notes textuelles, et commentaires astronomiques

par Pierre Paquette



Ἀφροδίτης ὀκτωκαιδεκαετηρίδες

ἐπουσία ἀπογείου Ταύρου ° μ ις ι

μήκους ἐπουσία Ἰχθύων ° μ με

ἀνωμαλίας ἐπουσία ° μ οα ξ

ιη ∠	μήκους μοῖραι							ἀνωμαλίας μοῖραι						
ιη	τνε	λζ	κε	λς	κ	λδ	λ	ϙ	κζ	μδ	λδ	κγ	μς	λ
λς	τνα	ιδ	να	εβ	μα	ϑ	ο	ρπ	νε	κϑ	η	μζ	λγ	ο
νδ	τμς	νβ	ις	μϑ	κ	μγ	λ	σοα	κγ	ιγ	μγ	ια	ιϑ	λ
οβ	τμβ	κϑ	μβ	κε	κβ	ιη	ο	α	ν	νη	ιζ	λε	ς	ο
ϙ	τλη	ζ	η	α	μβ	νβ	λ	ϙβ	ιη	μβ	να	νη	νβ	λ
ρη	τλγ	μδ	λγ	λη	γ	κξ	ο	ρπβ	με	κξ	κς	κβ	λϑ	ο
ρκς	τκϑ	κα	νϑ	ιδ	κδ	α	λ	σογ	ιδ	ιβ	ο	με	κε	λ
ρμδ	τκδ	νϑ	κδ	ν	μδ	λς	ο	γ	μα	νς	λε	ι	ιβ	ο
ρξβ	τκ	λς	ν	κζ	ε	ι	λ	ϙδ	ϑ	μα	ϑ	λγ	νη	λ
ρπ	τις	ιδ	ις	γ	κε	με	ο	ρπδ	λζ	κε	μγ	νζ	με	ο
ρϙη	τια	να	μα	λϑ	με	ιϑ	λ	σοε	ε	ι	ιη	κα	λα	λ
σις	τξ	κϑ	ζ	ις	ς	νδ	ο	ε	λβ	νδ	νβ	με	ιη	ο
σιδ	τγ	ς	λβ	νβ	κζ	κη	λ	ϙς	ο	λϑ	κξ	ϑ	δ	λ
σνβ	σϙη	μγ	νη	κη	μη	γ	ο	ρπς	κη	κδ	α	λβ	να	ο
σο	σϙδ	κα	κδ	ε	η	λζ	λ	σος	νς	η	λε	νς	λξ	λ
σπη	σπϑ	νη	μϑ	μα	κϑ	ιβ	ο	ζ	κγ	νγ	ι	κ	κδ	ο
τς	σπε	λς	ιε	ιζ	μϑ	με	λ	ϙξ	να	λζ	μδ	μδ	ι	λ
τκδ	σπα	ιγ	ια	νδ	ι	κα	ο	ρπη	ιϑ	κβ	ιϑ	ζ	νζ	ο

Astronomie Québec

ECLIPTIQC

L'*Almageste* de Ptolémée

Traduit en français par Pierre Paquette

Version 1.20 (voir p. xv)

Publié par Astronomie-Québec / EcliptiQc / Pierre Paquette, Les Coteaux, Québec, J7X 1A2

Dépôt légal 2023, Bibliothèque et Archives nationales du Québec, Bibliothèque et Archives Canada

ISBN 978-1-9991396-3-6

Image de fond de couverture par
Mark Caffrey / AstroAnthony sur Wikimedia Commons
(CC BY-NC-ND 4.0)

Attribution — Pas d'utilisation commerciale — Pas de modification 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

Vous êtes autorisé à :

Partager — Copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats.

Astronomie-Québec / EcliptiQc / Pierre Paquette ne peuvent retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'œuvre, intégrer un lien vers la licence, et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer qu'Astronomie-Québec / EcliptiQc / Pierre Paquette vous soutiennent ou soutiennent la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

Pas d'utilisation commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette œuvre ou de tout ou partie du matériel la composant.

Pas de modifications — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'œuvre originale, vous n'êtes pas autorisé à distribuer ou mettre à disposition l'œuvre modifiée.

Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Notes : Vous n'êtes pas dans l'obligation de respecter la licence pour les éléments ou matériel appartenant au domaine public ou dans le cas où l'utilisation que vous souhaitez faire est couverte par une exception.

Aucune garantie n'est donnée. Il se peut que la licence ne vous donne pas toutes les permissions nécessaires pour votre utilisation. Par exemple, certains droits comme les droits moraux, le droit des données personnelles, et le droit à l'image sont susceptibles de limiter votre utilisation.

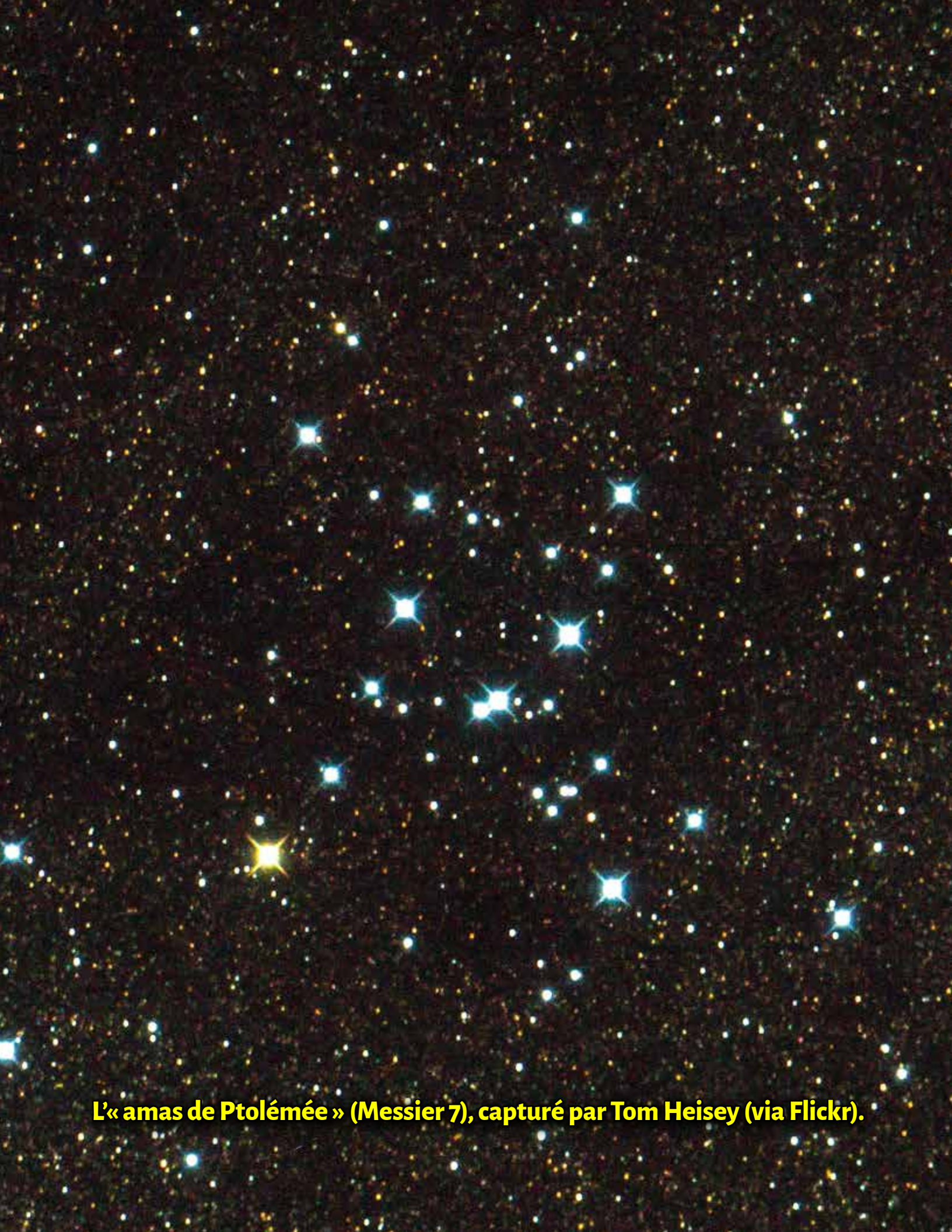
L'*Almageste* de Ptolémée

Traduction française annotée, avec diagrammes, notes textuelles,
et commentaires astronomiques

par Pierre Paquette

Astronomie Québec

ECLIPTIQC



L'« amas de Ptolémée » (Messier 7), capturé par Tom Heisey (via Flickr).

Table des matières

Préface du traducteur xi

Historique des révisions xv

Livre 1 1

1. Introduction 1
2. De l'ordre des théorèmes 2
3. Que le ciel se meut sphériquement 3
4. Que la Terre est, dans son ensemble, sensiblement de forme sphérique 4
5. Que la Terre est au centre du ciel 5
6. Que la Terre est comme un point par rapport au ciel 6
7. Que la Terre ne fait aucun mouvement dans l'espace 6
8. Qu'il y a deux mouvements primaires différents dans le ciel 8
9. Des concepts individuels 9
10. De la taille des cordes 9
11. Tableau des cordes 15
12. De l'arc entre les tropiques 16
13. Préliminaires pour les démonstrations sphériques 18
14. Des arcs compris entre l'équateur et l'écliptique 21
15. Tableau des inclinaisons 23
16. Des levers dans la sphère droite 23

Livre 2 25

1. De la situation, en général, de la partie habitée de la Terre 25
2. La durée du plus long jour donnée, comment trouver les arcs de l'horizon entre l'équateur et l'écliptique 25
3. Les mêmes quantités étant données, comment trouver la hauteur du pôle, et vice versa 26
4. Comment calculer pour quelles régions, quand, et à quelle fréquence le Soleil atteint le zénith 28
5. Comment trouver le ratio des gnomons aux ombres équinoxiales et solsticielles de midi pour les quantités susmentionnées 28
6. Exposé de ce qui est propre à chaque parallèle 30
7. Des levers simultanés des arcs de l'écliptique et de l'équateur dans la sphère oblique 34

8. Tableau des levers par parallèles 40
9. Des effets particuliers qui résultent des levers 42
10. Des angles entre l'écliptique et le méridien 44
11. Des angles entre l'écliptique et l'horizon 47
12. Des angles et arcs formés avec l'écliptique par un cercle passant par les pôles et l'horizon 49
13. Tableau des angles et arcs, par parallèles 54

Livre 3 65

1. De la durée de l'année 65
2. Tableau des mouvements moyens du Soleil 71
3. Des hypothèses qui expliquent le mouvement circulaire uniforme 72
4. De l'anomalie apparente du Soleil 79
5. Construction du tableau de l'anomalie solaire 81
6. Tableau de l'anomalie solaire 86
7. De l'époque du mouvement moyen du Soleil 86
8. Calcul de la position du Soleil 87
9. De l'inégalité des nycthémères 88

Livre 4 91

1. Des observations nécessaires pour établir la théorie lunaire 91
2. Des périodes lunaires 92
3. Des mouvements moyens de la Lune 96
4. Tableaux des mouvements moyens de la Lune 98
5. Les phénomènes lunaires sont les mêmes dans l'hypothèse d'un excentrique ou d'un épicycle 101
6. Démonstration de la première et simple anomalie de la Lune 103
7. De la correction des mouvements moyens de la longitude et de l'anomalie lunaires 113
8. De l'époque des mouvements moyens de longitude et d'anomalie de la Lune 113
9. De la correction des mouvements moyens de la Lune en latitude, et leur époque 114
10. Tableau de la première et simple anomalie lunaire 117
11. Que la différence dans l'anomalie lunaire selon Hipparque est due non pas aux hypothèses employées, mais à ses calculs 117

Livre 5 123

1. De la construction d'un « astrolabe » 123
2. De l'hypothèse d'une double anomalie de la Lune 124
3. De la taille de l'anomalie lunaire qui dépend du Soleil 126
4. De la proportion de l'excentricité lunaire 128

5. De la direction de l'épicycle lunaire 129
6. Du calcul géométrique de la position réelle de la Lune à partir des mouvements périodiques 133
7. Construction d'un tableau pour l'anomalie lunaire totale 134
8. Tableau de l'anomalie lunaire totale 136
9. Du calcul complet de la position de la Lune 138
10. Que la différence aux syzygies de l'excentrique lunaire est négligeable 139
11. Des parallaxes de la Lune 141
12. De la construction d'un instrument parallactique 142
13. Démonstration des distances de la Lune 144
14. De la proportion des diamètres apparents du Soleil, de la Lune, et de l'ombre aux syzygies 146
15. De la distance du Soleil, et des conséquences de sa démonstration 149
16. De la taille du Soleil, de la Lune, et de la Terre 150
17. Des parallaxes individuelles du Soleil et de la Lune 150
18. Tableau des parallaxes 155
19. De la détermination des parallaxes 157

Livre 6 163

1. Des synodes et des pleines lunes 163
2. Construction des tableaux des syzygies moyennes 163
3. Tableaux des conjonctions, pleines lunes, et mouvements annuels pour les conjonctions et les oppositions 165
4. Comment déterminer les syzygies moyennes et vraies 168
5. Des limites écliptiques du Soleil et de la Lune 170
6. De l'intervalle en mois entre les éclipses 173
7. Construction des tableaux des éclipses 178
8. Tableaux des éclipses de Soleil et de Lune, de la correction, et de la grandeur du Soleil et de la Lune 187
9. Calcul des éclipses de Lune 189
10. Calcul des éclipses de Soleil 192
11. Des angles de position des éclipses 197
12. Tableau et diagramme des inclinaisons 200
13. Détermination des directions 200

Livre 7 203

1. Que les étoiles sont fixes entre elles 203
2. Que la sphère des étoiles fixes bouge par rapport à l'écliptique 207
3. Que le mouvement de la sphère des étoiles fixes se fait par rapport aux pôles de l'écliptique 208

4. De la méthode pour décrire la position des étoiles 214
5. Tableaux des constellations de l'hémisphère nord 215

Livre 8 231

1. Tableaux des constellations de l'hémisphère sud 231
2. De la situation du cercle de la Voie lactée 243
3. De la construction d'un globe solide 247
4. Des configurations propres aux étoiles fixes 248
5. Des levers, passages, et couchers des étoiles fixes 251
6. Des première et dernière visibilités des étoiles fixes 253

Livre 9 257

1. De l'ordre des sphères du Soleil, de la Lune, et des cinq planètes 257
2. Du fondement des hypothèses des planètes 257
3. Des retours périodiques des cinq planètes 259
4. Tableaux des mouvements moyens de longitude et d'anomalie des cinq planètes 262
5. Notions préliminaires aux hypothèses des cinq planètes 288
6. Du mode et de la différence entre ces hypothèses 289
7. Démonstration de l'apogée et du mouvement de Mercure 292
8. Du double périgée de Mercure 296
9. Des proportions et des grandeurs des anomalies de Mercure 298
10. De la correction des mouvements périodiques de Mercure 301
11. De l'époque des mouvements périodiques de Mercure 304

Livre 10 307

1. Démonstration de l'apogée de Vénus 307
2. De la taille de l'épicycle de Vénus 309
3. Des proportions des excentricités de Vénus 311
4. De la correction des mouvements périodiques de Vénus 313
5. De l'époque des mouvements périodiques de Vénus 316
6. Préliminaires pour les démonstrations relatives aux autres planètes 316
7. Démonstration de l'excentricité et de l'apogée de Mars 320
8. Détermination de la taille de l'épicycle de Mars 328
9. De la correction des mouvements périodiques de Mars 330
10. De l'époque des mouvements périodiques de Mars 332

Livre 11 333

1. Détermination de l'excentricité et de l'apogée de Jupiter 333
2. Détermination de la taille de l'épicycle de Jupiter 340
3. De la correction des mouvements périodiques de Jupiter 341
4. De l'époque des mouvements périodiques de Jupiter 343
5. Détermination de l'excentricité et de l'apogée de Saturne 343
6. Détermination de la taille de l'épicycle de Saturne 351
7. De la correction des mouvements périodiques de Saturne 352
8. De l'époque des mouvements périodiques de Saturne 354
9. De la détermination géométrique des lieux vrais par les mouvements périodiques 354
10. Construction d'un tableau des anomalies 355
11. Tableaux des équations en longitude des cinq planètes 360
12. Calcul de la longitude des cinq planètes 370

Livre 12 371

1. Des préliminaires par rapport aux rétrogradations 371
2. Démonstration des rétrogradations de Saturne 377
3. Démonstration des rétrogradations de Jupiter 380
4. Démonstration des rétrogradations de Mars 382
5. Démonstration des rétrogradations de Vénus 384
6. Démonstration des rétrogradations de Mercure 386
7. Construction d'un tableau des stations 392
8. Tableau des stations 392
9. Démonstration des plus grandes élongations solaires de Vénus et de Mercure 393
10. Plus grandes élongations par rapport au Soleil vrai 398

Livre 13 399

1. Des hypothèses de la position en latitude des cinq planètes 399
2. Du mode de mouvement des inclinaisons et des obliquités selon les hypothèses 401
3. De la taille de chacune des inclinaisons et des obliquités 403
4. Construction d'un tableau pour la latitude de chaque planète 406
5. Tableaux pour le calcul des latitudes 421
6. Utilisation des tableaux pour le calcul de la latitude des cinq planètes 423
7. Des première et dernière visibilités des cinq planètes 424
8. Particularités des première et dernière visibilités de Vénus et de Mercure 426
9. Méthode de détermination des élongations au Soleil des première et dernière visibilités 429

10. Tableaux des première et dernière visibilités des cinq planètes 430
11. Épilogue 430

Glossaire 431

Liste des rois 439

Calendriers d'hier et d'aujourd'hui 445

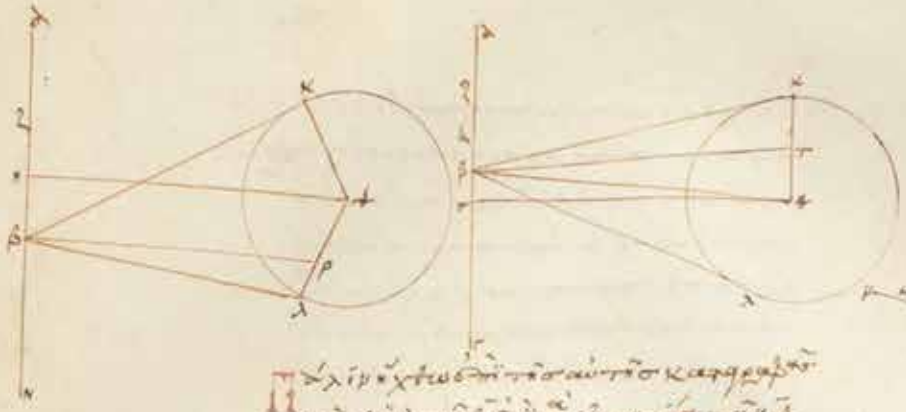
Bibliographie 449

Page suivante : Panneau en marbre, campanile de Florence. Luca della Robbia (1399–1482), entre 1437 et 1439.
Image © Marie-Lan Nguyen / Wikimedia Commons / CC-BY 2.5.

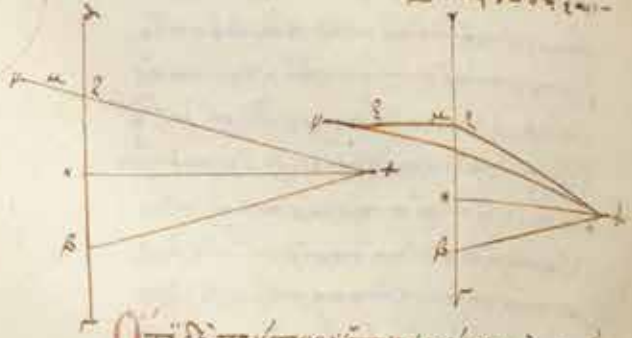
Οἶδ’ ὅτι θνατὸς ἐγὼ καὶ ἐφάμερος· ἀλλ’ ὅταν ἄστρων
ἰχνεύω πυκινὰς ἀμφιδρόμους ἕλικας,
οὐκέτ’ ἐπιψαύω γαίης ποσίν, ἀλλὰ παρ’ αὐτῷ
Ζηνὶ διοτρεφέος πίμπλαμαι ἀμβροσίης.

Je sais que je suis mortel par nature, et éphémère ; mais quand je trace à mon gré le va-et-vient des corps célestes, je ne touche plus la terre avec mes pieds : je me tiens en présence de Zeus lui-même et je fais le plein d’ambroisie, nourriture des dieux.

(Citation attribuée à Ptolémée)



Πάλιν ἔχθω ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῶν κατηριθμημένων
καὶ διὰ τοῦ ζ σημείου τῆς ὑπαρχούσης τῆς κ
προσεφαπτομένης εὐθείας τὴν λζ ἐφαπτέσθω, καὶ
μενεῖ ἐφαπτομένη τοῦ τε ἀλλου, ὅτι διὰ τῶν
ἰσοχρόνων τῷ γνθ ζῷ ἐστὶ τὰ ὑγρὰ τῆς
σφαίρας ἐν καταστάσει τοῦ κέντρου τε ἐκ
κέντρου ἐφ' οὗ ἐστὶ τὸ ζ κέντρον τοῦ
ἐπικύκλου· καὶ κάθηται τὰ ζ ἴσα· καὶ
ὥστε καὶ τὴν ζγ καθαίρουσαν καὶ τὴν αζ σύν-
καθαι ἐκ τῆς τοῦ κέντρου τοῦ ἐκ
κέντρου καὶ τῆς μεταξὺ τῶν κέντρων
αὐτοῦ τε καὶ τοῦ ξ ὁμοίως· φανερὸν
ὅτι καὶ τὸ κέντρον τοῦ ἐκκέντρου
καὶ ἐκτὸς τοῦ μ καὶ ἐντὸς τῆς γω ἐστὶ·
τοιγαροῦν ἐπὶ τοῦ ξ ἐστὶ τὰ ἰσοχρόνια·
διαφορὰ δὲ ἐστὶ καὶ ἐπὶ τοῦ ξ κέντρου
ὥστε καὶ τὴν ξζ αὐξήσει διαφορᾶν ἐφ'
ἑκάτερα τοῦ ζ· ὁμοίως ἐστὶν ἐκ τοῦ κέ-
τοῦ ἐπικύκλου λθ, τοιούτων ἐστὶν ἐν
κέντρῳ ἴσον ἴσοις τὴν αξ εὐθεῖαν ρθ λβ· ἐν δὲ
ζβ ἴσον ἴσοις τὴν βξ τῶν αὐτῶν ιζ β· καὶ
ὅλη ἐν ρθ λβ· ἔχει συνεχῶς διαφορὰς
αὐτὰ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐκκέ-
ρου καὶ ἐστὶ λοιπὸν τὸ δὲ ζβ μεταξὺ
τῶν κέντρων ρθ· τῶν αὐτῶν δὲ ἐστὶν
καὶ ἐκατέρα τῶν λδ καὶ λβ διαφῶν ιβ·
συνεχῆ τὰ αὐτὰ διαφορὰ ἐστὶν ἐν
κ τοῦ κέντρου τοῦ ἐκκέντρου τοῦ ἐκκέ-
ρου καὶ ἐστὶ λοιπὸν μεταξὺ
τῶν κέντρων ρθ· τῶν αὐτῶν δὲ ἐστὶν
καὶ ἐκατέρα τῶν λδ καὶ λβ διαφῶν ιβ·
συνεχῆ τὰ αὐτὰ διαφορὰ ἐστὶν ἐν
κ τοῦ κέντρου τοῦ ἐκκέντρου τοῦ ἐκκέ-



καὶ ἑκάστη μὲν τῶν μα τῶν κέντρων
ἔσται ἐν τῷ κέντρῳ τοῦ ἐπι-
κύκλου κβ λ· ὅταν δὲ ἡ κατὰ τὸ ζ ση-

Ὅτι δὲ τοῦτον τὸν τρόπον καὶ αἱ
τὰ περὶ τὸ ὑγρὸν μέσης φαίνοιτο
σύμβωμοι πάντων τῶν παντὸς
του τὸ ἐν ὑγρῷ ὄντων μέσον καὶ
τὴν ΓΜΟΥ, ἐν τῷ ΓΜ· καὶ τὸ τὸ
βίου μῆκος ἀφ' ὅτε ἤρξατο ἕως
ν πρὸς τὸ ὃ τὸ ἀπὸ τοῦ κέντρου
μο ὡς τῶν ἐν ὑγρῷ μέσης, μᾶλλον
αὐτοῦ τῶν· ἔχωσι τὰ δι' ἀλλήλων
δι' ὅλου τοσοῦτον ἀπὸ τοῦ ὃ
βι περὶ τὸ κέντρον τοῦ ἐκκέντρου
τὴν φορὰν προηγούμενα τοιαῦτα μέ-
βασιν· τὸ δὲ ὃ περὶ τὸ κέντρον τοῦ
ἐπικύκλου τὴν φορὰν τοιαῦτα μέ-
μεν τὰ βασιν· τὸ δὲ λ περὶ τὸ κέντρον τοῦ
ζωδιακοῦ· καὶ ἐν τῷ λοιπῷ ὁμοίως λόγῳ·
τοῦ μὲν κύκλου ἐστὶ περὶ τὰ ἴδια κέντρα
ὁμαλῶς καὶ ἰσοχρονίως ἐν τῷ ἀνὰ
τὰ λόγῳ τοῦ ἀπὸ τοῦ πόλου τῶν τοῦ
τῶν ὑγρῶν τὰ ἐν ὑγρῷ
κύκλου ἀφ' ὅσα ἐν τῷ ἐπι-
τοῦ ἐκκέντρου, τὸ δὲ τοῦ
ἐπικύκλου, τὸ ζ· καὶ τὸ ἀφ' ὑγροῦ
αὐτὸ τοῦ ἐπικύκλου, ἐκ βορείων
αἱ λ φ καὶ λ κ ἐφαπτόμεναι τοῦ ἐπι-
κύκλου· καὶ ἐν ζ ἐγχωσαι αἱ γ ζ λ ζ

Préface du traducteur

Virtuellement tous les astronomes, amateurs ou professionnels, ont entendu parler de l'*Almageste*[1], mais peu l'ont lu. De cet ouvrage, écrit par le mathématicien et astronome grec Claude Ptolémée[2] après environ l'an 150 ÈC, il n'existe, à ma connaissance, qu'une seule traduction française, publiée en 1813 et 1816 par Nicolas Halma [1755–1828] et rééditée en 1988 par Jean Peyroux [1925–2012]. Elle est toutefois « très fautive » selon certains — ce que j'ai pu constater moi-même en faisant la présente traduction. Elle contient énormément d'erreurs : par exemple, « 4;25 » en français alors que la version grecque a δ λε' (4;35) ; ou 70½ doublé qui devient 140⅔. De plus, la langue française ayant évolué depuis deux siècles, plusieurs tournures de phrases d'Halma sont difficiles à comprendre ; je suis donc d'avis qu'une nouvelle traduction française est nécessaire, et c'est ce que je contribue ici. Plutôt que de simplement « rafraichir » la version d'Halma, j'ai préféré me baser sur la version anglaise publiée en 1984 par Gerald James Toomer (et rééditée en 1998 avec une nouvelle préface d'Owen Gingerich ainsi que des corrections) ; toutefois, pour l'interprétation de divers passages, j'ai régulièrement consulté la version française d'Halma, mais aussi une version allemande par Manitius ainsi que six manuscrits différents en grec (voir un exemple de page ci-dessous) :

- Munich BSB gr. 212 (datant d'entre 1340 et 1345)
- Paris BnF gr. 2389 (9e siècle)
- Paris BnF gr. 2390 (13e siècle)
- Vat. gr. 180 (10e siècle)
- Vat. gr. 184 (13e siècle), et
- Vat. gr. 1594 (9e siècle).

D'autres manuscrits des treizième au seizième siècles ont aussi été trouvés en ligne et parfois téléchargés.

Quelques remarques historiques s'imposent avant de commencer…

Ptolémée adresse l'ouvrage à un certain Syrus, dont on ne sait rien — même pas s'il était réel ou fictif ; même les documents contemporains à Ptolémée sont dans le brouillard à ce sujet. Certains ont supposé qu'il était le frère de Ptolémée, mais rien n'est moins certain. Il est mentionné au début du Livre 1, au début du Livre 7, ainsi qu'à la toute fin de l'ouvrage, dans le Livre 13.

1 Dont le titre original est Μαθηματικὴ Σύνταξις *Mathēmatikē Syntaxis*, la « Syntaxe mathématique » ou la « Composition mathématique », *Almageste* étant une francisation de l'arabe المجسطي *al-majisṭī*, « le grand [livre] », lui-même une arabisation du nom grec ultérieur Ἡ Μεγάλη Σύνταξις *Hē Megalē Syntaxis*, « Le grand traité ».

2 Κλαύδιος Πτολεμαῖος, *Claúdios Ptolemaiôs*. Claude est un *prænomen* romain, tandis que Ptolémée est un nom typiquement grec. Il aurait vécu toute sa vie à Alexandrie (Égypte), qui faisait alors partie de l'Empire romain, mais où se trouvait un comptoir de commerce grec depuis au moins 500 ans.

Page précédente : Une page du manuscrit Paris Grec 2389 (neuvième siècle). La main change au fil du document ; celle qu'on voit ici est utilisée pour une quarantaine de pages, dans trois sections, et date du quatorzième siècle. Source : gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France.

Ptolémée ignorait les termes de trigonométrie moderne, et il utilise donc la notion de corde, qui est la droite sous-tendue par les deux extrémités d'un angle intérieur à un cercle, ou par les extrémités d'un arc de cercle — en termes modernes, nous pouvons écrire que

$$\operatorname{crd}\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}$$

Les démonstrations géométriques de Ptolémée s'appuient fortement sur les théorèmes d'Euclide ; à ce sujet, je recommanderais la présentation Aux origines des mathématiques : Les éléments, d'Élise Davignon, ou la version complète des *Éléments*, numérisée par Marc Szwajcer.

Puisque Ptolémée faisait ses démonstrations avec des phrases complètes — style que maintient Halma —, elles peuvent sembler lourdes à qui les lit aujourd'hui ; c'est pourquoi j'ai le plus souvent préféré utiliser la notation mathématique moderne, à l'image de Toomer.

La coutume à l'époque était de représenter les proportions trigonométriques pour un diamètre de 120 unités (soit un rayon de 60 unités), plutôt que pour un rayon de 1 unité comme nous le faisons aujourd'hui. Le « saut » d'un système à l'autre était alors facile, puisque l'on utilisait le système de numération sexagésimal mésopotamien. Ainsi, tant 1 que 60 étaient représentés par le caractère 𒁹, bien que celui-ci ait été appelé DIŠ quand il représentait 1, et GEŠ_2 quand il représentait 60 ; pour 10, le caractère était 𒌋. Les Mésopotamiens n'ayant pas de symbole pour zéro, un nombre pouvait représenter n'importe quelle puissance (positive ou négative) du nombre 60, et seul le contexte pouvait aider à déterminer la « position » réelle du nombre. Par exemple, 𒌋𒁹𒌋𒁹𒌋𒁹 pouvait représenter, entre autres, $23 + (19 \cdot 60^{-1}) + (59 \cdot 60^{-2}) \approx 23{,}3330555\ldots$, $(23 \cdot 60) + 19 + (59 \cdot 60^{-1}) \approx 1\,399{,}98333\ldots$, $(23 \cdot 60^{-1}) + (19 \cdot 60^{-2}) + (59 \cdot 60^{-3}) \approx 0{,}388884259259259\ldots$, etc. La coutume aujourd'hui est de séparer chaque groupe par des virgules, sauf pour la partie entière, qui est séparée des fractions par un point-virgule ; ainsi, 23;19,59 ≈ 23,3330555…, tandis que 23,19;59 ≈ 1 399,98333… Puisque Ptolémée utilise ce système, c'est celui qui est utilisé ici.

Ptolémée arrondit souvent les valeurs obtenues dans ses calculs. Par exemple (livre 2, chapitre 7), il a (70;32,03 : 97;04,56) ÷ (117;31,15 : 24;15,57) = 18;00,05 : 120, tandis que le calcul donne plutôt 18;00,07,17,59 : 120.

Ptolémée n'utilise que rarement, sinon jamais, le terme « écliptique », mais plutôt l'expression « cercle oblique » (le « cercle droit » étant sous-entendu comme étant l'équateur) ou « cercle mitoyen du zodiaque » — il est vrai que le zodiaque se situe de part et d'autre de l'écliptique et, bien que les constellations qu'il renferme aient une étendue différente au nord et au sud de l'écliptique, la bande appelée zodiaque a aujourd'hui plus trait à l'astrologie qu'à l'astronomie, et est de largeur fixe et égale sur tout son long. J'ai néanmoins utilisé autant « écliptique » que « zodiaque » dans la traduction.

La mesure des angles était alors légèrement différente de ce qu'elle est aujourd'hui, et Ptolémée spécifie parfois qu'un cercle spécifique a 360°. Une autre possibilité est qu'il ait 180 degrés, mais nous parlons alors de degrés de temps, que j'ai choisi de représenter par le symbole $^{\infty}$.

Ptolémée commet aussi l'erreur fondamentale de croire la Terre fixe et immuable au centre de l'univers — un concept qui perdurera encore pendant environ 1 400 ans avant que Nicolas Copernic définisse un modèle physique et mathématique posant le Soleil au centre du système solaire, et encore près de 400 ans avant que les découvertes de Robert Trumpler et Harlow Shapley placent le Soleil en périphérie

de la galaxie, puis qu'Edwin Hubble comprenne que notre galaxie n'est pas la seule, bien au contraire, ni située au centre de l'Univers…

Certaines constellations sont nommées différemment par Ptolémée (voir aussi le catalogue d'étoiles aux livres 7 et 8) :

Nom français	Nom grec	Traduction
Balance	Χηλαί	Les Pinces [du Scorpion]
Cygne	Ὄρνις	Oiseau (sans référence à l'espèce)
Éridan	Ποταμός	La Rivière (sans nom)
Grand Chien	Κύων	Le Chien (sans référence à la taille)
Hercule	Ἐνγόνασι	L'Agenouillé
Loup	Θηρίον	L'Animal sauvage
Pégase	Ἵππος	Le Cheval (sans nom)
Petit Cheval	Ἵππου προτομή	Le Buste du Cheval
Petit Chien	Προκύων	Avant le Chien (sans référence à la taille)
Sagittaire	Τοξότης	L'Archer (sans référence à sa nature mi-homme, mi-cheval)

La plupart des illustrations sont adaptées de celles de Toomer. Le premier diagramme se trouve au Chapitre 10 du Livre 1.

Les valeurs numériques des tableaux sont celles de Ptolémée. Puisqu'il a fait ses calculs sans ordinateur ni même calculatrice, des erreurs ont pu se glisser dans celles-ci ; dans plusieurs cas, j'ai recalculé des tableaux contenant les bonnes valeurs, sur la base de formules publiées par Otto Neugebauer, Olaf Pedersen, ou Glen Van Brummelen.

Historique des révisions

Édition	Date	Changements
1.0	2022-12-13	Publication originale.
1.1	2023-02-07	Correction du formatage du *Tableau des angles et arcs, par parallèle* (II.13) et de coquilles.
1.2	2023-02-13	Correction de deux valeurs (∠ ADE = 18° 26' [au lieu de ∠ ADF = 161° 34'] et EZ = 37;57^{p} plutôt que EZ = 31;57^{p}) ainsi que d'un graphique au Livre 10, Chapitre 7. Correction d'identification du point U en point Q dans le Livre 10.
1.3	2023-04-10	Ajout d'une note qui était dans la version web mais pas ici, au Livre 4, Chapitre 2, paragraphe 4, à propos de Copernic et de la durée du mois synodique moyen.
1.4	2023-04-14	Correction mineure dans le diagramme de la mesure de la distance du Soleil. Ajout de l'expression « par Zeus ! » au Livre 9, Chapitre 2, qui manque dans les traductions de Halma, de Manitius, et de Toomer. Ajout d'un « 360 » manquant au Livre 3, Chapitre 4. Correction d'une note au Livre 12, Chapitre 1.
1.5	2023-06-10	Corrections au Livre 3, Chapitre 4, dont les paragraphes accompagnant le premier diagramme étaient erronés (le diagramme lui-même est inchangé).
1.6	2023-09-24	Correction au Livre 6, Chapitre 3, le dernier tableau (Excédents mensuels pour les synodes et les pleines lunes) indiquait « Années » plutôt que « Mois ». Correction d'une tournure de phrase au Livre 6, Chapitre 4.
1.7	2023-09-25	Correction au Livre 6, Chapitre 3, retrait de la première note dans le premier tableau (Tableau des synodes), qui indiquait (faussement) de « Lire "Années" » plutôt que « Mois ». Correction d'une tournure de phrase au Livre 6, Chapitre 4.
1.8	2023-11-01	Correction au premier diagramme du Livre 9, Chapitre 6, qui avait un épicycle trop petit et centré sur le mauvais point. Remerciements au Dr. Jean-Pierre Lasota-Hirszowicz, Directeur de Recherche Emérite ; CNRS, Institut d'Astrophysique de Paris, pour m'avoir signalé l'erreur.
1.9	2023-12-24	Correction au Livre 2, Chapitre 13, où la note en bas de page mentionnait que le point était au nord ou au sud de l'écliptique plutôt que du zénith. Ajout d'hyperliens fonctionnels dans le PDF. Correction de la couleur des colonnes des « nombres communs » du tableau du Livre 3, Chapitre 6. Correction du tableau du Livre 6, Chapitre 8. Ajustements de mise en page au Livre 5. Correction mineure du diagramme du Livre 11, Chapitre 11.
1.10	2023-12-29	Correction du tableau des levers par parallèle (Livre 2, Chapitre 8), qui indiquait faussement des double degrés ($^{(o)}$)plutôt que des degrés simples (°). Quelques modifications mineures de mise en page.
1.11	2024-01-01	Changement du titre du tableau du Livre 11, Chapitre 11 : « Tableaux des équations en longitude des cinq planètes » devient « Tableaux des équations d'anomalie des cinq planètes ». Changement de mise en page des tableaux pour le calcul des latitudes (Livre 13, Chapitre 5). Correction du tableau des première et dernière visibilités (Livre 13, Chapitre 10), qui donnait les mauvaises valeurs et les mauvais en-têtes de colonnes pour Vénus et Mercure. Ajout de langages informatiques dans le tableau « Notation sexagésimale » du Glossaire. Modifications mineures du format de certaines images du Livre 13.
1.12	2024-01-29	Ajout d'une précision sur les dates dans la liste des rois.
1.13	2024-05-22	Corrections dans les notes explicatives du tableau des parallaxes (Livre 5, Chapitre 18) ainsi que dans les notes explicatives du tableau des équations d'anomalie des cinq planètes (Livre 11, Chapitre 11).
1.14	2024-06-06	Ajout à une note dans le Livre 10, Chapitre 2 sur une contradiction apparente des dates d'observation de l'élongation maximale de Vénus.
1.15	2024-06-24	Correction d'un graphique au Livre 1, Chapitre 13.
1.16	2024-06-29	Correction de deux graphiques au Livre 1, Chapitre 10.
1.17	2024-07-06	Correction du tableau des première et dernière visibilités (Livre 13, Chapitre 10), qui donnait les mauvaises valeurs pour Jupiter et Mars
1.18	2025-01-08	Correction des heures dans le calcul de l'éclipse lunaire des 15/16 mai 2022 (Livre 6, Chapitre 9). Correction d'une tournure de phrase (Livre 4, Chapitre 9). Correction des années des intervalles différents (Livre 6, Chapitre 2).
1.19	2025-02-08	Ajout d'une précision pour le calcul de la colonne 8 du tableau XI.11. Correction d'une phrase par rapport au calcul des latitudes (Livre 13, Chapitre 6).
1.20	2025-06-05	Ajout de notes au Livre 10, Chapitre 8 ; au Livre 11, Chapitre 8 ; et au Livre 11, Chapitre 10.
1.21	2026-06-19	Quelques ajustements au texte.

Livre 1

Livre 1

1. Introduction

Mon cher Syrus, les philosophes avaient raison, je crois, de distinguer la partie pratique de la philosophie de la partie physique. Bien que la philosophie pratique, avant même d'être pratique, soit théorique, on peut tout de même voir une grande différence entre les deux : d'abord, il est possible pour plusieurs d'avoir des vertus morales sans les avoir apprises, tandis qu'il est impossible d'avoir une compréhension théorique du monde sans apprentissage ; de plus, on obtient davantage de bénéfice dans la pratique continue des affaires dans le premier cas, mais de faire du progrès théorique dans l'autre. Nous avons donc cru bon de guider nos actions, considérant nos idées personnelles, de façon à ne jamais oublier, même dans les choses ordinaires, de toujours viser un point de vue noble et discipliné, mais de dévouer le plus clair de notre temps aux choses intellectuelles, de façon à enseigner des théories — belles et multiples — et surtout celles auxquelles le terme « mathématique » peut s'appliquer. Aristote divise d'ailleurs la philosophie théorique en trois catégories principales : physique, mathématique, et théologie. Tout ce qui existe est composé de matière, de forme, et de mouvement, qui ne peuvent être observés en isolation, mais simplement imaginés. La première raison du premier mouvement du monde, si on le considère simplement, peut être imaginé comme une divinité invisible et immobile ; l'étudier relève du domaine de la théologie, puisque l'on ne peut qu'imaginer cette action complètement séparée de la réalité perceptible. La physique, quant à elle, s'intéresse à la nature matérielle et mobile, qu'elle décrit par des termes comme « blanc », « chaud », « sucré », « doux », et autres — des caractéristiques des corps corruptibles situés sous la sphère lunaire. Enfin, les mathématiques traitent des formes et des mouvements d'un lieu à l'autre ainsi que de leurs caractéristiques comme la forme, le nombre, la taille, l'endroit, le temps, et autres. Leur sujet se situe entre ceux des deux autres puisqu'on peut d'abord la considérer comme un mélange des deux avec ou sans l'aide des sens et, de plus, elles caractérisent tout ce qui est sans exception, mortel et immortel, puisqu'elles changent avec les choses qui sont en perpétuel changement dans leur forme inséparable, et conservent la nature des choses éthérées et éternelles.

Ceci nous amène à conclure que les deux premiers types de philosophie naturelle sont plus apparentées aux conjectures qu'au savoir : la théologie, de par sa nature invisible et intangible ; la physique, de par sa nature instable et incertaine. Les philosophes n'arriveront donc jamais à s'entendre sur elles. Seules les mathématiques peuvent procurer un savoir certain et inébranlable à ceux qui les pratiquent avec rigueur. Ses preuves découlent de méthodes indisputables, soit l'arithmétique et la géométrie. Nous avons donc été attirés par l'étude de cette branche de la philosophie théorique en général, mais aussi en particulier par la théorie des choses divines et célestes ; la seule qui soit dévouée à l'étude de ce qui est éternel et inchangé. Pour cette raison, elle aussi peut être considérée comme éternelle et fixe, ce qui est propre au savoir, dans son propre domaine, qui n'a rien d'imprécis ni de désordonné. De plus, elle peut opérer dans les domaines des deux autres aussi bien qu'elles,

puisqu'elle est la meilleure science pour aider la théologie, étant la seule à pouvoir conjecturer sur l'activité de ce qui est immobile et séparé : elle est familière avec les attributs de ces choses qui sont perceptibles, mobiles, et mues, mais aussi celles qui sont éternelles et constantes, ayant à faire avec les mouvements et leurs arrangements. Les mathématiques peuvent aussi contribuer à la physique de manière significative, puisque chaque aspect de la nature matérielle devient apparent à partir des particularités de son mouvement d'un lieu à l'autre. Le corruptible et l'incorruptible se distinguent donc par le mouvement rectiligne du circulaire, le lourd du léger, le passif de l'actif, et l'approche du centre de son éloignement. Au vu de la vertueuse conduite des actions et caractères, cette science, plus que toute autre, donne une vision claire aux humains ; de la constance, de l'ordre, de la symétrie, et du calme associés au divin, elle fait en sorte que ses adeptes aiment la beauté divine, les habituant et changeant leur nature vers un état spirituel semblable.

C'est cet amour de la contemplation de l'éternel et constant que nous cherchons constamment à accroitre, en étudiant les branches de ces sciences qui ont été maitrisées par ceux qui les ont abordées avec un réel souci d'approfondissement, et par nous qui cherchons à contribuer autant qu'il nous a été possible de le faire par l'espace de temps écoulé entre ces gens et nous-mêmes. Nous ambitionnons donc de noter tout ce que nous croyons avoir découvert jusqu'à maintenant, de façon aussi concise que possible et qui puisse être suivie par toute personne ayant déjà acquis certaines connaissances dans ce domaine. Par souci de complétude, nous présenterons toutes ces choses dans l'ordre, mais nous nous contenterons, par souci d'économie d'espace, de relater ce qui a été établi proprement par nos prédécesseurs ; toutefois, des choses qu'ils n'ont pas ou pas suffisamment discutées, nous discuterons en détail du mieux possible.

2. De l'ordre des théorèmes

Nous proposons donc d'abord de définir la relation de la Terre dans son entier par rapport au ciel dans son entier. Pour ce faire, nous devons premièrement discuter de la position de l'écliptique et des régions de notre partie du monde habité, de même que des caractéristiques de chacune dues à la latitude de chaque horizon dans l'ordre. Ceci est dans le but de rendre le reste de la discussion plus facile à comprendre. Ensuite, nous aborderons les mouvements du Soleil et de la Lune de même que les phénomènes qui les accompagnent — il serait difficile d'examiner la théorie des astres sans d'abord comprendre ces choses. Enfin, nous aborderons la théorie des étoiles — de la sphère des « étoiles fixes » d'abord, puis de celle des cinq « planètes », comme on les appelle. Nous tenterons de fournir des preuves sur tous ces sujets à partir de points de départ et de fondations pour notre recherche des phénomènes évidents, et des observations des anciens et contemporaines qui sont fiables. Nous ajouterons par la suite de la structure à ces idées par des preuves aux méthodes géométriques.

La discussion préliminaire générale couvre les sujets suivants : le ciel est sphérique et se déplace comme une sphère ; la Terre aussi est essentiellement sphérique, lorsque prise dans son ensemble ; elle se trouve au milieu du firmament très près de son centre ; sa taille est comme un point par rapport à sa distance à la sphère des étoiles fixes ; elle ne se déplace pas. Nous discuterons de chacun de ces points pour mieux nous en souvenir.

3. Que le ciel se meut sphériquement

Il est plausible que les anciens aient obtenu leurs premières notions de ces sujets d'après les sortes d'observations suivantes. Ils ont vu que le Soleil, la Lune, et les autres étoiles se déplacent d'est en ouest sur des cercles qui sont toujours parallèles entre eux ; qu'ils se lèvent de sous la Terre, montent dans le ciel, puis redescendent vers la Terre pour devenir invisibles pendant un certain temps avant de se lever à nouveau, inchangés ; et que les périodes et les endroits de ces levers et couchers sont fixes.

Ce qui les a principalement menés au concept de la sphère est la révolution des étoiles toujours visibles, qui a été observée être circulaire et prenant place autour d'un centre unique. Par nécessité, ce point est devenu le pôle de la sphère céleste : les étoiles qui en sont plus près tournent sur de plus petits cercles ; celles plus distantes décrivent des cercles d'autant plus grands qu'elles en sont lointaines ; jusqu'à atteindre la distance des étoiles qui deviennent invisibles. Dans le cas de ces dernières, ils ont noté que celles situées plus près de celles qui sont toujours visibles demeurent cachées pour un court intervalle de temps, tandis que celles plus lointaines demeurent cachées pendant plus longtemps, toujours en proportion. Le résultat initial est qu'ils ont obtenu ce savoir simplement à partir de telles considérations ; mais de là, leurs études subséquentes ont révélé que tout est en accord avec celles-ci, puisque tous les phénomènes contredisent les autres hypothèses proposées.

Si on suppose, par exemple, que le mouvement des étoiles est rectiligne vers l'infini, comme certains l'ont proposé, comment donc expliquer qu'elles débutent leur mouvement à partir du même point chaque jour ? Comment reviendraient-elles si leur mouvement était vers l'infini ? Et, si elles devaient revenir, comment cela ne serait-il pas apparent ? Elles deviendraient graduellement plus petites jusqu'à disparaitre, tandis qu'elles semblent au contraire plus grandes au moment de disparaitre, auquel moment elles sont cachées par la surface terrestre.

D'un autre côté, de supposer qu'elles sont allumées à leur lever et éteintes à leur coucher est une hypothèse absurde. Car même si on pouvait admettre que leur ordre strict, en taille et en nombre, leurs intervalles, leurs positions, et leur période puissent être répétés par un tel procédé aléatoire, qu'une partie de la Terre les allume et qu'une autre les éteigne — en fait, que la même partie les allume pour certains observateurs mais les éteigne pour d'autres, et que certaines étoiles soient allumées pour certains observateurs mais éteintes pour d'autres — même si on pouvait ainsi admettre toutes ces choses ridicules, que pourrait-on dire des étoiles toujours visibles, qui ne se lèvent ni ne se couchent ? Les étoiles qui sont allumées et éteintes devraient se lever pour les observateurs de partout, tandis que celles qui ne le sont pas devraient être visibles de partout. Comment expliquer alors que ce ne soit pas le cas ? Nous ne pourrions certes pas dire que les étoiles qui sont allumées et éteintes pour certains observateurs ne subissent pas cette action pour d'autres observateurs ; mais il est plus qu'évident que les mêmes étoiles montent et descendent dans certaines régions et ne font rien de cela dans d'autres.

Bref, si on suppose pour les corps célestes quelque mouvement que ce soit sauf le mouvement sphérique, leurs distances, telles que mesurées depuis la Terre, varieraient nécessairement, peu importe où la Terre serait située. Les tailles et distances mutuelles des étoiles varieraient donc pour les mêmes observateurs pendant chaque révolution, puisqu'à un moment donné, elles seraient à une plus grande distance, et à une moindre distance à un autre moment. Or, aucune telle variation

n'est observée ; leur gonflement apparent près de l'horizon [1] est dû non pas à une moindre distance, mais aux gaz émanant de la Terre qui sont interposés entre notre emplacement et celui des astres, tout comme les objets placés dans l'eau apparaissent plus gros qu'ils le sont, et plus ils calent creux, plus ils semblent gros.

Les considérations suivantes nous amènent aussi à conclure à la sphéricité du ciel. Aucune autre hypothèse ne peut expliquer comment les cadrans solaires produisent des résultats corrects ; de plus, le mouvement des corps célestes est le plus libre et sans entrave qui soit, et le mouvement le plus libre appartient au cercle parmi les figures planes et à la sphère parmi les solides ; de même, de toutes les formes ayant une limite égale, celles avec le plus d'angles sont plus grands, le cercle est plus grand que les autres surfaces, et la sphère plus que les autres solides ; les cieux sont plus grands que les autres corps.

On peut de plus déduire cette notion de certaines considérations physiques. Par exemple, l'éther est, de tous les corps, celui dont les composantes sont les plus fines et les plus semblables entre elles ; les corps dont les parties sont semblables entre elles ont des surfaces qui sont semblables entre elles ; mais les seules surfaces dont les parties sont semblables entre elles sont circulaires, parmi les plans, et sphériques, parmi les solides. Puisque l'éther n'est pas plat, mais tridimensionnel, il s'ensuit qu'il est sphérique. De même, la nature a formé les corps terrestres et corruptibles de formes qui sont rondes mais pas semblables, mais tous les corps éthérés et divins de formes qui sont semblables et sphériques. Si ces derniers devaient être plats ou de la forme d'un disque, ils ne montreraient pas toujours une forme circulaire à toutes les personnes qui les observent simultanément de divers endroits sur la Terre. Il est donc, pour cela, plausible que l'éther qui les entoure soit aussi de même nature, sphérique, et parce que ses parties semblables se meuvent de façon circulaire et uniforme.

4. Que la Terre est, dans son ensemble, sensiblement de forme sphérique

Que la Terre aussi, dans sa totalité, soit essentiellement sphérique peut être déduit des points suivants. On peut voir, encore, que le Soleil, la Lune, et les autres astres ne se lèvent et ne se couchent pas en même temps pour tous les endroits, mais le font plus tôt à l'est, plus tard à l'ouest. Aussi, les phénomènes des éclipses, surtout les éclipses lunaires, qui se produisent au même moment sont toutefois observés à des heures variées par tous les observateurs ; l'heure notée par les observateurs orientaux est toujours plus tardive que celle des occidentaux, et les différences sont proportionnelles aux distances entre les lieux. On peut donc en conclure que la Terre est sphérique, parce que sa surface de courbe constante cache les astres pour chaque observateur de façon ordonnée et régulière.

Si la Terre avait toute autre forme, cela ne se produirait pas, comme on peut le prouver ainsi. Si elle était concave, les astres se lèveraient d'abord pour les occidentaux ; si elle était plate, ils se lèveraient en même temps partout sur la Terre ; si elle était triangulaire, carrée, ou polygonale, de même, ils se lèveraient et se

1 Selon Toomer : « Ptolémée fait référence ici au phénomène bien connu qui fait que le Soleil et la Lune apparaissent plus gros près de l'horizon. L'explication physique et optique qu'il en donne ici est erronée. Dans une œuvre ultérieure (*Optiques* III 60, éd. Lejeune p. 116) il explique correctement qu'il s'agit purement d'un phénomène psychologique. Il ne fait aucun doute que des mesures instrumentales des diamètres apparents l'ont convaincu que l'agrandissement est entièrement illusoire. »

coucheraient simultanément pour tous ceux vivant sur la même face plate. Mais il est évident que cela ne se passe pas ainsi. Elle ne peut non plus être cylindrique, la face courbe dans la direction est–ouest et les côtés plats vers les pôles du monde, ce que certains considèrent plus probable. Cela est clair : pour les gens vivant sur la surface courbe aucune étoile ne serait toujours visible, mais soit toutes les étoiles se lèveraient et se coucheraient pour tous les observateurs, ou toutes les étoiles à une certaine distance des pôles seraient toujours invisibles pour tous les observateurs. En fait, plus on voyage vers le nord, plus les étoiles de l'hémisphère sud disparaissent et plus les étoiles boréales apparaissent. Il est donc clair que la courbure de la Terre cache de la même façon dans la direction nord–sud, prouvant ainsi la sphéricité dans toutes les directions.

Enfin, quand on navigue vers des montagnes ou des endroits élevés vers n'importe quelle direction, on les observe aussi graduellement croitre en hauteur comme s'ils s'élevaient de la mer dans laquelle ils étaient submergés ; cela est dû à la courbure de la surface de l'eau.

5. Que la Terre est au centre du ciel

Une fois que l'on a compris cela, si on considère maintenant la position de la Terre, on notera que les phénomènes qui lui sont associés ne peuvent se produire que si la Terre est au milieu du firmament, comme le centre d'une sphère. Si tel n'était pas le cas, la Terre devrait être : soit pas dans l'axe mais équidistante de chaque pôle ; soit dans l'axe mais plus près d'un des pôles ; ou ni dans l'axe ni à distance égale des deux pôles.

La première des trois suppositions n'est pas vraie parce que si la Terre était plus près du zénith ou du nadir d'un observateur, si celui-ci était à *sphaera recta* [1], il n'observerait jamais d'équinoxes, puisque l'horizon diviserait toujours les cieux en deux parties inégales, l'une au-dessus de la Terre et l'autre au-dessous ; s'il était à *sphaera obliqua* [2], soit les équinoxes ne se produiraient pas, soit ils ne seraient pas à mi-chemin entre les solstices d'été et d'hiver, puisque ces intervalles seraient nécessairement inégaux, parce que l'équateur, qui est le plus grand cercle parallèle autour des pôles du mouvement, ne serait pas divisé également en deux par l'horizon, qui diviserait plutôt un des cercles parallèles à l'équateur, soit au nord, soit au sud de celui-ci. Or, tous s'entendent pour dire que ces intervalles sont les mêmes partout sur la Terre, puisque l'accroissement des jours par rapport à l'équinoxe vers le solstice d'été est égal à la diminution des jours de l'équinoxe au solstice d'hiver. Si la Terre était plutôt décentrée vers l'est ou vers l'ouest, on constaterait que les tailles et distances des étoiles ne demeureraient pas fixes aux horizons est et ouest, et que le temps entre leur lever et leur culmination ne serait pas le même qu'entre celle-ci et leur coucher, ce qui ne concorde pas du tout avec les observations.

Si la Terre était plus proche d'un des pôles, le plan de l'horizon diviserait les cieux entre une partie au-dessus de la Terre et une partie sous la Terre qui seraient inégales et toujours différentes pour des latitudes différentes, que l'on considère la même partie à deux latitudes différentes ou deux parties à la même latitude. L'horizon couperait la sphère en deux parties égales seulement à *sphaera recta*, tandis qu'à *sphaera obliqua*, où le pôle le plus rapproché serait toujours visible, l'horizon rendrait toujours la partie au-dessus de la Terre plus petite que la partie sous la Terre, et l'écliptique serait divisé inégalement par le plan de l'horizon.

1 À l'équateur terrestre.
2 À une latitude quelconque, mais ni à l'équateur, ni aux pôles.

Il est toutefois évident que cela n'est pas le cas : six signes du zodiaque sont visibles au-dessus de la Terre en tout temps et en tout lieu, tandis que les six autres sont invisibles, et plus tard, ces dernières sont visibles et les autres ne le sont pas. Il est donc évident que l'horizon divise le zodiaque en deux parties égales, puisque les mêmes demi-cercles sont divisés de sorte à être au-dessus de la Terre en un moment, mais sous celle-ci en un autre moment.

En général, si la Terre n'était pas située exactement sous l'équateur, mais qu'elle était déplacée vers le nord ou le sud dans la direction d'un des pôles, l'ombre d'un gnomon au lever du soleil à l'équinoxe ne serait pas en ligne avec l'ombre au coucher du soleil dans un plan parallèle à l'horizon, ni même proche ; c'est toutefois un phénomène facilement observé partout.

Il est donc clair que la troisième supposition est de même impossible, puisque les mêmes types d'objections faites aux premiers se produiraient aussi dans un tel cas.

En bref, si la Terre n'était pas au centre, l'ordre des choses observées dans l'accroissement et la diminution de la longueur du jour serait fondamentalement différent. De plus, les éclipses de Lune ne seraient pas restreintes aux situations où la Lune est diamétralement opposée au Soleil, peu importe dans quelle partie du ciel, puisque la Terre viendrait entre les deux lorsqu'ils ne sont pas diamétralement opposés, mais à intervalles de moins d'un demi-cercle.

6. Que la Terre est comme un point par rapport au ciel

La Terre a, à toutes fins pratiques, la taille d'un point par rapport à la distance de la sphère des étoiles dites fixes. À preuve : la taille et la distance des étoiles sont, en tout moment, égales et les mêmes pour toutes les parties de la Terre, et les observations des mêmes objets depuis différentes latitudes n'ont aucune différence entre elles. En outre, les gnomons installés en n'importe quel endroit du monde, de même que les sphères armillaires, agissent comme s'ils étaient au centre de la Terre ; les lignes de visées et le parcours des ombres qu'ils génèrent sont en accord aussi parfait que possible avec les hypothèses expliquant les phénomènes que s'ils passaient par le point central de la Terre.

Une autre indication de cela est que les plans tracés par les lignes de visées d'un point quelconque, qu'on appelle « horizon », divisent toujours la sphère céleste en deux parties égales. Cela ne se produirait pas si la Terre avait une taille perceptible par rapport à la distance des astres ; seul le plan passant par le centre de la Terre diviserait la sphère en deux parties égales, tandis qu'un plan passant par n'importe quel point de la surface de la Terre causerait la section sous la Terre d'être plus grande que la section au-dessus d'elle.

7. Que la Terre ne fait aucun mouvement dans l'espace

On peut démontrer, à partir des mêmes arguments, que la Terre ne peut se mouvoir dans ces directions, ni même vers aucun autre endroit que sa position centrale, puisque les mêmes phénomènes se produiraient si elle en venait à occuper une position non centrale. Je pense donc qu'il est futile de se demander pourquoi les objets tombent vers le centre, maintenant qu'il est établi si clairement, à partir des phénomènes réels, que la Terre occupe la place centrale dans le monde, et que les objets lourds sont emmenés vers la Terre. Le

fait suivant, même pris seul, démontre cela : dans tous les endroits de la Terre qui, comme on l'a dit, est sphérique et au centre du monde, la direction et la trajectoire des mouvements propres de tous les corps ayant du poids est toujours et partout à angles droits par rapport au plan rigide tangent au point d'impact. Il est donc clair que, s'ils n'étaient pas arrêtés par la surface terrestre, ils atteindraient certainement le centre de la Terre elle-même, puisqu'une ligne droite vers le centre est toujours à angles droits du plan tangent à la sphère au point d'intersection avec la tangente.

Ceux qui croient paradoxal que la Terre, ayant elle-même un poids considérable, ne soit supportée par rien tout en étant immobile, me semblent faire l'erreur de juger d'après leur propre expérience plutôt qu'en considérant la nature particulière du monde. Ils ne trouveraient pas, je crois, une telle chose étrange s'ils réalisaient que cette grande masse de la Terre, lorsque comparée à toute la masse environnante, a la proportion d'un point avec elle. Prenant ceci en considération, il semble donc bien possible que ce qui est relativement petit soit dominé et écrasé dans toutes les directions vers une position d'équilibre par ce qui est plus grand que tout et de nature uniforme. Il n'y a ni haut ni bas dans le cosmos par rapport à lui-même, de même qu'on ne saurait en imaginer un dans une sphère. Le mouvement propre et naturel des corps composés est donc le suivant : les corps légers et raréfiés ont tendance à dériver vers la circonférence, mais semblent se mouvoir dans une direction qui est le « haut » pour chaque observateur, puisque cette direction que l'on appelle tous le « haut » pointe vers la surface environnante. Les corps lourds et denses, d'un autre côté, sont amenés vers le centre, mais semblent tomber vers le bas, parce que la direction de nos pieds, que nous appelons tous le « bas », pointe aussi vers le centre de la Terre. Ces corps lourds, comme on s'y attendrait, tendent vers le centre à cause de leur pression et de leur résistance mutuelles, qui est égale et uniforme depuis toutes les directions. On peut donc voir qu'il est plausible que la Terre, sa masse étant si grande comparativement à celle des corps qui tombent vers elle, puisse demeurer fixe sous l'impact de ces très faibles poids, puisqu'ils la frappent de tous les côtés, et qu'elle reçoive les objets qui tombent vers elle. Si la Terre avait un seul mouvement en commun avec les autres objets lourds, il est évident qu'elle tomberait plus rapidement qu'eux à cause de sa taille bien plus grande ; les êtres vivants et les objets lourds seraient laissés derrière, et la Terre serait bientôt entièrement tombée du ciel. Mais de telles choses sont ridicules rien qu'à y penser.

Certaines personnes, toutefois, considèrent un autre modèle ; ils sont d'accord avec ce qui précède, puisqu'ils n'ont aucun argument contre, mais ils pensent qu'on ne pourrait les contredire si, par exemple, ils supposaient que le ciel soit immobile, et que la Terre tourne d'ouest en est sur le même axe, faisant environ une rotation par jour — ou s'ils affirmaient que le ciel et la Terre bougent tous les deux, pourvu que, comme on l'a dit, ce soit sur le même axe et de telle façon à préserver le décalage de l'une par rapport à l'autre. Cependant, ils ne réalisent pas que, même s'il n'y a peut-être aucun phénomène céleste pour contredire leur hypothèse, du moins à partir de considérations plus simples, ce qui se passerait ici sur Terre et dans les airs, on peut voir qu'une telle idée est ridicule. Disons qu'une chose aussi naturelle puisse se produire qu'une forme aussi rare et légère de la matière ne se déplace pas ou se déplace d'une façon semblable à la matière qui est de nature opposée — bien que les objets aériens, qui sont moins raréfiés, se déplacent manifestement plus rapidement que les objets terrestres — que les objets plus denses et plus lourds aient un mouvement propre rapide et uniforme comme ils l'imaginent — bien que parfois, les objets terrestres ne soient pas facilement mus par une force extérieure. Il n'en demeure pas moins que le mouvement de rotation de la Terre serait le

plus violent de tous, puisqu'il se compléterait si rapidement ; le résultat serait que tous les objets qui ne se trouvent pas au sol sembleraient avoir le même mouvement opposé à celui de la Terre — les nuages et les objets lancés se déplaceraient toujours vers l'est, puisque le mouvement de la Terre vers l'est les rattraperait toujours, de sorte que tous les autres objets se déplaceraient vers l'ouest et l'arrière. Mais s'ils disent que l'air est porté dans la même direction et a la même vitesse que la Terre, les objets composés dans l'air seraient tout de même laissés en arrière par le mouvement des deux ; ou, s'ils étaient emportés, soudés à l'air, ils ne sembleraient jamais être en mouvement dans un sens ou dans l'autre et sembleraient fixes, ne bougeant pas, qu'ils soient volants ou lancés. Or, on voit très clairement qu'ils subissent toutes sortes de mouvements, de sorte qu'ils ne sont ni ralentis ni accélérés par un quelconque mouvement de la Terre.

8. Qu'il y a deux mouvements primaires différents dans le ciel

Il était nécessaire de discuter des hypothèses précédentes en guise d'introduction pour les sujets particuliers qui s'ensuivent. Le sommaire précédent suffira, puisqu'ils seront confirmés et prouvés par la conformité des phénomènes aux théories que nous allons démontrer dans les sections suivantes. Il convient aussi de présenter la notion générale qu'il y a deux mouvements primaires différents dans le ciel. L'un d'eux amène tout d'est en ouest et les fait tourner avec un mouvement constant et uniforme le long de cercles parallèles entre eux autour des pôles de cette sphère qui tourne tout uniformément. Le plus grand de ces cercles est appelé ἰσημερινός[1] « équateur » parce que c'est le seul qui est toujours divisé en deux parties égales par l'horizon, et parce que la révolution du Soleil lorsqu'il se situe dessus produit l'équinoxe partout. L'autre mouvement est celui qui fait en sorte que la sphère des étoiles se déplace dans le sens opposé au premier, sur un autre axe. On le conçoit pour les raisons suivantes. Si on observe pendant une seule journée, tous les objets célestes semblent se lever, culminer, et se coucher en des endroits analogues et se trouvent sur des cercles parallèles à l'équateur, en accord avec le premier mouvement. Mais si on continue d'observer pendant longtemps, on remarquera que, bien que les distances et autres caractéristiques de étoiles fixes soient constantes, cela n'est pas le cas pour le Soleil, la Lune, et les planètes ; ces astres ont des mouvements divers et inégaux entre eux, mais tous contraires au mouvement du ciel, et toujours vers l'est et les étoiles fixes qui arrivent plus tard au méridien, qui conservent toujours leurs distances réciproques et tournent comme entrainées par la même sphère.

Si ce mouvement des planètes se faisait sur des cercles parallèles à l'équateur, il serait suffisant de leur attribuer un seul mouvement de révolution, analogue au premier ; après tout, il serait alors plausible que leur mouvement soit dû à des retards, et non à un mouvement en direction opposée. Mais en plus de leur mouvement vers l'est, on les voit aussi dévier vers le nord ou vers le sud — qui plus est, cette déviation ne peut résulter d'une force uniforme les poussant vers le côté, parce qu'elle est irrégulière de ce point de vue, mais régulière si on la considère comme résultant d'un cercle incliné sur l'équateur. On conçoit donc un tel cercle, le même pour toutes les planètes, et qui leur est particulier. Il est précisément défini et tracé par le mouvement du Soleil, mais il est aussi parcouru par la Lune et les planètes, qui se déplacent toujours en son voisinage et ne dépassent pas d'une bande de chaque côté

1 Littéralement, « de jour égal ».

qui est déterminée pour chaque astre. Ceci est aussi un grand cercle, puisque le Soleil va au nord et au sud de l'équateur en égales parties, et parce que le mouvement vers l'est de toutes les planètes les place sur ce même cercle. On doit donc supposer que ce second mouvement se fait autour des pôles du cercle incliné que nous venons de définir, dans le sens opposé au premier mouvement.

Imaginons donc un grand cercle passant par les pôles des deux cercles décrits ci-dessus — il divisera donc chacun des deux en deux parties égales, l'équateur et le cercle incliné, à angles droits. Nous avons donc maintenant quatre points sur [le cercle incliné qui est] l'écliptique : deux à l'équateur, diamétralement opposés l'un à l'autre, que l'on nommera points « équinoxiaux » ; l'un, où le mouvement va du sud au nord, est l'équinoxe de « printemps », l'autre celui d'« automne ». Les deux [autres] seront produits par [l'intersection du] cercle passant par les pôles ; ceux-ci seront évidemment aussi diamétralement opposés l'un à l'autre. On les appelle points « tropicaux » : celui du sud est l'« hiver », celui du nord, l'« été ».

On peut imaginer le premier mouvement primaire, qui englobe tous les autres mouvements, comme décrit et défini par le grand cercle passant par les pôles tournant et transportant tout le reste avec lui, d'est en ouest autour des pôles de l'équateur. Ces pôles sont fixes sur le cercle « méridien », qui diffère du cercle précédent en ce sens qu'il ne passe pas par les pôles de l'écliptique pour toutes ses positions. De plus, on l'appelle « méridien » parce qu'il est toujours orthogonal à l'horizon. Un tel cercle divise les deux hémisphères, celui au-dessus de la Terre et celui sous elle, en deux parties égales et définit le milieu du jour et de celui de la nuit.

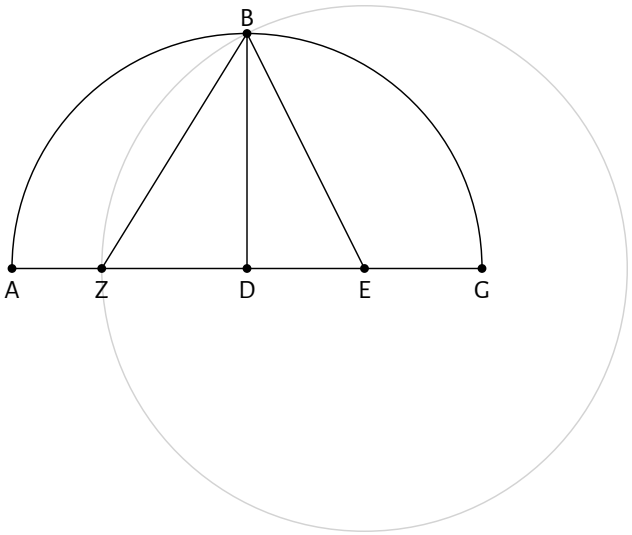
Le second mouvement est intégré au premier et englobe les sphères de toutes les planètes. Il est mu par le précédent, mais va lui-même dans l'autre direction autour des pôles de l'écliptique, qui sont aussi fixes sur le cercle qui produit le premier mouvement, soit celui passant par les pôles. Ceux [de l'écliptique] sont entrainés par [le cercle passant par les pôles] et ils conservent toujours le grand cercle de l'écliptique, décrit par ce mouvement, dans la même position par rapport à l'équateur.

9. Des concepts individuels

Tels sont les concepts préliminaires qu'on doit maitriser en ouverture. Nous allons bientôt débuter les démonstrations individuelles, premièrement — je crois que cela va de soi — en déterminant la taille de l'arc entre les pôles susmentionnés le long d'un grand cercle qui les croise. Mais nous devons au préalable expliquer comment déterminer les cordes.

10. De la taille des cordes

Pour le bénéfice du lecteur, nous allons dresser un tableau de leurs quantités, en divisant le cercle en 360 parties égales, et en indiquant la corde sous-tendue par des arcs à intervalle d'un-demi degré, en les exprimant comme le nombre de parties d'un système où le diamètre est divisé en 120 parties égales, cela pour des raisons de facilité arithmétique, qui deviendront apparentes à partir des calculs. Mais voyons d'abord comment on peut calculer toutes ces quantités par une méthode simple et rapide, en utilisant le moins de théorèmes possibles ; cela est pour s'assurer que les quantités ne soient pas simplement listées sans fondement, mais pour nous permettre de les vérifier par le calcul d'un point de vue strictement géométrique.



Nous utiliserons en général la notation sexagésimale [1] plutôt qu'avec les systèmes de fractions inappropriés. Puisque nous visons une bonne approximation, nous n'utiliserons de multiplications et de divisions que pour atteindre un résultat le plus précis possible.

Posons d'abord un demi-cercle ABG dont le centre est D et le diamètre, ADG. Traçons DB perpendiculaire à AG en D. Plaçons le point E à égale distance de D et de G, et joignons-le à B, et traçons EZ de même longueur que EB, pour tracer ZB.

Je dis que ZD est le côté d'un décagone [régulier], et BZ celui d'un pentagone [régulier].

Puisque le point E est bissecteur de la ligne droite DG et que la ligne DZ est adjacente à cette dernière,

$$\begin{aligned} GZ \cdot ZD + ED^2 &= EZ^2 \\ \text{mais } EZ^2 &= BE^2 \text{ (vu que EB = ZE)}, \\ \text{et } EB^2 &= ED^2 + DB^2, \\ \text{donc } GZ \cdot ZD + ED^2 &= ED^2 + DB^2. \\ \text{Alors } GZ \cdot ZD &= DB^2, \\ \text{donc } GZ \cdot ZD &= DG^2. \end{aligned}$$

ZG a donc été divisé en proportions extrême et moyenne en D.

Puisque le côté d'un hexagone et celui d'un décagone, lorsqu'ils sont inscrits dans le même cercle, forment les proportions extrême et moyenne d'une même ligne droite, et puisque GD, étant un rayon, représente le côté de l'hexagone, DZ est égal au côté du décagone.

De même, puisque le carré du côté d'un pentagone est égal à la somme des carrés sur les côtés de l'hexagone et du décagone lorsqu'ils sont inscrits sur le même cercle, et, dans le triangle droit BDZ, le carré de BZ est égal à la somme des carrés de BD, qui est le côté de l'hexagone, et de DZ, qui est le côté du décagone, il s'ensuit que BZ est égal au côté du pentagone.

Ayant défini le diamètre du cercle comme étant 120 parties, nous avons donc

$$\begin{aligned} DE &= 30^p \\ \text{(DE étant la moitié du rayon),} & \\ \text{donc } DE^2 &= 900^p \\ \text{et } BD &= 60^p \\ \text{(BD étant un rayon),} & \\ \text{donc } BD^2 &= 3\,600^p, \\ \text{donc } EZ^2 = EB^2 &= 4\,500, \text{ la somme,} \\ \text{donc } EZ &\approx 67;04,55^p \\ \text{et, par soustraction,} & \\ DZ &= 37;04,55^p. \end{aligned}$$

Le côté du décagone, qui sous-tend 36°, a donc $37;04,55^p$ où le diamètre a 120^p. Donc, puisque

$$\begin{aligned} DZ &= 37;04,55^p, \\ \text{donc } DZ^2 &= 1\,375;04,15^p, \\ \text{et } DB^2 &= 3\,600^p, \\ \text{Donc } BZ^2 = DZ^2 + DB^2 &= 4975;04,15^p \\ \text{Donc } BZ &\approx 70;32,03^p. \end{aligned}$$

Le côté du pentagone, qui sous-tend 72°, contient donc $70;32,03^p$ où le diamètre a 120^p.

1 De base 60, à l'image des minutes et secondes de temps ou d'angle encore utilisés de nos jours, bien que ce système ait été inventé par les Sumériens il y a près de 6 000 ans.

Il est immédiatement évident que le côté de l'hexagone, qui sous-tend 60° et est égal au rayon, contient 60^p.

De même, puisque le carré du côté du carré, qui sous-tend 90°, est égal à deux fois le carré du rayon, et puisque le carré du côté du triangle, qui sous-tend 120°, est égal à trois fois le carré du rayon, et que le carré du rayon est 3600^p, nous calculons que le carré du côté du carré est 7200^p et que le carré du côté du triangle est $10\,800^p$.

Donc Crd 90° ≈ 84;51,10^p
et Crd 120° ≈ 103;55,23^p
où le diamètre est de 120^p.

Nous pouvons donc considérer les cordes ci-dessus comme étant définies individuellement par les procédures simples ci-dessus. Il est évident que si n'importe quelle corde est donnée, la corde de l'arc supplémentaire est donnée de façon simple, puisque la somme des carrés égale le carré du diamètre. Par exemple, puisque la corde de 36° est établie à 37;04,55^p, dont le carré est 1375;04,15^p, et que le carré du diamètre est $14\,400^p$, le carré de la corde de l'arc supplémentaire, 144°, sera la différence, soit 13 024;55,45^p, donc

Crd 144° ≈ 114;07,37^p

De même pour les autres cordes.

Voyons maintenant comment les autres cordes individuelles peuvent être dérivées des précédentes, avec d'abord un théorème qui sera très utile pour ce faire.

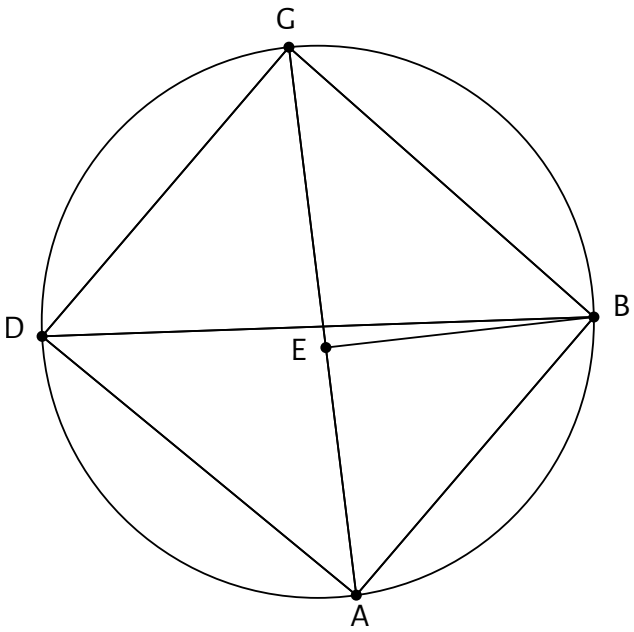
Posons donc un quadrilatère arbitraire ABGD inscrit dans un cercle. Traçons AG et BD.

Nous devons prouver que

$$AG \cdot BD = AB \cdot DG + AD \cdot BG.$$

Créons donc ∠ ABE = ∠ DBG.

Si nous ajoutons ∠ EBD commun,



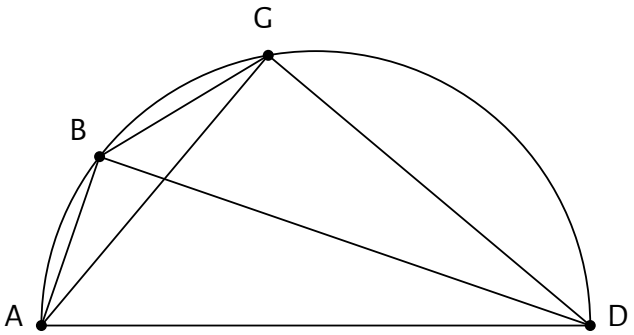
∠ ABD = ∠ EBG.

Mais ∠ BDA = ∠ BGE aussi, puisqu'ils sous-tendent le même segment.

Donc △ ABD ≅ △ BGE.
Donc BG : GE = BD : DA.
Donc BG · AD = BD · DE.
Et puisque ∠ ABE = ∠ DBG,
et que ∠ BAE = ∠ BDG,
△ ABE ≅ △ BGD.
Donc BA : AE = BD : DG.
Donc BA · DG = BD · AE.
Mais nous avons démontré que
BG · AD = BD · GE.
Donc, par addition,
AG · BD = AB · DG + AD · BG.

Maintenant que ceci est établi, traçons le demi-cercle ABGD sur le diamètre AD, et deux cordes à partir de A, soit AB et AG, chacune étant donnée en termes d'un diamètre de 120°. Traçons BG. Je dis que BG aussi est donné.

Traçons d'abord BD et GD. Alors BD et GD aussi seront donnés, puisqu'ils sont des cordes [d'arcs] supplémentaires [aux arcs des cordes données AB et AG]. Puisque ABGD est un **quadrilatère inscriptible**,



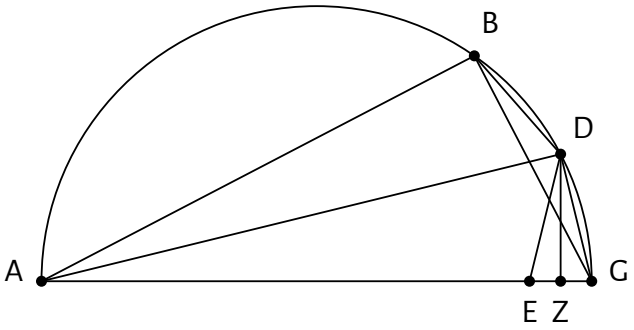
AB · GD + AD · BG = AG · BD. Mais AG · BD et AB · GD sont donnés. Donc AD · BG est donné par soustraction. Aussi, AD est un diamètre, donc Crd BG est donnée.

Nous avons vu que la corde d'une différence entre deux arcs est donnée si les deux arcs et leurs cordes sont donnés. Il est donc évident, par ce théorème, que nous pourrons trouver plusieurs cordes dérivées des différences entre des cordes calculées individuellement, et notamment la corde de 12°, puisque nous avons celles de 60° et de 72°.

Considérons maintenant le problème de trouver la corde d'un arc qui est la moitié d'une autre corde donnée.

Soit ABG sur un demi-cercle de diamètre AG. Posons GB comme une corde connue. Posons AD comme bissectrice de l'angle GAB, puis traçons AB, AD, BD, et DG. De là, on descend DZ perpendiculaire à AG. Je dis que

$$ZG = \tfrac{1}{2}(AG - AB).$$



Définissons premièrement le point E de sorte que AE = AB, et traçons DE. Alors [dans les triangles ABD et ADE], AB = AE, et AD est commun, et les deux paires de côtés AB, AD et AE, AD sont égaux. De plus,

$$\begin{aligned} \angle BAD &= \angle EAD \\ \text{Donc base } BD &= \text{base } DE. \\ \text{Mais } BD &= DG, \\ \text{Donc } DG &= DE. \end{aligned}$$

Puisque la perpendiculaire DZ du triangle isocèle DEG a été tracée du sommet à la base,

$$\begin{aligned} EZ &= ZG. \\ \text{Mais } EG &= AG - AB. \\ \text{Donc } ZG &= \tfrac{1}{2}(AG - AB). \end{aligned}$$

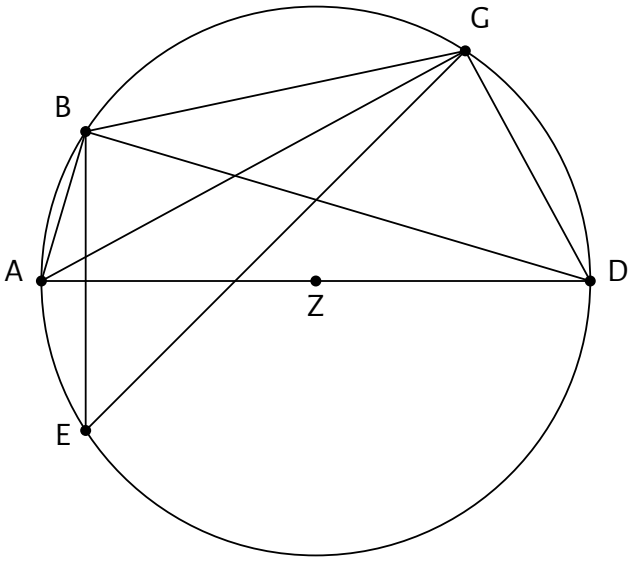
Puisque la corde de l'arc BG est donnée, la corde supplémentaire AB est immédiatement donnée, et ZG, égal à ½(AG – AB), est aussi donné. Maintenant, dans le triangle droit AGD, la perpendiculaire DZ a été tracée, donc

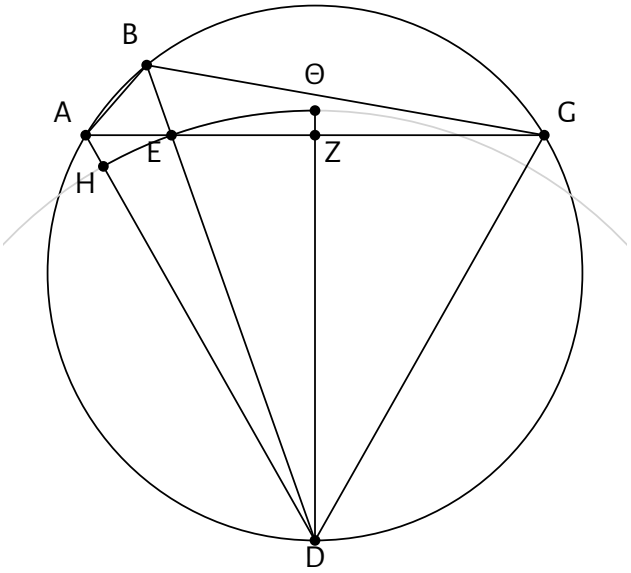
$$\begin{aligned} \triangle ADG &\overset{\vee}{=} \triangle DGZ \text{ (tous deux droits).} \\ \text{Donc } AG : GD &= GD : GZ. \\ \text{Donc } AG \cdot GZ &= GD^2. \end{aligned}$$

AG · GZ est déjà donné, donc GD² est aussi donné, de même que la corde GD, qui sous-tend un arc de la moitié de BG.

Grâce à ce théorème, de nombreuses cordes peuvent être dérivées en divisant en deux les cordes préalablement déterminées, dont notamment, à partir de la corde de 12°, les cordes de 6°, 3°, 1½°, et ¾°. Le calcul nous démontrera que la corde de 1½° est d'environ 1;34,15^p où le diamètre est 120^p, et la corde de ¾° d'environ 0;47,08^p dans les mêmes unités.

Maintenant, traçons un cercle ABGD de diamètre AD et de centre Z. À partir de A, prenons au hasard deux arcs successifs AB et BG, et traçons les cordes AB et BG ; celles-ci aussi seront données. Je dis que si l'on joint A à G, cette corde aussi sera donnée.





Traçons le diamètre BZE et les droites BD, dG, GE, et DE. Il est clair que l'on peut dériver GE de BG, et BD et DE de AB. De même que dans la précédente démonstration, puisque BGDE est un quadrilatère inscriptible, dans lequel BD et GE sont des diagonales, le produit des diagonales est égal à la somme des produits des côtés opposés [BD · GE = BG · DE + BE · GD]. Puisque BD · GE et BG · DE sont donnés, BE · GD est aussi donné. Et BE est un diamètre, donc la partie restante, GD, est aussi donnée, et GA est [la corde du] supplément. Donc, si deux arcs et leurs cordes sont donnés, la corde correspondant à la somme des deux arcs sera trouvée grâce à ce théorème.

En combinant ainsi la corde de 1½° à toutes les cordes déjà trouvées, et en calculant des cordes successives, on pourra trouver toutes les cordes qui, doublées, sont divisibles par trois. Il ne restera donc plus qu'à déterminer celles entre les intervalles de 1½°, deux dans chaque, puisque notre tableau est fait à intervalles de ½°. Si on peut donc trouver la corde de ½°, cela nous permettra de compléter les autres cordes, en trouvant la somme ou la différence des autres cordes à l'un ou l'autre des intervalles. Si une corde, par exemple celle de 1½°, est donnée, la corde correspondant à un arc du tiers du précédent ne peut pas être trouvée par des méthodes géométriques — si tel était le cas, on trouverait aussitôt la corde de ½°. On doit donc dériver la corde de 1° de celles de 1½° et de ¾°, en établissant un lemme qui, bien qu'il ne permette pas de déterminer les tailles exactes, sera suffisant pour de très petites quantités avec une marge d'erreur négligeable.

Je dis donc que si deux cordes inégales sont données, la proportion de la plus grande à la plus petite est moindre que la proportion de l'arc de la grande à l'arc de la petite. Posons donc le cercle ABGD, dans lequel on trace deux cordes inégales, AB plus petite que BG. Je dis que

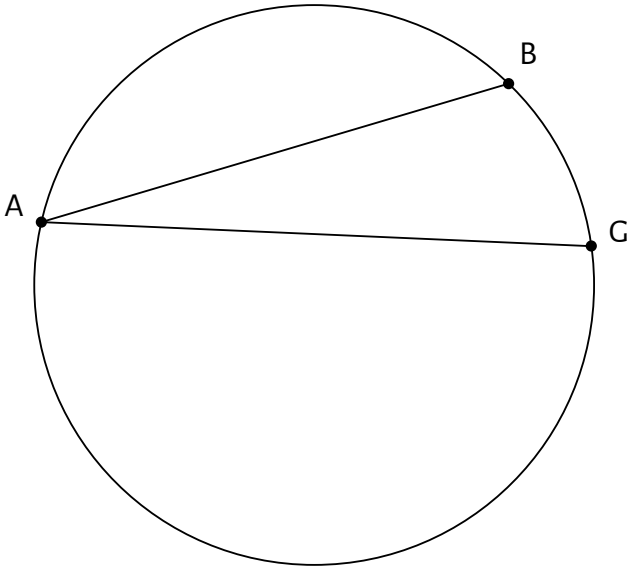
GB : BA < arc BG : arc BA.

Traçons BD comme bissectrice de ∠ ABG, puis AEG, AD, et GD. Puisque la corde BED est bissectrice de ∠ ABG, GD = AD et GE > EA.

Traçons maintenant DZ perpendiculaire à AEG. Puisque AD > ED et ED > DZ, un cercle de centre D et de rayon DE croise AD et dépasse de DZ. Traçons-le ici comme HEΘ, et prolongeons DZ à Θ. Puisque le secteur DEΘ est plus grand que le triangle DEZ, et que le triangle DEA est plus grand que le secteur DEH,

△ DEZ : △ DEA < ⌓ DEΘ : ⌓ DEH.
Mais ⌓ DEΘ : ⌓ DEH = ∠ ZDE : ∠ EDA.
Donc ZE : EA < ∠ ZDE : ∠ EDA.
Donc, par addition,
ZA : EA < ∠ ZDA : ∠ ADE.
Puis, en doublant les premiers membres,
GA : AE < ∠ DGA : ∠ EDA.
Et, par soustraction,
GE : EA < ∠ GDE : ∠ EDA.
Mais GE : EA = arc GB : arc BA.
Donc GB : BA < arc GB : arc BA.

Ceci étant démontré, traçons maintenant le cercle ABG, et les cordes AB et AG dans celui-ci. Supposons d'abord que AB est la corde de ¾° et que AG est la corde de 1°. Donc, puisque AG : BA < arc AG : arc AB et que arc AG = (4 arc AB) ÷ 3, alors GA < 4AB ÷ 3. Si le diamètre vaut 120 unités, nous avons démontré que AB = 0;47,08^{p}, donc GA < 1;02,50^{p}, parce que 1;02,50 ≈ 1⅓ · 0;47,08. Dans le même schéma, imaginons maintenant que AB est la corde de 1° et que AG est la corde de 1½°. Puisque arc AG = (3 arc AB) ÷ 2, il s'ensuit que GA < (3 BA) ÷ 2. Nous avons démontré que AG = 1;34,15^{p}, alors AB > 1;02,50^{p}, parce que 1;34,15 = 1½ · 1;02,50. Puisque nous avons démontré que la corde de 1° est à la fois plus grande et plus petite que cela, nous la prendrons comme valant environ 1;02,50^{p} où le diamètre est de 120^{p}. Les propositions précédentes nous amènent aussi à établir la corde de ½° comme valant environ 0;31,25^{p}. On peut donc remplir le tableau. Par exemple, dans le premier intervalle, on peut calculer la corde de 2° en utilisant la formule d'addition pour la corde de ½° et la corde de 1½°, et la corde de 2½° sera obtenue par la formule de la différence sur la corde de 3°, etc.



Telle est, selon moi, la meilleure façon d'entreprendre le calcul des cordes. Mais j'ai promis un tableau des valeurs des cordes, ci-dessous. Il est arrangé en sections de 45 lignes par souci de symétrie. La première colonne énumère les arcs par intervalles de ½° ; la seconde, les cordes en unités dont le diamètre en contient 120 ; et la troisième, la trentième partie de l'augmentation de la corde pour chaque intervalle — ce qui correspond essentiellement à une minute — afin de pouvoir calculer la corde des arcs intermédiaires aux demi-degrés.

Grâce aux théorèmes que nous venons d'énumérer, il sera possible de calculer n'importe quelle corde en prenant le double de celle de l'arc en question, ou en faisant la différence de n'importe quelle corde, ou avec la corde du supplément, ce qui permettra de garantir qu'il n'y ait pas d'erreur de copie[1].

1 À l'époque, les livres étaient recopiés manuellement, ce qui pouvait induire des erreurs d'une copie à l'autre.

11. Tableau des cordes [1]

Arcs	Cordes			Soixantièmes			Arcs	Cordes			Soixantièmes		
(°)	′	″	‴	″	‴	⁗	(°)	′	″	‴	″	‴	⁗
½	0	31	25	1	2	50	23	23	55	27	1	1	33
1	1	2	50	1	2	50	23½	24	26	13	1	1	30
1½	1	34	15	1	2	50	24	24	56	58	1	1	26
2	2	5	40	1	2	50	24½	25	27	41	1	1	22
2½	2	37	4	1	2	48	25	25	58	22	1	1	19
3	3	8	28	1	2	48	25½	26	29	1	1	1	15
3½	3	39	52	1	2	48	26	26	59	38	1	1	11
4	4	11	16	1	2	47	26½	27	30	14	1	1	8
4½	4	42	40	1	2	47	27	28	0	48	1	1	4
5	5	14	4	1	2	46	27½	28	31	20	1	1	0
5½	5	45	27	1	2	45	28	29	1	50	1	0	56
6	6	16	49	1	2	44	28½	29	32	18	1	0	52
6½	6	48	11	1	2	43	29	30	2	44	1	0	48
7	7	19	33	1	2	42	29½	30	33	8	1	0	44
7½	7	50	54	1	2	41	30	31	3	30	1	0	40
8	8	22	15	1	2	40	30½	31	33	50	1	0	35
8½	8	53	35	1	2	39	31	32	4	8	1	0	31
9	9	24	54	1	2	38	31½	32	34	22	1	0	27
9½	9	56	13	1	2	37	32	33	4	35	1	0	22
10	10	27	32	1	2	35	32½	33	34	46	1	0	17
10½	10	58	49	1	2	33	33	34	4	55	1	0	12
11	11	30	5	1	2	32	33½	34	35	1	1	0	8
11½	12	1	21	1	2	30	34	35	5	5	1	0	3
12	12	32	36	1	2	28	34½	35	35	6	0	59	57
12½	13	3	50	1	2	27	35	36	5	5	0	59	52
13	13	35	4	1	2	25	35½	36	35	1	0	59	48
13½	14	6	16	1	2	23	36	37	4	55	0	59	43
14	14	37	27	1	2	21	36½	37	34	47	0	59	38
14½	15	8	38	1	2	19	37	38	4	36	0	59	32
15	15	39	47	1	2	17	37½	38	34	22	0	59	27
15½	16	10	56	1	2	15	38	39	4	5	0	59	22
16	16	42	3	1	2	13	38½	39	33	46	0	59	16
16½	17	13	9	1	2	10	39	40	3	25	0	59	11
17	17	44	14	1	2	7	39½	40	33	0	0	59	5
17½	18	15	17	1	2	5	40	41	2	33	0	59	0
18	18	46	19	1	2	2	40½	41	32	3	0	58	54
18½	19	17	21	1	2	0	41	42	1	30	0	58	48
19	19	48	21	1	1	57	41½	42	30	54	0	58	42
19½	20	19	19	1	1	54	42	43	0	15	0	58	36
20	20	50	16	1	1	51	42½	43	29	33	0	58	31
20½	21	21	11	1	1	48	43	43	58	49	0	58	25
21	21	52	6	1	1	45	43½	44	28	1	0	58	18
21½	22	22	58	1	1	42	44	44	57	10	0	58	12
22	22	53	49	1	1	39	44½	45	26	16	0	58	6
22½	23	24	39	1	1	36	45	45	55	19	0	58	0

Arcs	Cordes			Soixantièmes			Arcs	Cordes			Soixantièmes		
(°)	′	″	‴	″	‴	⁗	(°)	′	″	‴	″	‴	⁗
45½	46	24	19	0	57	54	68	67	6	12	0	52	1
46	46	53	16	0	57	47	68½	67	32	12	0	51	52
46½	47	22	9	0	57	41	69	67	58	8	0	51	43
47	47	51	0	0	57	34	69½	68	23	59	0	51	33
47½	48	19	47	0	57	25	70	68	49	45	0	51	23
48	48	48	30	0	57	21	70½	69	15	27	0	51	14
48½	49	17	11	0	57	14	71	69	41	4	0	51	4
49	49	45	48	0	57	7	71½	70	6	36	0	50	55
49½	50	14	21	0	57	0	72	70	32	3	0	50	45
50	50	42	51	0	56	53	72½	70	57	26	0	50	35
50½	51	11	18	0	56	46	73	71	22	44	0	50	26
51	51	39	42	0	56	39	73½	71	47	56	0	50	16
51½	52	8	0	0	56	32	74	72	13	4	0	50	6
52	52	36	16	0	56	25	74½	72	38	7	0	49	56
52½	53	4	29	0	56	18	75	73	3	5	0	49	46
53	53	32	38	0	56	10	75½	73	27	58	0	49	36
53½	54	0	43	0	56	3	76	73	52	46	0	49	26
54	54	28	44	0	55	55	76½	74	17	29	0	49	16
54½	54	56	42	0	55	48	77	74	42	7	0	49	6
55	55	24	36	0	55	40	77½	75	6	39	0	48	55
55½	55	52	26	0	55	33	78	75	31	7	0	48	45
56	56	20	12	0	55	25	78½	75	55	29	0	48	34
56½	56	47	54	0	55	17	79	76	19	46	0	48	24
57	57	15	33	0	55	9	79½	76	43	58	0	48	13
57½	57	43	7	0	55	1	80	77	8	5	0	48	3
58	58	10	38	0	54	53	80½	77	32	6	0	47	52
58½	58	38	5	0	54	45	81	77	56	2	0	47	41
59	59	5	27	0	54	37	81½	78	19	52	0	47	31
59½	59	32	45	0	54	29	82	78	43	38	0	47	20
60	60	0	0	0	54	21	82½	79	7	18	0	47	9
60½	60	27	11	0	54	12	83	79	30	52	0	46	58
61	60	54	17	0	54	4	83½	79	54	21	0	46	47
61½	61	21	19	0	53	56	84	80	17	45	0	46	36
62	61	48	17	0	53	47	84½	80	41	3	0	46	25
62½	62	15	10	0	53	39	85	81	4	15	0	46	14
63	62	42	0	0	53	30	85½	81	27	22	0	46	3
63½	63	8	45	0	53	22	86	81	50	24	0	45	52
64	63	35	25	0	53	13	86½	82	13	19	0	45	40
64½	64	2	2	0	53	4	87	82	36	9	0	45	29
65	64	28	34	0	52	55	87½	82	58	54	0	45	18
65½	64	55	1	0	52	46	88	83	21	33	0	45	6
66	65	21	24	0	52	37	88½	83	44	4	0	44	55
66½	65	47	43	0	52	28	89	84	6	32	0	44	43
67	66	13	57	0	52	19	89½	84	28	54	0	44	31
67½	66	40	7	0	52	10	90	84	51	10	0	44	20

1 J'ai reproduit ici le tableau de Toomer, qui inclut certaines corrections à la version grecque de Heiberg, et qui a été recalculé par ordinateur, mais selon la méthode expliquée par Ptolémée ; en utilisant plutôt la formule crd θ = 2 sin (θ ÷ 2), on arrive à des résultats légèrement différents. De plus, Heiberg et Halma incluent, pour les soixantièmes (ἑξηκοστοῦ [sing.] dans le texte, ἑξηκοστῶν [plur.] dans le tableau, «soixantièmes», qu'Halma traduit toutefois par «trentièmes», probablement pour s'approcher du texte principal, λ′ = 30), une première colonne correspondant à la partie entière de la corde du soixantième, mais cette valeur est toujours de zéro, alors je ne l'ai pas incluse ici. Toomer et Heiberg n'expliquent pas les colonnes, mais je le fais ici, comme le fait Halma.

Arcs (°)	Cordes			Soixantièmes			Arcs (°)	Cordes			Soixantièmes		
	'	"	'''	"	'''	''''		'	"	'''	"	'''	''''
90½	85	13	20	0	44	8	113	100	3	59	0	34	34
91	85	35	24	0	43	57	113½	100	21	16	0	34	20
91½	85	57	23	0	43	45	114	100	38	26	0	34	6
92	86	19	15	0	43	33	114½	100	55	28	0	33	52
92½	86	41	2	0	43	21	115	101	12	25	0	33	39
93	87	2	42	0	43	9	115½	101	29	15	0	33	25
93½	87	24	17	0	42	57	116	101	45	57	0	33	11
94	87	45	45	0	42	45	116½	102	2	33	0	32	57
94½	88	7	7	0	42	33	117	102	19	1	0	32	43
95	88	28	24	0	42	21	117½	102	35	22	0	32	29
95½	88	49	34	0	42	9	118	102	51	37	0	32	15
96	89	10	39	0	41	57	118½	103	7	44	0	32	0
96½	89	31	37	0	41	45	119	103	23	44	0	31	46
97	89	52	29	0	41	33	119½	103	39	37	0	31	32
97½	90	13	15	0	41	21	120	103	55	23	0	31	18
98	90	33	55	0	41	8	120½	104	11	2	0	31	4
98½	90	54	29	0	40	55	121	104	26	34	0	30	49
99	91	14	56	0	40	42	121½	104	41	59	0	30	35
99½	91	35	17	0	40	30	122	104	57	16	0	30	21
100	91	55	32	0	40	17	122½	105	12	26	0	30	7
100½	92	15	40	0	40	4	123	105	27	30	0	29	52
101	92	35	42	0	39	52	123½	105	42	26	0	29	37
101½	92	55	38	0	39	39	124	105	57	14	0	29	23
102	93	15	27	0	39	26	124½	106	11	55	0	29	8
102½	93	35	11	0	39	13	125	106	26	29	0	28	54
103	93	54	47	0	39	0	125½	106	40	56	0	28	39
103½	94	14	17	0	38	47	126	106	55	15	0	28	24
104	94	33	41	0	38	34	126½	107	9	27	0	28	10
104½	94	52	58	0	38	21	127	107	23	32	0	27	56
105	95	12	9	0	38	8	127½	107	37	30	0	27	40
105½	95	31	13	0	37	55	128	107	51	20	0	27	25
106	95	50	11	0	37	42	128½	108	5	2	0	27	10
106½	96	9	2	0	37	29	129	108	18	37	0	26	56
107	96	27	47	0	37	16	129½	108	32	5	0	26	41
107½	96	46	24	0	37	3	130	108	45	25	0	26	26
108	97	4	55	0	36	50	130½	108	58	38	0	26	11
108½	97	23	20	0	36	36	131	109	11	44	0	25	56
109	97	41	38	0	36	23	131½	109	24	42	0	25	41
109½	97	59	49	0	36	9	132	109	37	32	0	25	26
110	98	17	54	0	35	56	132½	109	50	15	0	25	11
110½	98	35	52	0	35	42	133	110	2	50	0	24	56
111	98	53	43	0	35	29	133½	110	15	18	0	24	41
111½	99	11	27	0	35	15	134	110	27	39	0	24	26
112	99	29	5	0	35	1	134½	110	39	52	0	24	10
112½	99	46	35	0	34	48	135	110	51	57	0	23	55

Arcs (°)	Cordes			Soixantièmes			Arcs (°)	Cordes			Soixantièmes		
	'	"	'''	"	'''	''''		'	"	'''	"	'''	''''
135½	111	3	54	0	23	40	158	117	47	43	0	11	51
136	111	15	44	0	23	25	158½	117	53	39	0	11	35
136½	111	27	26	0	23	9	159	117	59	27	0	11	19
137	111	39	1	0	22	54	159½	118	5	7	0	11	3
137½	111	50	28	0	22	39	160	118	10	37	0	10	47
138	112	1	47	0	22	24	160½	118	16	1	0	10	31
138½	112	12	59	0	22	8	161	118	21	16	0	10	14
139	112	24	3	0	21	53	161½	118	26	23	0	9	58
139½	112	35	0	0	21	37	162	118	31	22	0	9	42
140	112	45	48	0	21	22	162½	118	36	13	0	9	25
140½	112	56	29	0	21	7	163	118	40	55	0	9	9
141	113	7	2	0	20	51	163½	118	45	30	0	8	53
141½	113	17	25	0	20	36	164	118	49	56	0	8	37
142	113	27	44	0	20	20	164½	118	54	15	0	8	20
142½	113	37	54	0	20	4	165	118	58	25	0	8	4
143	113	47	56	0	19	49	165½	119	2	26	0	7	48
143½	113	57	50	0	19	33	166	119	6	20	0	7	31
144	114	7	37	0	19	17	166½	119	10	6	0	7	15
144½	114	17	15	0	19	2	167	119	13	44	0	6	59
145	114	26	46	0	18	46	167½	119	17	13	0	6	42
145½	114	36	9	0	18	30	168	119	20	34	0	6	26
146	114	45	24	0	18	14	168½	119	23	47	0	6	10
146½	114	54	31	0	17	59	169	119	26	52	0	5	53
147	115	3	30	0	17	43	169½	119	29	49	0	5	37
147½	115	12	22	0	17	27	170	119	32	37	0	5	20
148	115	21	6	0	17	11	170½	119	35	17	0	5	4
148½	115	29	41	0	16	55	171	119	37	49	0	4	48
149	115	38	9	0	16	40	171½	119	40	13	0	4	31
149½	115	46	29	0	16	24	172	119	42	28	0	4	14
150	115	54	40	0	16	8	172½	119	44	35	0	3	58
150½	116	2	44	0	15	52	173	119	46	35	0	3	42
151	116	10	40	0	15	36	173½	119	48	26	0	3	26
151½	116	18	28	0	15	20	174	119	50	8	0	3	9
152	116	26	8	0	15	4	174½	119	51	43	0	2	53
152½	116	33	40	0	14	48	175	119	53	10	0	2	36
153	116	41	4	0	14	32	175½	119	54	27	0	2	20
153½	116	48	20	0	14	16	176	119	55	38	0	2	3
154	116	55	28	0	14	0	176½	119	56	39	0	1	47
154½	117	2	28	0	13	44	177	119	57	32	0	1	30
155	117	9	20	0	13	28	177½	119	58	18	0	1	14
155½	117	16	4	0	13	12	178	119	58	55	0	0	57
156	117	22	40	0	12	56	178½	119	59	24	0	0	41
156½	117	29	8	0	12	40	179	119	59	44	0	0	25
157	117	35	28	0	12	24	179½	119	59	56	0	0	9
157½	117	41	40	0	12	7	180	120	0	0	0	0	0

12. De l'arc entre les tropiques

Comme nous l'avons dit, une fois que le tableau des cordes a été dressé, notre première tâche est de déterminer l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur — autrement dit, la fraction du grand cercle à travers les pôles des deux par rapport à l'arc intercepté entre les pôles. Ceci est évidemment égal à la distance de l'équateur à l'un ou l'autre des solstices. On peut déterminer

Modèle 3D par Pierre Paquette / EcliptiQc.

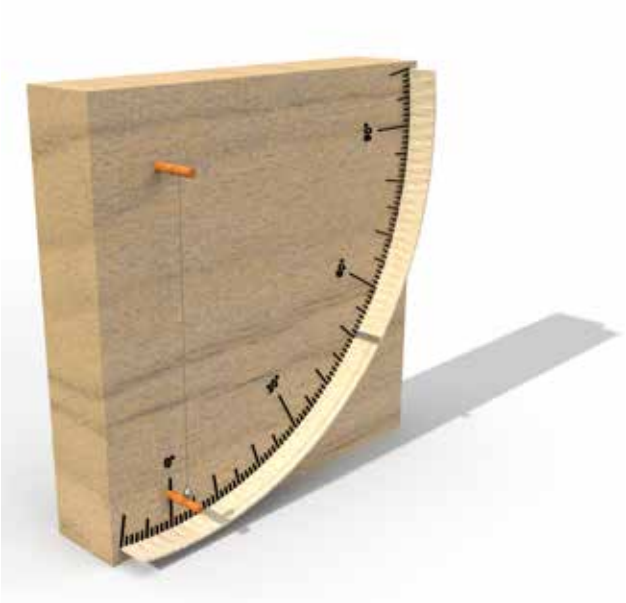
directement cette quantité grâce à l'instrument simple illustré ci-dessus.

Nous fabriquons un anneau de bronze de taille adéquate et de section rectangulaire. Nous l'utilisons comme cercle méridien, en le divisant en 360° d'un grand cercle, et en subdivisant chaque degré en autant de parties que possible. Nous fabriquons ensuite un deuxième anneau, qui puisse entrer dans le premier de sorte que les faces latérales des deux soient dans le même plan, le petit anneau tournant librement dans le grand d'un mouvement nord-sud, dans le même plan. En deux points diamétralement opposés sur la face latérale du petit disque, nous apposons des petites plaques, de taille égale, pointant l'une vers l'autre et vers le centre des anneaux, au centre exactement desquelles nous installons de petits pointeurs, qui rasent la surface du grand anneau gradué. Nous devons, à des fins pratiques, arrimer ce disque fermement dans un pilier de taille appropriée, et l'installer à l'extérieur, de sorte que la base du pilier soit sur une fondation parallèle au plan de l'horizon. Le plan des anneaux doit être perpendiculaire au plan de l'horizon et parallèle au plan du méridien. On peut faire cela, premièrement, en suspendant une ligne à plomb d'un point choisi comme zénith, et en ajustant les éléments de soutien jusqu'à ce que la ligne à plomb pointe du côté diamétralement opposé. Puis, on marque clairement une ligne méridienne [1] sur le plan sous le pilier et on déplace les anneaux latéralement jusqu'à ce que l'on voit que leur plan y est parallèle.

L'instrument ainsi installé, on observera le mouvement du Soleil vers le nord ou vers le sud en tournant l'anneau intérieur à midi [solaire] jusqu'à ce que la plaque inférieure soit complètement dans l'ombre de la plaque supérieure. Lorsque tel est le cas, les pointes des plaques nous indiquent la distance du Soleil au zénith en degrés, sur le méridien.

Un instrument encore plus simple pour réaliser cette observation peut être fabriqué avec une plaque de pierre ou de bois, carrée et rigide, avec une de ses faces lisse et bien nivelée. Sur cette face nous dessinons un quadrant, en utilisant pour centre un point près d'un coin, et en dessinant du centre à l'arc inscrit les lignes directrices d'un angle droit formant le quadrant. Nous le divisons, comme avant, en 90 degrés et leurs subdivisions. Ensuite, sur la ligne qui est destinée à être perpendiculaire au plan de l'horizon et vers le sud, nous installons deux petites chevilles cylindriques, leurs côtés à angles droits de leur base et exactement circulaires, taillées du même format ; l'une sera située au point central, le centre de la cheville bien centré sur celui-ci, et l'autre à

1 Ptolémée présume ici que l'on sait déterminer une ligne méridienne.



Modèle 3D par Pierre Paquette / EcliptiQc.

l'extrémité inférieure de la ligne. Nous plaçons ensuite cette face gravée de la plaque sur la ligne méridienne que nous avons tracée sur le plan du support, de sorte qu'elle soit parallèle au plan du méridien et, avec un fil à plomb suspendu entre les chevilles, on s'assure que la ligne entre elles soit à angles droits par rapport au plan de l'horizon, corrigeant encore toute erreur d'alignement en ajustant de minces éléments de soutien en dessous. Comme dans l'autre méthode, nous avons observé l'ombre portée à midi par la cheville centrale ; pour mieux voir celle-ci, nous avons placé un objet sur l'arc inscrit et marqué le point central de l'ombre, prenant cette division du quadrant comme indicatrice de la position du Soleil sur le méridien dans la direction nord-sud.

À partir d'observations de la sorte, et spécialement en comparant des observations menées près des solstices réels — qui ont révélé, après quelques retours, que la distance au zénith était en général le même nombre de degrés du cercle méridien au solstice, qu'il soit d'été ou d'hiver — nous avons trouvé que l'arc entre les points extrêmes nord et sud, qui est l'arc entre les points des solstices, et toujours de plus de 47⅔° et moins de 47¾°. De cela, nous dérivons essentiellement le même rapport qu'Ératosthène, aussi utilisé par Hipparque ; l'arc entre les solstices est donc d'environ 11 parties d'un méridien de 83 parties [1].

Des observations de ce type, il est facile d'immédiatement dériver la latitude de la région dans laquelle est faite l'observation, qu'importe où : on prend le point entre les deux extrêmes. Celui-ci se trouve sur l'équateur, et sa distance au zénith est évidemment la même que celles des pôles à l'horizon.

13. Préliminaires pour les démonstrations sphériques

Notre prochaine tâche est de démontrer la taille des arcs individuels délimités entre l'équateur et l'écliptique le long d'un grand cercle qui passe par les pôles de l'équateur. Mais nous devons auparavant énoncer quelques courts théorèmes utiles qui nous permettront de faire la plupart des démonstrations impliquant des théorèmes sphériques de la façon la plus simple et méthodique possible.

Soient deux lignes droites, BE et GD, qui rejoignent les droites AB et AG et se croisent au point Z. Je dis que

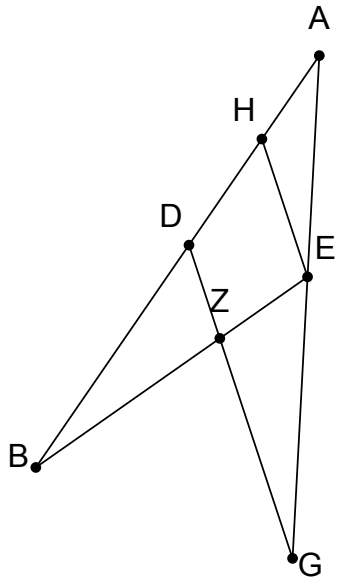
$$GA : AE = (GD : DZ) \cdot (ZB : BE).$$

Passons donc EH à partir du point E et parallèle à GD. Puisque GD et EH sont parallèles,

$$GA : AE = GD : EH.$$

En aparté, prenons ZD,

1 $^{11}/_{83}$ de 360° ≈ 47;42,39,02° = 2ε, donc ε ≈ 23;51,20°, valeur habituellement adoptée par Ptolémée (son 2ε est entre 47;40° et 47;45°, mais n'est pas la moyenne.



GD : EH = (GD : DZ) · (DZ : HE).
Donc GA : AE = (GD : DZ) · (DZ : HE).
Mais DZ : HE = ZB : BE (EH ∥ ZD).
Donc GA : AE = (GD : DZ) · (ZB : BE).

On peut aussi prouver, de la même manière et par division, que

GE : EA = (GZ : DZ) · (DB : BA).

Traçons une ligne parallèle à EB et passant par A de sorte que GD la croise en H. Et, puisque AH est parallèle à EZ,

GE : EA = GZ : HZ

Mais, si on intègre en aparté ZD,

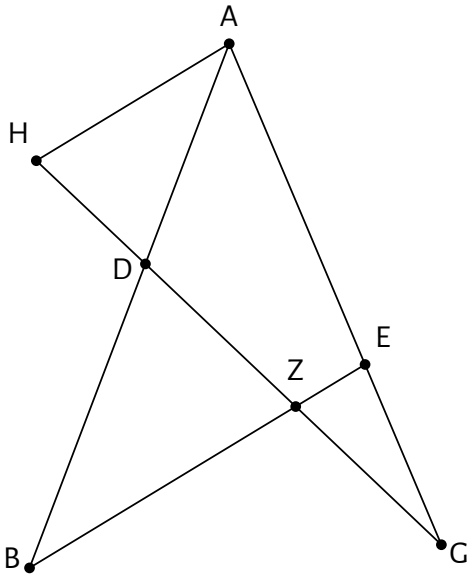
GZ : GH = (GZ : ZD) · (DZ : ZH).

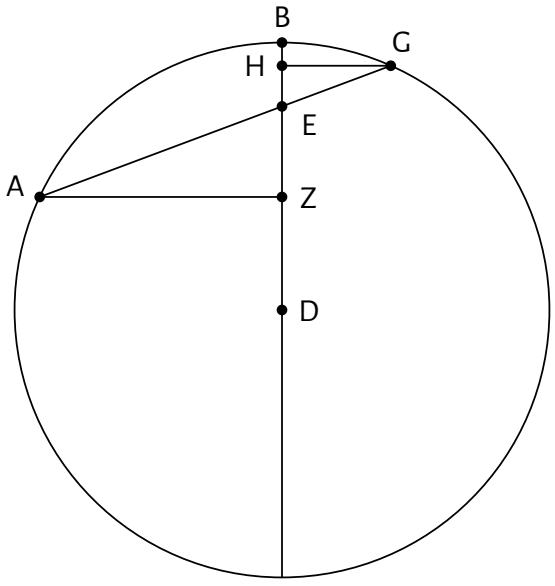
Mais DZ : ZH = DB : BA (BA et ZH tracés pour croiser les lignes parallèles AH et ZB).

Donc GZ : ZH = (GZ : DZ) · (DB : BA).
Mais GZ : ZH = GE : EA.
Donc GE : EA = (GZ : DZ) · (DB : BA).

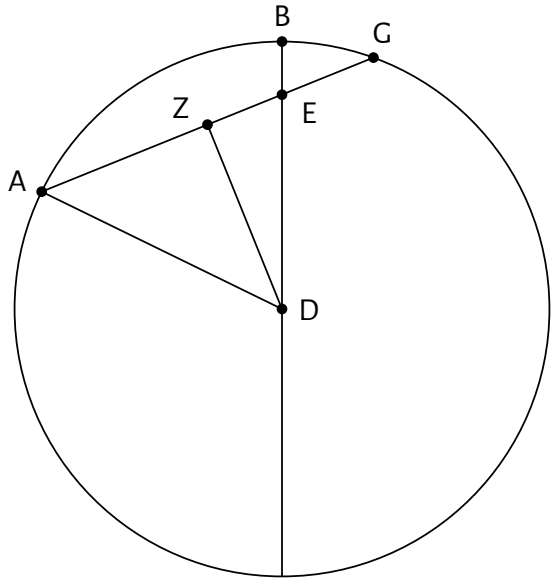
Prenons maintenant le cercle ABG, au centre D, et trois points au hasard, A, B, G, sur sa circonférence, de sorte que les arcs AB et BG soient chacun moins d'un demi-cercle — tout comme les prochains arcs que nous tracerons. Joignons A à G et traçons DEB. Je dis que Crd arc 2AB : Crd arc 2BG = AE : EG.

Traçons AZ et GH, perpendiculaires à DB, passant par A et par G, respectivement. Puisque AZ est parallèle à GH, et qu'ils rencontrent la droite AEG,



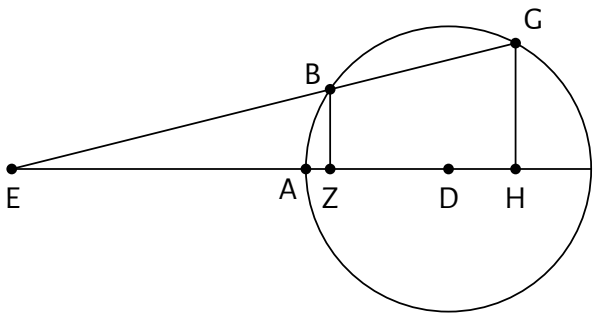


AZ : GH = AE : EG.
Mais AZ : GH = Crd arc 2AB : Crd arc 2BG
puisque AZ = ½ Crd arc 2AB
et GH = ½ Crd arc 2BG.
Donc AE : EG = Crd arc 2AB : Crd arc 2BG.



Il s'ensuit immédiatement que si nous avons l'arc entier AG et la proportion (Crd arc 2AB : Crd arc 2BG), l'arc AB de même que l'arc BG seront connus. Reprenons le même diagramme, mais joignons maintenant A à D et traçons une perpendiculaire à la ligne AEG à partir de Z. Il est évident que, si l'arc AG est donné, ∠ ADZ, qui sous-tend la moitié de l'arc AG, sera donné, et donc le triangle entier ADZ. Puisque la corde entière AG est connue, de même que (AE : EG) — égal à (Crd arc 2AB : Crd arc 2BG) —, AE est donné, de même que ZE, par soustraction. Puisque DZ aussi est donné, dans le triangle rectangle EDZ, ∠ EDZ sera donc aussi donné, et donc l'angle ADB en entier. Ainsi, l'arc AB sera donné et, par soustraction, l'arc BG. CQFD.

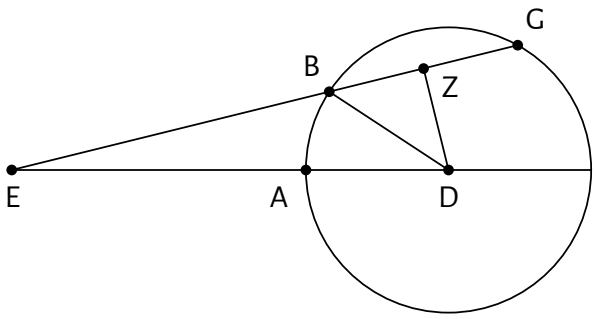
Prenons maintenant un cercle ABG dont le centre est D, et les points A, B, et G choisis au hasard. Traçons DA et GB, et prolongeons-les pour qu'ils se rencontrent en E. Je dis que

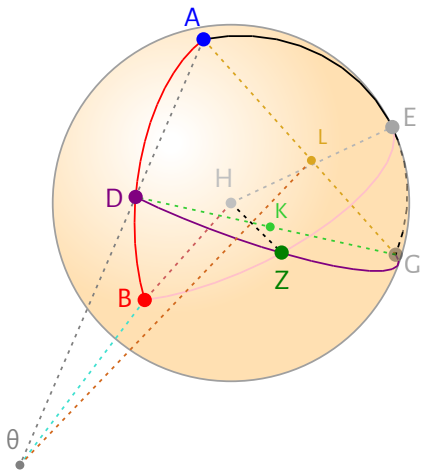


Crd arc 2GA : Crd arc 2AB = GE : BE. D'une manière semblable au théorème précédent, si nous traçons des perpendiculaires à DA et B (BZ) et en G (GH), puisque ces lignes sont parallèles,

GH : BZ = GE : EB.
Donc Crd arc 2GA : Crd arc 2AB = GE : EB.

Dans ce cas, il s'ensuit immédiatement que, si nous avons seulement l'arc GB et la proportion





(Crd arc 2GA : Crd arc 2AB), l'arc AB sera aussi connu. Prenons d'ailleurs le même diagramme, joignons D à B, et descendons DZ perpendiculaire à BG, puis ∠ BDZ, qui sous-tend la moitié de l'arc BG, sera connu. Ainsi, tout le triangle rectangle BDZ est connu. Puisque la proportion (GE : EB) et la ligne GB sont connus, EB aussi sera connu, et donc, par addition, la ligne EBZ. Puisque DZ est connu, dans le triangle rectangle EDZ, ∠ EDZ est connu et, par soustraction, ∠ EDB est connu, donc l'arc AB aussi.

Ces théorèmes préliminaires établis, traçons maintenant les arcs suivants sur les grands cercles d'une sphère. BE et GD sont tracés de manière à rencontrer AB et AG, se croisant en Z, et étant moins d'un demi-cercle chacun (de même pour tous les prochains diagrammes). Je dis que Crd arc 2GE : Crd arc 2EA = (Crd arc 2GZ : Crd arc 2ZD) · (Crd arc 2DB : Crd arc 2BA).

Prenons donc la sphère de centre H, et traçons les lignes HB, HZ, et HE vers les points où les grands cercles se croisent, soit B, Z, et E. Prenons maintenant AD et prolongeons-la pour qu'elle rencontre HB, aussi prolongé, en Θ. De même, traçons DG et AG et faisons-les croiser HZ et HE aux points K et L. Alors, Θ, K, et L sont sur une ligne droite, puisqu'ils sont tous simultanément dans deux plans, soit celui du triangle AGD et celui du cercle BZE. Traçons cette ligne ; nous obtenons alors deux lignes droites, ΘL et GD, qui rencontrent deux autres lignes droites, ΘA et GA, et qui se croisent en K.

$$\text{Donc GL : LA} = (\text{GK : KD}) \cdot (\text{DΘ} \cdot \text{ΘA}).$$

$$\text{Mais GL : LA} = \frac{\text{Crd arc 2GE}}{\text{Crd arc 2EA}}$$

$$\text{et GK : KD} = \frac{\text{Crd arc 2GZ}}{\text{Crd arc 2ZD}}$$

$$\text{et DΘ : ΘA} = \frac{\text{Crd arc 2DB}}{\text{Crd arc 2BA}}$$

Donc

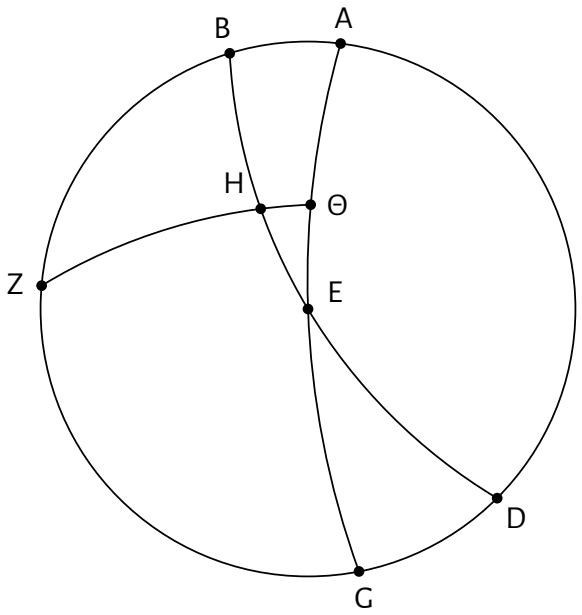
$$\frac{\text{Crd arc 2GE}}{\text{Crd arc 2EA}} = \frac{\text{Crd arc 2GZ}}{\text{Crd arc 2ZD}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2DB}}{\text{Crd arc 2BA}}$$

De même que dans le diagramme avec les lignes droites, on peut démontrer que

$$\frac{\text{Crd arc 2GA}}{\text{Crd arc 2EA}} = \frac{\text{Crd arc 2GD}}{\text{Crd arc 2DZ}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2ZB}}{\text{Crd arc 2BE}}$$

14. Des arcs compris entre l'équateur et l'écliptique

Maintenant que ce théorème est établi, nous devons d'abord démontrer les quantités des arcs que nous cherchons à déterminer, comme suit. Soit ABGD, le cercle passant par les pôles de l'équateur et ceux de l'écliptique, l'équateur étant AEG, l'écliptique BED, avec le point E étant le croisement des deux, soit l'équinoxe de printemps, B le solstice d'hiver, et D le solstice d'été. Sur l'arc ABG, le point Z représente le pôle de l'équateur AEG. Prenons un arc EH sur l'écliptique — supposons qu'il soit de 30° — et passons par Z et H un arc de grand cercle ZHΘ. Notre problème est bien sûr de déterminer HΘ. Prenons pour acquis — tant ici qu'en général



pour de telles démonstrations, afin d'éviter la répétition — que, lorsque l'on mentionne la taille des arcs ou cordes en termes de « degrés » ou de « parties », nous voulons dire, pour les arcs, les degrés dont la circonférence du cercle en contient 360, et, pour les cordes, les parties dont le diamètre du cercle en contient 120.

Puisque, dans le diagramme, les deux arcs de grands cercles ZΘ et EB rencontrent tous deux les arcs de deux grands cercles AZ et AE, et se croisent en H,

$$\frac{\text{Crd arc } 2ZA}{\text{Crd arc } 2AB} = \frac{\text{Crd arc } 2\Theta Z}{\text{Crd arc } 2\Theta H} \cdot \frac{\text{Crd arc } 2HE}{\text{Crd arc } 2EB}$$

Mais arc 2ZA = 180°,
alors Crd arc 2ZA = 120^p,
et arc 2AB = 47;42,40°
alors Crd arc 2AB = 48;31,55^p.

Et arc 2HE = 60°,
alors Crd arc 2HE = 60^p,
et arc 2EB = 180°,
alors Crd arc 2EB = 120^p.

Donc

$$\frac{\text{Crd arc } 2Z\Theta}{\text{Crd arc } 2\Theta H} = \frac{120 : 48;31,55}{60 : 120} = \frac{120}{24;15,57}$$

Et arc 2ZΘ = 180°,
alors Crd arc 2ZΘ = 120^p.
Donc Crd arc 2ΘH = 24;15,57^p.
Donc arc 2ΘH = 23;19,59°
et arc ΘH ≈ 11;40°

Prenons maintenant l'arc EH comme étant 60°. Les autres grandeurs demeureront inchangées, mais

arc 2EH = 120°,
alors Crd arc 2EH = 103;55,23^p.

Donc

$$\frac{\text{Crd arc } 2Z\Theta}{\text{Crd arc } 2\Theta H} = \frac{120 : 48;31,55}{103;55,23 : 120} = \frac{120}{42;01,48.}$$

Mais Crd arc 2ZΘ = 120^p.
Donc Crd arc 2ΘH = 42;01,48^p.
Donc arc 2ΘH = 41;00,18^p,
et arc ΘH = 20;30,09°.

Nous calculerons la taille des arcs individuels de la même manière, et fournissons un tableau indiquant pour chaque degré du quadrant l'arc correspondant à ceux calculés ci-dessus. Le tableau est le suivant.

15. Tableau des inclinaisons

Arcs de l'écliptique	Arcs du méridien °	'	"	Arcs de l'écliptique	Arcs du méridien °	'	"	Arcs de l'écliptique	Arcs du méridien °	'	"	Arcs de l'écliptique	Arcs du méridien °	'	"	Arcs de l'écliptique	Arcs du méridien °	'	"	Arcs de l'écliptique	Arcs du méridien °	'	"
1	00	24	16	16	06	24	01	31	12	01	20	46	16	54	47	61	20	42	58	76	23	06	17
2	00	48	31	17	06	47	26	32	12	22	30	47	17	12	16	62	20	55	24	77	23	12	27
3	01	12	46	18	07	10	45	33	12	43	28	48	17	29	27	63	21	07	21	78	23	18	11
4	01	37	00	19	07	33	57	34	13	04	14	49	17	46	20	64	21	18	58	79	23	23	28
5	02	01	12	20	07	57	03	35	13	24	47	50	18	02	53	65	21	30	11	80	23	28	16
6	02	25	22	21	08	20	00	36	13	45	06	51	18	19	15	66	21	41	00	81	23	32	30
7	02	49	30	22	08	42	50	37	14	05	11	52	18	35	05	67	21	51	25	82	23	36	35
8	03	13	35	23	09	05	32	38	14	25	02	53	18	50	41	68	22	01	25	83	23	40	02
9	03	37	37	24	09	28	05	39	14	44	39	54	19	05	57	69	22	11	01	84	23	43	02
10	04	01	38	25	09	50	29	40	15	04	04	55	19	20	56	70	22	20	11	85	23	45	34
11	04	25	32	26	10	12	46	41	15	23	10	56	19	35	28	71	22	28	57	86	23	47	39
12	04	49	24	27	10	34	57	42	15	42	02	57	19	49	42	72	22	37	17	87	23	49	16
13	05	13	11	28	10	56	44	43	16	00	38	58	20	03	31	73	22	45	11	88	23	50	25
14	05	36	53	29	11	18	25	44	16	18	58	59	20	17	04	74	22	52	39	89	23	51	06
15	06	00	31	30	11	39	59	45	16	37	01	60	20	30	09	75	22	59	41	90	23	51	20

16. Des levers dans la sphère droite

Nous devons maintenant démontrer comment calculer la taille d'un arc de l'équateur déterminé par un cercle passant par les pôles de l'équateur et un point déterminé de l'écliptique [jusqu'au point vernal]. Ainsi nous pourrons trouver combien de temps est requis, en degrés de temps équinoxial, pour qu'une section de l'écliptique croise le méridien à n'importe quel point de la Terre et de l'horizon à *sphaera recta* [à l'équateur] — puisque ce n'est que dans cette situation que l'horizon croise les pôles de l'équateur.

Dans le diagramme précédent, nous connaissions l'arc EH, de 30°. Nous devons maintenant trouver l'arc EΘ de l'équateur. Selon les mêmes arguments que précédemment,

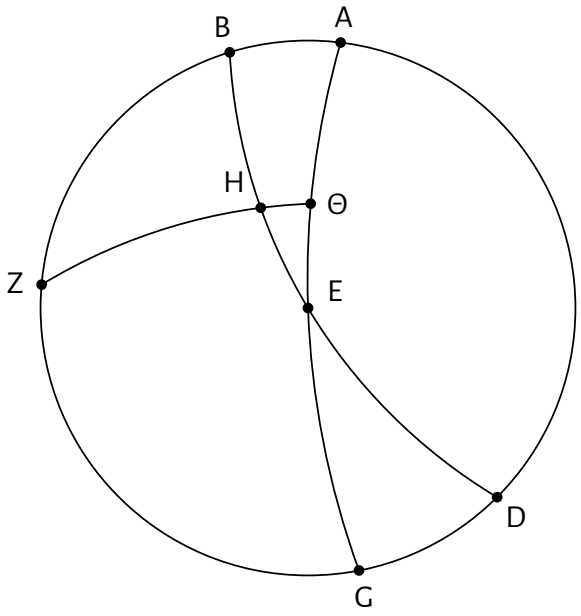
$$\frac{\text{Crd arc } 2ZB}{\text{Crd arc } 2BA} = \frac{\text{Crd arc } 2ZH}{\text{Crd arc } 2H\Theta} = \frac{\text{Crd arc } 2\Theta E}{\text{Crd arc } 2EA}.$$

Mais arc 2ZB = 132;17,20°,

donc Crd arc 2ZB = 109;44,53^p.

Et arc 2BA = 47;42,40°,

donc Crd arc 2BA = 48;31,55^p.



$$
\begin{aligned}
\text{Aussi, arc } 2ZH &= 156;40,01^\circ,\\
\text{donc Crd arc } 2ZH &= 117;31,15^{p},\\
\text{et arc } 2H\Theta &= 23;19,59^\circ,\\
\text{donc Crd arc } 2H\Theta &= 24;15,57^{p}.\\
\text{Donc } \frac{\text{Crd arc } \Theta E}{\text{Crd arc } 2EA} &= \frac{109;44,53 : 48;31,55}{117;31,15 : 24;15,57}\\
&= \frac{54;52,26 : 117;31,15}{56;01,53 : 120.}\\
\text{Mais arc } 2EA &= 180^\circ\\
\text{alors Crd arc } 2EA &= 120^{p}.\\
\text{Donc Crd arc } 2\Theta &= 56;01,53^{p}.\\
\text{Donc arc } 2\Theta E &\approx 55;40^\circ\\
\text{et arc } \Theta E &\approx 27;50^\circ.
\end{aligned}
$$

Prenons maintenant l'arc EH comme valant 60° ; les autres grandeurs demeurant inchangées, nous aurons

$$
\begin{aligned}
\text{arc } 2ZH &= 138;59,42^\circ,\\
\text{donc Crd arc } 2ZH &= 112;23,56^{p}.\\
\text{Et arc } 2\Theta H &= 41;00,18^\circ,\\
\text{donc Crd arc } 2\Theta H &= 42;01,48^{p}.\\
\text{Donc } \frac{\text{Crd arc } 2\Theta E}{\text{Crd arc } 2EA} &= \frac{109;44,53 : 48;31,55}{112;23,56 : 42;01,48}\\
&= \frac{95;02,40}{112;23,56}\\
&= \frac{101;28,20}{120.}\\
\text{Mais Crd arc } 2EA &= 120^{p},\\
\text{Donc Crd arc } 2\Theta E &= 101;28,20^{p}\\
\text{Donc arc } 2\Theta E &\approx 115;28^\circ,\\
\text{Donc arc } \Theta E &\approx 57;44^\circ.
\end{aligned}
$$

Section	Degrés de temps
0–10°	$9;10^{T}$
10–20°	$9;15^{T}$
20–30°	$9;25^{T}$
Total du premier signe	$27;50^{T}$
30–40°	$9;40^{T}$
40–50°	$9;58^{T}$
50–60°	$10;16^{T}$
Total du deuxième signe	$29;54^{T}$
60–70°	$10;34^{T}$
70–80°	$10;47^{T}$
80–90°	$10;55^{T}$
Total du troisième signe	$32;16^{T}$
Total pour tous les signes	$90;00^{T}$

Nous avons donc démontré que le premier signe de l'écliptique depuis l'équinoxe se lève de la manière précédemment décrite en le même temps que 27;50° de l'équateur, et que le second signe se lève avec 29;54°, la somme des deux arcs étant de 57;44°. Le troisième arc se lèvera donc à *sphaera recta* en le même temps que 32;16°, qui est le complément [de 57;44°], puisque chaque quadrant de l'écliptique se lève en le même temps que le quadrant correspondant de l'équateur tel que défini par des cercles passant par les pôles de l'équateur.

Nous avons calculé, selon cette méthode, les arcs de l'équateur qui passent au méridien avec les arcs de l'écliptique, par sections de 10° — les durées des arcs plus petits peuvent être intrapolées. Nous donnons la liste de ces valeurs, donc, afin de pouvoir connaitre rapidement le temps requis à chaque arc, comme nous l'avons dit, pour croiser le méridien de n'importe quel lieu de la Terre et l'horizon à *sphaera recta*. Nous commençons par l'arc de 10° débutant au point de l'équinoxe. Il va de soi que les choses iront de même pour les autres quadrants, par symétrie, partout sur la *sphaera recta*, c'est-à-dire où l'équateur n'est pas incliné sur l'horizon.

Fin du premier livre.

Livre 2

1. De la situation, en général, de la partie habitée de la Terre

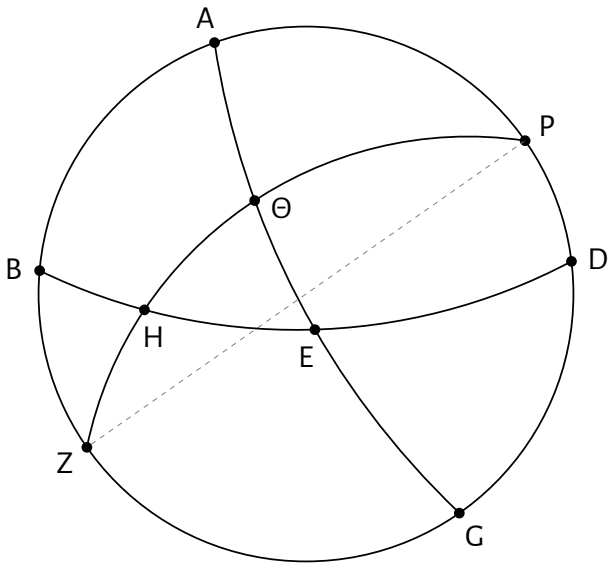
Nous avons donné, dans le premier livre de notre traité, les notions préliminaires sur la situation du cosmos qui devaient être expliquées, et les théorèmes concernant la *sphaera recta* qui pourraient être utiles pour la suite du traité. Dans les prochaines parties, nous tenterons aussi bien que possible de développer les théorèmes les plus important sur la *sphaera obliqua* aussi.

Des remarques générales sur le sujet s'imposent d'abord. Si l'on considère la Terre comme partagée en quatre parties par l'équateur et l'un des cercles qui passent par les pôles de l'équateur, notre partie du monde habité est approximativement ceinte par l'un des deux quartiers nordiques. La preuve en est par la latitude, c'est-à-dire, du midi [sud] vers les [constellations des] ourses : les ombres des gnomons, à midi aux équinoxes, sont toujours dirigées vers les ourses, et jamais vers le midi. Pour ce qui est de la longitude, soit d'est en ouest, on peut en être sûr parce que les observations d'une même éclipse, surtout les lunaires, par les gens situés à l'extrême ouest et à l'extrême est n'avancent et ne retardent jamais, ni pour les uns, ni pour les autres, de plus de douze heures équinoxiales, et qu'un quart de la Terre, dans le sens de la longitude, contient douze heures, puisqu'il est borné par un des demi-cercles perpendiculaires à l'équateur.

Les caractéristiques qu'il importe de connaitre par rapport à ce sujet [de la *sphaera obliqua*] sont les plus importants phénomènes spécifiques à chacun des cercles parallèles à l'équateur du côté nord ainsi qu'aux régions habitées situées sous ces parallèles, soit : la distance des pôles du cercle du premier mouvement [l'équateur] à l'horizon — autrement dit, la distance entre le point vertical [zénith] et l'équateur, le long du méridien — ; les endroits pour lesquels le Soleil peut se trouver à la verticale, de même que quand et à quelle fréquence cela se produit ; le rapport des ombres équinoxiales et tropiques des gnomons à midi ; la longueur des plus longs et plus courts jours comparés aux jours des équinoxes ; l'accroissement et la diminution de la durée du jour et de la nuit ainsi que leurs circonstances ; les levers et couchers simultanés [d'arcs] de l'équateur et [d'arcs] de l'écliptique ; ainsi que les propriétés et grandeurs des angles formés par les principaux grands cercles.

2. La durée du plus long jour donnée, comment trouver les arcs de l'horizon entre l'équateur et l'écliptique

Prenons pour exemple général le cercle parallèle à l'équateur passant par Rhodes, où la hauteur du pôle est de 36° et où le jour le plus long dure 14½ heures équinoxiales. Traçons ABGD comme étant le méridien, BED la moitié orientale de l'horizon, AEG celle de l'équateur, avec son pôle sud en Z. Supposons que le point H représente le solstice d'hiver qui se lève, et ZHΘ est un quadrant du grand cercle passant par Z et H. Si nous connaissons la longueur du plus long jour, voyons comment trouver l'arc EH de l'horizon.



Puisque la sphère céleste pivote autour des pôles de l'équateur, il est évident que H et Θ seront au méridien ABGD en même temps. Le temps entre le lever de H et sa culmination supérieure est le même que celui de l'arc équatorial ΘA, et de sa culmination inférieure à son lever est donné par GΘ. La longueur du jour est donc deux fois le temps correspondant à l'arc GΘ ; celle de la nuit, de deux fois le temps déterminé par l'arc TG — puisque les arcs de tous les cercles parallèles à l'équateur, qu'ils soient au-dessus de la Terre qu'en dessous, sont coupés en deux parties égales par le méridien.

L'arc ET est donc de la moitié de la différence entre le jour le plus long ou le plus court et le jour de l'équinoxe, soit 1¼ heure au parallèle de Rhodes, ou 18;45 degrés de temps ; son complément, l'arc ΘA, est donc de 71;15 degrés de temps. En accord avec les théorèmes précédents, les deux arcs de grands cercles EB et ZΘ sont tracés pour toucher aux arcs de grands cercles AE et AZ, se croisant en H. Nous avons donc :

$$\frac{\text{Crd arc } 2\Theta A}{\text{Crd arc } 2AE} = \frac{\text{Crd arc } 2\Theta Z}{\text{Crd arc } 2ZH} \cdot \frac{\text{Crd arc } 2HB}{\text{Crd arc } 2BE}$$

Mais arc 2ΘA = 142;30°,
donc Crd arc 2ΘA = 113;37,54^p
et arc 2AE = 180°,
donc Crd arc 2AE = 120^p.
En outre, arc 2ΘZ = 180°,
donc Crd arc 2ΘZ = 120^p,
et arc 2ZH = 132;17,20°,
donc Crd arc 2ZH = 109;44,53^p.

$$\text{Donc } \frac{\text{Crd arc } 2HB}{\text{Crd arc } 2BE} = \frac{113;37,54 : 120}{120 : 109;44,53}$$

$$= 103;55,26 : 120.$$

Mais arc 2BE = 120^p,
puisque l'arc BE est un quadrant,
donc Crd arc 2HB = 103;55,29^p,
donc arc 2HB ≈ 120°,
et arc HB ≈ 60°,

donc arc HE, son complément, est 30° sur l'horizon de 360°.

3. Les mêmes quantités étant données, comment trouver la hauteur du pôle, et vice versa

Avec les mêmes données, proposons-nous maintenant de trouver la hauteur du pôle, c'est-à-dire l'arc BZ du méridien. Dans le diagramme précédent,

$$\frac{\text{Crd arc } 2E\Theta}{\text{Crd arc } 2\Theta A} = \frac{\text{Crd arc } 2EH}{\text{Crd arc } 2HB} \cdot \frac{\text{Crd arc } 2BZ}{\text{Crd arc } 2ZA}$$

Nous avons

arc 2EΘ = 37;30°,
donc Crd arc 2EΘ = 38;34,22^p,
et arc 2ΘA = 142;30°,
donc Crd arc 2ΘA = 113;37,54^p.
Aussi, arc 2EH = 60°,
donc Crd arc 2EH = 60^p,

et arc 2HB = 120°,
donc Crd arc 2HB = 103;55,23^{p}.

$$\text{Donc } \frac{\text{Crd arc 2BZ}}{\text{Crd arc 2ZA}} = \frac{38;34,22 : 113;37,54}{60 : 103;55,23}$$

$$\approx 70;33 : 120.$$

En outre, Crd arc 2ZA = 120^{p},
donc Crd arc 2BZ = 70;33^{p},
donc arc 2BZ = 72;01°
et arc BZ ≈ 36°.

Réciproquement, dans le même diagramme, posons BZ comme l'arc de la hauteur du pôle, soit 36° tel qu'observé. Nous devons trouver la différence entre le jour le plus long ou le plus court et le jour équinoxial, soit l'arc 2EΘ. Suivant les mêmes arguments,

$$\frac{\text{Crd arc 2ZB}}{\text{Crd arc 2BA}} = \frac{\text{Crd arc 2ZH}}{\text{Crd arc 2HΘ}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2ΘE}}{\text{Crd arc 2EA}}$$

Or, l'arc 2ZB = 72°,
donc Crd arc 2ZB = 70;32,03^{p},
et arc 2BA = 108,
donc Crd arc 2BA = 97;04;56^{p}.
En outre, arc 2ZH = 132;17,20°,
donc Crd arc 2ZH = 109;44,53^{p},
donc arc 2HΘ = 47;42,40°,
donc Crd arc 2HΘ = 48;31,55^{p}.

$$\text{Donc } \frac{\text{Crd arc 2ΘE}}{\text{Crd arc 2EA}} = \frac{70;32,03 : 97;04,56}{109;44,53 : 48;31,55}$$

$$= 31;11,23 : 97;04,56$$

$$\approx 38;34 : 120.$$

Or, Crd arc 2EA = 120^{p},
donc Crd arc 2EΘ = 38;34^{p},
donc arc 2EΘ ≈ 37;30°,

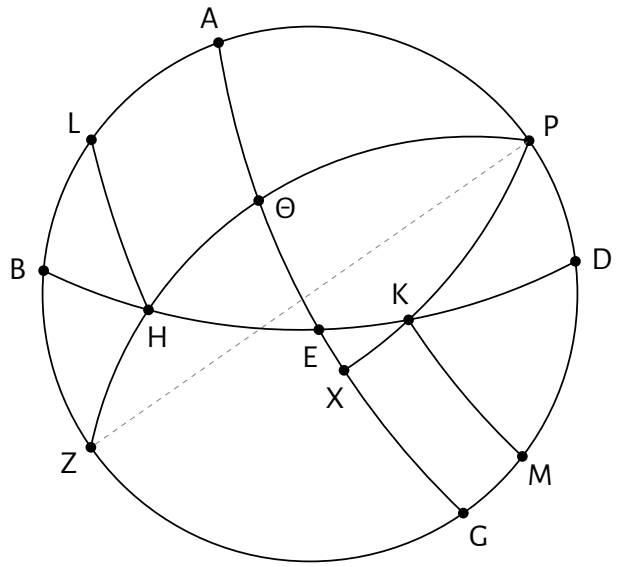
ou 2½ heures équinoxiales.

Par les mêmes moyens encore, on peut trouver l'arc EH de l'horizon. Ainsi,

$$\frac{\text{Crd arc 2ZA}}{\text{Crd arc 2AB}} = \frac{\text{Crd arc 2ZΘ}}{\text{Crd arc 2ΘH}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2HE}}{\text{Crd arc 2EB}}$$

et (Crd arc 2ZA : Crd arc 2AB) est une proportion connue, alors (Crd arc 2ZΘ : Crd arc 2ΘH). Donc, puisque l'arc EB est connu, l'arc EH l'est aussi.

Même si nous faisions de H, plutôt que l'endroit du solstice d'hiver, n'importe quel autre degré de l'écliptique, les arcs EΘ et EH seront connus par le même raisonnement, puisque nous avons déjà établi, dans le « Tableau des inclinaisons », l'arc de méridien compris entre l'écliptique et l'équateur pour chaque degré de l'écliptique —



cet arc correspond à HΘ.

Il s'ensuit bien sûr que les points de l'écliptique croisés par un même cercle parallèle — autrement dit, les points à égale distance du même solstice — coupent des arcs de l'horizon qui sont égaux et de même côté de l'équateur, et qu'elles donnent la durée des jours et des nuits, égales, chacune à chacune de ces deux parties des nycthémères [cycle jour/nuit], qui sont semblables. Nous avons aussi démontré que les points placés sous des parallèles égaux — autrement dit, à égale distance du point équinoxial — coupent sur l'horizon des arcs égaux de chaque côté de l'équateur, et donnent les durées des jours et des nuits,

réciproquement égales pour celles de ces mêmes parties, et de dénomination contraire.

Reprenons le même diagramme, et ajoutons-y le point K, où un cercle parallèle au parallèle contenant H croise le demi-cercle BED de l'horizon. Prenons maintenant, sur ces parallèles, les arcs HL et KM, alternes [opposés] et égaux. Traçons, en passant par K et le pôle nord, le quart de grand cercle PKX, l'arc ΘA sera égal à l'arc XG, parce que les deux sont proportionnels, respectivement, à LH et MK. L'arc complémentaire EΘ est donc égal à l'arc complémentaire EX. Maintenant, dans les deux triangles sphériques EHΘ et EKX, nous avons deux paires de côtés égaux correspondants — EΘ à EX, et HΘ à KX —, et les angles à Θ et à X sont droits ; la base EH est donc égale à la base KE.

4. Comment calculer pour quelles régions, quand, et à quelle fréquence le Soleil atteint le zénith

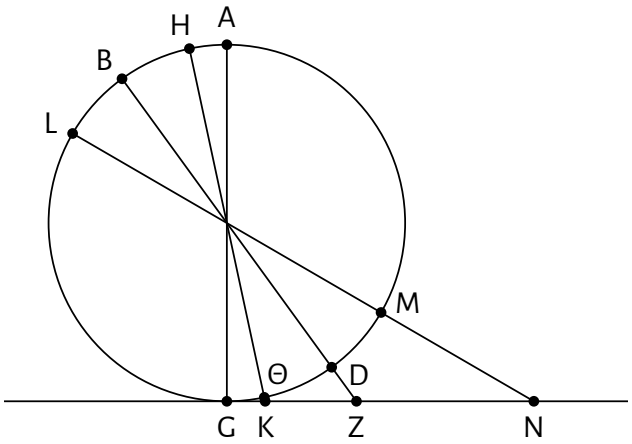
Les données ainsi obtenues nous permettent facilement de connaitre pour quels points de la Terre, quand, et à quelle fréquence le Soleil passe à la verticale. De toute évidence, le Soleil ne passe jamais à la verticale des parallèles plus éloignés de l'équateur que le tropique estival, qui en est à 23° 51' 20" environ. De même, il est à la verticale des points sur ce tropique une fois par année, et deux fois l'an pour ceux qui sont plus près de l'équateur. Le tableau des inclinaisons permet de trouver quand cela se produit : prenons la distance à l'équateur, en degrés, du parallèle concerné — pour autant qu'il soit moindre que le tropique d'été — et cherchons cette valeur dans les secondes colonnes [« du méridien »] ; la première colonne de cette rangée nous indiquera le nombre de degrés, mesurés sur le quart de cercle [de l'écliptique], entre le Soleil et le point équinoxial lorsqu'il est à la verticale du parallèle en question.

Exemple

Pour la latitude de Mexico (19° 26'), nous obtenons une valeur située entre 55° et 56°, soit environ 55° 45' par interpolation. Cette valeur est à prendre entre l'équinoxe de printemps et le solstice d'été, ou à soustraire de l'équinoxe d'automne vers le solstice d'été. Nous verrons, dans la partie sur la théorie solaire (III 7), que le Soleil parcourt en moyenne 0,9856° par jour, ce qui donne (55° 45' ÷ 0,9856 ≈) 56½ jours ; il se trouve donc à ces longitudes 56 jours après l'équinoxe de printemps et 56 jours avant celui d'automne, soit environ vers le 16 mai et vers le 27 juillet, dates confirmées par SkySafari 6 Pro. La procédure est aussi valable dans l'hémisphère Sud, mais en tenant compte du renversement des saisons : ainsi, pour Jakarta (latitude 6° 12' S), on trouve environ 15° 29' par interpolation. Le Soleil parcourt cet angle en (15° 29' ÷ 0,9856 ≈) 16 jours et se trouve donc à ces positions 16 jours avant l'équinoxe de printemps ou après l'équinoxe d'automne, donc vers le 5 mars et vers le 7 octobre, dates aussi confirmées par SkySafari 6 Pro.

5. Comment trouver le ratio des gnomons aux ombres équinoxiales et solsticielles de midi pour les quantités susmentionnées

Démontrons maintenant comment le rapport de la longueur de l'ombre à celle du gnomon peut être trouvé simplement une fois que l'arc entre les solstices et l'arc entre l'horizon et le pôle sont connus. Sur ce cercle méridien ABGC de centre E, prenons A comme la verticale du lieu et traçons le diamètre AEG. À angles droits de celui-ci, dans le plan du méridien, traçons la droite GKZN. La Terre étant comme un point et un centre relative à la sphère [l'orbite apparente] du Soleil, il n'y a donc pas de différence entre le centre E et l'extrémité supérieure du gnomon,



posons donc GE comme étant le gnomon, et la ligne GKZN, celle où tombent les ombres à midi. Nous traçons aussi, passant par E, les rayons de midi aux équinoxes (BEDZ) et aux solstices (HEΘK estival et LEMN hivernal). GK sera donc l'ombre au solstice d'été, GZ à l'équinoxe, et GN au solstice d'hiver. Puisque l'arc GD, correspondant à la hauteur du pôle nord [céleste] au-dessus de l'horizon, est de 36° (avec le méridien ABG de 360°) à la latitude de nos exemples, et que l'arc ΘD et l'arc DM sont tous deux de 23;51,20°, l'arc GΘ est donc, par soustraction, de 12;08,40°, et par addition, l'arc GM = 59;51,20°. Nous avons donc :

$$\angle \text{KEG} = 12;08,40°$$
$$\angle \text{ZEG} = 36°$$
$$\angle \text{NEG} = 59;51,20°$$

où 4 angles droits font 360°.
Or, si deux angles droits font 360ω [1],

$$\angle \text{KEG} = 24;17,20ω$$
$$\angle \text{ZEG} = 72ω$$
$$\angle \text{NEG} = 119;42,40ω$$

Ainsi, dans les cercles circonscrits aux triangles droits KEG, ZEG, et NEG,

arc GK = 24;17,20°
et arc GE = 155;42,40°,
son supplément
et arc GZ = 72°
et arc GE = 108°, de même
arc GN = 119;42,40°
et arc GE = 60;17,20°,
son supplément.
Donc si Crd arc GK = $25;14,43^p$,
Crd arc GE = $117;18,51^p$,
et si Crd arc GZ = $70;32,04^p$,
Crd arc GE = $97;04,56^p$,
et si Crd arc GN = $103;46,16^p$,
Crd arc GE = $60;15,42^p$.

Si on considère que le gnomon GE fait 60 parties, alors dans les mêmes unités, l'ombre estivale GK ≈ $12;55^p$, l'ombre équinoxiale GZ ≈ $43;36^p$, et l'ombre hivernale GN ≈ $103;20^p$ [2].

À l'inverse, il est clair que, si deux de ces rapports du gnomon aux trois ombres sont donnés, alors on connait la hauteur du pôle de même que l'arc entre les tropiques, puisque si deux angles donnés passent par E, le troisième est aussi donné, puisque DΘ et DM sont égaux. Toutefois, pour obtenir des résultats précis, les quantités précédentes peuvent être déterminées exactement par la méthode que nous avons expliquée, puisque le rapport [de la longueur] des ombres en question au gnomon ne peut pas être déterminée avec une précision égale, le moment des équinoxes n'étant pas bien déterminé, et l'extrémité de l'ombre au solstice d'hiver [3] est indistincte.

---

1 Halma utilise le symbole de degré (°) même lorsque deux angles droits forment 360 unités. Selon moi, cela peut porter à confusion. Toomer double le symbole de degré (°°) ; Unicode permet toutefois d'utiliser le caractère ω, qui est une ligature de deux lettres «o», et que je trouve plus esthétique.

2 Toomer note que la corde de 72° est, selon le tableau des cordes, de $70;32,03^p$, mais que tous les manuscrits, incluant ceux de la tradition arabe, ont $70;32,04^p$, une erreur qui date probablement de Ptolémée lui-même, selon Toomer. Plus loin, Toomer se questionne sur la possibilité que Ptolémée ait utilisé une ancienne version de son tableau des cordes.

3 Halma dit «des solstices», avec sa version grecque «τῶν δὲ τροπικῶν τὰ τῶν κορυφῶν ἄκρα δυσδιάκριτα», tandis que la version grecque d'Heiberg a «τῶν δὲ χειμερινῶν τὰ τῶν κορυφῶν ἄκρα δυσδιάκριτα», conforme au manuscrit 32 de l'Université de Cambridge, folio 60, ainsi qu'au manuscrit grec 2389 de la Bibliothèque nationale de France.

6. Exposé de ce qui est propre à chaque parallèle [1]

De la même manière, nous pourrons déterminer les propriétés les plus importantes des autres parallèles. Nous procéderons par tranches d'un quart d'heure dans la durée du jour le plus long. Couvrons d'abord quelques généralités avant les particularités.

L'équateur correspond essentiellement à la limite sud du quart comprenant la région que nous habitons. C'est le seul parallèle sous lequel le jour est toujours égal à la nuit, puisque tous les parallèles sont coupés également par l'horizon, chaque section de ceux-ci étant égale qu'elle soit au-dessus ou au-dessous de l'horizon. L'équateur est le seul parallèle qui est également coupé par tous les horizons ; quand le Soleil le traverse, le jour est donc égal à la nuit où qu'on soit. Cela est dû au fait que l'équateur est un grand cercle de la sphère, tandis que les autres parallèles sont coupés inégalement. Puisque la partie du monde où nous habitons est inclinée, la portion des parallèles au sud de l'équateur est plus petite au-dessus de l'horizon que celle qui est au-dessous de l'horizon, et les jours sont alors plus courts, tandis que, pour les parallèles au nord de l'équateur, la portion au-dessus de l'horizon est plus grande, ce qui cause des jours plus longs.

Ce parallèle est aussi amphiscien [à deux ombres], puisque le Soleil en est à la verticale deux fois l'an, aux intersections de l'écliptique et de l'équateur, et les gnomons ne projettent alors aucune ombre à midi. Or, quand le Soleil est au nord de l'équateur, les ombres des gnomons de l'équateur vont vers le sud, et quand il est au sud, elles vont vers le nord. L'ombre d'un gnomon de 60^{p} à l'équateur a une ombre de 26½^{p} à chacun des solstices. « Les ombres » sont celles de midi, bien que les équinoxes et solstices ne se produisent pas exactement à ce moment, mais l'erreur est minime.

Les astres situés sur l'équateur céleste passeront à la verticale de ces lieux ; tous les astres [où qu'ils soient] se lèveront et se coucheront, puisque les pôles de la sphère céleste sont à l'horizon, et donc qu'aucun parallèle n'est toujours visible ou toujours caché, ou qu'un méridien y soit colure [tronqué].

On dit des régions équatoriales qu'elles peuvent être habitées, la température y étant modérée, puisque le Soleil n'y demeure pas longtemps à la verticale, son mouvement en latitude étant rapide aux équinoxes. L'été en serait tempéré et l'hiver, le Soleil étant tout de même proche de la verticale, ne serait pas rude. Nous ignorons toutefois quelles sortes d'habitations se trouvent là, puisque personne de nos pays n'y est allé, et ce qu'on en raconte semble plutôt tenir de la spéculation que de la réalité.

Cela complète ce qu'on peut dire à propos du parallèle de l'équateur.

À propos des autres parallèles, qui incluent, selon certains, les régions habitées, voici quelques généralités, afin de ne pas nous répéter constamment. Pour chacun, les astres passant à la verticale sont ceux situés à une distance de l'équateur égale à la latitude du lieu, mesurée sur le grand cercle qui passe par les pôles de l'équateur. Le parallèle situé à cette même distance du pôle céleste nord est toujours visible au-dessus de l'horizon, de même que les astres qui se trouvent à l'intérieur de celui-ci. En revanche, on ne voit jamais le parallèle situé à cette distance du pôle céleste sud, ni les astres qu'il renferme.

1 Toomer indique que cette portion de l'*Almageste* n'a aucun lien avec le reste de l'ouvrage et n'est ni mentionnée, ni utilisée par la suite. La proportion de l'ombre au gnomon était utilisée bien avant Ptolémée et était même importante pour les astronomes de l'époque hellénistique, « mais n'est qu'un fossile dans l'*Almageste* ».

Le deuxième parallèle, où le jour le plus long est de 12¼ heures équinoxiales, est à 4¼° de l'équateur et passe par l'ile de Taprobane [Sri Lanka], et il est aussi amphiscien, puisque le Soleil passe deux fois à sa verticale, à 79½° de part et d'autre du solstice d'été. Pendant que le Soleil traverse ces 159° [2 × 79½°], les ombres pointent vers le sud, tandis qu'elles pointent vers le nord pendant que le Soleil traverse les autres 201° [360° – 159°]. Pour un gnomon de 60 parties, l'ombre aux équinoxes est de 4;25^{p} ; celle [du solstice] d'été, de 21⅓^{p} ; et celle d'hiver, de 32^{p}.

Le troisième parallèle, où le jour le plus long est de 12½ heures équinoxiales, est à 8¼° de l'équateur et croise le golfe Avalite [1]. C'est un autre parallèle amphiscien ; le Soleil en est deux fois à la verticale, à 69° de part et d'autre du solstice d'été — quand il est dans ces 138°, les ombres vont vers le sud, tandis qu'elles vont vers le nord pendant que le Soleil est dans les 222° restants. L'ombre d'un gnomon de 60^{p} en fait 8⅝^{p} quand le Soleil est aux équinoxes, 16⅝^{p} au tropique d'été, et 37⁹⁄₁₀^{p} au tropique d'hiver.

Sous le quatrième parallèle, le jour le plus long dure 12¾ heures équinoxiales ; on est alors à 12½° de l'équateur, à la latitude du golfe Adulitique [golfe de Zula, bien que trop au nord ; voir note au paragraphe précédent]. C'est aussi un parallèle amphiscien ; le Soleil y est à la verticale à 57⅔° de part et d'autre du solstice d'été. Tandis qu'il parcourt ces 115⅓, les ombres vont vers le sud ; quand il est dans les 244⅔° restants, elles vont vers le nord. Pour un gnomon de 60^{p} toujours, les ombres sont de 13⅓^{p} aux équinoxes, 12^{p} au solstice d'été, et 44⅛^{p} au solstice d'hiver.

Au cinquième parallèle, maintenant, où le jour le plus long dure 13 h, la latitude est de 16° 27', soit celle de l'ile de Méroé [2]. C'est aussi une région amphiscienne, le Soleil en étant à la verticale lorsqu'il est à 45° du solstice d'été, d'un côté ou l'autre. Tandis qu'il traverse ces 90°, les ombres pointent vers le sud ; quand il est sur les 270° restants, elles pointent vers le nord. Un gnomon de 60 parties jette une ombre de 17¾ parties aux équinoxes, 7¾^{p} à l'été, et 51^{p} à l'hiver [3].

Le sixième est le parallèle au jour le plus long de 13¼ h, à 20° 14' de l'équateur, où se trouve Napata [Gebel Barkal]. Le Soleil est à la verticale de ce parallèle amphiscien deux fois l'an, lorsqu'il est à 31° du solstice d'été, d'un côté ou de l'autre. Pendant qu'il traverse ces 62°, l'ombre du gnomon pointe vers le sud, tandis qu'elle pointe vers le nord quand le Soleil est dans les autres 298°. L'ombre du gnomon de 60^{p} fait, sous ce parallèle, 22⅛^{p} aux équinoxes, 3¾^{p} au solstice d'été, et 58⅛^{p} à celui d'hiver.

Au septième parallèle, le jour le plus long dure 13½ h. La latitude, de 23° 51' [4], est celle de Syène [Assouan] ; c'est le premier parallèle hétéroscien [ἑτεροσκίων pour Heiberg et Halma, ἑτεροσκίος pour Toomer ; où les ombres ne vont que d'un seul côté, soit le sud], et le Soleil n'en est à la verticale qu'au solstice d'été. À ce moment, le gnomon n'a pas d'ombre (ἄσκιός [littéralement, « sans ombre »]), mais à tout autre moment, celle-ci pointe vers le nord — à 26½^{p} pour un gnomon de 60^{p} aux équinoxes, et à 65⅝^{p} au solstice d'hiver. Tous les parallèles au nord de celui-ci sont hétérosciens, et il y a toujours une ombre au gnomon, ne pointant jamais vers le sud mais toujours vers le nord, puisque le Soleil n'est jamais à leur verticale.

Le huitième parallèle a un plus long jour de 13¾ h et se trouve à 27° 12' de l'équateur, passant par Ptolémaïs Hermias, en Thébaïde [El Mansha, Égypte]. Le gnomon de 60 parties y a une

1 Le géographe et orientaliste Wilhelm Tomaschek identifie ce lieu au golfe d'Aden ; Toomer suppose plutôt le golfe de Tadjourah, près de Djibouti. L'un comme l'autre sont trop au nord, mais Ptolémée avait probablement de mauvaises références sur la position du lieu.

2 Selon Toomer, les Grecs qualifiaient cette région d'« ile » parce qu'elle est ceinte par le Nil, l'Atbara, le Nil Bleu, et peut-être quelques-uns de leurs tributaires.

3 Toomer indique que deux manuscrits ont des valeurs différentes, soit 50;51 (*Vaticanus graecus* 180) et 50⅝ (Tunis, Bibliothèque nationale, 07116).

4 Toomer calcule 23° 48' 20" et implique que Ptolémée a trafiqué la latitude pour la faire coïncider avec l'obliquité de l'écliptique.

ombre de 3½ parties au solstice d'été, 30⅝ aux équinoxes, et 74⅛ au solstice d'hiver.

Au neuvième parallèle, le jour le plus long dure 14 h, la latitude est de 30° 22' (Basse-Égypte), et l'ombre du gnomon, de 6⅝ᵖ à l'été, 35½₁₂ aux équinoxes, et 83;12ᵖ à l'hiver [1].

Au dixième parallèle, la durée du jour le plus long est de 14¼ h et la latitude, de 33° 18', soit celle du milieu de la Phénicie [Liban]. L'ombre d'été est de 10ᵖ, celle des équinoxes de 39½ᵖ, et celle d'hiver de 93½₁₂ᵖ .

Le onzième parallèle, au jour le plus long de 14½ h, est à 36° de l'équateur, passant par Rhodes. Le gnomon de 60 parties y a une ombre de 121½₁₂ parties à l'été, 43⅗ parties aux équinoxes, et 103⅓ parties à l'hiver.

Le douzième parallèle est celui avec un jour le plus long de 14¾ h, à 38° 35', passant par Smyrne [İzmir, Turquie]. Pour un gnomon de 60ᵖ, l'ombre est de 15⅔ᵖ à l'été, 47⅝ᵖ aux équinoxes, et 114¹¹½₁₂ᵖ à l'hiver.

Le treizième parallèle, avec un jour le plus long de 15 h, est à 40° 56' de l'équateur, passant par l'Hellespont [Dardanelles, Turquie]. Dans cette région, le gnomon de 60 parties jette une ombre estivale de 18½ parties, une ombre équinoxiale de 52⅛ parties, et une ombre hivernale de 127⅝ parties [2].

Au niveau du quatorzième parallèle, le jour le plus long dure 15¼ h, la latitude est de 43° 01' [3].

Ce parallèle passe par Massalia [Marseille]. Le gnomon de 60ᵖ y porte une ombre estivale de 20⅝ᵖ, des ombres équinoxiales de 55¹¹½₁₂ᵖ, et une ombre hivernale de 140¼ᵖ [4].

Le quinzième parallèle a son plus long jour de 15½ h, à 45° 01' de l'équateur, soit le milieu du Pont [mer Noire]. L'ombre estivale du gnomon de 60ᵖ est de 23¼ᵖ, celles des équinoxes de 60ᵖ, et celle de l'hiver de 155½₁₂ [5].

Le seizième est le parallèle avec un plus long jour de 15¾ heures équinoxiales, distant de l'équateur de 46° 51'. Il passe par les sources de l'Ister [Danube]. En ces régions, l'ombre estivale du gnomon est de 25½₁₂ᵖ ; aux équinoxes, de 63 1½₁₂ ; et à l'hiver, de 171⅛ᵖ.

Au dix-septième parallèle, le jour le plus long dure 16 h. Il est à 48° 32', soit la latitude des bouches du Borysthène [la rivière Dniepr en Russie, Bélarus, et Ukraine]. Sous celui-ci, le gnomon de 60ᵖ a une ombre de 27½ᵖ à l'été, 67⅝ᵖ aux équinoxes, et 188⅞₁₂ᵖ à l'hiver.

Le dix-huitième parallèle est celui dont le jour le plus long dure 16¼ heures équinoxiales. Il se trouve à 50° 04' de l'équateur et passe par le Palus Méotide [mer d'Azov ; toutefois, Marioupol, située sur ses rives, est à 47° 06' de latitude]. Le gnomon mesurant 60 parties, son ombre à l'été fera 29⅞₁₂ᵖ, 71⅔ᵖ aux équinoxes, et à l'hiver, 208⅓ᵖ [6].

Au dix-neuvième parallèle, dont le jour le plus long est de 16½ heures équinoxiales, la latitude

---

1 Toomer calcule 83;10,39 et corrige ici πγ ιβ en πγ ιβ', soit 12' plutôt que ½₁₂°. Halma, écrivant environ 175 ans plus tôt, a encore ½₁₂°.

2 Selon Toomer : « Il y a ici une étrange divergence. Pour M = 15h, on trouve φ = 40;52,21°. Toutefois, les longueurs d'ombres ne concordent ni avec M = 15h ni avec φ = 40;56°, mais avec φ = 41°. Calculs :

	M = 15 h	φ = 40;56°	φ = 41°	texte [grec]
ombre estivale	18;21,47	18;25,58	18;30,34	18;30
ombre équinoxiale	51;55,23	52;02,05	52;09,26	52;10
ombre hivernale	127;05,30	127;26,32	127;49,41	127;50

« Le parallèle [passant] par l'Hellespont est le Clima V dans les "7 climata" traditionnels […]. Il est possible qu'une valeur arrondie plus ancienne de la latitude soit à l'origine des valeurs de Ptolémée [listées] ici. »]

3 Toomer donne ici 1' plutôt que 4' (comme Halma et Heiberg), « bien que basé sur aucun manuscrit», pour faire coïncider les longueurs d'ombres, et parce que 4' serait écrit comme ιε' plutôt que comme $\overline{\delta}$. Halma a δ'' et Heiberg, δ'.

4 Toomer donne 140¼ plutôt que le 144 d'Heiberg et d'Halma, après avoir calculé 140;31,31. Ceci est plausible, puisque $\overline{\rho\mu\delta}$ deviendrait alors $\overline{\rho\mu}$ δ'.

5 Toomer indique que, la valeur calculée étant de 155;10,32ᵖ, on devrait peut-être lire ιβ (12) plutôt que ιβ' (½₁₂).»

6 Selon Toomer : « Ou peut-être plutôt 208° 03', soit $\overline{\gamma}$ plutôt que γ', la valeur calculée étant de 208° 02' 33". »

est de 51½° [1], soit celle du sud de la [Grande-] Bretagne. Son gnomon ayant 60p, l'ombre d'été en a 31⁵⁄₁₂p, celles des équinoxes ont 75⁵⁄₁₂p, et celles d'hiver 229⅓p.

Au vingtième parallèle, le jour le plus long dure 16¾ h, et la latitude est de 52° 50', soit celle des bouches du Rhin. À cette latitude, le gnomon de 60p a une ombre estivale de 33⅓p, des ombres équinoxiales de 79½₁₂p, et une ombre hivernale de 253⅙p.

Le vingt-et-unième parallèle a un jour le plus long d'une durée de 17 h et une latitude de 54° 30', passant par les bouches du Tanaïs [le Don, en Russie]. Un gnomon de 60 parties y a une ombre de 34¹¹⁄₁₂ parties à l'été, de 82⁷⁄₁₂ parties aux équinoxes, et de 278¾ parties à l'hiver.

Sous le vingt-deuxième parallèle, le jour le plus long dure 17¼ h. Dans ces régions, incluant Brigantium [erreur pour la tribu des Brigantes ; auj. Aldborough, dans le nord de l'Angleterre] et qui sont à 55° de l'équateur, le gnomon a une ombre estivale de 36¼p, des ombres équinoxiales de 85⅔p, et une ombre hivernale de 304½.

Le vingt-troisième parallèle, dont le plus long jour dure 17½ h, est à 56° de l'équateur et passe par le milieu de la [Grande-]Bretagne. Pour un gnomon de 60p, on observe une ombre de 37⅔p à l'été, 88⅝p aux équinoxes, et 335¼p à l'hiver.

Au vingt-quatrième parallèle, le jour le plus long dure 17¾ heures équinoxiales, et la distance à l'équateur est de 57°. Cela correspond notamment à la latitude de Caturactonium en [Grande-]Bretagne [Catterick, Yorkshire]. À l'été, le gnomon de 60p porte une ombre de 39⅛p, puis de 92⁵⁄₁₂p aux équinoxes et 372⅔ à l'hiver.

Sous le vingt-cinquième parallèle, le jour le plus long dure 18 h et on se trouve à 58°, latitude de la partie sud de la Petite-Bretagne [l'Irlande]. Un gnomon de 60 parties y jette une ombre de 40⅔ parties à l'été, 96 parties aux équinoxes, et 419½ parties à l'hiver.

Au vingt-sixième parallèle, le jour le plus long dure 18½ h. Cela est à 59½° de l'équateur, passant par le milieu de la Petite-Bretagne. À partir d'ici, nous ne procéderons plus par incréments de ¼ heure, puisque les parallèles seraient trop rapprochés, et la différence de hauteur du pôle de moins d'un degré entier. En outre, il n'y a plus de raison de fournir autant de détails ; nous considérons notamment superflu d'indiquer les longueurs d'ombre du gnomon pour des régions si reculées.

Le vingt-septième parallèle a un jour le plus long de 19 h, à 61° de l'équateur, et passe par le nord de la Petite-Bretagne.

Le vingt-huitième parallèle a un jour le plus long de 19½ h, à 62° de l'équateur, passant par les iles appelées Ébudes [Ἐβούδων ; les Hébrides].

29. Le jour le plus long dure 20 h, à 63° de l'équateur en passant par l'ile de Thulé [2].

30. Le jour le plus long dure 21 h, à 64½° de l'équateur, où vivent des peuples Scythes inconnus.

31. Le parallèle dont le jour le plus long dure 22 h est à 65½° de l'équateur.

32. Le jour le plus long dure 23 h à ce parallèle situé à 66° de l'équateur.

33. Le parallèle dont le jour le plus long dure 24 h est à 66° 08' 40" de l'équateur. C'est le premier des périsciens (περισκίων, περίσκιος ; litt. « à ombre tournante ») ; au solstice d'été seulement, le Soleil ne se couche pas, et l'ombre d'un gnomon se dirige vers chacun des points de l'horizon en succession. Le parallèle tropique d'été y est toujours visible, mais celui d'hiver est toujours invisible, les deux étant tangents

1 Selon Toomer : « Donc $\overline{\text{να}}$ ∠' (51½) plutôt que $\overline{\text{να}}$ ∠' Ϛ' (51½[+]⅙)°, la valeur calculée étant de 51° 28' 54". »

2 Toomer identifie Thulé aux iles Shetland, mais d'autres ont plutôt proposé les Orcades (Orkney en anglais), l'Écosse du nord, l'ile de Saaremaa (en Estonie ; Ösel en allemand), l'ile de Smøla (en Norvège), l'Islande, ou même le Groenland.

à l'horizon, l'un au-dessus, l'autre au-dessous. L'écliptique y coïncide avec l'horizon lorsque le point vernal se lève.

À des fins didactiques, proposons-nous de continuer encore plus au nord. Là où le pôle est à 67° de hauteur, les 15 degrés de chaque côté du solstice d'été ne se couchent jamais, et le « jour » le plus long y dure presqu'un mois — pendant ce temps, l'ombre couvre successivement toutes les directions à répétition. Cela peut être démontré à partir du Tableau des inclinaisons, dans lequel n'importe quel degré de distance à l'équateur — par exemple, celui qui intercepte 15° de part et d'autre du tropique — est soit toujours visible, soit toujours invisible. La distance à l'équateur de ce segment de l'écliptique donnera manifestement la quantité par laquelle la hauteur du pôle nord diffère de 90° d'un quadrant.

Où la hauteur du pôle est de 69½°, ce sont 30° de part et d'autre du solstice qui ne se couchent pas, et le Soleil sera visible pendant environ deux mois d'affilée, période pendant laquelle les gnomons sont périsciens.

À 73⅓° de latitude, un arc de 45° de part et d'autre du solstice d'été ne se couche jamais. La durée du « jour » le plus long et des ombres périsciennes y est d'environ trois mois.

À 78⅓° de latitude, un arc de 60° de part et d'autre du solstice d'été ne se couche jamais. La durée du « jour » le plus long et des ombres périsciennes y est d'environ quatre mois.

À 84° de latitude, un arc de 75° de part et d'autre du solstice d'été ne se couche jamais. La durée du « jour » le plus long et des ombres périsciennes y est d'environ cinq mois.

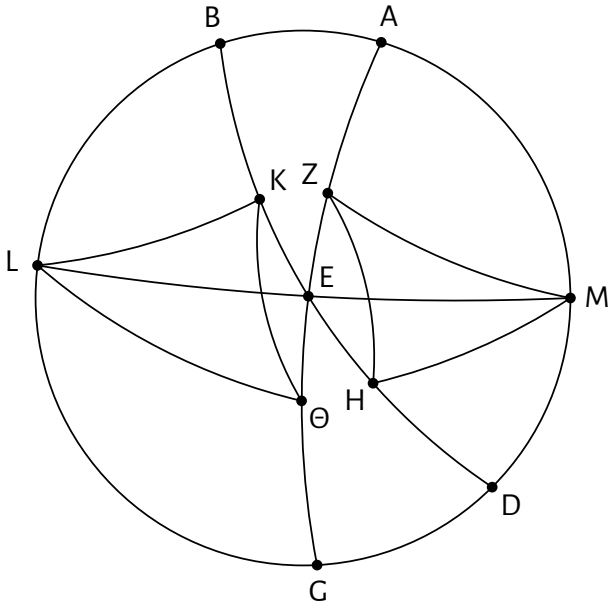
Enfin, au pôle, soit à 90° de l'équateur, la moitié nord de l'écliptique est toujours au-dessus de l'horizon et la moitié sud, toujours au-dessous de celui-ci. Ainsi, chaque année ne contient qu'un jour et une nuit, d'une durée de six mois chacun. Quand le Soleil est visible, l'ombre du gnomon est toujours périscienne. Le pôle céleste nord y est à la verticale, et l'équateur est à la limite du toujours visible et du toujours invisible : l'hémisphère [céleste] nord est toujours visible ; le sud, toujours invisible.

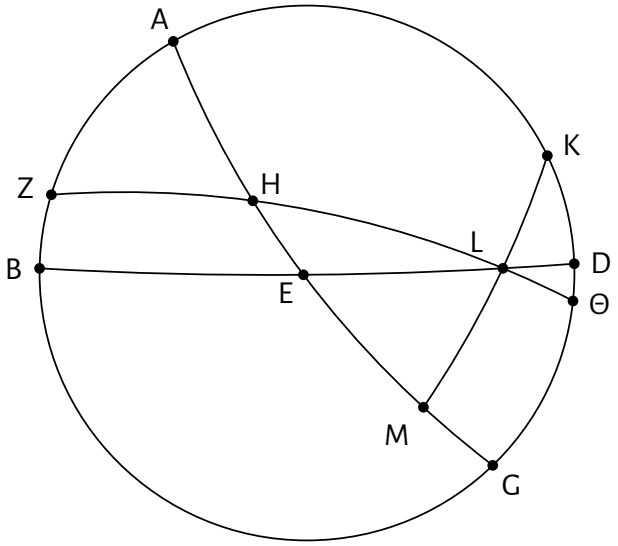
7. Des levers simultanés des arcs de l'écliptique et de l'équateur dans la sphère oblique

Maintenant que nous avons exposé les caractéristiques générales théoriquement déduites des latitudes, voyons maintenant comment calculer, pour chaque latitude, l'arc de l'équateur, mesuré en degré de temps, qui se lève avec un arc de l'écliptique, et dérivons de ce calcul des méthodes pour déterminer les autres caractéristiques.

Pour ce faire, nous continuerons l'usage, bien qu'abusif, de nommer les 12 signes du zodiaque comme s'ils commençaient aux points tropiques et équinoxiaux. Le premier signe à partir du point vernal est le Bélier, puis le Taureau, et ainsi de suite, selon l'ordre traditionnel des douze signes.

Première affirmation à démontrer : que des arcs égaux de l'écliptique, à distance égale de l'équinoxe, se lèvent en autant de temps que les arcs égaux de l'équateur correspondants. Traçons donc d'abord le cercle ABGD, correspondant au méridien, avec un point E tel que BED corresponde à la moitié de l'horizon et AEG, à la moitié de l'équateur. Ajoutons maintenant deux arcs égaux, ZH et ΘK, comme deux arcs [possibles] de l'écliptique, Z et Θ représentant [tour à tour] l'équinoxe de printemps, et H et K les points des arcs ZH et ΘK qui se lèvent. Je dis que les arcs de l'équateur qui se lèvent avec eux, soit ZE et ΘE, respectivement, sont aussi égaux.





Soit les points L et M représentant les pôles de l'équateur et, passant par eux, les arcs de grands cercles LEM, LΘ, LK, ZM, et MH. Nous avons donc

arc ZH = arc ΘK
et arc LK = arc MH
et arc EK = arc EH

puisque les parallèles passant par K et par H sont équidistants de l'équateur, de part et autre,

LKΘ ≡ MHZ
et LEK ≡ MEH
donc ∠ KLE = ∠ HME
et ∠ KLΘ = ∠ HMZ
Donc, par soustraction
∠ ELΘ = ∠ EMZ
donc EΘ = EZ

Démontrons maintenant que les arcs de l'équateur, qui se lèvent sur l'horizon avec les arcs égaux de l'écliptique et équidistants du même solstice, sont égaux au total au lever total [des arcs de l'écliptique] dans la *sphaera recta*. Soit donc le cercle ABGD, représentant le méridien, et encore BED, une moitié de l'horizon, et AEG, une moitié de l'équateur. Nous traçons maintenant deux arcs égaux de l'écliptique et équidistants du solstice d'hiver, disons ZH avec Z à l'équinoxe d'automne, et ΘH avec Θ à celui de printemps, H étant dans les deux cas le point de l'horizon qui se lève pour chacun de ces arcs — puisque ZH et ΘH sont sur le même parallèle, ΘE se levant avec ΘH, et EZ avec ZH. Il est évident, donc, que l'arc ΘEZ est égal au lever de ZH plus celui de ΘH dans la *sphaera recta*.

À preuve, considérons K comme le pôle sud de l'équateur et, passant par celui-ci et H le quadrant de grand cercle KHL, qui représente l'horizon à la *sphaera recta,* alors ΘL est l'arc qui se lève avec l'arc ΘH à la *sphaera recta* ; de même LZ est l'arc qui se lève avec l'arc ZH. La somme des deux arcs ΘLZ égale la somme des arcs ΘEZ, tous deux compris dans l'arc ΘZ. Partant de cela, il est clair que, si nous calculons pour un seul quadrant, et pour chaque latitude, les temps de levers, nous connaitrons aussi les temps de lever de chaque partie des trois autres quadrants.

Prenons donc encore une fois le parallèle passant par Rhodes, où le jour le plus long dure 14½ heures équinoxiales, et où le pôle nord céleste est à 36° au-dessus de l'horizon. Soit maintenant le cercle ABGD, représentant le méridien, ainsi qu'une moitié d'horizon BED

et une moitié d'équateur AEG, et enfin ZHΘ une moitié de l'écliptique dont H est l'équinoxe de printemps. Soit K le pôle nord de l'équateur céleste, en partant duquel nous partons le quadrant KLM, passant par L, intersection de l'écliptique et de l'horizon. Nous connaissons l'arc HL et cherchons l'arc de l'équateur qui se lève avec, soit l'arc EH. Disons que l'arc HL inclut le signe du Bélier [1].

Puisque nous avons deux arcs de grands cercles, ED et KM, qui rejoignent deux autres arcs de grands cercles, EG et CK, en se croisant en L,

$$\frac{\text{Crd arc 2KD}}{\text{Crd arc 2DG}} = \frac{\text{Crd arc 2KL}}{\text{Crd arc 2LM}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2ME}}{\text{Crd arc 2EG}}$$

$$\begin{aligned}
\text{Mais arc 2KD} &= 72°,\\
\text{donc Crd arc 2KD} &= 70;32,04^{\text{p}};\\
\text{arc 2GD} &= 108°,\\
\text{donc Crd arc 2GD} &= 97;04,56^{\text{p}},\\
\text{et arc 2KL} &= 156;40,01°,\\
\text{donc Crd arc 2KL} &= 117;31,15^{\text{p}};\\
\text{arc 2LM} &= 23;19,59°,\\
\text{donc Crd arc 2LM} &= 24;15,57^{\text{p}}.\\
\text{Donc } \frac{\text{Crd arc 2ME}}{\text{Crd arc 2EG}} &= \frac{70;32,04 : 97;04,56}{117;31,15 : 24;15,57}\\
&= 18;00,05 : 120\ [2].\\
\text{Et Crd arc 2EB} &= 120^{\text{p}}\\
\text{donc Crd arc 2ME} &= 18;00;05^{\text{p}}\\
\text{donc arc 2ME} &\approx 17;16°\\
\text{et arc ME} &\approx 8;38°
\end{aligned}$$

Puisque l'arc HM se lève avec HL dans la *sphaera recta,* il est égal à 27° 50′, tel que démontré ci-dessus. L'arc EH restant mesure donc 19° 12′.

Ceci démontre donc que le signe des Poissons se lève avec le même temps de 19° 12′, tandis que la Vierge et la Balance se lèvent en 36° 28′, soit le reste [après soustraction de 19° 12′] du double du temps de lever dans la *sphaera recta*.

Supposons maintenant que HL contienne les 60° des deux signes du Bélier et du Taureau, tout le reste demeurant identique. Alors, nous avons

$$\begin{aligned}
\text{arc 2KL} &= 138°\ 59'\ 42'',\\
\text{alors Crd arc 2KL} &= 112;23,56^{\text{p}},\\
\text{et arc 2LM} &= 41°\ 00'\ 18'',\\
\text{alors Crd arc 2LM} &= 42;01,48^{\text{p}}.\\
\text{Donc } \frac{\text{Crd arc 2ME}}{\text{Crd arc 2EG}} &= \frac{70;32,04 : 97;04,56}{112;23,56 : 42;01,48}\\
&= 32;36,04 : 120.\\
\text{Et Crd arc 2EG} &= 120^{\text{p}}.\\
\text{Donc Crd arc 2ME} &= 32;36,04^{\text{p}}.\\
\text{Donc arc 2ME} &\approx 31°\ 32',\\
\text{et arc ME} &\approx 15°\ 56'.
\end{aligned}$$

Mais nous avons vu que

$$\begin{aligned}
\text{MH} &= 57°\ 44',\\
\text{donc arc HE} &= 41°\ 58'
\end{aligned}$$

par soustraction.

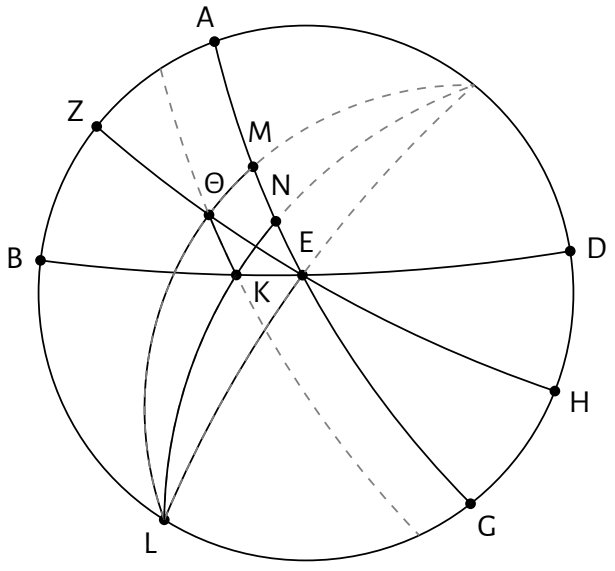
Le Bélier et le Taureau ensemble se lèvent donc en 41;58 degrés de temps, mais 19;48 degrés de temps sont nécessaires au Bélier pour se lever, ce qui laisse au Taureau 22;46 degrés de temps, qui est son temps de lever. Le même raisonnement nous indique que le Verseau se lèvera aussi en 22;46 degrés de temps ; le Lion et le Scorpion, en 37;02 degrés de temps chacun, qui est le reste du double du temps de lever dans la *sphaera recta*. Puisque le jour le plus long dure 14 h 30 min equinoxiales, et le plus court, 9 h 30 min, il est évident que le demi-cercle du Cancer au Sagittaire se lèvera en 217;30 degrés de temps de l'équateur, et le demi-cercle du Capricorne aux Gémeaux se lèvera en 142;30 degrés de temps. Chacun des quadrants situés de part et d'autre de l'équinoxe de printemps se lèvera donc en 71;15 degrés de temps, et ceux situés de part et

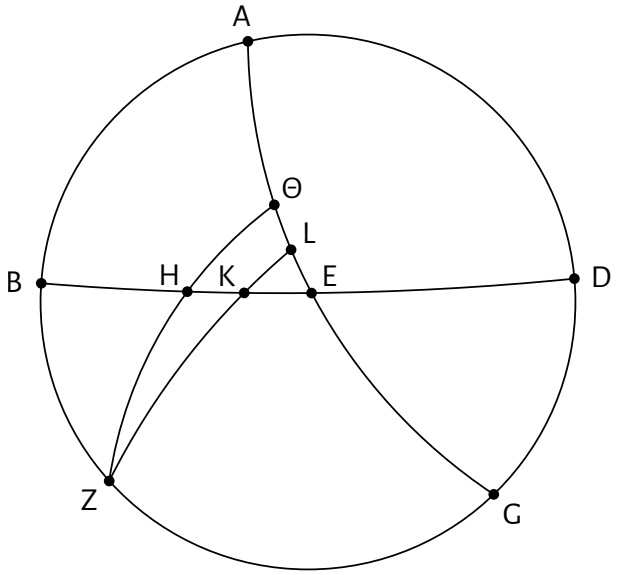
1 Ou, plus proprement, la δωδεκατημόριον «dodécatémorie» — littéralement «douzième partie», soit 360 ÷ 12 = 30° — qui est d'ailleurs le terme que Ptolémée utilise.

2 Heiberg et Toomer ont ici 70;32,04 plutôt que 70;32,03, valeur donnée par Halma suivant la traduction latine de Gérard de Crémone de 1515. Toomer indique que les manuscrits grecs et arabes ont 70;32,04, mais puisque la valeur de Crd 72 ≈ 70;32,03,13,44… parties pour un cercle de 120 parties de diamètre, j'ai préféré conserver 70;32,03, qui est aussi la valeur trouvée dans le tableau des cordes.

d'autre de l'équinoxe d'automne se lèveront en 108;45 degrés de temps. Donc, les Gémeaux et le Capricorne se lèveront chacun en 29;17 degrés de temps, complément des 71;15 degrés de temps requis pour que le quadrant se lève [moins 19;12 + 22;46], et le Cancer et le Sagittaire se lèveront chacun en 35;15 degrés de temps, soit le restant [après soustraction de 36;28 + 37;02] des 108;45 degrés de temps requis pour le lever du quadrant.

Nous pouvons bien sûr calculer les temps de lever de plus petits arcs de l'écliptique de la même manière, mais il en existe une autre, plus facile et plus méthodique. Soit le méridien ABGD, avec BED représentant une moitié de l'horizon, AEG une moitié de l'équateur, et ZEH une moitié de l'écliptique, E représentant l'équinoxe de printemps. Soit maintenant EΘ, un arc quelconque sur ZEH ; ΘK un arc d'un parallèle ; L, le pôle de l'équateur ; et LΘM, LKN, et LE, des quadrants de grands cercles. Nous voyons donc clairement que la portion E de l'écliptique se lève dans la *sphaera recta* avec l'arc EM de l'équateur, et dans la *sphaera obliqua* avec MN, puisque l'arc KΘ du parallèle, avec lequel se lève le segment EΘ, est semblable à l'arc NM de l'équateur — nous avons déjà vu que des arcs semblables de parallèles se lèvent





toujours en des temps égaux. Le lever de EΘ dans la *sphaera obliqua* est donc plus court de EN que dans la *sphaera recta*. Cela démontre que dans tous les cas, si nous décrivons des arcs de grands cercles — comme LΘM ou LKN — l'arc EN sera la différence des temps de levers entre la *sphaera recta* et la *sphaera obliqua*.

Maintenant que cela est établi, dessinons seulement la moitié de l'horizon, celle de l'équateur, et celle du méridien, et traçons deux quadrants de grands cercles ZHΘ et ZKL, passant par le pôle sud de l'équateur. Faisons de H l'intersection de l'horizon avec le parallèle passant par le solstice d'hiver, et K l'intersection avec le parallèle du début des Poissons — ou de n'importe quel autre point du quadrant. Nous avons aussi ZKL sur l'arc ZT, et EKH sur l'arc EΘ, qui se croisent en K. Nous avons donc

$$\frac{\text{Crd arc } 2\Theta H}{\text{Crd arc } 2ZH} = \frac{\text{Crd arc } 2\Theta E}{\text{Crd arc } 2EL} \cdot \frac{\text{Crd arc } 2KL}{\text{Crd arc } 2KZ}$$

Mais puisque 2ΘH est donné et est le même à toute latitude, puisque c'est l'arc entre les solstices, alors l'arc 2HZ, son supplément, est aussi connu. De même, pour le même arc de l'écliptique, l'arc 2LK est le même à toutes les latitudes — et nous le trouvons

dans le Tableau des inclinaisons — donc son supplément, l'arc 2KZ, est connu. Par division, nous avons donc (Crd arc 2ΘE : Crd arc 2EL) identiques à toutes les latitudes pour un même arc du quadrant.

Partant de cela, si nous prenons les valeurs successives de KL pour toutes les divisions du quadrant, par tranches de 10°, de l'équinoxe de printemps au solstice d'hiver, ce qui sera suffisant pour nos besoins, nous aurons toujours

arc 2ΘH = 47° 42' 40",
d'où Crd arc 2ΘH = 48;31,55^p

arc 2HZ = 132° 17' 20",
d'où Crd arc 2HZ = 109;44,53^p

Puis, pour les 10° à partir de l'équinoxe vers le solstice,

arc 2KL = 8° 03' 16",
d'où Crd arc 2KL = 8;25,39^p

arc 2KZ = 171° 56' 44",
d'où Crd arc 2KZ = 119;42,14^p.

À 20° de l'équinoxe, nous aurons

arc 2KL = 15° 54' 06",
d'où Crd arc 2KL = 16;35,56^p

arc 2KZ = 164° 05' 54",
d'où Crd arc 2KZ = 118;50,47^p.

À 30° de l'équinoxe,

arc 2LK = 23° 19' 58",
d'où Crd arc 2LK = 24;15,56^p

arc 2KZ = 156° 40' 02",
d'où Crd arc 2KZ = 117;31,15^p.

À 40° de l'équinoxe,

arc 2LK = 30° 08' 08",
d'où Crd arc 2LK = 31;11,43^p

arc 2KZ = 149° 51' 52",
d'où Crd arc 2KZ = 115;52,19^p.

À 50° de l'équinoxe,

arc 2LK = 36° 05' 46",
d'où Crd arc 2LK = 37;10,39^p

arc 2KZ = 143° 54' 14",
d'où Crd arc 2KZ = 114;05,4^p.

À 60° de l'équinoxe,

arc 2LK = 41° 00' 18",
d'où Crd arc 2LK = 42;01,48^p

arc 2KZ = 138° 59' 42",
d'où Crd arc 2KZ = 112;23,57^p.

À 70° de l'équinoxe,

arc 2LK = 44° 40' 22",
d'où Crd arc 2LK = 45;36,18^p

arc 2KZ = 135° 19' 38",
d'où Crd arc 2KZ = 110;59,47^p.

À 80° de l'équinoxe,

arc 2LK = 46° 56' 32",
d'où Crd arc 2LK = 47;47,40^p

arc 2KZ = 133° 03' 28",
d'où Crd arc 2KZ = 110;04,16^p.

De ces informations, nous pouvons déterminer que le ratio (Crd arc 2ΘH : Crd arc 2HZ), soit (48;31,55 : 109;44,53), divisé par le ratio (Crd arc 2LK : Crd arc 2KZ), dont les valeurs sont indiquées ci-dessus, à chaque 10°, donnera la proportion (Crd arc 2ΘE : Crd arc 2EL), qui est la même pour toutes les latitudes :

pour l'arc de 10°, elle est de 60 : 9;33 ;
pour l'arc de 20°, elle est de 60 : 18;57 ;
pour l'arc de 30°, elle est de 60 : 28;01 ;
pour l'arc de 40°, elle est de 60 : 36;33 ;
pour l'arc de 50°, elle est de 60 : 44;12 ;
pour l'arc de 60°, elle est de 60 : 50;44 ;
pour l'arc de 70°, elle est de 60 : 55;45 ; et
pour l'arc de 80°, elle est de 60 : 58;55.

Il est donc évident que pour chaque latitude, nous connaissons l'arc 2ΘE, puisqu'il est la différence, en degrés, entre le nombre de degrés de temps du jour de l'équinoxe et le jour le plus court. À partir donc de Crd arc 2ΘE et de la proportion (Crd arc 2ΘE : Crd arc 2EL), cette dernière sera connue, de même que l'arc 2EL. Nous soustrairons sa moitié, soit l'arc EL, qui est la différence entre le lever de l'arc de l'écliptique dans la *sphaera recta* [et celui dans la *sphaera obliqua*], du temps de lever du même arc de l'écliptique à la *sphaera recta*, et nous obtiendrons ainsi le temps de lever de cet arc à la latitude désirée.

Prenons donc comme exemple la latitude du parallèle passant par Rhodes. Nous avons donc

arc 2EΘ = 37° 30',
donc Crd arc 2EΘ ≈ 38;34^{p}.

Donc puisque

60 : 38;34 = 9;33 : 6;08
= 18;57 : 12;11
= 28;01 : 18;00
= 36;33 : 23;29
= 44;12 : 28;25
= 50;44 : 32;37
= 55;45 : 35;52
= 58;66 : 37;52

et puisque Crd arc 2EL équivaut aux valeurs données ci-dessus à chacun des intervalles de 10° précédemment mentionnés, la moitié de l'arc qu'elle sous-tend, soit l'arc EL, aura les valeurs suivantes :

pour l'arc 0–10°	2° 56'
pour l'arc 10–20°	5° 50'
pour l'arc 20–30°	8° 38'
pour l'arc 30–40°	11° 17'
pour l'arc 40–50°	13° 42'
pour l'arc 50–60°	15° 46'
pour l'arc 60–70°	17° 24'
pour l'arc 70–80°	18° 24'
pour l'arc 80–90°	18° 45'

Les temps de levers correspondants à *sphaera recta* étant de

pour l'arc 0–10°	9;10$^{\infty}$
pour l'arc 10–20°	18;25$^{\infty}$
pour l'arc 20–30°	27;50$^{\infty}$
pour l'arc 30–40°	37;30$^{\infty}$
pour l'arc 40–50°	47;28$^{\infty}$
pour l'arc 50–60°	57;44$^{\infty}$
pour l'arc 60–70°	68;18$^{\infty}$
pour l'arc 70–80°	79;05$^{\infty}$
pour l'arc 80–90°	90;00$^{\infty}$.

Il est clair qu'en soustrayant la différence, donnée par l'arc EL, du temps de lever correspondant à la *sphaera recta*, nous aurons les temps de lever des mêmes arcs à la latitude donnée, soit

pour l'arc 0–10°	6;14$^{\infty}$
pour l'arc 10–20°	12;35$^{\infty}$
pour l'arc 20–30°	19;12$^{\infty}$
pour l'arc 30–40°	26;13$^{\infty}$
pour l'arc 40–50°	33;46$^{\infty}$
pour l'arc 50–60°	41;58$^{\infty}$
pour l'arc 60–70°	50;54$^{\infty}$
pour l'arc 70–80°	60;41$^{\infty}$
pour l'arc 80–90°	71;15$^{\infty}$

Les segments de 10° se lèveront en les degrés de temps suivants :

1er segment	6;14$^{\infty}$
2e segment	6;21$^{\infty}$
3e segment	6;37$^{\infty}$
4e segment	7;01$^{\infty}$
5e segment	7;33$^{\infty}$
6e segment	8;12$^{\infty}$
7e segment	8;56$^{\infty}$
8e segment	9;47$^{\infty}$
9e segment	10;34$^{\infty}$

Maintenant que cela est démontré, il s'ensuit que les temps de lever pour les autres quadrants seront démontrés de même. Nous avons calculé les temps de lever à 10° d'intervalles pour tous

les autres parallèles, ce qui devrait être suffisant pour la pratique. Nous dressons donc un tableau de ces valeurs, en partant de l'équateur jusqu'au parallèle où le jour le plus long dure 17 h, par tranches de 30 min, puisque la différence avec l'interpolation linéaire est négligeable. La première colonne contient les 36 dizaines de degrés du cercle ; la seconde contient les degrés de temps du lever de cet arc de 10° à la latitude en question ; et le troisième, la somme de ces temps [1].

8. Tableau des levers par parallèles

Tableau des temps de lever à intervalles de 10°

Signe	Dizaines de degrés	*SPHAERA RECTA*				GOLFE AVALITE				MÉROÉ				SYÈNE				BASSE ÉGYPTE			
		12 h		0° 00′		12½ h		8° 25′		13 h		16° 27′		13½ h		23° 51′		14 h		30° 22′	
		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total	
Bélier	10	9	10	9	10	8	35	8	35	7	58	7	58	7	23	7	23	6	48	6	48
	20	9	15	18	25	8	39	17	14	8	5	16	3	7	29	14	52	6	55	13	43
	30	9	25	27	50	8	52	26	6	8	17	24	20	7	45	22	37	7	10	20	53
Taureau	10	9	40	37	30	9	8	35	14	8	36	32	56	8	4	30	41	7	33	28	26
	20	9	58	47	28	9	29	44	43	9	1	41	57	8	31	39	12	8	2	36	28
	30	10	16	57	44	9	51	54	34	9	27	51	24	9	3	48	15	8	37	45	5
Cém.	10	10	34	68	18	10	15	64	49	9	56	61	20	9	36	57	51	9	17	54	22
	20	10	47	79	5	10	35	75	24	10	23	71	43	10	11	68	2	10	0	64	22
	30	10	55	90	0	10	51	86	15	10	47	82	30	10	43	78	45	10	38	75	0
Cancer	10	10	55	100	55	10	59	97	14	11	3	93	33	11	7	89	52	11	12	86	12
	20	10	47	111	42	10	59	108	13	11	11	104	44	11	23	101	15	11	34	97	46
	30	10	34	122	16	10	53	119	6	11	12	115	56	11	32	112	47	11	51	109	37
Lion	10	10	16	132	32	10	41	129	47	11	5	127	1	11	29	124	16	11	55	121	32
	20	9	58	142	30	10	27	140	14	10	55	137	56	11	25	135	41	11	54	133	26
	30	9	40	152	10	10	12	150	26	10	44	148	40	11	16	146	57	11	47	145	13
Vierge	10	9	25	161	35	9	58	160	24	10	33	159	13	11	5	158	2	11	40	156	53
	20	9	15	170	50	9	51	170	15	10	25	169	38	11	1	169	3	11	35	168	28
	30	9	10	180	0	9	45	180	0	10	22	180	0	10	57	180	0	11	32	180	0
Balance	10	9	10	189	10	9	45	189	45	10	22	190	22	10	57	190	57	11	32	191	32
	20	9	15	198	25	9	51	199	36	10	25	200	47	11	1	201	58	11	35	203	7
	30	9	25	207	50	9	58	209	34	10	33	211	20	11	5	213	3	11	40	214	47
Scorpion	10	9	40	217	30	10	12	219	46	10	44	222	4	11	16	224	19	11	47	226	34
	20	9	58	227	28	10	27	230	13	10	55	232	59	11	25	235	44	11	54	238	28
	30	10	16	237	44	10	41	240	54	11	5	244	4	11	29	247	13	11	55	250	23

1 Pour simplifier, la procédure peut être décrite comme suit. On prend la différence, en heures, entre le jour le plus long et la durée du jour à l'équinoxe (12 h), et on la multiplie par 15, obtenant des degrés de temps. Le rapport de 60 à la corde de cet angle est toujours le même, ce qui nous donne Crd arc 2EL pour la latitude. De là, on trouve EL, que l'on soustrait du temps requis à *sphaera recta*, ce qui nous donne le temps à *sphaera obliqua*.

Signe	Dizaines de degrés	*SPHAERA RECTA*				GOLFE AVALITE				MÉROÉ				SYÈNE				BASSE ÉGYPTE			
		12 h		0° 00′		12½ h		8° 25′		13 h		16° 27′		13½ h		23° 51′		14 h		30° 22′	
		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total	
Sagit.	10	10	34	248	18	10	53	251	47	11	12	255	16	11	32	258	45	11	51	262	14
	20	10	47	259	5	10	59	262	46	11	11	266	27	11	23	270	8	11	34	273	48
	30	10	55	270	0	10	59	273	45	11	3	277	30	11	7	281	15	11	12	285	0
Capric.	10	10	55	280	55	10	51	284	36	10	47	288	17	10	43	291	58	10	38	295	38
	20	10	47	291	42	10	35	295	11	10	23	298	40	10	11	302	9	10	0	305	38
	30	10	34	302	16	10	15	305	26	9	56	308	36	9	36	311	45	9	17	314	55
Verseau	10	10	16	312	32	9	51	315	17	9	27	318	3	9	3	320	48	8	37	323	32
	20	9	58	322	30	9	29	324	46	9	1	327	4	8	31	329	19	8	2	331	34
	30	9	40	332	10	9	8	333	54	8	36	335	40	8	4	337	23	7	33	339	7
Poissons	10	9	25	341	35	8	52	342	46	8	17	343	57	7	45	345	8	7	10	346	17
	20	9	15	350	50	8	39	351	25	8	5	352	2	7	29	352	37	6	55	353	12
	30	9	10	360	0	8	35	360	0	7	58	360	0	7	23	360	0	6	48	360	0

Signe	Diz. de deg.	RHODES				HELLESPONT				CENTRE DU PONT				BOUCHES DU BORYSTHÈNE				SUD DE LA GRANDE-BRETAGNE				BOUCHES DU TANAIS			
		14½ h		36° 00′		15 h		40° 56′		15½ h		45° 01′		16 h		48° 32′		16½ h		51° 30′		17 h		54° 01′	
		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total	
Bélier	10	6	14	6	14	5	40	5	40	5	8	5	8	4	36	4	36	4	5	4	5	3	36	3	36
	20	6	21	12	35	5	47	11	27	5	14	10	22	4	43	9	19	4	12	8	17	3	43	7	19
	30	6	37	19	12	6	5	17	32	5	33	15	55	5	1	14	20	4	31	12	48	4	0	11	19
Taureau	10	7	1	26	13	6	29	24	1	5	58	21	53	5	26	19	46	4	56	17	44	4	26	15	45
	20	7	33	33	46	7	4	31	5	6	34	28	27	6	5	25	51	5	34	23	18	5	4	20	49
	30	8	12	41	58	7	46	38	51	7	20	35	47	6	52	32	43	6	25	29	43	5	56	26	45
Gém.	10	8	56	50	54	8	38	47	29	8	15	44	2	7	53	40	36	7	29	37	12	7	5	33	50
	20	9	47	60	41	9	32	57	1	9	19	53	21	9	5	49	41	8	49	46	1	8	33	42	23
	30	10	34	71	15	10	29	67	30	10	24	63	45	10	19	60	0	10	14	56	15	10	7	52	30
Cancer	10	11	16	82	31	11	21	78	51	11	26	75	11	11	31	71	31	11	36	67	51	11	43	64	13
	20	11	47	94	18	12	2	90	53	12	15	87	26	12	29	84	0	12	45	80	36	13	1	77	14
	30	12	12	106	30	12	30	103	23	12	53	100	19	13	15	97	15	13	39	94	15	14	3	91	17
Lion	10	12	20	118	50	12	46	116	9	13	12	113	31	13	40	110	55	14	7	108	22	14	36	105	53
	20	12	23	131	13	12	52	129	1	13	22	126	53	13	51	124	46	14	22	122	44	14	52	120	45
	30	12	19	143	32	12	51	141	52	13	22	140	15	13	54	138	40	14	24	137	8	14	54	135	39
Vierge	10	12	13	155	45	12	45	154	37	13	17	153	32	13	49	152	29	14	19	151	27	14	50	150	29
	20	12	9	167	54	12	43	167	20	13	16	166	48	13	47	166	16	14	18	165	45	14	47	165	16
	30	12	6	180	0	12	40	180	0	13	12	180	0	13	44	180	0	14	15	180	0	14	44	180	0
Balance	10	12	6	192	6	12	40	192	40	13	12	193	12	13	44	193	44	14	15	194	15	14	44	194	44
	20	12	9	204	15	12	43	205	23	13	16	206	28	13	47	207	31	14	18	208	33	14	47	209	31
	30	12	13	216	28	12	45	218	8	13	17	219	45	13	49	221	20	14	19	222	52	14	50	224	21

Signe	Diz. de deg.	RHODES				HELLESPONT				CENTRE DU PONT				BOUCHES DU BORYSTHÈNE				SUD DE LA GRANDE-BRETAGNE				BOUCHES DU TANAIS			
		14½ h		36° 00′		15 h		40° 56′		15½ h		45° 01′		16 h		48° 32′		16½ h		51° 30′		17 h		54° 01′	
		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total		°	1/60°	Total	
Scorpion	10	12	19	228	47	12	51	230	59	13	22	233	7	13	54	235	14	14	24	237	16	14	54	239	15
	20	12	23	241	10	12	52	243	51	13	22	246	29	13	51	249	5	14	22	251	38	14	52	254	7
	30	12	20	253	30	12	46	256	37	13	12	259	41	13	40	262	45	14	7	265	45	14	36	268	43
Sagit.	10	12	12	265	42	12	30	269	7	12	53	272	34	13	15	276	0	13	39	279	24	14	3	282	46
	20	11	47	277	29	12	2	281	9	12	15	284	49	12	29	288	29	12	45	292	9	13	1	295	47
	30	11	16	288	45	11	21	292	30	11	26	296	15	11	31	300	0	11	36	303	45	11	43	307	30
Capric.	10	10	34	299	19	10	29	302	59	10	24	306	39	10	19	310	19	10	14	313	59	10	7	317	37
	20	9	47	309	6	9	32	312	31	9	19	315	58	9	5	319	24	8	49	322	48	8	33	326	10
	30	8	56	318	2	8	38	321	9	8	15	324	13	7	53	327	17	7	29	330	17	7	5	333	15
Verseau	10	8	12	326	14	7	46	328	55	7	20	331	33	6	52	334	9	6	25	336	42	5	56	339	11
	20	7	33	333	47	7	4	335	59	6	34	338	7	6	5	340	14	5	34	342	16	5	4	344	15
	30	7	1	340	48	6	29	342	28	5	58	344	5	5	26	345	40	4	56	347	12	4	26	348	41
Poissons	10	6	37	347	25	6	5	348	33	5	33	349	38	5	1	350	41	4	31	351	43	4	0	352	41
	20	6	21	353	46	5	47	354	20	5	14	354	52	4	43	355	24	4	12	355	55	3	43	356	24
	30	6	14	360	0	5	40	360	0	5	8	360	0	4	36	360	0	4	5	360	0	3	36	360	0

9. Des effets particuliers qui résultent des levers

Cette liste des temps de lever facilitera la compréhension du reste de cette théorie, et nous n'aurons besoin ni de schémas particuliers, ni d'autres tableaux spécifiques, comme nous le verrons par ce qui vient.

On peut trouver la longueur d'une journée ou d'une nuit donnée comme suit. On prend le total des temps de levers obliques, du degré du Soleil au degré diamétralement opposé — pour la nuit, on prend du point opposé au Soleil jusqu'à ce dernier. Le quinzième du total des temps est le nombre d'heures équinoxiales de la durée du jour, tandis que la douzième partie du total des temps est la durée de l'heure saisonnière de cette même longueur du jour.

Nous pouvons trouver plus facilement la durée de l'heure [saisonnière] grâce au tableau des levers qui précède, dans lequel nous prenons la différence entre l'ascension droite [lever à *sphaera recta*] et l'ascension oblique [lever à *sphaera obliqua*] du Soleil pour la date (ou entre l'ascension droite et l'ascension oblique de l'opposé de la position [du Soleil] pour la nuit). Cette différence est divisée par 6. Puis, si le Soleil est au nord de l'équateur, on ajoute le quotient à 15 ; sinon, on le retranche de 15, ce qui

Exemple

À titre d'exemple, prenons le 21 mai à la latitude du «centre du Pont», soit 45° 01′, qui correspond grosso modo à celle de Montréal. Le Soleil se trouve alors à 0° des Gémeaux (le signe ; pas la constellation !). Pour cette latitude, on a donc, de 0° Gem à 0° Sgr, 8;15$^{\infty}$ + 9;19$^{\infty}$ + 10;24$^{\infty}$ + 11;26$^{\infty}$ + 12;15$^{\infty}$ + 12;53$^{\infty}$ + 13;12$^{\infty}$ + 13;22$^{\infty}$ + 13;22$^{\infty}$ + 13;17$^{\infty}$ + 13;16$^{\infty}$ + 13;12$^{\infty}$ + 13;12$^{\infty}$ + 13;16$^{\infty}$ + 13;17$^{\infty}$ + 13;22$^{\infty}$ + 13;22$^{\infty}$ + 13;12$^{\infty}$, ce qui donne un total de 223;54$^{\infty}$. En divisant par 15, nous trouvons 14 h 56 min, qui est la durée du jour (timeanddate.com donne 15 h 04 min pour cette latitude, ce qui tient toutefois compte de la réfraction atmosphérique). Alternativement, en divisant par 12 plutôt que par 15, nous avons 18;39½$^{\infty}$, qui est la longueur d'une heure saisonnière du jour pour cette date, soit 1 h 14 min 38 s équinoxiale.

Exemple

Prenons encore comme exemple le 21 mai à la latitude de 45° 01', avec le Soleil à 0° Gem (= 30° Tau). Nous trouvons comme ascension droite totale 57;44ϞϞ, duquel on soustrait l'ascension oblique totale de 35;47ϞϞ, ce qui donne 21;57ϞϞ. Cette différence est divisée par 6 pour donner 3;39½ϞϞ, que l'on ajoute à 15, et nous avons encore une fois 18;39½ϞϞ, comme à l'exemple précédent.

nous donne enfin le nombre de degrés de temps de l'heure saisonnière en question.

Nous pouvons aussi convertir les heures saisonnières en heures équinoxiales pour une certaine date en les multipliant par le nombre de degrés de temps de l'heure du jour (ou de la nuit, selon le cas) donné pour la latitude donnée. Nous divisons ensuite par 15 pour obtenir le total d'heures équinoxiales. À l'inverse, nous pouvons multiplier l'heure équinoxiale par 15 et diviser par la longueur de l'heure du jour [ou de la nuit] correspondante à la date et à la latitude.

Nous pouvons aussi déterminer, pour une date et une heure données, exprimées en temps saisonnier, le degré de l'écliptique qui se lève à ce moment. Cela est fait en multipliant le nombre d'heures depuis le lever du Soleil (ou son

Exemple

Par exemple, le 21 mai, à la latitude de 45° 01' encore une fois, l'heure saisonnière dure 18;39½ϞϞ (voir exemple précédent). Si on multiplie cela, disons par 5, nous avons 93;15ϞϞ, puis nous divisons par 15 pour obtenir 6 h 13 min, qui est la durée, en heures équinoxiales, de cinq heures saisonnières du jour.

coucher, si nous avons un moment nocturne) par la durée de l'heure correspondante en degrés de temps. Nous ajoutons cela au temps de lever, à la latitude visée, de la longitude solaire (ou du point opposé, la nuit), et le degré avec le temps de lever correspondant à ce total se lèvera à ce moment [1].

Pour savoir quel point [de l'écliptique] culmine au méridien, nous multiplions les heures saisonnières depuis midi jusqu'à l'heure donnée, par la durée de l'heure concernée en degrés de temps, et nous ajoutons le produit au temps de

Exemple

Supposons maintenant que nous sommes le 7 décembre. Le Soleil est à 255° de longitude écliptique, soit 15° Sgr. L'ascension droite est alors de 253° 42' et l'ascension oblique de 278° 42', une différence de 25°. Maintenant, 25 ÷ 6 = 4;10ϞϞ, que l'on soustrait de 15ϞϞ, ce qui nous donne 10;50ϞϞ par heure saisonnière. Notre observation a lieu à 11 h 15 min équinoxiales, et le Soleil s'est levé à 7 h 24 min, ce qui est une différence de 3 h 51 min équinoxiales, soit 41;42½ϞϞ ou 83° 25', que l'on ajoute à la position du Soleil, pour un total de 338° 25', qui est la longitude écliptique du point de l'écliptique qui se lève à ce moment — SkySafari 6 Pro donne environ 318° 34' pour l'an 2022, une différence principalement due à la précession des équinoxes et à l'obliquité de l'écliptique différente par rapport à celle de l'époque de Ptolémée.

lever du degré du Soleil dans la *sphaera recta*. Le degré de l'écliptique dont le temps de lever à la *sphaera recta* est égal au total sera au méridien culminant à ce moment-là.

De même, nous pouvons aussi connaitre la longitude du point culminant en prenant, dans le tableau des ascensions obliques, le nombre correspondant au point de l'écliptique qui

Exemple

Prenons ici comme exemple le 5 juin à 17 h locales, à la latitude de Londres, soit 51° 30'. Il s'est alors écoulé 5 h équinoxiales depuis le dernier midi, et le Soleil est à 75° de longitude écliptique, soit 73;41½ϞϞ d'ascension droite. L'heure saisonnière dure alors 20;20⅝ϞϞ ; nous divisons donc les 5 h équinoxiales, soit 75ϞϞ, par ce nombre, ce qui nous donne 3 h 41 min 10 s saisonnières d'écoulées depuis le dernier midi, ou 55;17½ϞϞ. Nous ajoutons cela à l'ascension droite, soit 73;41½ϞϞ, pour un total de 128;16½ϞϞ, qui est enfin la longitude du point de l'écliptique qui culmine alors au méridien.

1 Toomer résume ainsi un paragraphe ambigu de Ptolémée. Halma a le texte complet, mais j'ai choisi la version simplifiée.

se lève. Nous soustrayons ensuite les 90° du quadrant et consultons la ligne correspondant au résultat dans le tableau des ascensions droites, ce qui nous donne le point passant au méridien. Inversement, nous pouvons prendre la longitude du point culminant et en y ajoutant 90°, somme que nous rechercherons dans le tableau des ascensions obliques pour savoir quel degré se lève à ce moment-là.

Enfin, il est évident que tous les gens vivant sous un même méridien voient le Soleil à la même distance du midi ou du minuit, comptée en heures équinoxiales ; pour les gens des autres méridiens, toutefois, la distance du Soleil au midi ou au minuit est différente de la précédente d'un nombre de degrés de temps égal à la distance entre les deux méridiens en degrés.

Exemple

Reprenons l'exemple du 7 décembre à 11 h 15 min équinoxiales ; le point situé à 338° 25' se lève alors, comme nous l'avons vu. Soustrayons 90° pour obtenir 248° 25', qui correspond environ à 11° du Sagittaire, soit 251°, qui est effectivement le point de l'écliptique passant au méridien.

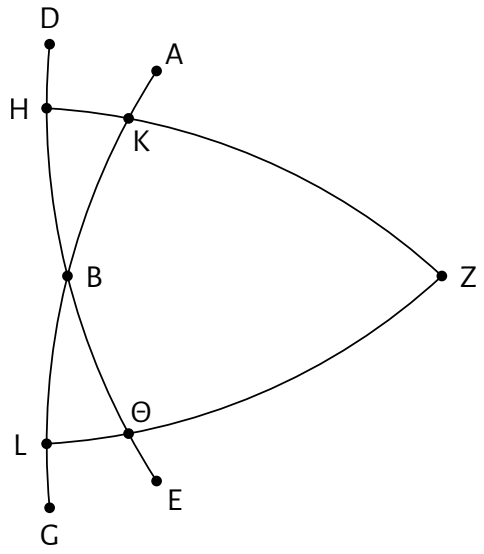
10. Des angles entre l'écliptique et le méridien

Il nous reste à discuter des angles entre l'écliptique et le méridien. Définissons d'abord l'angle entre deux grands cercles comme suit : ils forment un angle droit lorsqu'un cercle ayant comme pôle l'intersection des grands cercles et n'importe quel rayon intercepte 90° entre les segments des grands cercles formant l'angle, et, en général, que quelconque portion de l'arc de cercle intercepté ainsi décrit est en rapport au cercle entier comme le rapport des angles des plans à quatre angles droits. Donc, dans un cercle dont la circonférence est de 360°, l'angle sous-tendant l'arc intercepté contiendra le même nombre de degrés que l'arc, dans un système ou un angle droit contient 90°.

De tous les angles formés par l'écliptique, les plus utiles pour nous sont ceux formés par son intersection avec le méridien ou avec l'horizon, dans chaque position que l'écliptique peut prendre par rapport à ceux-ci, de même que ceux formés avec un grand cercle passant par les pôles de l'horizon, qui nous permettront de connaitre l'arc de ce cercle compris entre son intersection avec l'écliptique et le zénith. En plus d'avoir une valeur didactique, ces démonstrations serviront beaucoup dans la détermination de la parallaxe lunaire, un sujet impossible à comprendre sans avoir d'abord compris comment calculer ces angles.

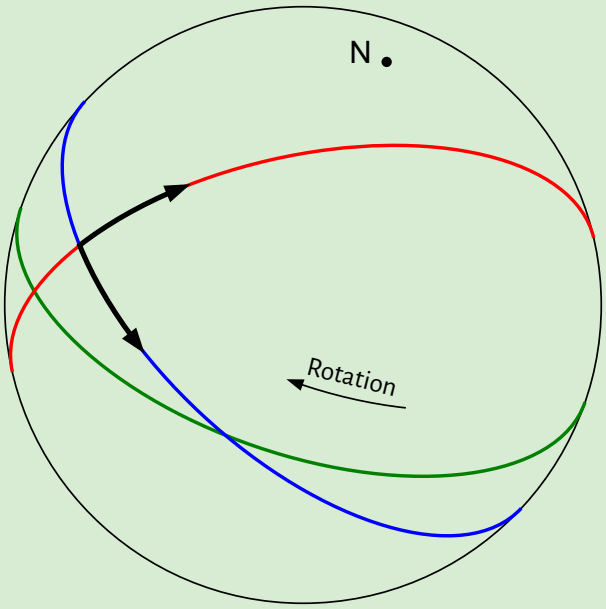
Il y a toujours quatre angles à l'intersection de deux cercles, soit l'écliptique et un autre, mais nous ne parlerons que d'un seul, à savoir celui qui se trouve derrière l'intersection des deux cercles et au nord de l'écliptique.

Le calcul des angles formés par l'écliptique et le méridien étant le plus simple, commençons donc par ceux-ci, en démontrant d'abord que



Note

Cette image, adaptée de A History of Ancient Mathematical Astronomy (fig. I.38), indique à quel angle Ptolémée fait référence, en trait noir épais. L'équateur est en vert ; l'écliptique, en bleu ; et le cercle qui nous intéresse, en rouge. La sphère céleste est ici vue de l'extérieur.



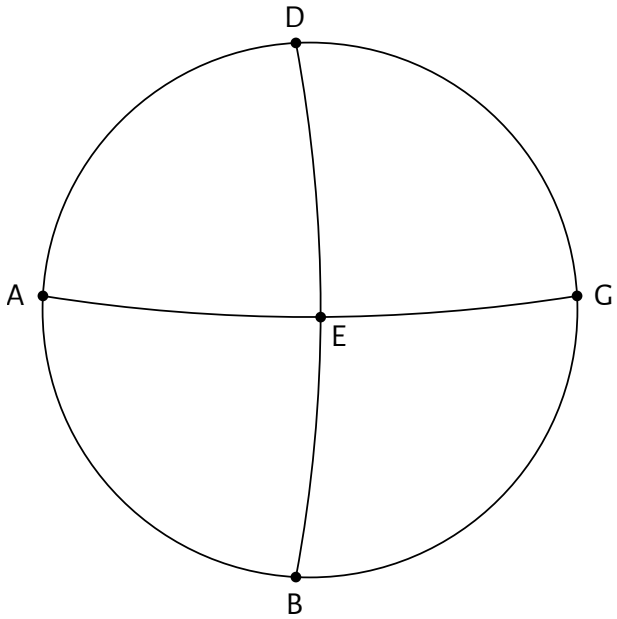
les points de l'écliptique à distance égale du même équinoxe forment tous des angles égaux entre eux. Soit un arc de l'équateur, ABG, et un arc de l'écliptique, DBE, avec Z étant le pôle de l'équateur. Traçons deux arcs égaux, BH et BΘ, de part et d'autre de l'équinoxe B, et passons parle pôle Z et les points H et Θ les arcs méridiens ZKH et ZΘL. Je dis que l'angle KHB est égal à l'angle ZΘE. Ceci est évident, puisque le triangle sphérique BHK est équiangle au triangle sphérique BΘL, puisque les trois côtés correspondants dans chaque triangle sont égaux, soit HB à BΘ, HK à ΘL, et BK à BL, tel que démontré précédemment. Nous avons donc

$$\angle KHB = \angle B\Theta L = \angle Z\Theta E$$

Aussi, nous devons démontrer que la somme des angles formés avec le méridien par des points de l'écliptique équidistants d'un même solstice est égale à deux angles droits [soit 180°]. Cela est évident, puisque les points D et E sont à égale distance du solstice, et donc que l'arc DZ est égal à l'arc ZE. Ainsi, l'angle ZDB est égal à l'angle ZEB. Comme $\angle ZEB + \angle ZEG = 180°$, $\angle ZDB + \angle ZEG = 180°$.

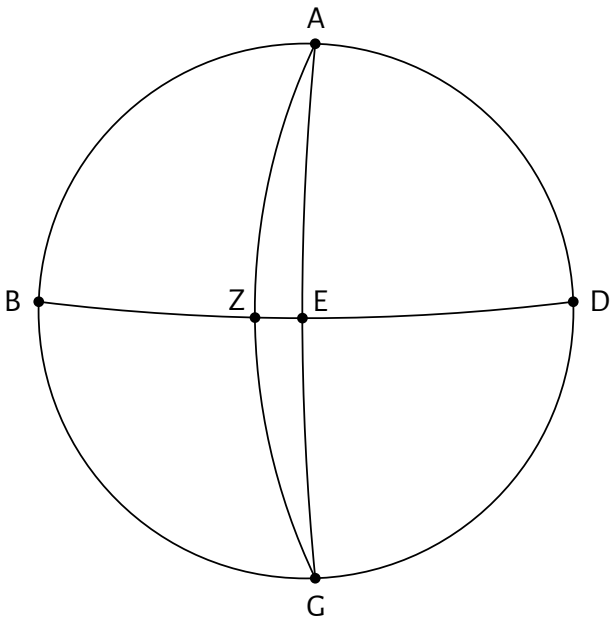
Ceci démontré, traçons maintenant le méridien ABGD et la courbe AEG comme étant une moitié de l'écliptique. Le solstice d'hiver étant supposé être en A, nous traçons la demi-circonférence BED centrée sur lui et ayant pour rayon le côté du carré inscrit [1]. Vu que le méridien ABGD passe par les pôles respectifs de AEG et de BED, l'arc ED est un quadrant [90°] ; l'angle DAE est donc droit. De même, les théorèmes exposés précédemment nous indiquent que l'angle au solstice d'été est également droit.

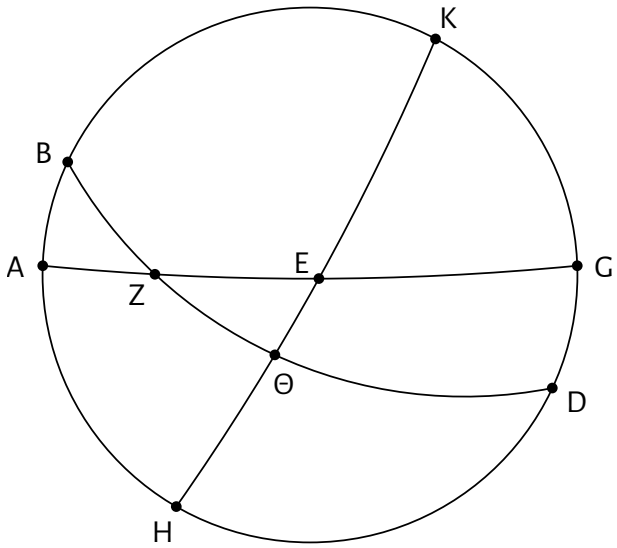
Prenons maintenant le méridien ABGD, la



courbe AEG comme une moitié de l'équateur, et AZG une moitié de l'écliptique, avec A comme étant l'équinoxe d'automne. De celui-ci comme pôle, traçons la demi-circonférence BZED, au

1 Soit $r\sqrt{2}$. Il faut ici penser en trois dimensions, puisque Ptolémée fait référence au carré inscrit dans le cercle AEG(Z), avec Z caché de l'autre côté.





rayon égal au côté du carré inscrit [1]. Puisque ABGD passe par les pôles respectifs de AEG et de BED, AZ et ED sont donc des quadrants [90°] ; Z sera le solstice d'hiver, et l'arc ZE mesure environ 23° 51′. L'arc entier ZED mesure donc 113° 51′, et l'angle DAZ est aussi égal à 113° 51′, où un angle droit vaut 90°. Suivant le théorème précédent, l'angle à l'équinoxe de printemps est son supplément, soit 66° 09′.

Prenons encore un méridien ABGD, la courbe AEG comme étant une moitié de l'équateur, et BZD une moitié de l'écliptique, avec Z comme étant l'équinoxe d'automne. L'arc BZ correspond ici à un signe, soit celui de la Vierge, avec B au début de celui-ci. De là, avec un rayon égal au côté du carré inscrit [2], nous traçons le demi-cercle HΘEK. Nous cherchons l'angle KBΘ. Puisque le méridien ABGD passe par les pôles respectifs de AEG et de HEK, l'arc BH, l'arc BΘ, et l'arc EH sont tous des quadrants [90°]. De là, nous avons

$$\frac{\text{Crd arc } 2BA}{\text{Crd arc } 2AH} = \frac{\text{Crd arc } 2BZ}{\text{Crd arc } 2\Theta Z} \cdot \frac{\text{Crd arc } 2\Theta E}{\text{Crd arc } 2EH}$$

Or, nous avons vu que

$$\begin{aligned}
\text{arc } 2BA &= 23° 20′,\\
\text{alors Crd arc } 2BA &= 24;16^{p},\\
\text{arc } 2AH &= 156° 40′,\\
\text{donc Crd arc } 2AH &= 117;31^{p},\\
\text{et arc } 2ZB &= 60°,\\
\text{donc Crd arc } 2ZB &= 60^{p},\\
\text{arc } 2Z\Theta &= 120°,\\
\text{donc Crd arc } 2Z\Theta &= 103;55,23^{p}.\\
\text{Donc } \frac{\text{Crd arc } 2\Theta E}{\text{Crd arc } 2EH} &= \frac{24;16 : 117;31}{60 : 103;55,23}\\
&\approx 42;58 : 120.\\
\text{Mais Crd arc } 2EH &= 120^{p}.\\
\text{Donc Crd arc } 2EH &\approx 42;58^{p}.\\
\text{Donc arc } 2EH &\approx 42°\\
\text{et arc } \Theta E &\approx 21°.
\end{aligned}$$

En tout, l'arc ΘEK entier et l'angle opposé KBΘ sont chacun de 111° ; les théorèmes précédents nous permettent d'affirmer que l'angle au point où débute le Scorpion sera aussi de 111°, et les angles au début du Taureau et au début des Poissons, puisqu'ils sont le supplément des précédents, sont chacun de 69°.

1 Encore une fois, il s'agit du carré inscrit dans un plan perpendiculaire à celui de l'écran et passant par A et G.

2 Encore une fois, pensons 3D.

Dans ce même diagramme, si l'arc ZB est supposé compter deux signes, avec B étant le début du Lion, le reste demeurant le même,

$$\begin{aligned}
\text{arc } 2BA &= 41°,\\
\text{donc Crd arc } 2BA &= 42;2^{p}\\
\text{et arc } 2AH &= 139°,\\
\text{donc Crd arc } 2AH &= 112;24^{p};\\
\text{aussi, arc } 2ZB &= 120°,\\
\text{donc Crd arc } 2ZB &= 103;55,23^{p}\\
\text{et arc } 2Z\Theta &= 60°,\\
\text{donc Crd arc } 2Z\Theta &= 60^{p}.\\
\text{Donc } \frac{\text{Crd arc } 2\Theta E}{\text{Crd arc } 2EH} &= \frac{42;2 : 112;24}{103;55,23 : 60}\\
&= 25;53 : 120
\end{aligned}$$

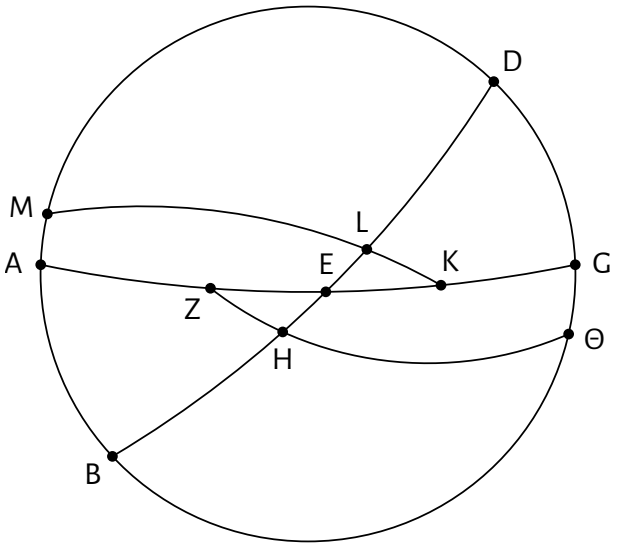
$$\begin{aligned}
\text{donc Crd arc } 2\Theta E &= 25;53^{p}\\
\text{donc arc } 2\Theta E &\approx 25°\\
\text{et arc } \Theta E &\approx 12°\ 30'.\\
&\text{Donc par addition,}\\
\text{arc } \Theta EK &= \angle\ KB\Theta\\
&= 102°\ 30'.
\end{aligned}$$

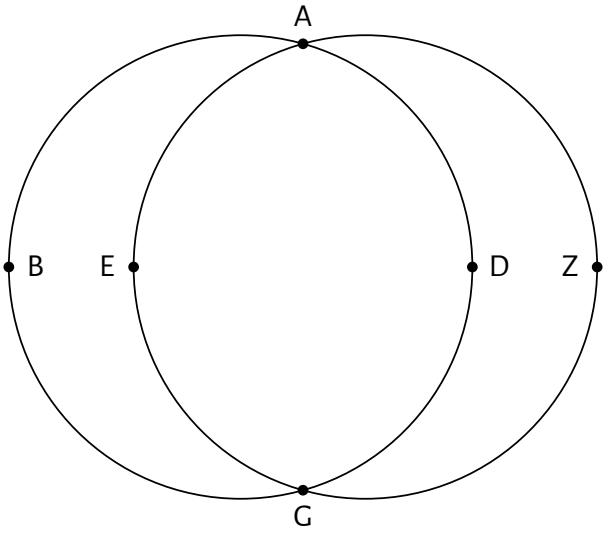
L'angle au début du Sagittaire est donc aussi de 102° 30', et les angles aux débuts des Gémeaux et du Verseau seront donc leur supplément, soit 77° 30'. Ceci complète donc notre démonstration. La même méthode peut être utilisée pour des portions plus petites de l'écliptique, mais en pratique, il suffit de les connaitre pour chacun des signes.

11. Des angles entre l'écliptique et l'horizon

Nous allons maintenant démontrer comment trouver l'angle que fait l'écliptique avec l'horizon pour une latitude et un moment donnés — une procédure plus simple que les suivantes. Pour la *sphaera recta*, il est évident que les angles qu'il fait avec le méridien sont les mêmes que ceux qu'il fait avec l'horizon. Mais pour les connaitre dans la *sphaera obliqua*, il faut d'abord démontrer que les angles faits aux points de l'écliptique qui sont équidistants d'un équinoxe sur un même horizon sont égaux entre eux.

Prenons donc le méridien ABGD, avec une moitié de l'équateur représentée par AEG et une moitié de l'horizon, par BED. Traçons deux segments de l'écliptique, soit ZHΘ et MLK, les points Z et K représentant tous les deux l'équinoxe d'automne [à deux moments différents]. Je dis que ∠ EHΘ = ∠ DLK.



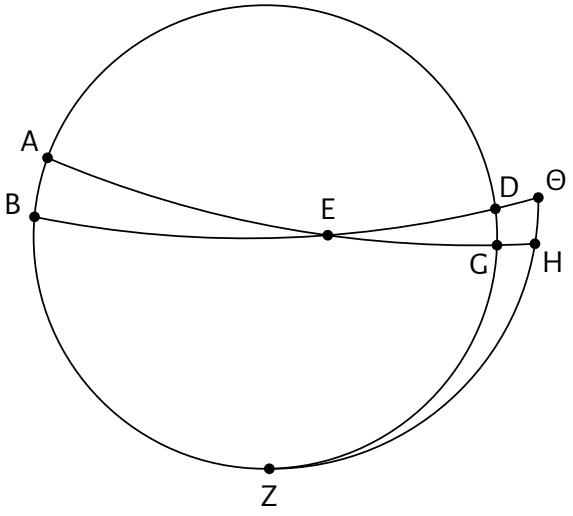


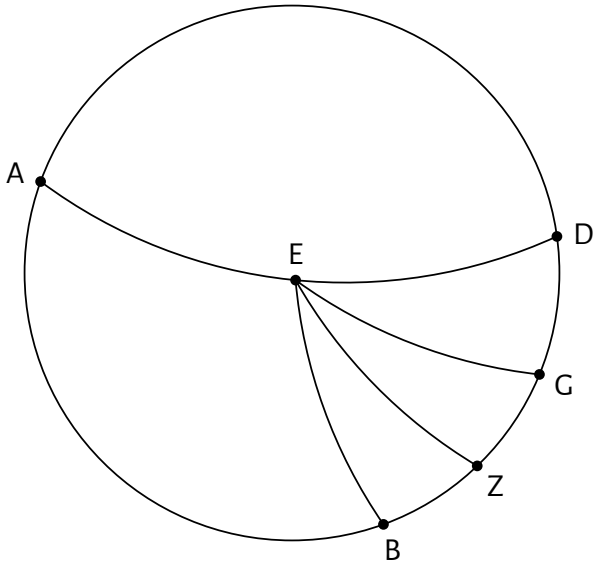
Ceci est immédiatement évident, puisque ▵ EZH ≅ ▵ EKL. Les théorèmes précédents nous disent en effet que

ZK = KL
HE = EL
(deux intersections de l'horizon)
EZ = EK
(arcs des temps de levers)
donc ∠ EHZ = ∠ ELK
donc ∠ EHΘ = ∠ DLK
(angles supplémentaires)

J'affirme de même que, si deux points sont diamétralement opposés, l'angle au point de lever de l'un et l'angle au point de coucher de l'autre totalisent 180°. Traçons donc ABGD comme le cercle de l'horizon et AEGZ comme l'écliptique, intercroisés en A et en G. L'angle ZAD et l'angle DAE totalisent 180°. Mais ∠ ZAD = ∠ ZGD, donc ∠ ZGD + ∠ DAE = 180°.

Ceci étant démontré, et puisque nous avons aussi démontrés que les angles formés sur l'horizon par des points équidistants d'un même équinoxe sont égaux, si deux points sont équidistants des solstices, un à l'est [temps de lever] et l'autre à l'ouest [temps de coucher], ils totaliseront aussi 180°. Si donc nous trouvons les angles orientaux [temps de lever] du Bélier jusqu'à la Balance, nous connaitrons les angles orientaux de l'autre moitié [de l'écliptique], ainsi que les angles occidentaux [temps de coucher] des deux moitiés [de l'écliptique].





Prenons donc encore comme exemple le parallèle où la hauteur du pôle nord est de 36° au-dessus de l'horizon. Les angles formés sur l'horizon aux équinoxes par l'écliptique se trouvent facilement. Traçons donc le méridien ABGD ; la moitié est de l'horizon, soit AED ; le quadrant EZ de l'équateur ; et les deux quadrants, EB et EG, de l'écliptique — avec E représentant l'équinoxe d'automne pour EB et celui de printemps pour EG, avec B étant le solstice d'hiver et G celui d'été. L'arc DZ mesurant 54° [1] et BZ et ZG chacun 23° 51', l'arc GD est égal à la différence, soit 30° 09', et l'arc BD est égal à la somme, soit 77° 51'. Puisque E est le pôle du méridien ABG, ∠ DEG = 30° 09' (début du Bélier), et ∠ DEB = 77° 51' (début de la Balance).

1 Soit le complément de la latitude de 36° ; autrement dit, 90° – 36° = 54°.

Pour mieux comprendre ce qui suit, c'est-à-dire comment trouver les angles pour les autres points [de l'écliptique], cherchons à déterminer l'angle de lever entre le début du Taureau et l'horizon. Traçons donc le méridien ABGD et la moitié est de l'horizon, BED. AEG représentera une moitié de l'écliptique, avec E étant le début du Taureau. À cette latitude [de 36° toujours], quand le début du Taureau se lève, le point à la culmination inférieure est 17° 41′ du Cancer — nous avons déjà expliqué comment trouver ce point grâce au tableau des levers. Cela signifie que l'arc EG mesure moins de 90°. Traçons, avec comme centre E et rayon la longueur du côté d'un carré inscrit, l'arc de grand cercle ΘHZ, et complétons les deux quadrants EGH et EDΘ. DGZ et ZHΘ mesureront donc chacun 90°, puisque l'horizon BEΘ passe par les pôles respectifs du méridien ZGD et du grand cercle ZHΘ. De plus, puisque 17° 41′ du Cancer est au nord de l'équateur, d'un écart égal à 22° 40′, tel que précédemment déterminé, et que l'équateur est à 36° du pôle Z de l'horizon sur le même arc ZGD, nous pouvons conclure que l'arc ZG mesure 58° 40′. Partant de cela, dans le diagramme nous avons

$$\frac{\text{Crd arc 2GD}}{\text{Crd arc 2DZ}} = \frac{\text{Crd arc 2GE}}{\text{Crd arc 2EH}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2HΘ}}{\text{Crd arc 2ZΘ}}$$

Mais nous avons vu que

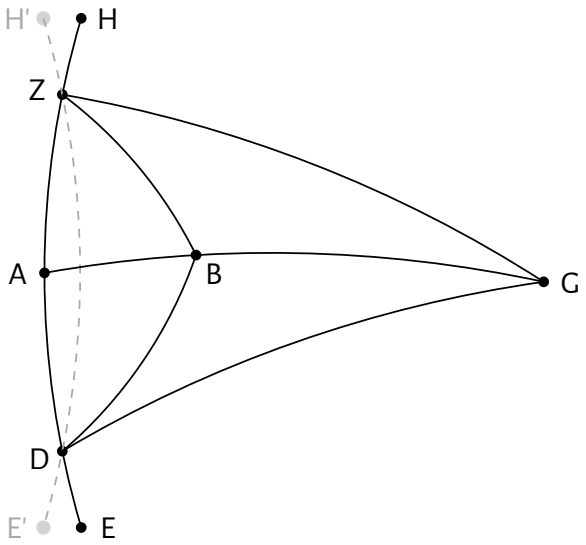
$$\begin{aligned}
\text{arc 2GD} &= 62° 40′,\\
\text{donc Crd arc 2GD} &= 62;24^{\text{p}},\\
\text{arc 2DZ} &= 180°,\\
\text{donc Crd arc 2DZ} &= 120^{\text{p}},\\
\text{arc 2GE} &= 155° 22′,\\
\text{donc Crd arc 2GE} &= 117;14^{\text{p}},\\
\text{arc 2EH} &= 180°,\\
\text{donc Crd arc 2EH} &= 120^{\text{p}},\\
\text{donc } \frac{\text{Crd arc 2ΘH}}{\text{Crd arc 2ZΘ}} &= \frac{62;24 : 120}{117;14 : 120}\\
&= 63;52 : 120\\
\text{et Crd arc 2ΘZ} &= 120^{\text{p}},\\
\text{donc Crd arc 2HΘ} &= 63;52^{\text{p}},\\
\text{donc arc 2HΘ} &= 64° 20′\\
\text{et arc HΘ} = \angle \text{HEΘ} &= 32° 10′.
\end{aligned}$$

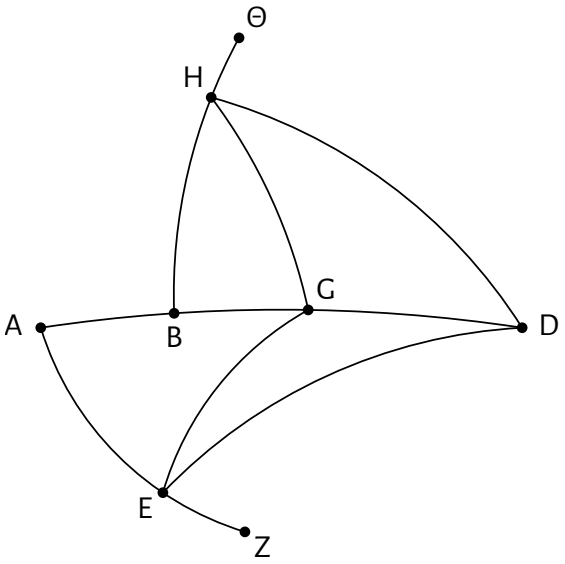
Pour ne pas alourdir inutilement ce traité par des répétitions inutiles, contentons-nous de dire que cette méthode s'applique aussi aux autres signes et aux autres latitudes.

12. Des angles et arcs formés avec l'écliptique par un cercle passant par les pôles et l'horizon

Nous devons maintenant démontrer comment trouver les angles que forment l'écliptique et l'horizon à toutes les latitudes et pour toutes les positions [de l'écliptique] ; et comment déterminer de même les arcs compris entre le zénith et l'intersection de l'écliptique avec l'horizon. Commençons par quelques théorèmes préparatoires ; d'abord, si deux points de l'écliptique sont équidistants d'un même solstice, avec des temps égaux de part et d'autre (est et ouest) du méridien, alors les arcs de grands cercles inclus entre chacun de ces points et le zénith sont égaux entre eux. Aussi, que la somme des angles à ces points est toujours de 180°, lorsque considérés dans le sens que nous avons défini.

Soit ABG, un segment du méridien, avec les points B au zénith et G au pôle de l'équateur. Traçons deux portions de l'écliptique, ADE et AZH, de sorte que D et Z soient équidistants du même solstice et fassent des arcs égaux sur le parallèle qui passe par eux, de chaque côté du méridien ABG. Traçons aussi, par les points D et Z, des arcs de grands cercles GD et GZ, depuis le pôle de l'équateur, et les arcs BD et BZ à partir du zénith B. J'affirme que l'arc BD est égal à l'arc BZ, et que l'angle BDE et l'angle BZA totalisent ensemble deux angles droits [180°].





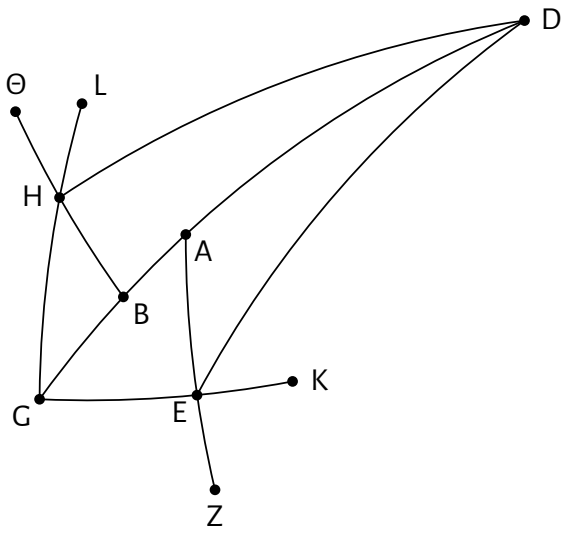
Puisque les points D et Z coupent des arcs égaux du parallèle passant par eux de chaque côté du méridien ABG, ∠ BGD = ∠ BGZ. Dans les deux triangles sphériques BGD et BGZ, donc, les côtés GD et GZ sont de même longueur, BG est identique car commun, et ∠ BGD = ∠ BGZ. Ils ont donc deux côtés et l'angle inclus égal, donc BD = BZ (les bases) et ∠ BZG = ∠ BDG.

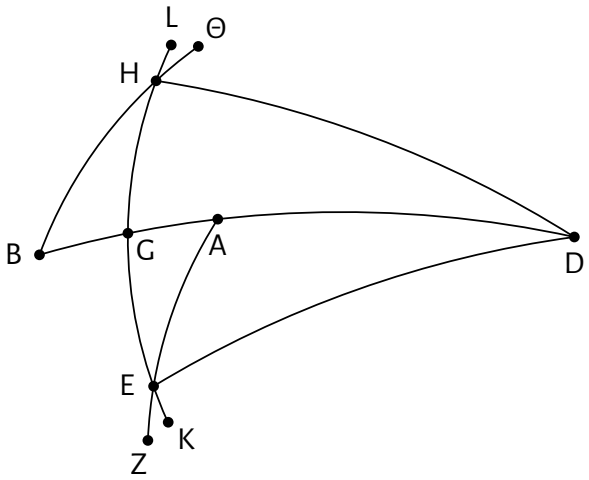
Mais nous avons démontré que la somme des angles formés de part et d'autre sur des points du cercle passant par les pôles de l'équateur, qui sont équidistants d'un même solstice, est égale à deux angles droits [180°], donc ∠ GDE + ∠ GZA = 180°, et nous avons démontré que ∠ BDG = ∠ BZG, alors nous concluons que ∠ BDE + ∠ BZA = 180°.

Démontrons maintenant que, si deux points de l'écliptique sont équidistants du méridien (mesurés en degrés de temps), et de part et d'autre (est et ouest) de celui-ci, les arcs de grands cercles du zénith à ces points sont égaux, et que la somme des deux angles correspondants à l'est et à l'ouest est égale à deux fois l'angle formé par le même point au méridien, pourvu que, pour chacune des deux positions, les points culminent soient au nord ou au sud du zénith.

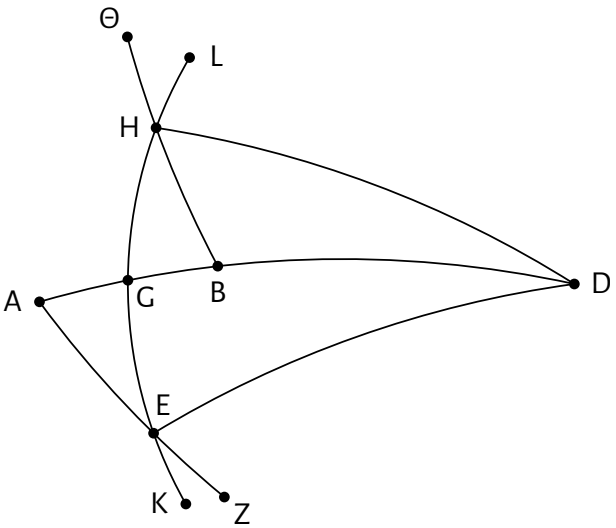
Supposons d'abord qu'ils soient tous deux au sud. Traçons un segment ABGD du méridien, avec G au zénith et D au pôle de l'équateur. Traçons aussi deux segments de l'écliptique, AEZ et BHΘ, de sorte que E et H représentent le même point [à deux moments différents] de part et d'autre du méridien ABGD, à une distance du méridien égale pour l'un et l'autre. Traçons enfin les deux arcs de grands cercles GE et GH en partant par G, et DE et DH en partant de D. Nous avons déjà vu que, puisque E et H, qui sont sur le même parallèle, font des arcs égaux de celui-ci de part et d'autre du méridien, le triangle sphérique GDE est égal et équiangle au triangle sphérique GDH, donc arc GE = arc GH. J'affirme donc que ∠ GEZ + ∠ GHB = 2 ∠ DEZ = 2 ∠ DHB.

Reprenons les mêmes grands cercles, mais supposons maintenant que A et B soient au nord du point G. Je dis que la même chose se produira, c'est-à-dire que les deux angles KEZ et LHB sont égaux aux angles DEZ et DHB [∠ KEZ + ∠ LHB = 2 ∠ DEZ = 2 ∠ DHB]. Vu que ∠ DEZ = ∠ DHB et que ∠ DEK = ∠ DHL, alors ∠ LHB = ∠ DEZ + DEK, et donc ∠ LHB + ∠ KEZ = 2 ∠ DEZ = 2 ∠ DHB.





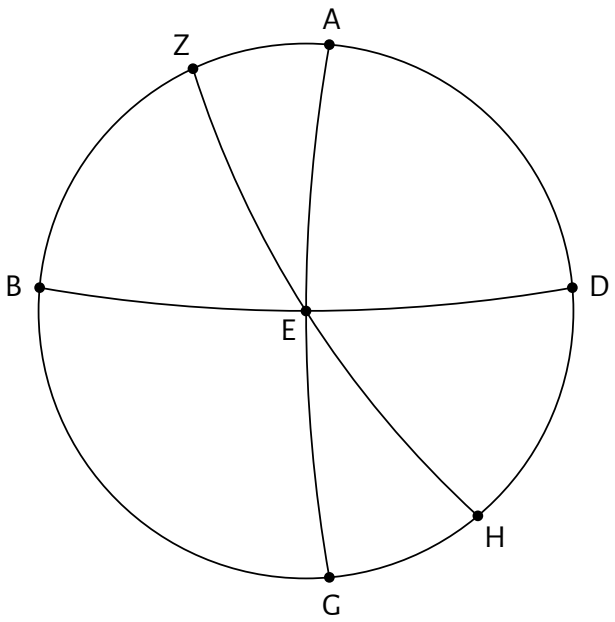
Traçons maintenant un diagramme similaire, mais avec le point A, au méridien, plus au sud que le point G, lui-même plus au sud que le point B. J'affirme que les deux angles GEZ et LHB totalisent deux angles droits [180°] de plus que les angles DEZ et DHB [donc ∠ GEZ + ∠ LHB = 2 ∠ DEZ + 180°]. Ceci peut être démontré ainsi : Puisque ∠ DHG = ∠ DEG et que ∠ DHG + ∠ DHL = 180°, alors ∠ DEG + ∠ DHL = 180°. Mais ∠ DEZ = ∠ DHB, alors ∠ GEZ + ∠ LHB

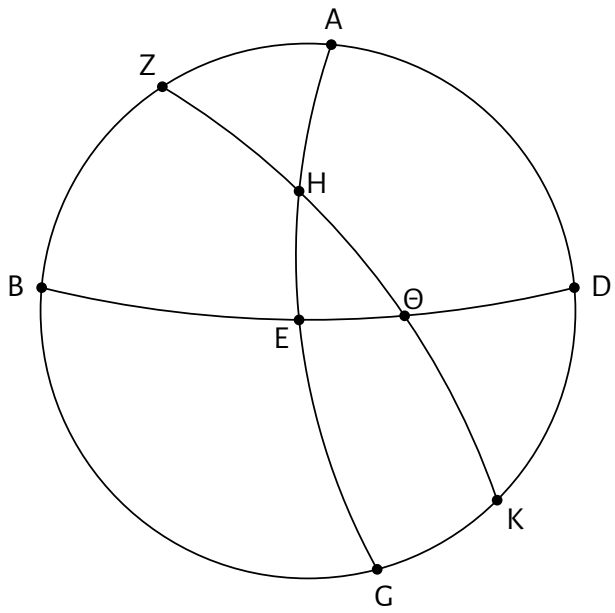


= (∠ DEZ + ∠ DHB) + (∠ DEG + ∠ DHL)
= (∠ DEZ + ∠ DHB) + 180° = 2 ∠ DEZ + 180°.

Supposons maintenant, dans un diagramme semblable, le point A plus au nord que G, lui-même plus au nord que B. J'affirme que ∠ KEZ + ∠ GHB = 2 ∠ DEZ − 180°. Les mêmes théorèmes prouvent que ∠ KEZ et ∠ GHB ensemble sont plus petits que 2 ∠ DEZ − (∠ DEK + ∠ DHG). Mais ∠ DEK + ∠ DHG = deux angles droits [180°], puisque ∠ DEK + ∠ DEG = deux angles droits et que ∠ DEG = ∠ DHG.

Il est possible et même facile de connaitre la taille des angles et des arcs formés par l'écliptique et un grand cercle qui passe par le zénith ; ceux au méridien et à l'horizon peuvent être déterminés de la manière suivante. Traçons donc le méridien ABGD, une moitié de l'horizon BED, et une moitié de l'écliptique dans une position aléatoire, ZEH. Imaginons maintenant un grand cercle d'altitude passant par le zénith A et le point de l'écliptique qui culmine Z ; il coïncide avec le méridien ABGD. Dès lors, ∠ DZE sera immédiatement connu, puisque le point Z et l'angle avec le méridien au point Z sont connus. L'arc AZ sera aussi déterminé, puisque la distance en degrés sur le méridien





du point Z à l'équateur ainsi que la distance de l'équateur au zénith A nous sont toutes les deux connues [1]. Imaginons maintenant le grand cercle AEG passant par le zénith A et par l'horizon est E ; il est évident que l'arc AE sera toujours le quart de la circonférence [90°], puisque le point A est le pôle de l'horizon BED. Pour cela, donc, l'angle AED est toujours droit, et vu que nous connaissons l'angle DEH de l'écliptique sur l'horizon, alors l'angle entier AEH [= ∠ AED + ∠ DEH] est aussi déterminé.

Ainsi donc, avec les théorèmes que nous venons de démontrer, si nous calculons seulement les angles qui précèdent le méridien [qui sont à l'est de celui-ci], et seulement pour les signes du début du Cancer au début du Capricorne, nous connaitrons en même temps les angles et les arcs qui sont après le méridien [à l'ouest], de même que les angles et les arcs des autres signes, d'un côté du méridien comme de l'autre. Mais, pour rendre le processus plus clair pour toutes les situations possibles, nous allons exposer le cas général par un exemple [2].

À la latitude habituelle, soit celle où le pôle nord céleste est à 36° au-dessus de l'horizon, supposons que le début du Cancer est à une heure équinoxiale du méridien, vers l'est. Le point au méridien, pour cette latitude, est alors 16° 12′ des Gémeaux, et le point 17° 37′ de la Vierge se lève à l'horizon est. Traçons donc ABGD le méridien, avec la moitié de l'horizon BED, et la moitié de l'écliptique ZHΘ, de sorte que H est le début du Cancer, Z est le point 16° 12′ des Gémeaux, et Θ est le point 17° 37′ de la Vierge. Traçons aussi l'arc de grand cercle AHEG passant par le zénith A et le début du Cancer H. Nous cherchons à déterminer l'arc AH.

Il est évident que l'arc ZΘ mesure 91° 25′ [3] et que l'arc HΘ mesure 77° 37′ [4]. Aussi, puisque 16° 12′ des Gémeaux croise le méridien à 23° 07′ au nord de l'équateur, et que l'équateur est à 36° du zénith [sur le méridien], l'arc AZ mesurera 12° 53′ [5] et l'arc ZB, son complément, mesurera 77° 07′. Partant de ces valeurs, et en suivant le diagramme,

1 Toomer indique qu'il s'agit là de « δ et φ respectivement, donc l'arc AZ = φ – δ ».
2 Voir aussi *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, p. 49–50.
3 Selon Toomer : « ♑ 17° 37′ – ♊ 16° 12′. »
4 Selon Toomer : « ♑ 17° 37′ – ♋ 0°. »
5 Soit 36° – 23° 07′.

$$\frac{\text{Crd arc 2ZB}}{\text{Crd arc 2BA}} = \frac{\text{Crd arc 2ZΘ}}{\text{Crd arc 2ΘH}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2HE}}{\text{Crd arc 2EA}}$$

Mais arc 2ZB = 154° 14',
donc Crd arc 2ZB = 116;59^p
et arc 2BA = 180°,
donc Crd arc 2BA = 120^p.
De plus, arc 2ZΘ = 182° 50',
donc Crd arc 2ZΘ = 119;59^p
et arc 2ΘH = 155° 14',
donc Crd arc 2ΘH = 117;12^p.

$$\text{Donc } \frac{\text{Crd arc 2EH}}{\text{Crd arc 2EA}} = \frac{116;59 : 120}{119;58 : 117;12} \approx 114;16 : 120.$$

Mais Crd arc 2EA = 120°
donc Crd arc 2EH = 114;16^p.
Donc arc 2EH ≈ 114° 26'
et arc EH = 72° 13'
donc arc AH = 17° 47'

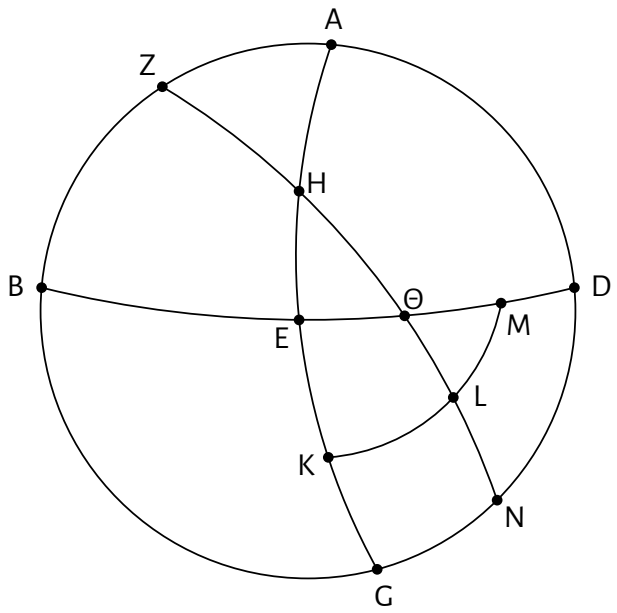
Voici maintenant comment trouver l'angle AHΘ. Prenons le même diagramme et, du pôle H et du rayon égal au côté du carré inscrit [1], traçons l'arc de grand cercle KLM. Puisque le cercle AHE passe par les pôles de EΘM et de KLM, EM et KM sont tous les deux des quadrants. Encore selon le diagramme, nous avons donc

$$\frac{\text{Crd arc 2HE}}{\text{Crd arc 2EK}} = \frac{\text{Crd arc 2HΘ}}{\text{Crd arc 2ΘL}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2LM}}{\text{Crd arc 2KM}}$$

Mais arc 2HE = 114° 26',
donc Crd arc 2HE = 114;16^p
et arc 2EK = 35° 34',
donc Crd arc 2EK = 36;38^p.
De plus, arc 2ΘH = 115° 14',
donc Crd arc 2ΘH = 117;12^p
et arc 2ΘL = 24° 46',
donc Crd arc 2ΘL = 25;44^p.

$$\text{Donc } \frac{\text{Crd arc 2LM}}{\text{Crd arc 2MK}} = \frac{114;16 : 36;38}{117;12 : 25;44} \approx 82;11 : 120.$$

Mais Crd arc 2MK = 120^p



donc Crd arc 2LM = 82;11^p
donc arc 2LM = 86° 28'
et arc LM = 43° 14'.
Donc arc LK = ∠ LHK = 46° 46'.
Donc arc AHΘ = 113° 14'.

La méthode par laquelle nous avons trouvé ces valeurs doit être utilisée pour trouver les autres, mais pour toujours avoir sous la main ces angles et ces arcs en cas de besoin, nous les avons calculées à partir du parallèle de Méroé, où le jour le plus long dure 13 heures équinoxiales, jusqu'au parallèle des Bouches du Borysthène dans la mer Pontique [la mer Noire], où le jour le plus long dure 16 heures équinoxiales. Nous avons utilisé des intervalles d'une demi-heure, d'un climat [latitude] à l'autre, comme pour les ascensions [temps de lever]. Pour les sections de l'écliptique, nous procéderons de signe en signe. Pour les positions [à partir] du méridien, tant à l'est qu'à l'ouest, nous procéderons d'heure en heure équinoxiale. Le tableau que nous avons dressé à partir de ces valeurs donne, dans la première colonne, par climat [latitude] et par dodécatémorie [signe], le nombre d'heures équinoxiales de distance de chaque côté du méridien ; la seconde colonne

1 Pensons encore 3D…

donnera les valeurs des arcs compris entre le zénith et le début du signe en question ; enfin, dans les troisième et quatrième colonnes, nous donnerons les valeurs des angles formés par les intersections mentionnées [entre l'écliptique et le grand cercle vertical passant par le zénith et perpendiculaire à l'horizon], à l'est dans la troisième colonne, et à l'ouest dans la quatrième colonne. Rappelons que, selon notre définition originale, nous avons toujours pris l'angle qui est derrière [à l'est de] l'intersection des cercles et au nord de l'écliptique, en exprimant la valeur de chacun d'entre eux par le nombre de degrés dont 90 font un angle droit. Voici ces tableaux.

13. Tableaux des angles et arcs, par parallèles [1]

Parallèle de Méroé — 13 h — 16° 27'

Cancer (λ = 90°)									Capricorne (λ = 270°)								
Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest			Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest		
Midi	7	24	90	0	N				Midi	40	18	90	0				
1	15	55	25	16	N	154	44	N	1	42	54	111	24		68	36	
2	29	3	9	15	N	170	45	N	2	49	48	128	51		51	9	
3	42	42	1	38	N	178	22	N	3	59	35	141	49		38	11	
4	56	25	175	7		4	53		4	71	4	151	25		28	35	
5	70	2	170	18		9	42		5	83	31	158	48		21	12	
6	83	27	164	41		15	19		5 h 30	90	0	161	57		18	3	
6 h 30	90	0	161	57		18	3										
Lion (λ = 120°)									Verseau (λ = 300°)								
Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest			Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest		
Midi	4	3	102	30	N				Midi	36	57	77	30				
1	14	20	26	3	N	178	57	N	1	39	46	100	12		54	48	
2	28	42	15	28	N	9	32		2	47	15	118	5		36	55	
3	42	43	10	5	N	14	55		3	57	33	131	3		23	57	
4	56	49	6	19	N	18	41		4	69	30	139	48		15	12	
5	70	38	2	33	N	22	27		5	82	18	146	43		8	17	
6	84	17	177	0		28	0		5 h 35	90	0	149	51		5	9	
6 h 25	90	0	174	51		30	9										
Vierge (λ = 150°)									Poissons (λ = 330°)								
Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest			Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest		
Midi	4	47	111	0					Midi	28	7	69	0				
1	15	20	0	0	N	42	0		1	31	46	97	0		41	0	
2	29	28	8	0	N	34	0		2	40	52	115	59		22	1	
3	43	40	9	15	N	32	45		3	52	30	127	23		10	37	
4	58	13	8	39	N	33	21		4	65	40	134	41		3	19	

1 La colonne «Arc» de chaque tableau désigne la distance zénithale, terme pour lequel il n'existait aucun équivalent grec à l'époque. La colonne «Angle à l'est» indique l'angle entre l'écliptique et le grand cercle perpendiculaire à l'horizon et passant par le zénith, lorsque le point est à un angle horaire correspondant à l'heure spécifiée vers l'est ; la colonne «Angle à l'ouest» donne la même information, mais lorsque la constellation est à l'ouest du méridien du même angle. Dans tous les cas (sauf pour «Midi»), la somme de la colonne «Angle à l'est» et de la colonne «Angle à l'ouest» est égale à deux fois la valeur de la colonne «Angle à l'est» pour «Midi» (c'est-à-dire lorsque l'objet est au méridien) pour un signe donné. Pour Méroé, qui est le seul lieu subtropical, un «N» après un angle (à l'est ou à l'ouest) signifie que le point donné est au nord du zénith. Dans tous les autres cas pour cette ville, ainsi que pour toutes les autres villes, le point est au sud du zénith.
Neugebauer (*HAMA*, p. 51) indique que la somme de l'angle à l'est et de l'angle à l'ouest est toujours égale à deux fois l'angle à l'est de «Midi».

5	72	36	6	53	N	35	7	
6	86	41	5	37	N	36	23	
6 h 14	90	0	4	9	N	37	51	

Balance (λ = 180°)								
Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest		
Midi	16	27	113	51				
1	22	8	154	53		72	49	
2	33	50	173	17		54	25	
3	47	20	1	23	N	46	19	
4	61	22	5	8	N	42	34	
5	75	39	7	9	N	40	33	
6	90	0	7	24	N	40	18	

Scorpion (λ = 210°)								
Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest		
Midi	28	7	111	0				
1	31	46	139	0		83	0	
2	40	52	157	59		64	1	
3	52	30	169	23		52	37	
4	65	40	176	41		45	19	
5	79	18	1	41	N	40	19	
5 h 46	90	0	4	9	N	37	51	

Sagittaire (λ = 240°)								
Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest		
Midi	36	57	102	30				
1	39	46	125	12		79	48	
2	47	15	143	5		61	55	
3	57	33	156	3		48	57	
4	69	30	164	48		40	12	
5	82	18	171	43		33	17	
5 h 35	90	0	174	51		30	9	

5	79	18	139	41		178	19	N
5 h 46	90	0	142	9		175	51	N

Bélier (λ = 0°)								
Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest		
Midi	16	27	66	9				
1	22	8	107	11		25	7	
2	33	50	125	35		6	43	
3	47	20	133	41		178	37	N
4	61	22	137	26		174	52	N
5	75	39	139	27		172	51	N
6	90	0	139	42		172	36	N

Taureau (λ = 30°)								
Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest		
Midi	4	47	69	0				
1	15	20	138	0		180	0	N
2	29	28	146	0		172	0	N
3	43	40	147	15		170	45	N
4	58	13	146	39		171	21	N
5	72	36	144	53		173	7	N
6	86	41	143	37		174	23	N
6 h 14	90	0	142	9		175	51	N

Gémeaux (λ = 60°)								
Heure	Arc		Angle à l'est			Angle à l'ouest		
Midi	4	3	77	30	N			
1	14	20	1	3	N	153	57	N
2	28	42	170	28		164	32	N
3	42	43	165	5		169	55	N
4	56	49	161	19		173	41	N
5	70	38	157	33		177	27	N
6	84	17	152	0		3	0	
6 h 25	90	0	149	51		5	9	

Parallèle de Syène 13½ H 23° 51'

Cancer (λ = 90°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	0	0	90	0		
1	13	43	176	15	3	45
2	27	23	173	51	6	9
3	41	20	168	15	11	45
4	54	27	166	51	13	9
5	67	42	162	42	17	18
6	80	36	157	59	22	1
6 h 45	90	0	153	46	26	14

Lion (λ = 120°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	3	21	102	30		
1	14	18	176	4	28	56
2	27	56	180	0	25	0
3	41	44	179	3	25	57
4	55	14	177	18	27	42
5	68	43	173	40	31	20

Capricorne (λ = 270°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	47	42	90	0		
1	49	52	108	3	71	57
2	55	52	123	31	56	29
3	64	37	135	37	44	23
4	75	12	144	57	35	3
5	86	54	152	0	28	0
5 h 15	90	0	153	46	26	14

Verseau (λ = 300°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	44	21	77	30		
1	46	40	96	30	58	30
2	53	4	112	16	42	44
3	62	18	124	25	30	35
4	73	20	132	58	22	2
5	85	23	139	46	15	14

6	81	52	168	56	36	4	5 h 22	90	0	141	53	13	7
6 h 38	90	0	166	53	38	7							
Vierge (λ = 150°)							Poissons (λ = 330°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	12	11	111	0			Midi	35	31	69	0		
1	18	42	158	40	63	20	1	38	25	91	15	46	45
2	30	57	173	44	48	16	2	46	2	108	18	29	42
3	44	22	178	3	43	57	3	56	30	119	41	18	19
4	58	1	180	0	42	0	4	68	31	127	5	10	55
5	71	43	179	15	42	45	5	81	22	132	30	5	30
6	85	20	177	39	44	21	5 h 39	90	0	134	41	3	19
6 h 21	90	0	176	41	45	19							
Balance (λ = 180°)							Bélier (λ = 0°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	23	51	113	51			Midi	23	51	66	9		
1	27	56	144	10	83	32	1	27	56	96	28	35	50
2	37	36	162	13	65	29	2	37	36	114	31	17	47
3	49	42	171	45	55	57	3	49	42	124	3	8	15
4	62	47	176	59	50	43	4	62	47	129	17	3	1
5	76	20	179	3	48	39	5	76	20	131	21	0	57
6	90	0	180	0	47	42	6	90	0	132	18	0	0
Scorpion (λ = 210°)							Taureau (λ = 30°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	35	31	111	0			Midi	12	11	69	0		
1	38	25	133	15	88	45	1	18	42	116	40	21	20
2	46	2	150	18	71	42	2	30	57	131	44	6	16
3	56	30	161	41	60	19	3	44	22	136	3	1	57
4	68	31	169	5	52	55	4	58	1	138	0	0	0
5	81	22	174	30	47	30	5	71	43	137	15	0	45
5 h 39	90	0	176	41	45	19	6	85	20	135	39	2	21
							6 h 21	90	0	134	41	3	19
Sagittaire (λ = 240°)							Gémeaux (λ = 60°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	44	21	102	30			Midi	3	21	77	30		
1	46	40	121	30	83	30	1	14	18	151	4	3	56
2	53	4	137	16	67	44	2	27	56	155	0	0	0
3	62	18	149	25	55	35	3	41	44	154	3	0	57
4	73	20	157	58	47	2	4	55	14	152	18	2	42
5	85	23	164	46	40	14	5	68	43	148	40	6	20
5 h 22	90	0	166	53	38	7	6	81	52	143	56	11	4
							6 h 38	90	0	141	53	13	7

Parallèle de la Basse Égypte 14 h 30° 22'

Cancer (λ = 90°)							Capricorne (λ = 270°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	6	31	90	0			Midi	54	13	90	0		
1	14	56	150	0	30	0	1	56	6	105	34	72	26
2	27	23	159	38	20	22	2	61	22	119	23	60	37
3	40	19	160	30	19	30	3	69	17	130	46	49	14
4	53	14	158	51	21	9	4	78	59	139	30	40	30

5	65	55	156	0	24	0	5	90	0	146	28	33	32
6	78	15	151	49	28	11							
7	90	0	146	28	33	32							
Lion (λ = 120°)							Verseau (λ = 300°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	9	52	102	30			Midi	50	52	77	30		
1	16	45	153	13	51	47	1	52	53	93	39	61	21
2	28	44	166	22	38	38	2	58	27	107	51	47	9
3	41	31	169	26	35	34	3	66	44	119	1	35	59
4	54	27	169	8	35	52	4	76	51	127	37	27	23
5	67	17	167	1	37	59	5	88	9	133	43	21	17
6	79	48	163	46	41	14	5 h 09	90	0	134	49	20	11
6 h 51	90	0	159	49	45	11							
Vierge (λ = 150°)							Poissons (λ = 330°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	18	42	111	0			Midi	42	2	69	0		
1	23	18	145	18	76	42	1	44	26	87	32	50	28
2	33	30	162	25	59	35	2	50	58	102	38	35	22
3	45	36	169	34	52	26	3	60	19	113	33	24	27
4	58	21	172	10	49	50	4	71	20	120	56	17	4
5	71	15	172	28	49	32	5	83	19	125	54	12	6
6	84	7	171	5	50	55	5 h 32	90	0	127	55	10	5
6 h 28	90	0	169	55	52	5							
Balance (λ = 180°)							Bélier (λ = 0°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	30	22	113	51			Midi	30	22	66	9		
1	33	35	137	52	90	10	1	33	35	89	50	42	28
2	41	39	154	19	73	23	2	41	39	106	37	25	41
3	52	25	164	10	63	32	3	52	25	116	28	15	50
4	64	28	169	47	57	55	4	64	28	122	5	10	13
5	77	6	172	21	55	21	5	77	6	124	39	7	39
6	90	0	173	29	54	13	6	90	0	125	47	6	31
Scorpion (λ = 210°)							Taureau (λ = 30°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	42	2	111	0			Midi	18	42	69	0		
1	44	26	129	32	92	28	1	23	18	103	18	34	42
2	50	58	144	38	77	22	2	33	30	120	25	17	35
3	60	19	155	33	66	27	3	45	36	127	34	10	26
4	71	20	162	56	59	4	4	58	21	130	10	7	50
5	83	19	167	54	54	6	5	71	15	130	28	7	32
5 h 32	90	0	169	55	52	5	6	84	7	129	5	8	55
							6 h 28	90	0	127	55	10	5
Sagittaire (λ = 240°)							Gémeaux (λ = 60°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	50	52	102	30			Midi	9	52	77	30		
1	52	53	118	39	86	21	1	16	45	128	13	26	47
2	58	27	132	51	72	9	2	28	44	141	22	13	38
3	66	44	144	1	60	59	3	41	31	144	26	10	34
4	76	51	152	37	52	23	4	54	27	144	8	10	52
5	88	9	158	43	46	17	5	67	17	142	1	12	59
5 h 09	90	0	159	49	45	11	6	79	48	138	46	16	14
							6 h 51	90	0	134	49	20	11

Parallèle de Rhodes — 14½ h — 36° 00'

Cancer (λ = 90°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	12	9	90	0		
1	17	47	133	14	46	46
2	28	22	147	45	32	15
3	40	27	151	46	28	14
4	52	36	151	52	28	8
5	64	36	149	54	30	6
6	76	16	146	25	33	35
7	87	23	141	30	38	30
7 h 15	90	0	140	1	39	59

Capricorne (λ = 270°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	59	51	90	0		
1	61	30	103	45	76	15
2	66	12	116	10	63	50
3	73	22	126	36	53	24
4	82	24	134	56	45	4
4 h 45	90	0	140	1	39	59

Lion (λ = 120°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	15	30	102	30		
1	20	20	139	32	65	28
2	30	28	155	19	49	41
3	42	6	160	37	44	23
4	54	12	162	11	42	49
5	66	17	161	5	43	55
6	78	7	158	10	46	50
7	89	27	153	39	51	21
7 h 04	90	0	153	36	51	24

Verseau (λ = 300°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	56	30	77	30		
1	58	14	91	39	63	21
2	63	13	104	23	50	37
3	70	41	114	47	40	13
4	80	2	122	47	32	13
4 h 56	90	0	128	36	26	24

Vierge (λ = 150°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	24	20	111	0		
1	27	51	137	38	84	22
2	36	24	153	59	68	1
3	47	14	162	10	59	50
4	59	0	165	40	56	20
5	71	5	166	34	55	26
6	83	9	165	30	56	30
6 h 35	90	0	164	7	57	53

Poissons (λ = 330°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	47	40	69	0		
1	49	42	84	50	53	10
2	55	26	98	20	39	40
3	63	48	108	34	29	26
4	73	55	115	51	22	9
5	85	5	120	28	17	32
5 h 25	90	0	122	7	15	53

Balance (λ = 180°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	36	0	113	51		
1	38	37	133	23	94	19
2	45	31	148	23	79	19
3	55	6	158	9	69	33
4	66	9	163	58	63	44
5	77	56	116	36	61	6
6	90	0	167	51	59	51

Bélier (λ = 0°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	36	0	66	9		
1	38	37	85	41	46	37
2	45	31	100	41	31	37
3	55	6	110	27	21	51
4	66	9	116	16	16	2
5	77	56	118	54	13	24
6	90	0	120	9	12	9

Scorpion (λ = 210°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	47	40	111	0		
1	49	42	126	50	95	10
2	55	26	140	20	81	40
3	63	48	150	34	71	26
4	73	55	157	51	64	9
5	85	5	162	28	59	32
5 h 25	90	0	164	7	57	53

Taureau (λ = 30°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	24	20	69	0		
1	27	51	95	38	42	22
2	36	24	111	59	26	1
3	47	14	120	10	17	50
4	59	0	123	40	14	20
5	71	5	124	34	13	26
6	83	9	123	30	14	30
6 h 35	90	0	122	7	15	53

Sagittaire (λ = 240°)							Gémeaux (λ = 60°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	56	30	102	30			Midi	15	30	77	30		
1	58	14	116	39	88	21	1	20	20	114	32	40	28
2	63	13	129	23	75	37	2	30	28	130	19	24	41
3	70	41	139	47	65	13	3	42	6	135	37	19	23
4	80	2	147	47	57	13	4	54	12	137	11	17	49
4 h 56	90	0	153	36	51	24	5	66	17	136	5	18	55
							6	78	7	133	10	21	50
							7	89	27	128	39	26	21
							7 h 04	90	0	128	36	26	24

Parallèle de l'Hellespont [1] 15 h 40° 56'

Cancer (λ = 90°)							Capricorne (λ = 270°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	17	5	90	0			Midi	64	47	90	0		
1	21	18	122	32	57	28	1	66	15	102	27	77	33
2	30	17	138	29	41	31	2	70	30	113	35	66	25
3	41	37	144	18	35	42	3	77	4	122	55	57	5
4	52	25	145	38	34	22	4	85	18	130	58	49	2
5	63	47	144	28	35	32	4 h 30	90	0	134	16	45	44
6	74	48	141	30	38	30							
7	85	9	137	5	42	55							
7 h 30	90	0	134	16	45	44							
Lion (λ = 120°)							Verseau (λ = 300°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	20	26	102	30			Midi	61	26	77	30		
1	24	5	131	6	73	54	1	63	0	90	5	64	55
2	32	37	147	0	58	0	2	67	24	101	29	53	31
3	43	8	153	50	51	10	3	74	13	111	10	43	50
4	54	19	156	5	48	55	4	82	48	118	45	36	15
5	65	36	155	8	49	52	4 h 44	90	0	123	6	31	54
6	76	46	153	24	51	36							
7	87	224	149	6	55	54							
7 h 16	90	0	148	6	56	54							
Vierge (λ = 150°)							Poissons (λ = 330°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	29	16	111	0			Midi	52	36	69	0		
1	32	5	132	30	89	30	1	54	23	82	46	55	14
2	39	22	147	30	74	30	2	59	25	94	55	43	5
3	49	3	156	0	66	0	3	66	58	104	24	33	36
4	59	50	160	7	61	53	4	76	15	111	10	26	50
5	71	5	161	24	60	36	5	86	38	115	45	22	15
6	82	22	160	40	61	20	5 h 18	90	0	116	59	21	1
6 h 42	90	0	158	59	63	1							
Balance (λ = 180°)							Bélier (λ = 0°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	40	56	113	51			Midi	40	56	66	9		
1	43	8	129	57	97	45	1	43	8	82	15	50	3
2	49	7	143	38	84	4	2	49	7	95	56	36	22

1 Les Dardanelles.

3	57	42	153	8	74	34	3	57	42	105	26	26	52
4	67	50	158	47	68	55	4	67	50	111	5	21	13
5	78	45	161	59	65	43	5	78	45	114	17	18	1
6	90	0	162	55	64	47	6	90	0	115	13	17	5
Scorpion (λ = 210°)							Taureau (λ = 30°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	52	36	111	0			Midi	29	16	69	0		
1	54	23	124	46	97	14	1	32	5	90	30	47	30
2	59	25	136	55	85	5	2	39	22	105	30	32	30
3	66	58	146	24	75	36	3	49	3	114	0	24	0
4	76	15	153	10	68	50	4	59	50	118	7	19	53
5	86	38	157	45	64	15	5	71	5	119	24	18	36
5 h 18	90	0	158	59	63	1	6	82	22	118	40	19	20
							6 h 42	90	0	116	59	21	1
Sagittaire (λ = 240°)							Gémeaux (λ = 60°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	61	26	102	30			Midi	20	26	77	30		
1	63	0	115	5	89	55	1	24	5	106	6	48	54
2	67	24	126	29	78	31	2	32	37	122	0	33	0
3	74	13	136	10	68	50	3	43	8	128	50	26	10
4	82	48	143	45	61	15	4	54	19	131	5	23	55
4 h 44	90	0	148	6	56	54	5	65	36	130	8	24	52
							6	76	46	128	24	26	36
							7	87	24	124	6	30	54
							7 h 16	90	0	123	6	31	54

Parallèle du Milieu du Pont [1] 15½ h 45° 01'

Cancer (λ = 90°)							Capricorne (λ = 270°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	21	10	90	0			Midi	68	52	90	0		
1	24	32	116	5	63	55	1	70	14	101	11	78	49
2	32	12	131	30	48	30	2	74	5	111	30	68	30
3	42	1	138	17	41	43	3	80	6	120	29	59	31
4	52	29	140	31	39	29	4	87	42	128	31	51	47
5	63	4	140	2	39	58	4 h 15	90	0	129	21	50	39
6	73	24	137	32	42	28							
7	83	17	133	26	46	34							
7 h 45	90	0	129	21	50	39							
Lion (λ = 120°)							Verseau (λ = 300°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest		Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	24	31	102	30			Midi	65	31	77	30		
1	27	29	124	49	80	11	1	66	55	88	50	66	10
2	34	48	140	47	64	13	2	70	58	99	21	55	39
3	44	20	148	5	56	55	3	77	14	108	19	46	41
4	54	37	151	5	53	55	4	85	10	115	20	39	40
5	65	15	151	7	53	53	4 h 32	90	0	118	25	36	35
6	75	39	149	20	55	40							
7	85	39	145	39	59	21							
7 h 28	90	0	143	25	61	35							

1 La mer Caspienne.

Vierge (λ = 150°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	33	21	111	0		
1	35	43	129	15	92	45
2	42	4	142	50	79	10
3	50	46	151	9	70	51
4	60	44	155	31	66	29
5	71	12	157	3	64	57
6	81	46	156	31	65	29
6 h 48	90	0	154	43	67	17

Poissons (λ = 330°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	56	41	69	0		
1	58	19	81	31	56	29
2	62	49	92	16	45	44
3	69	42	101	12	36	48
4	78	16	107	31	30	29
5	87	56	112	6	25	54
5 h 12	90	0	112	43	25	17

Balance (λ = 180°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	45	1	113	51		
1	46	55	128	19	99	23
2	52	17	140	26	87	16
3	60	1	149	4	78	38
4	69	19	154	48	72	54
5	79	28	157	55	69	47
6	90	0	158	50	68	52

Bélier (λ = 0°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	45	1	113	51		
1	46	55	128	19	99	23
2	52	17	140	26	87	16
3	60	1	149	4	78	38
4	69	19	154	48	72	54
5	79	28	157	55	69	47
6	90	0	158	50	68	52

Scorpion (λ = 210°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	56	41	111	0		
1	58	19	123	31	98	29
2	62	49	134	16	87	44
3	69	42	143	12	78	48
4	78	16	149	31	72	29
5	87	56	154	6	67	54
5 h 12	90	0	154	43	67	17

Taureau (λ = 30°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	56	41	111	0		
1	58	19	123	31	98	29
2	62	49	134	16	87	44
3	69	42	143	12	78	48
4	78	16	149	31	72	29
5	87	56	154	6	67	54
5 h 12	90	0	154	43	67	17

Sagittaire (λ = 240°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	65	31	102	30		
1	66	55	113	50	91	10
2	70	58	124	21	80	39
3	77	14	133	19	71	41
4	85	10	140	20	64	40
4 h 32	90	0	143	25	61	35

Gémeaux (λ = 60°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	65	31	102	30		
1	66	55	113	50	91	10
2	70	58	124	21	80	39
3	77	14	133	19	71	41
4	85	10	140	20	64	40
4 h 32	90	0	143	25	61	35

Parallèle du Borysthènes [1] 16 h 48° 32'

Cancer (λ = 90°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	24	41	90	0		
1	27	30	111	44	68	16
2	34	9	126	7	53	53
3	43	2	133	18	46	42
4	52	44	136	6	43	54
5	62	40	136	4	43	56
6	72	24	134	0	46	0
7	81	38	130	16	49	44
8	90	0	124	58	55	2

Capricorne (λ = 270°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	72	23	90	0		
1	73	38	100	15	79	45
2	77	10	109	47	70	13
3	82	44	118	3	61	57
4	90	0	124	58	55	2

1 la rivière Dniepr.

Lion (λ = 120°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	28	2	102	30		
1	30	32	122	9	82	51
2	36	55	135	54	69	6
3	45	30	143	28	61	32
4	55	3	146	50	58	10
5	64	59	147	19	57	41
6	74	47	145	46	59	14
7	84	10	142	27	62	33
7 h 40	90	0	139	20	65	40

Vierge (λ = 150°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	36	52	111	0		
1	38	56	126	45	95	15
2	44	31	139	7	82	53
3	52	25	147	9	74	51
4	61	35	151	36	70	24
5	71	22	153	23	68	37
6	81	17	152	58	69	2
6 h 54	90	0	151	22	70	38

Balance (λ = 180°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	48	32	113	51		
1	50	21	126	30	101	12
2	54	59	137	40	90	2
3	62	5	145	46	81	56
4	70	41	151	18	76	24
5	80	8	154	23	73	19
6	90	0	155	19	72	23

Scorpion (λ = 210°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	60	12	111	0		
1	61	38	122	5	99	55
2	65	36	132	16	89	44
3	72	5	140	26	81	34
4	80	3	146	28	75	32
5	89	3	151	2	70	58
5 h 06	90	0	151	22	70	38

Sagittaire (λ = 240°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	69	2	102	30		
1	70	20	112	49	92	11
2	74	2	122	31	82	29
3	79	48	130	49	74	11
4	87	14	137	25	67	35
4 h 20	90	0	139	20	65	40

Verseau (λ = 300°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	69	2	77	30		
1	70	20	87	49	67	11
2	74	2	97	31	57	29
3	79	48	105	49	49	11
4	87	14	112	25	42	35
4 h 20	90	0	114	0	40	40

Poissons (λ = 330°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	60	12	69	0		
1	61	38	80	5	57	55
2	65	36	90	16	47	44
3	72	5	98	26	39	34
4	80	3	104	28	33	32
5	89	3	109	2	28	58
5 h 06	90	0	109	22	28	38

Bélier (λ = 0°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	48	32	66	9		
1	50	21	78	48	53	30
2	54	59	89	58	42	20
3	62	5	98	4	34	14
4	70	41	103	36	28	42
5	80	8	106	41	25	37
6	90	0	107	37	24	41

Taureau (λ = 30°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	36	52	69	0		
1	38	56	84	45	53	15
2	44	31	97	7	40	53
3	52	25	105	9	32	51
4	61	35	109	36	28	24
5	71	22	111	23	26	37
6	81	17	110	58	27	2
6 h 54	90	0	109	22	28	38

Gémeaux (λ = 60°)						
Heure	Arc		Angle à l'est		Angle à l'ouest	
Midi	28	2	77	30		
1	30	32	97	9	57	51
2	36	55	110	54	44	6
3	45	30	118	28	36	32
4	55	3	121	50	33	10
5	64	59	122	19	32	41
6	74	46	120	46	34	14
7	84	10	117	27	37	33
7 h 40	90	0	114	20	40	40

Maintenant que les angles sont discutés, il resterait à traiter des situations [longitudes et latitudes] des villes notables de chaque contrée, afin de pouvoir calculer les phénomènes [astronomiques] observables de chaque endroit, mais nous traiterons ce sujet à part, car il appartient à la géographie ; nous y discuterons aussi des travaux de ceux qui ont écrit sur le sujet. Ce traité contiendra la distance en degrés entre chaque ville et l'équateur, sur son méridien, et entre chaque ville et le méridien d'Alexandrie, mesuré sur l'équateur, puisque tel est le méridien sur lequel nous baserons les temps donnés. Nous dirons toutefois ici que, comme conséquence des positions supposées connues des villes, si nous voulons connaitre l'heure pour un autre lieu à l'instant donné pour un lieu déterminé, nous devons savoir la distance, mesurée sur l'équateur, entre les méridiens des deux lieux, à l'est ou à l'ouest, et augmenter ou diminuer l'heure de l'endroit de référence d'autant de degrés de temps, pour obtenir l'heure au lieu qui nous concerne. Nous ajoutons si ce dernier est plus à l'est, et soustrayons s'il est plus à l'ouest.

Fin du deuxième livre.

Livre 3

Livre 3

Nous avons donné, dans les livres précédents, les principes mathématiques généraux du ciel et de la Terre, de l'obliquité de l'écliptique et des phénomènes particuliers en résultant, tant dans la *sphaera recta* que dans la *sphaera obliqua*, et ce, pour chaque latitude. Nous allons maintenant discuter de tout ce qui concerne le Soleil et la Lune ainsi que les circonstances et conséquences de leurs mouvements, puisqu'on ne peut expliquer les phénomènes associés aux autres astres sans d'abord traiter de ceux-ci. Par cela, nous pourrons déterminer la théorie du mouvement solaire, indispensable à connaitre avant de déterminer celle de la Lune.

1. De la durée de l'année

La première chose à déterminer dans la théorie solaire est la durée de l'année. Les ouvrages des anciens expriment différentes opinions et questions à cet égard, spécialement ceux d'Hipparque, très rigoureux dans son travail acharné sur ce sujet. Le plus étonnant est que, si nous comparons les retours du Soleil aux solstices et équinoxes, l'année semble durer un peu moins de 365¼ jours, mais si nous comparons plutôt les retours aux mêmes étoiles fixes, elle semble plus longue. Hipparque suppose donc que la sphère des étoiles fixes est animée d'un lent mouvement qui, comme celui des planètes, se fait en sens contraire du premier mouvement par lequel la sphère céleste entière est entrainée perpendiculairement au cercle qui passe par les pôles de l'équateur et de l'écliptique. Nous démontrerons que ce second mouvement a effectivement lieu, et nous expliquerons comment il s'opère, dans la section sur les étoiles fixes, qui viendra après celles sur le Soleil et la Lune, que l'on doit comprendre d'abord.

Pour nos fins, nous considérons que la durée de l'année solaire, sur le cercle de l'écliptique qui définit son mouvement, ne doit être définie que par rapport au retour du Soleil à un même point fixe de l'écliptique — soit un solstice ou un équinoxe, les seuls points que nous considérons appropriés. Mathématiquement, nous ne saurions considérer de façon plus idoine de définir une « révolution » que par le retour du Soleil à une même position, que ce soit par rapport à la durée du jour et de la nuit, ou à l'horizon et au méridien. D'autres points du zodiaque sont hors de question, étant moins bien définis. De plus, d'un point de vue physique, cette période est des plus raisonnables, vu qu'elle ramène le Soleil à la même saison ; il n'y a pas de point plus commode à utiliser que ceux marquant le début des saisons. Le retour aux mêmes étoiles n'offre aucun de ces avantages, surtout parce que la sphère des étoiles bouge elle-même, tel que nous l'observons ; ce serait la même chose que de définir l'année comme étant le temps pris par le Soleil à rejoindre Saturne ou une autre planète, ce qui donnerait des années de longueurs différentes. Nous croyons donc approprié de donner le nom d'année solaire au retour du Soleil, soit à un même équinoxe, soit à un même solstice, observés aux plus grands intervalles possibles.

Puisque les observations rapprochées qu'a faites Hipparque des retours du Soleil lui ont causé du souci, nous allons démontrer qu'il n'y a aucune raison pour cela. Nous avons été convaincus, par des observations des solstices et équinoxes que nous avons faites avec nos

instruments, que ces intervalles ne sont pas variables, puisque nous n'avons pas trouvé de différence significative du quart de jour, outre l'erreur attribuable à la construction ou à la position de ces instruments. Les calculs d'Hipparque nous permettent de conclure que ces variations sont dues à des erreurs dans les observations qu'il a utilisées ; il avoue lui-même, dans son traité sur la métaptose [précession] des solstices et équinoxes, après avoir énoncé des observations des solstices et équinoxes qu'il considère précises, qu'il n'y a pas là de différence notable permettant de conclure à l'existence d'une irrégularité. Il indique d'ailleurs que « ces observations prouvent clairement que les variations dans la durée de l'année sont plutôt faibles ; quant aux solstices, j'admets qu'Archimède et moi avons tous deux pu commettre des erreurs allant jusqu'à un quart de jour, tant dans l'observation que dans le calcul. Mais l'inégalité de la durée de l'année, si elle existe, peut se voir dans les observations faites à Alexandrie avec le cercle de cuivre [ou bronze ?] placé dans ce que l'on appelle le "portique carré." Ce cercle est censé indiquer le moment de l'équinoxe le jour où sa surface concave commence à être éclairée de l'autre côté. »

Il donne ensuite les temps des équinoxes d'automne qu'il considère comme ayant été observés très précisément, soit :

- la dix-septième année de la troisième période callipique, le trentième jour du mois de Mésori, vers le coucher du soleil ;
- trois ans plus tard, la vingtième année, dans la néoménie [nouvelle lune] au matin du premier jour épagomène — cela aurait dû être à midi, et il y a donc erreur d'un quart de jour ;
- l'année suivante, la vingt-et-unième année, à six heures, en accord avec l'observation précédente ;
- onze ans plus tard, dans la trente-deuxième année, le troisième jour des épagomènes, à minuit vers le quatrième — au lieu de quatre heures du matin, encore une différence d'un quart de jour ;
- un an plus tard, dans la trente-troisième année, le matin du quatrième jour épagomène, en accord avec l'observation précédente ; et
- trois ans plus tard, dans la trente-sixième année, le soir du quatrième jour des épagomènes — ce qui aurait dû être à minuit, soit encore un quart de jour d'erreur seulement [1].

Il énumère ensuite les équinoxes de printemps observés avec la même précision :

- dans la trente-deuxième année de la troisième période callipique, au matin du 27e jour du mois de Méchir et, ajoute-t-il, « la circonférence du cercle d'Alexandrie était éclairée également sur ses deux faces vers la cinquième heure — mes deux observations ne s'accordent donc qu'à cinq heures près ;
- « mais les équinoxes suivants, jusqu'à la trente-septième année, s'accordaient touts avec l'excès d'un quart de jour ;
- « onze ans après, dans la quarante-troisième année, l'équinoxe de printemps a eu lieu à minuit dans la nuit du 29e au 30e jour de Méchir, ce qui s'accorde avec l'observation de la trente-deuxième année et celles faites dans les années suivantes, jusqu'à la cinquantième ;

1 Les dates calculées par Toomer sont les 27 septembre –161, 27 septembre –158, 27 septembre –157, 26/27 septembre –146, 27 septembre –145, et 26 septembre –142.

- « [la cinquantième, l'équinoxe] arriva le premier jour du mois de Phaminoth, vers le coucher du soleil, ce qui est environ un jour et trois quarts plus tard que dans la quarante-troisième année, en accord avec les sept années intermédiaires. » [1]

Il n'y a donc pas de différence notable dans ces observations, bien qu'il soit possible qu'une erreur allant jusqu'à un quart de jour se soit produite, tant dans les observations des équinoxes que dans celles des solstices. En effet, supposons que l'instrument est décalé de ⅓ 600 du cercle qui passe par les pôles de l'équateur [donc de 6'] ; le Soleil, à l'intersection avec l'équateur, devra avancer d'un quart de degré en longitude sur l'écliptique — l'erreur peut donc aller jusqu'à un quart de jour.

L'erreur serait encore plus considérable si, au lieu d'instruments installés spécifiquement pour chaque occasion et alignés précisément au moment de l'observation, nous nous servions d'instruments installés en permanence sur un socle destiné à les garder longtemps dans la même position : l'instrument serait alors affecté d'un léger déplacement graduel qui nous est imperceptible en raison de sa lenteur. Cela peut être noté sur les instruments de cuivre [ou bronze ?] installés dans la palestre, qui sont censés demeurer dans le plan de l'équateur ; j'ai noté, en observant avec eux, ce décalage, surtout dans le plus grand et le plus ancien des deux instruments, au point que l'éclairage de la surface concave change parfois deux fois dans la même journée équinoxiale.

Hipparque admet qu'il ne voit rien là-dedans qui puisse faire croire à une variation de la durée de l'année. C'est plutôt sur la base de calculs liés à certaines éclipses lunaires qu'il a noté que l'irrégularité dans la durée de l'année, par rapport à la moyenne, n'excède pas trois quarts de jour. Cela mériterait considération, si c'était vrai, mais même les affirmations d'Hipparque l'infirment. En fait, il se base sur l'observation de quelques éclipses de lune près de certaines étoiles fixes, et mesurant la distance de l'étoile Spica au point équinoxial. Il croit ainsi d'abord mesurer un écart de 6½°, le maximum de son temps, mais une autre fois 5¼°, le minimum. Il en conclut que, Spica ne pouvant s'être déplacée d'autant en si peu de temps, le Soleil, qu'il utilise pour mesurer la position des étoiles fixes, ne retourne pas au même point dans un temps égal. Mais il est inapproprié de faire ce calcul sans utiliser la position du Soleil au moment de l'éclipse ; il ne s'en rend pas compte, mais d'utiliser ses observations des solstices et des équinoxes ne fait que démontrer qu'il n'y a pas de différence par rapport au quart de jour [de plus de 365].

Ainsi, prenons comme exemple l'observation de l'éclipse de la trente-deuxième année de la troisième période callipique, au cours de laquelle il affirme avoir mesuré Spica à 6½° à l'ouest de l'équinoxe d'automne, tandis qu'il l'a mesurée à 5¼° à l'ouest lors de la quarante-troisième année de cette même période. Il cite les équinoxes de printemps observés avec précision dans ces années, en vue de déterminer la position du Soleil au milieu de chaque éclipse ; de là, calculer celle de la Lune ; et enfin de celle-ci, calculer celles des étoiles : il dit que l'équinoxe de la trente-deuxième année est arrivé le matin du vingt-septième jour de Méchir [2], et celle de la quarante-troisième année après minuit du vingt-neuvième au trentième jour [de Méchir], plus tard dans l'année [égyptienne] de deux jours et trois quarts que celle de la trente-deuxième année, soit un quart de jour par année pendant chacune des 11 années intermédiaires. Si le Soleil retourne donc aux équinoxes après ni plus ni moins qu'un quart de jour [de plus que 365], et que Spica ne peut s'être déplacée de 1¼° en aussi peu d'années, il est insensé d'utiliser des calculs

1 Les dates calculées par Toomer sont le 24 mars –145, les années –144 à –140, le 23/24 mars –134, les années –133 à –128, et le 23 mars –127.

2 24 mars –145 selon Toomer.

basés sur ce qui précède pour en contester les résultats, et il est insensé d'attribuer le mouvement de Spica aux seuls équinoxes en question — qui seraient à la fois bien observés mais mal observés aussi — quand il peut y avoir d'autres causes d'erreur. Il serait plus logique que la distance [angulaire] de la Lune aux étoiles ait été mal estimée, ou que l'effet de la parallaxe sur la position apparente de la Lune a été mal évalué, ou encore que le mouvement du Soleil des équinoxes aux éclipses [a été mal calculé].

Je crois qu'Hipparque savait que tout cela n'était pas assez pour attribuer une seconde inégalité [ou anomalie] au soleil, mais que son amour de la vérité l'a amené à divulguer tout ce qui pouvait susciter le doute. Il s'est aussi servi, pour ses théories solaire et lunaire, d'une seule anomalie, dont la période est d'une année telle que définie par les solstices et les équinoxes. Si nous supposons que la révolution du Soleil prend toujours le même temps, nous constatons qu'il n'y a aucune différence significative entre les phénomènes des éclipses observés et ceux qui sont calculés suivant ces mêmes modèles. Si une telle différence existait, nous la noterions aisément, puisque nous aurions à faire une correction pour la variation de l'année — soit-elle d'aussi peu qu'un degré, ce serait environ deux heures équinoxiales [d'erreur].

Suite à cela, et suite à nos propres observations du mouvement du Soleil, nous concluons que la durée de l'année est constante et qu'il n'y a pas d'inégalité, pour autant qu'elle soit toujours définie par rapport à un seul et même point, et non tantôt par rapport aux solstices et équinoxes, tantôt par rapport aux étoiles fixes. Nous considérons aussi que la définition la plus naturelle de cette révolution est le retour du Soleil à un même solstice ou équinoxe, ou à un autre point de l'écliptique. Nous considérons aussi qu'il convient de démontrer les phénomènes par les hypothèses les plus simples possibles, tant que rien dans les observations ne vienne les contredire.

Il était évident même pour Hipparque que la durée de l'année par rapport aux solstices et équinoxes est de moins de ¼ jour de plus que 365, mais nous ne pouvons déterminer avec certitude de combien, puisque la différence est si faible que même pendant plusieurs années, elle semble toujours d'un quart de jour. En comparant sur une longue période, il est donc possible que l'excédent du nombre de jours [sur un multiple de 365], lorsque distribué sur plusieurs années d'intervalle, soit le même que l'on prenne un petit ou un grand intervalle, mais on obtiendra un résultat d'autant plus précis que l'intervalle entre les observations [la première et la dernière] est grand, ce qui est vrai pour tout phénomène périodique. L'imprécision des observations, même les plus précises, est suffisamment petite et sensiblement la même à chaque observation, qu'elles soient rapprochées ou distantes ; si on la distribue sur un petit nombre d'années, l'erreur annuelle sera plus grande et s'accumulera avec le temps, tandis que si on la distribue sur un plus grand nombre d'années, elle sera moindre pour chacune d'entre elles.

Nous devons donc considérer comme suffisant de compiler les intervalles depuis les observations les plus anciennes (mais exactes) jusqu'à nos jours — mais il s'agira de les examiner correctement ! Quant à assurer la validité des déterminations sur un temps infini ou simplement très long, nous considérons cela étranger à l'amour de la vérité. Les observations de solstices d'été réalisées par Méton et Euctémon [1], puis celles d'Aristarque [de Samos], devraient, à cause de leur ancienneté, être comparées aux [solstices] observés de notre temps. Cependant, les observations des solstices ne peuvent pas être très précises, et celles qui nous ont été transmises paraissent bâclées

1 Halma dit «Méton et Euctémon». Toomer dit plutôt «l'école de Méton et d'Euctémon». La version grecque (Heiberg et Halma) dit «ἕνεκεν μὲν οὖν παλαιότητος αἵ τε ὑπὸ τῶν περὶ Μέτωνα καὶ Εὐκτήμονα τετηρημέναι θεριναὶ τροπαὶ», donc aucune mention d'«école».

à Hipparque, nous les avons omises, et nous avons préféré comparer les observations des équinoxes ; leur précision nous a fait choisir celles d'Hipparque, qu'il assure avoir réalisées lui-même avec la plus grande précision. Nous les avons comparées à celles réalisées avec les instruments décrits au début de ce traité ; ainsi, nous notons qu'en 300 ans, les solstices et les équinoxes sont arrivés un jour plus tôt qu'ils ne seraient arrivés s'ils étaient un quart de jour en excès sur 365 jours. Dans la 32e année de la troisième période callipique, Hipparque a noté l'équinoxe d'automne comme ayant été observé avec une extrême minutie ; selon ses calculs, il est arrivé à minuit du 3e au 4e jours épagomènes [1], cela dans la 178e année suivant la mort d'Alexandre [2]. Deux-cent-quatre-vingt-cinq ans après, dans la 3e année d'Antonin [3], soit 463 ans après la mort d'Alexandre, nous avons observé minutieusement l'équinoxe d'automne, le 9e jour du mois d'Athyr [4], environ une heure après le lever du soleil. La période entre les deux est de 285 années égyptiennes (de 365 jours), 70¼ jours plus environ ½₀ jour, plutôt que les 70¼ jours qui correspondraient à un quart de jour d'excès [sur 365]. Cela est donc un jour moins ½₀e environ plutôt que si c'était ¼ jour d'excès par année.

Hipparque mentionne également l'observation minutieuse de l'équinoxe de printemps dans la 32e année de la troisième période callipique, au matin du 27e jour du mois de Méchir [5] ; cela était la 178e depuis la mort d'Alexandre. Deux-cent-quatre-vingt-cinq ans plus tard, dans la 463e année depuis cette époque, nous avons observé l'équinoxe de printemps le 7e jour du mois de Pachon [6], vers une heure après midi. Cela correspond aussi à 70¼ + ½₀ environ, plutôt que les 71¼ jours correspondant à l'excès d'un quart de jour sur 285 ans. Ici donc encore, le retour de l'équinoxe de printemps a eu lieu un jour moins un vingtième plus tôt qu'il n'aurait eu lieu si l'année était excédentaire d'un quart de jour. Puisque 1 jour : 1⁹⁄₂₀ jour = 300 : 285, nous concluons qu'en 300 ans, le retour du Soleil à l'équinoxe se fait un jour plus tôt que si l'année était excédentaire d'un quart de jour.

Même si nous comparions, pour son ancienneté, l'observation du solstice d'été faite par Méton et par Euctémon, « bâclée » qu'elle soit, à notre propre observation méticuleuse, nous trouverions la même chose : cette observation a été faite sous l'archontat d'Apseude à Athènes, le matin du 21e jour du mois de Phaminoth [7]. Nous avons méticuleusement calculé celui de la 463e année suivant la mort d'Alexandre comme ayant lieu dans la nuit du 11e au 12e jours du mois de Mésori [8] à deux heures après minuit. Selon Hipparque, il y a 152 ans entre le solstice d'été observé sous l'archonte Apseude jusqu'à celui observé par Aristarque dans la 50e année de la première période callipique [9], et de cette 50e année, qui était la 44e depuis la mort d'Alexandre, jusqu'à la 463e (de notre observation), il s'est écoulé 419 ans. Donc, si le solstice d'été observé par Euctémon a eu lieu au début du 21e jour de Phaminoth, au bout de 571 années, il y a eu 140⅝ jours d'excès sur les années égyptiennes, au lieu de 142¾ jours qui correspondraient à l'excès d'un quart de jour pan an pendant 571 ans. Le retour [au solstice] s'est donc fait deux jours moins un douzième de jour plus tôt qu'il n'aurait été si l'année était excédentaire d'un quart de jour. Au bout

1 26/27 septembre –146, selon Toomer.
2 Ἀλέξανδρος *Alexandros,* Alexandre le Grand ; 20/21 juillet –355 – 10/11 juin –322 ; régna de –335 à son décès.
3 *Antoninus Pius,* Antonin le Pieux ; 19 septembre 86 – 7 mars 161 ; régna du 11 juillet 138 à son décès.
4 26 septembre 139, selon Toomer.
5 24 mars –145, selon Toomer.
6 22 mars 140, selon Toomer.
7 27 juin –431, selon Toomer.
8 24/25 juin 140, selon Toomer.
9 –279.

de 600 années pleines, la fin de l'année est donc arrivée environ deux jours plus tôt que si l'excédent sur 365 jours était d'exactement ¼ jour.

Nous trouvons le même résultat par d'autres observations, et les écrits d'Hipparque corroborent cette conclusion. Dans son *Traité de la durée de l'année*, il compare le solstice d'été observé par Aristarque à la fin de la 50e année de la première période callipique avec celui qu'il a observé méticuleusement à la fin de la 43e année de la troisième période callipique : « Il est évident qu'en plus de 145 ans le solstice s'est produit la moitié de la durée d'un jour et une nuit plus tôt qu'il se serait produit si l'année était d'exactement 365¼ jours ». Ailleurs, dans son Livre sur les mois et les jours intercalaires, il dit que Méton et Euctémon comptent 365¼ + 1/70 jours, mais que Callippe [de Cyzique] n'en compte que 365¼ [exactement], puis il ajoute : « Nous avons trouvé le nombre de mois entiers compris dans 19 ans identique à leur nombre, mais nous avons trouvé que l'année contient 1/300 jour de moins que le quart ; en 300 ans, donc, il manque cinq jours comparativement à [la valeur de] Méton, mais un jour seulement de moins que [la valeur de] Callippe. Dans sa liste de ses [propres] œuvres, il ajoute : « Dans mon livre sur la durée de l'année, je démontre que l'année solaire — qui est le temps que le Soleil prend pour revenir d'un solstice au même solstice ou d'un équinoxe à un même équinoxe — dure 365¼ moins environ 1/300e de [la durée de] un jour et une nuit consécutifs, et non pas, comme les mathématiciens [1] le suggèrent, ajouter un quart entier au nombre de 365 jours de l'année ».

Il est clair, je crois, que les observations faites jusqu'à maintenant sur la longueur de l'année s'accordent toutes, anciennes et nouvelles, pour dire que le Soleil prend ce temps [365¼ – 1/300 j] pour revenir aux mêmes solstices ou équinoxes. Si nous divisons donc un jour en 300 ans, cela donne 12 secondes par année ; si nous les soustrayons des 365 jours et 15 minutes de jour [365;15 j] [2] de l'excès de ¼, cela donne 365;14,48 [365 j 5 h 55 min 12 s] [3] pour la durée de l'année. Telle est donc la valeur approximative, pour le nombre de jours et de fractions de jour, que nous dérivons des observations.

Afin de connaitre la position du Soleil et des autres astres dans chaque point de leur cercle [4], l'utilité d'un tableau précomposé ne fait aucun doute. Les mathématiciens, à ce niveau, se doivent de démontrer que tous les phénomènes célestes résultent de mouvements uniformes et circulaires [5]. Ce tableau doit donc, conformément à cette idée, être dressé de sorte que les mouvements égaux et uniformes soient séparés de l'anomalie, qui est une conséquence des modèles circulaires ; la position des astres sera ainsi obtenue en combinant les effets de ces deux mouvements. Afin de pouvoir dresser ce tableau pratique et complet, nous allons décrire les mouvements individuels du Soleil de la manière suivante.

Nous avons démontré que le Soleil retourne au même point tous les 365;14,48 jours ; si nous divisons les 360 degrés du cercle par ce nombre, nous trouverons le mouvement diurne du Soleil, soit 0° 59′ 08″ 17‴ 13⁗ 12⁗′ 31⁗′′ — ce nombre de positions devrait suffire. Prenons maintenant la vingt-quatrième

1 Selon Toomer (p. 139, note 26) : « οἱ μαθηματικοὶ, qui inclut les astronomes. On pourrait penser, d'après le ton d'Hipparque, qu'il veut dire les "astrologues" (ce qui est une signification normale en grec ultérieur). Ptolémée, toutefois, n'utilise pas le mot dans ce sens. »

2 Ptolémée utilise ici le terme « minutes » au sens de « soixantième partie ».

3 La valeur moderne est de 365 j 5 h 48 min 45 s, mais les formules du Bureau des Longitudes [Simon et autres, 1994] indiquent que l'année était plus longue de 7 s à l'époque de Ptolémée. Converties pour la durée de l'année [Urban et Seidelmann, 2013], cela donne : $365{,}2421896698 - 0{,}00000615359\ T - 7{,}29 \times 10^{-10}\ T^2 + 2{,}64 \times 10^{-10}\ T^3$, où T est le nombre de siècles juliens depuis le 1er janvier 2000. On peut calculer T en partant du jour julien JJ : $T = (JJ - 2451545) \div 36525$.

4 Ptolémée n'utilise jamais le terme « orbite », qui daterait du quatorzième siècle dans le sens astronomique.

5 Ce modèle demeurera le seul pendant environ 1 500 ans, jusqu'à ce que Kepler démontre, en 1609, que les orbites — incluant celles de la Terre et de la Lune — sont des ellipses plutôt que des cercles, et que les vitesses sont variables.

partie de ce mouvement diurne : cela nous donne environ 0° 02′ 27″ 50‴ 43⁗ 03⁗′ 01⁗′′ par heure. En multipliant le mouvement diurne par les 30 jours d'un mois, nous obtenons 29° 34′ 08″ 36‴ 36⁗ 15⁗′ 30⁗′′ par mois. Pour l'année égyptienne, nous aurons 359° 45′ 24″ 45‴ 21⁗ 08⁗′ 35⁗′′. Si nous multiplions ce nombre par 18, pour rendre le tableau plus pratique et mieux composé [1], nous obtenons un excès [du nombre de révolutions entières] en dix-huit ans de 355° 237′ 25″ 36‴ 20⁗ 34⁗′ 30⁗′′.

Nous avons donc trois tableaux des mouvements du Soleil, chacun en deux parties et 45 lignes. Le premier contient les mouvements moyens par tranches de 18 ans ; le second, pour les années simples suivies des heures ; le troisième pour les mois suivis des jours. La première colonne indique les temps ; la seconde, les degrés.

2. Tableau des mouvements moyens du Soleil

Distance [en anomalie] de l'apogée du Soleil (Gémeaux 5° 30′) à sa longitude moyenne dans la 1re année de Nabonassar (Poissons 0° 45′) : 265° 15′.

Pér. de 18 ans	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗′′
18	355	37	25	36	20	34	30
36	351	14	51	12	41	09	00
54	346	52	16	49	01	43	30
72	342	29	42	25	22	18	00
90	338	07	08	01	42	52	30
108	333	44	33	38	03	27	00
126	329	21	59	14	24	01	30
144	324	59	24	50	44	36	00
162	320	36	50	27	05	10	30
180	316	14	16	03	25	45	00
198	311	51	41	39	46	19	30
216	307	29	07	16	06	54	00
234	303	06	32	52	27	28	30
252	298	43	58	28	48	03	00
270	294	21	24	05	08	37	30
288	289	58	49	41	29	12	00
306	285	36	15	17	49	46	30
324	281	13	40	54	10	21	00
342	276	51	06	30	30	55	30
360	272	28	32	06	51	30	00
378	268	05	57	43	12	04	30
396	263	43	23	19	32	39	00
414	259	20	48	55	53	13	30
432	254	58	14	32	13	48	00

Années	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗′′
1	359	45	24	45	21	08	35
2	359	30	49	30	42	17	10
3	359	16	14	16	03	25	45
4	359	01	39	01	24	34	20
5	358	47	03	46	45	42	55
6	358	32	28	32	06	51	30
7	358	17	53	17	28	00	05
8	358	03	18	02	49	08	40
9	357	48	42	48	10	17	15
10	357	34	07	33	31	25	50
11	357	19	32	18	52	34	25
12	357	04	57	04	13	43	00
13	356	50	21	49	34	51	35
14	356	35	46	34	56	00	10
15	356	21	11	20	17	08	45
16	356	06	36	05	38	17	20
17	355	52	00	50	59	25	55
18	355	37	25	36	20	34	30

Heures	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗′′
1	00	02	27	50	43	03	01
2	00	04	55	41	26	06	02
3	00	07	23	32	09	09	03

Mois égypt.	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗′′
30	29	34	08	36	36	15	30
60	59	08	17	13	12	31	00
90	88	42	25	49	48	46	30
120	118	16	34	26	25	02	00
150	147	50	43	03	01	17	30
180	177	24	51	39	37	33	00
210	206	59	00	16	13	48	30
240	236	33	08	52	50	04	00
270	266	07	17	29	26	19	30
300	295	41	26	06	02	35	00
330	325	15	34	42	38	50	30
360	354	49	43	19	15	06	00

Jours	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗′′
1	00	59	08	17	13	12	31
2	01	58	16	34	26	25	02
3	02	57	24	51	39	37	33
4	03	56	33	08	52	50	04
5	04	55	41	26	06	02	35
6	05	54	49	43	19	15	06
7	06	53	58	00	32	27	37
8	07	53	06	17	45	40	08
9	08	52	14	34	58	52	39

1 Note 28, page 140, de la version de Toomer — les crochets sont de lui : « Malgré ici l'énoncé clair de Ptolémée expliquant son choix d'une période de 18 ans, elle a été le sujet de nombreux vains débats. Partant d'une hauteur standard de 45 lignes, et allouant de l'espace pour les en-têtes, il est amené, par la combinaison des années simples sur la même page avec les heures, à 18 lignes pour ce tableau (18 + 24 = 42 = 12 + 30 [mois et jours]). C'est aussi la raison pour laquelle le tableau des périodes de 18 ans ne va que jusqu'à 810 ans (45 × 18), bien que cela n'atteigne pas l'époque même de Ptolémée à partir de son point de départ. Au moment de composer les Tables pratiques, il a réalisé l'inconvénient de cet arrangement, et a opté pour des périodes de 25 ans et un point de départ plus près de son temps (l'Ère de Philippe, 12 novembre –323). »

Pér. de 18 ans	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗″
450	250	35	40	08	34	22	30
468	246	13	05	44	54	57	00
486	241	50	31	21	15	31	30
504	237	27	56	57	36	06	00
522	233	05	22	33	56	40	30
540	228	42	48	10	17	15	00
558	224	20	13	46	37	49	30
576	219	57	39	22	58	24	00
594	215	35	04	59	18	58	30
612	211	12	30	35	39	33	00
630	206	49	56	12	00	07	30
648	202	27	21	48	20	42	00
666	198	04	47	24	41	16	30
684	193	42	13	01	01	51	00
702	189	19	38	37	22	25	30
720	184	57	04	13	43	00	00
738	180	34	29	50	03	34	30
756	176	11	55	26	24	09	00
774	171	49	21	02	44	43	30
792	167	26	46	39	05	18	00
810	163	04	12	15	25	52	30

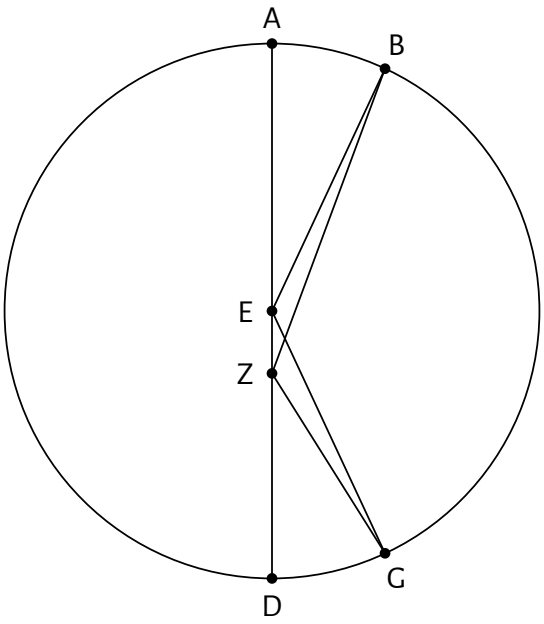
Heures	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗″
4	00	09	51	22	52	12	05
5	00	12	19	13	35	15	06
6	00	14	47	04	18	18	07
7	00	17	14	55	01	21	09
8	00	19	42	45	44	24	10
9	00	22	10	36	27	27	11
10	00	24	38	27	10	30	12
11	00	27	06	17	53	33	14
12	00	29	34	08	36	36	15
13	00	32	01	59	19	39	16
14	00	34	29	50	02	42	18
15	00	36	57	40	45	45	19
16	00	39	25	31	28	48	20
17	00	41	53	22	11	51	21
18	00	44	21	12	54	54	23
19	00	46	49	03	37	57	24
20	00	49	16	54	21	00	25
21	00	51	44	45	04	03	27
22	00	54	12	35	47	06	28
23	00	56	40	26	30	09	29
24	00	59	08	17	13	12	31

Jours	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗″
10	09	51	22	52	12	05	10
11	10	50	31	09	25	17	41
12	11	49	39	26	38	30	12
13	12	48	47	43	51	42	43
14	13	47	56	01	04	55	14
15	14	47	04	18	18	07	45
16	15	46	12	35	31	20	16
17	16	45	20	52	44	32	47
18	17	44	29	09	57	45	18
19	18	43	37	27	10	57	49
20	19	42	45	44	24	10	20
21	20	41	54	01	37	22	51
22	21	41	02	18	50	35	22
23	22	40	10	36	03	47	53
24	23	39	18	53	17	00	24
25	24	38	27	10	30	12	55
26	25	37	35	27	43	25	26
27	26	36	43	44	56	37	57
28	27	35	52	02	09	50	28
29	28	35	00	19	23	02	59
30	29	34	08	36	36	15	30

3. Des hypothèses qui expliquent le mouvement circulaire uniforme

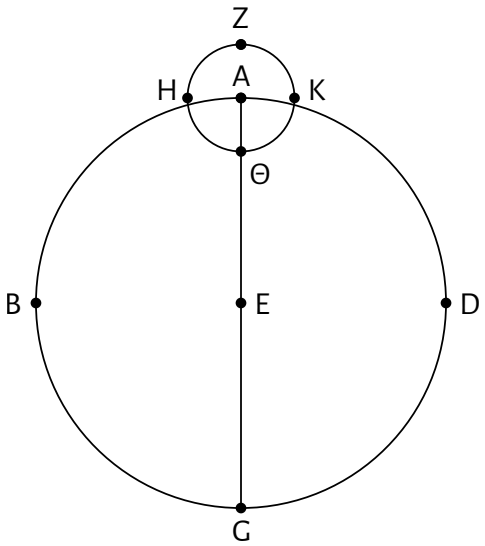
Avant de pouvoir expliquer ce qu'on entend par « anomalie apparente du Soleil », il faut préciser qu'en général, les mouvements des planètes, qui suivent l'ordre des signes ou constallations du zodiaque, ainsi que le mouvement de l'univers en sens contraire, sont tous essentiellement uniformes et circulaires. C'est-à-dire que si nous imaginons que les astres ou leurs cercles sont portés par des lignes, celles-ci couvrent toujours des angles égaux dans des temps égaux par rapport au centre de la circonférence décrite. Les anomalies apparentes résultent de la position et de l'arrangement des cercles où ces mouvement s'accomplissent, et il n'y a, dans le « désordre » que l'on croit remarquer dans les phénomènes, rien d'étranger à leur nature immutable. La vraie cause de cette apparente irrégularité peut s'expliquer par deux hypothèses premières et simples. Si nous supposons que le mouvement se fait le long d'un cercle centré sur la Terre et dans le plan de l'écliptique — donc le point d'où nous regardons n'est pas différent de ce centre —, alors soit le mouvement uniforme se fait sur un cercle non concentrique au monde, ou ces cercles sont concentriques, mais que le mouvement se fait plutôt sur d'autres cercles, les épicycles, portés par le [cercle] concentrique. Dans l'une et l'autre de ces hypothèses, nous pouvons démontrer qu'ils [les astres] parcourent, de notre point de vue et en des temps égaux, des arcs inégaux de l'écliptique dont le centre est celui du monde.

Prenons d'abord l'hypothèse de l'excentricité. Traçons-le comme le cercle ABGD, centré sur E, et plaçons notre point de vue en Z le long d'un diamètre AED ; A devient ainsi l'apogée [le point le plus éloigné de la Terre], et D le périgée [le point le plus proche]. Prenons maintenant



des arcs égaux, soit AB et GD, et joignons B à E et à Z, ainsi que G aussi à E et à Z. Il est ainsi évident que l'astre, ayant parcouru en temps égal chacun des arcs AB et GD, semblera avoir parcouru des arcs inégaux d'un cercle [non illustré] autour du point Z, parce que l'angle BEA est égal à l'angle GED, mais l'angle BZA est plus petit que chacun d'entre eux, tandis que GZD est plus grand.

Prenons maintenant l'hypothèse de l'épicycle. Soit le cercle ABGD l'écliptique, centré sur E et



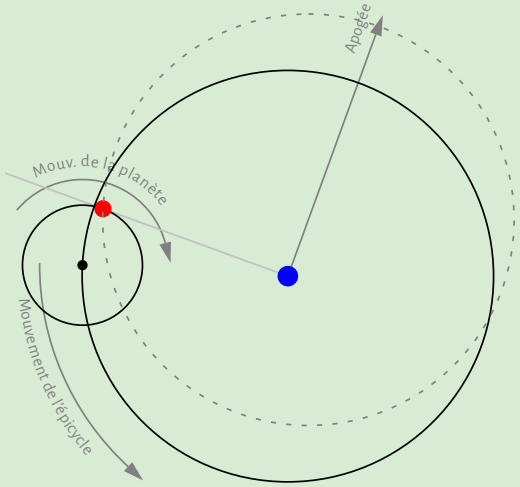
Une version animée de ce diagramme est disponible au http://almageste.ca

avec le diamètre AEB, et l'épicycle ZHΘK, l'astre [en rouge] se déplaçant autour du centre A. Il est donc évident qu'en parcourant uniformément le cercle ABGD, par exemple de A à B, quand l'astre est en Z ou en Θ, il paraitra toujours comme s'il était au centre A de l'épicycle ; s'il est en d'autres points, toutefois, cela ne sera pas le cas. Supposons par exemple qu'il soit alors parvenu en H ; il semblera donc avoir avancé *davantage* que par le mouvement uniforme, de l'arc AH. À l'inverse, s'il est en K, il semblera avoir *moins* avancé, de l'arc AK.

Dans l'hypothèse du cercle excentrique, le mouvement plus lent se fait toujours à la plus grande distance de la Terre, et le plus rapide, à la moins grande distance, puisque l'angle AZB est toujours plus petit que l'angle DZG. Dans l'hypothèse de l'épicycle, toutefois, les deux possibilités existent. Pendant que l'épicycle se déplace dans le sens des signes, par exemple de A à B, si l'astre se déplace sur celui-ci dans le même sens, comme de Z à H, son mouvement semblera plus *rapide* à l'apogée, puisque l'épicycle et l'astre iront dans le même sens. Au contraire, si le mouvement de l'astre sur l'épicycle se fait contre l'ordre des signes, c'est-à-dire de K à Z, son mouvement semblera plus *lent* à l'apogée, parce que l'astre se déplacera alors dans le sens contraire de celui de l'épicycle.

Selon ce principe, nous devons présupposer que pour certains astres — ceux qui ont une double anomalie — les deux hypothèses sont combinées ; nous y reviendrons. Pour ceux qui n'ont qu'une seule anomalie, toutefois, et toujours la même, une seule hypothèse suffira, parce que les mêmes phénomènes se reproduiront, sans différence, peu importe l'hypothèse, tant que les proportions sont conservées ; par cela, je veux dire que le rapport entre le rayon de l'excentrique et la droite qui joint le centre de l'excentrique au centre du monde (où nous nous trouvons) est le même que celui entre le rayon du grand cercle « porteur » et le rayon de l'épicycle, et que le temps pris par l'astre pour parcourir tout le cercle excentrique

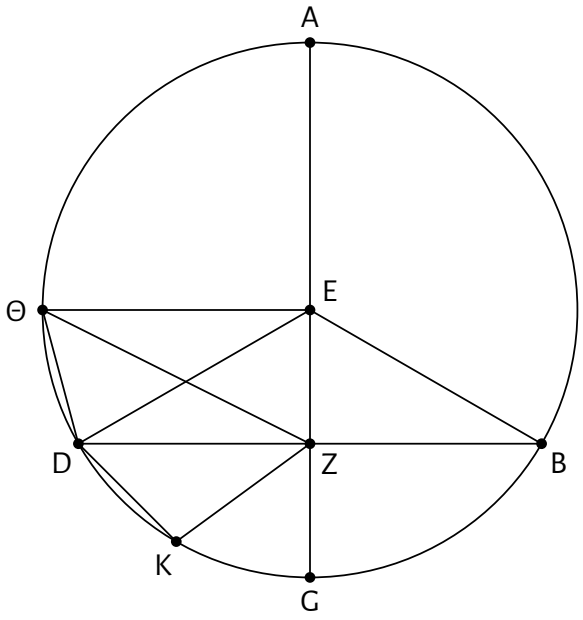
Dans le schéma ci-dessous, lorsque la planète (en rouge) est à 90° ou 270° de son apogée, sa vitesse vue de la Terre (en bleu) est la « vitesse moyenne ». Ptolémée ne démontre jamais pourquoi, mais cela est évident, vu qu'à ce moment, la planète ne semble avoir aucun mouvement longitudinal (seulement radial) sur son épicycle, vu qu'elle est alors au point de son épicycle qui est tangent à notre axe de visée. Son mouvement apparent est alors entièrement dû au mouvement de l'épicycle sur le déférent (le grand cercle).



Pas à l'échelle

(qui est fixe) doit être le même temps que celui pris par l'épicycle pour parcourir tout son grand cercle centré sur l'observateur, tandis que l'astre parcourt l'épicycle à la même vitesse [angulaire], dans le sens inverse des signes [1].

Ces suppositions établies, nous allons brièvement démontrer, par le raisonnement d'abord, puis par les calculs de l'anomalie du Soleil, que les mêmes phénomènes se produisent peu importe l'hypothèse. J'affirme donc d'abord que, dans l'une comme dans l'autre, la plus grande différence entre le mouvement uniforme et celui qui semble irrégulier (différence qui nous renseigne sur la position où la planète est à sa vitesse moyenne [voir encadré ci-dessus]) a lieu lorsque la distance apparente entre l'astre et l'apogée est d'un quadrant, et que l'astre prend plus de temps pour aller de l'apogée à cette « position de vitesse moyenne » que pour aller de celle-ci au périgée. Donc, dans tous les cas pour l'hypothèse excentrique, et quand le mouvement à l'apogée est en avance [contre l'ordre des signes, ou vers l'ouest] pour l'hypothèse épicyclique, le temps écoulé entre la moindre vitesse et la vitesse moyenne est plus grand que le temps écoulé entre la vitesse moyenne et la plus grande vitesse, puisque dans les deux cas, le mouvement le plus lent est à l'apogée. Toutefois, avec des épicycles dont le mouvement suit l'ordre des signes depuis l'apogée [vers l'est], le temps écoulé entre le mouvement le plus rapide et le mouvement moyen est, au contraire, plus grand que celui entre le mouvement moyen et le plus lent, puisque la plus grande vitesse a lieu à l'apogée.



1 Ici, la traduction d'Halma et celle de Toomer semblent en contradiction. Halma a « …comme faisant son mouvement dans l'apogée, contre l'ordre des signes. » Toomer a « …but so that its motion at the apogee [of the epicycle] is in advance. » Heiberg a «ὁ δ'ἀστὴρ τὸν ἐπίκυκλον ἰσοταχῶς, ὡς μέντοι τῆς κατὰ τὸ ἀπόγειον μεταβάσεως εἰς τὰ προηγούμενα γινομένης». Manitius a «daß sein Fortschritt auf dem erdfernen Bogen (des Epizykels) gegen die Richtung der Zeichenfolge (d.i. westwärts) vor sich geht». Tant Heiberg que Manitius peuvent être traduits dans le même sens qu'Halma a donné… et c'est peut-être moi qui comprends mal ce que veut dire Toomer.

Traçons le cercle excentrique de l'astre, ABGD, autour du centre E et avec le diamètre AEG, et ajoutons en Z le centre du zodiaque (où se trouve l'observateur), puis traçons, passant par Z, la perpendiculaire BZD à la droite AEG. Si nous supposons l'astre aux points B ou D, à distance angulaire de l'apogée A égale à un quart de cercle [90°], nous devons ici démontrer que la plus grande différence entre le mouvement uniforme et le mouvement anormal se trouve aux points B et D. À preuve : Joignons EB et ED. Il est alors facile de voir que le rapport de l'angle EBZ à quatre angles droits [360°] est le même que celui de l'arc de l'anomalie à toute la circonférence [1], puisque l'angle AEB mesure l'arc du mouvement uniforme, mais l'angle AZB mesure celui parcouru par le mouvement irrégulier ; la différence entre les deux est l'angle EBZ.

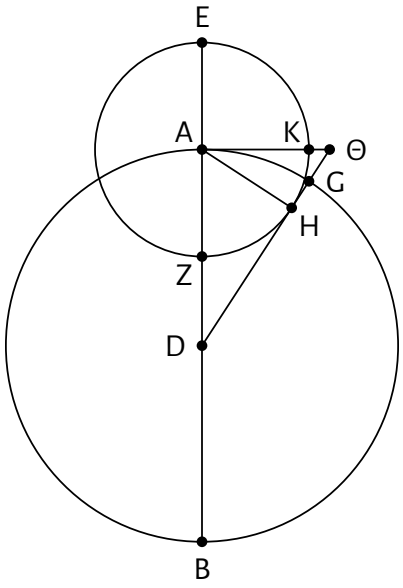
J'affirme que, sur la droite EZ, aucun autre angle de la circonférence ABGD ne sera plus grand que chacun de ceux-là [∠ EBZ et ∠ EDZ]. Créons donc les angles EΘZ et EKZ aux points Θ et K, et les droites ΘD et KD. Dans tout triangle, le plus grand côté est opposé au plus grand angle, et

ΘZ > ZD,
Donc ∠ ΘDZ > DΘZ.
Mais ∠ EDΘ = ∠ EΘD,
puisque EΘ = ED [rayons].
Donc, par addition,
∠ EDZ (= ∠ EBD) > ∠ EΘZ.
Aussi, puisque DZ > KZ,
∠ ZKD > ZDK.
Mais ∠ EKD = ∠ EDK,
puisque EK = ED.
Donc, par soustraction,
∠ EDZ (= ∠ EBZ) > EKZ.

Conséquemment, il est impossible de construire un angle plus grand que ceux qui ont leur sommet en B et D. Par la même occasion, il est démontré que l'arc AB, qui correspond au temps de la moindre vitesse à la [vitesse] moyenne, est plus grand que l'arc BG, qui correspond au temps de la vitesse moyenne à la plus grande [vitesse] ; [la différence correspond à la taille] des deux arcs comprenant l'équation de l'anomalie. En effet, l'angle AEB est plus grand qu'un angle droit, l'angle EZB, par [la taille de] l'angle EBZ, tandis que l'angle BEG est plus petit [qu'un angle droit] du même angle.

Pour démontrer que la même chose se produit dans l'hypothèse de l'épicycle, traçons le cercle ABG autour du centre D, qui correspond au monde, avec pour diamètre AB. Dans son plan, l'épicycle EZH est porté autour du centre A. Supposons que l'astre soit en H, où sa distance apparente à l'apogée est d'un quadrant [90°]. Joignons enfin AH et DHG. J'affirme que la droite DHG est tangente à l'épicycle [en H], où se trouve la plus grande différence entre le mouvement uniforme et le mouvement inégal.

Le mouvement uniforme/moyen depuis l'apogée est représenté par l'angle EAH, puisque l'astre parcourt l'épicycle, qui parcourt le cercle ABG, les deux à la même vitesse. La différence entre



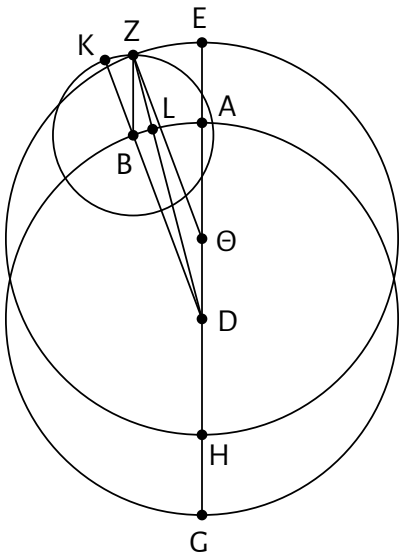
Pas à l'échelle

1 C'est ce que nous appelons l'*équation de l'anomalie*.

le mouvement uniforme et le mouvement apparent est représentée par l'angle ADH. Il est donc évident que l'excès de l'angle EAH sur l'angle ADH, soit l'angle AHD, représente la distance apparente de l'astre à l'apogée. Nous avons vu qu'on la suppose être égale à un quadrant [90°] ; il s'ensuit donc que cet angle AHD est droit, et que la droite DHG est tangente à l'épicycle EZH. L'arc AG entre le centre A et cette tangente est donc la plus grande différence produite par l'anomalie.

Pour les mêmes raisons, l'arc EH, qui représente — suivant le sens du mouvement supposé sur l'épicycle — le temps écoulé entre la vitesse minimale à la vitesse moyenne, est plus grand que l'arc HZ, qui représente le temps écoulé entre la vitesse moyenne et la plus grande, par deux fois l'arc AG. Si nous étirons la droite DH jusqu'au point Θ et traçons AKΘ perpendiculaire à EZ, ∠ KAH = ∠ ADG, et arc KH ∥ arc AG. L'arc EKH est donc plus grand qu'un quadrant par cet arc [KH], tandis que l'arc ZH est plus petit qu'un quadrant d'autant [que l'arc KH]. CQFD.

Nous comprendrons aussi aisément que, dans une hypothèse ou l'autre, les mouvements partiels, tant moyens qu'apparents, et leur excédent ou différence, est la différence causée par [ou équation de] l'anomalie, sont égaux en temps égaux. Traçons donc le cercle ABG, concentrique à l'écliptique, autour du centre D, et un cercle EZH excentrique, mais [de taille] égal[e] à [celle du] concentrique ABG, et ayant pour centre Θ. Soit EAΘD leur diamètre commun passant par les centres, Θ et D, et par l'apogée, E. Choisissons un arc AB au hasard sur le [cercle] concentrique, puis, avec le centre B et le rayon DΘ, traçons l'épicycle KZ, et joignons enfin KBD. Je dis que, par le mouvement d'une hypothèse comme de l'autre, l'astre arrivera au point Z d'intersection de l'excentrique et de l'épicycle, dans le même temps dans tous les cas. Autrement dit, les arcs EZ de l'excentrique, AB du concentrique, et KZ de l'épicycle sont semblables entre eux. De plus, la différence du mouvement uniforme au mouvement inégal, ainsi que la position apparente de l'astre, seront semblable et identique dans les deux hypothèses.



Pas à l'échelle

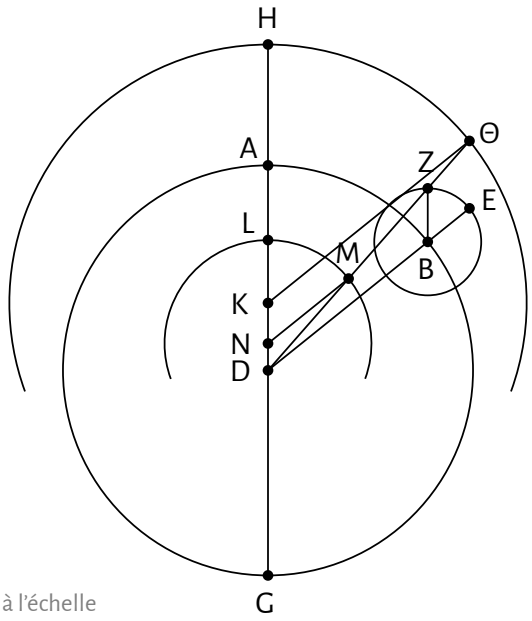
Joignons donc ZΘ et BZ, de même que DZ. Puisque les côtés opposés du quadrilatère BDΘZ sont égaux deux par deux (soit ZD = BD et BZ = DΘ), ce quadrilatère est un parallélogramme BDΘZ, dont les trois angles EΘZ, ADB, et ZBK sont égaux entre eux. Puisqu'ils sont des angles au centre [du cercle], ils ont aussi les côtés qui les sous-tendent seront égaux entre eux, à savoir :

arc EZ	∥	arc AB	∥	arc KZ
de l'excentrique		du concentrique		de l'épicycle

L'astre arrivera donc à Z en même temps, peu importe l'hypothèse, et il semblera avoir parcouru l'arc AL de l'écliptique depuis l'apogée. L'équation de l'anomalie sera donc la même dans les deux hypothèses, puisque nous avons démontré que, dans l'hypothèse excentrique, elle correspond à l'angle DZΘ, tandis que dans l'hypothèse épicyclique, elle correspond à l'angle BDZ, et que ces deux angles sont alternes et égaux, puisque, comme démontré, les côtés opposés ΘZ et BD sont parallèles entre eux. Il est évident que telles seront les choses peu importe la distance [de l'astre à

l'apogée], puisque le quadrilatère ΘDBZ sera toujours un parallélogramme, et [parce que] le mouvement de l'astre sur l'épicycle décrira toujours le cercle excentrique, du moment que les rapports [1] soient égaux et semblables dans chaque hypothèse.

En fait, du moment qu'ils sont semblables, et pas nécessairement égaux en grandeur, les mêmes phénomènes se produiront toujours. Voici pourquoi. Soit encore le cercle ABG concentrique au monde, autour du centre D et avec le diamètre ADG, sur lequel l'astre atteint alternativement l'apogée et le périgée. Traçons un épicycle autour du point B, distant d'un arc quelconque, AB, de l'apogée A. Disons que



Pas à l'échelle

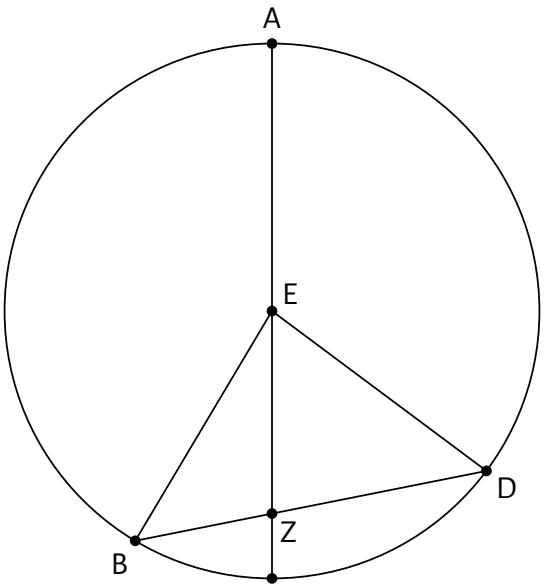
l'astre a parcouru l'arc EZ semblable à l'arc AB — vu que les révolutions sur les [deux] cercles se font en temps égaux. Connectons DBE, BZ, et DZ.

L'évidence est que, dans cette hypothèse (épicyclique), l'angle ADE est égal à l'angle ZBE, et que l'astre semblera être dans la droite DZ. J'affirme donc que, dans le cas de l'excentrique, qu'il soit plus grand ou plus petit que le cercle concentrique ABG, pourvu que les rapports des arcs et des périodes soient similaires, l'astre paraitra toujours dans la droite DZ.

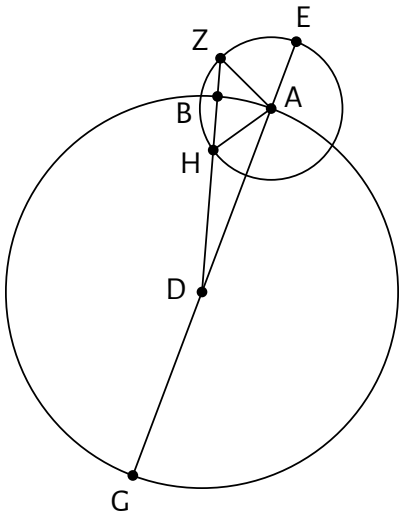
Traçons donc l'excentrique HT, plus grand, autour du centre K pris sur AG, et l'excentrique LM, plus petit, autour du centre N pris sur la même droite [2]. Traçons aussi les droites DMZΘ et DLAH, et joignons les points TK et MN. Puisque DB:BZ = ΘK:KD = MN:ND et ∠ BZD = ∠ MDN (vu que DA et BZ sont parallèles), les trois triangles sont équiangles, et leurs angles sous-tendus par les côtés correspondants sont aussi égaux : ∠ BDZ = ∠ DΘK = ∠ DMN. Les droites BD, ΘK, et MN sont donc parallèles. Conséquemment, ∠ ADB = ∠ AKΘ = ∠ ANM. Ces angles étant au centre des cercles, les arcs qui leur sont opposés — AB, HΘ, et LM — sont donc semblables. Dans le même temps, donc, non seulement l'épicycle a parcouru AB et l'astre, EZ, mais de plus, l'astre aura parcouru les arcs HΘ et LM sur les excentriques en le même temps. Pour cette raison, il sera donc toujours vu sur la droite DMZΘ : au point Z de l'épicycle, au point Θ du grand excentrique, et au point M du petit excentrique. Cela sera vrai à toutes les positions.

NdT : La position des points K et N *semble* ici aléatoire ; ni Ptolémée (via Heiberg), ni les traducteurs Halma, Manitius, et Toomer, n'indiquent comment déterminer la position de K ou de N. Toutefois, les diagrammes présents dans trois des quatre éditions sont incorrects : le diagramme d'Halma a des portions d'excentriques centrées sur D, et dans ceux de Heiberg et de Manitius, ∠ ADB = ∠ AKΘ ≠ ∠ ANM. Le diagramme de Toomer est correct, mais il n'explique pas comment il a déterminé la position relative de N et de K. Ni Neugebauer ni Pedersen n'abordent la question. La clé est une note de bas de page de Toomer : « Les rapports sont e:R et r:R ». Il s'agit donc de choisir le rayon de chaque excentrique et la position de son centre de sorte que DN:NL = DK:KH.

1 Toomer indique que « Les rapports sont e:R et r:R. »
2 Voir la note du traducteur ci-dessous.



Pas à l'échelle



Pas à l'échelle

Une autre conséquence de cela est que, quand l'astre parait être à une distance angulaire égale de l'apogée et du périgée, l'équation de l'anomalie sera la même dans chaque position. Voyons d'abord la preuve avec l'hypothèse excentrique. Traçons le cercle ABGD autour du centre E avec le diamètre AEG ; le point A représente l'apogée. Supposons l'œil situé au point Z sur ce diamètre. Ajoutons une droite quelconque BZD, et joignons EB et ED. Les positions apparentes [de l'objet aux points B et D] seront donc égales et opposées ; autrement dit, l'angle AZB du mouvement depuis l'apogée égalera l'angle GZD du mouvement depuis le périgée, et l'équation de l'anomalie sera la même, parce que BE = ED et ∠ EBZ = ∠ EDZ. L'arc du mouvement moyen depuis l'apogée A est donc plus quand que l'arc du mouvement apparent (qui est l'angle AZB) par la même équation [∠ EBZ] que ∠ GZD est plus grand que l'arc du mouvement moyen depuis le périgée A, vu que ∠ AEB > ∠ AZB [par ∠ EBZ] et ∠ GED < ∠GZD [aussi par ∠ EBZ].

Pour l'hypothèse épicyclique, maintenant, traçons le cercle concentrique [au monde] ABG autour du centre D et avec le diamètre ADG, et l'épicycle EZH dont le centre est A. Traçons une ligne arbitraire DHBZ, et joignons AZ et AH.

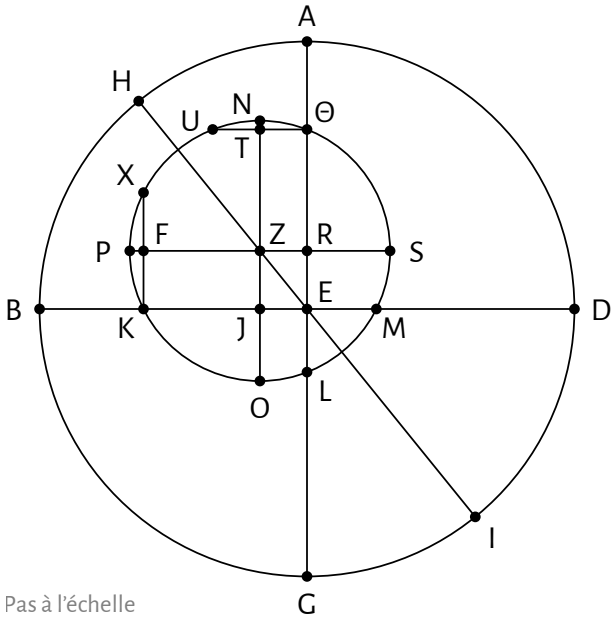
L'arc AB représente donc l'équation de l'anomalie et sera le même aux deux positions — que l'astre soit en Z ou en H. De plus, la distance de l'astre au point de l'écliptique correspondant à l'apogée lorsqu'il est en Z sera égale à la distance du point correspondant au périgée lorsqu'il [l'astre] est en H, puisque l'arc apparent depuis l'apogée est représenté par ∠ DZA, que nous avons démontré être la différence entre le mouvement uniforme et l'équation de l'anomalie [∠ DZA = ∠ EAZ − ∠ ADZ]. De même, l'arc apparent depuis le périgée est représenté par ∠ ZHA, puisque cela est égal au mouvement moyen depuis le périgée plus l'équation de l'anomalie. Mais ∠ DZA = ∠ ZHA, puisque AZ = AH, alors nous pouvons conclure que le mouvement moyen dans l'apogée est plus grand que le mouvement apparent (∠ EAZ > ∠ AZD), de la même différence (∠ ADH) que le mouvement moyen est plus petit que ce même mouvement apparent (∠ HAD < ∠ AHZ). CQFD.

4. De l'anomalie apparente du Soleil

Ces démonstrations faites, voyons ce qu'il en est de l'anomalie du Soleil. Il n'y en a qu'une, et elle fait en sorte que le temps écoulé depuis le mouvement le plus lent jusqu'au mouvement moyen est plus long que le temps entre le moyen et le plus grand — selon les observations. Chacune des deux hypothèses peut expliquer cet effet, bien que, dans l'hypothèse épicyclique, le mouvement du Soleil sur l'épicycle à l'apogée devrait être contre l'ordre des signes. Toutefois, l'hypothèse excentrique est à privilégier, car elle est plus simple et ne suppose qu'un seul mouvement, et non deux.

Nous devons d'abord trouver le rapport d'excentricité du cercle solaire — c'est-à-dire le rapport entre la droite reliant le centre de l'excentrique et le centre de l'écliptique (où se trouve l'œil) et le rayon de l'excentrique — et, surtout, dans quelle direction de l'écliptique se trouve l'apogée de l'excentrique. Ces deux questions ont été résolues avec grand soin par Hipparque : après avoir noté que la durée entre l'équinoxe de printemps et le solstice d'été est de 94½ jours, et entre le solstice d'été et l'équinoxe d'automne de 92½ jours, il démontre, avec ces seules données, que la droite entre les centres susmentionnés est à peu près la vingt-quatrième partie du rayon de l'excentrique, et que l'apogée est environ à 24½° (dont l'écliptique compte 360°) en avance [à l'ouest] du solstice d'été. Nous trouvons de nos jours encore que ces temps et ce rapport sont toujours environ les mêmes, prouvant que le cercle excentrique du Soleil garde toujours la même position relativement aux solstices et aux équinoxes [1]. Afin de ne pas traiter ce sujet trop légèrement, nous allons en refaire les calculs, dans l'hypothèse excentrique, en nous servant des mêmes données, soit que le temps entre l'équinoxe de printemps et le solstice d'été est de 94½ jours et celui entre ce solstice et l'équinoxe d'automne, de 92½ jours. Nos propres observations des équinoxes et du solstice d'été, effectuées la 463e année après la mort d'Alexandre, confirment ces intervalles : nous avons vu que l'équinoxe d'automne eut lieu après le lever du soleil le 9 Athyr [2] ; l'équinoxe de printemps, le 7 Pachon [3] après midi (donc un intervalle [entre eux] de 178¼ jours) ; et le solstice d'été, le 11/12 Mésori [4], après minuit. L'intervalle de l'équinoxe de printemps au solstice d'été est donc de 94½ jours, ce qui laisse environ 92½ jours entre le solstice d'été et l'équinoxe d'automne pour compléter l'année.

Soit le cercle ABGD représentant l'écliptique, autour du centre E. Nous y traçons deux diamètres perpendiculaires, AG et BD, par les solstices et les équinoxes ; le point A représente l'équinoxe de printemps, et B, le solstice d'été, etc. Évidemment, le centre de l'excentrique sera situé quelque part entre les lignes EA et EB : le



Pas à l'échelle

1 Ce n'est pas le cas, mais Ptolémée ne disposait pas d'observations suffisamment précises et suffisamment anciennes pour le découvrir.
2 26 septembre 139, selon Toomer.
3 22 mars 140, selon Toomer.
4 24/25 juin 140, selon Toomer.

demi-cercle ABG [1] occupe plus de la moitié de l'année et coupe donc un arc de l'excentrique plus grand que le demi-cercle ; de plus, le quart de cercle AB [2] occupe aussi plus de temps et intercepte un plus grand arc de l'excentrique que le quart de cercle BG [3].

Choisissons un point au hasard, Z, comme centre de l'excentrique, et traçons le diamètre EZH, passant par les deux centres [Z et E] et par l'apogée [H]. Traçons maintenant un cercle (ΘKLM) de diamètre arbitraire autour de Z, et traçons les droites NJO, parallèle à AG, et PRS, parallèle à BD, passant toutes deux par Z. Du point Θ, traçons ΘTU perpendiculaire à NXO, et du point K, KFX perpendiculaire à PRS.

Puisque le Soleil, dans sa révolution uniforme sur le cercle ΘKLM, traverse l'arc ΘK en 94½ jours et l'arc KL en 92½ jours, il fait uniformément, en 94½ jours, environ 93° 09' des degrés dont le cercle en contient 360, et en 92½ jours, 91° 11' de ces mêmes degrés. L'arc ΘKL est donc de 184° 20' ; les arcs NΘ et LO, qui « dépassent » du demi-cercle NPO, valent 4° 20', soit 2° 10' chacun ; et l'arc ΘNU, double de TN, sera de 4° 20'. Sa corde [UTΘ] sera donc d'environ 4;32^{p} des parties dont le diamètre de l'excentrique en compte 120, et la moitié ΘT, égale à EJ, en contient donc 2;16^{p}.

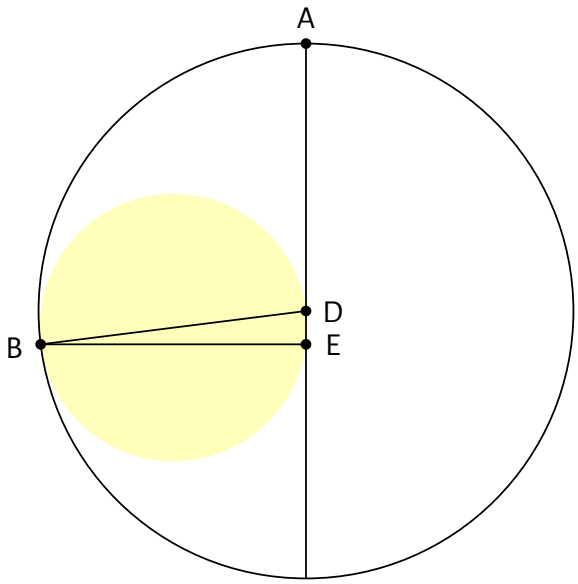
Puisque l'arc entier ΘNPK mesure 93° 09', que l'arc ΘN mesure 2° 10', et que le quart de cercle NP mesure 90°, l'arc restant PK mesure donc 0° 59' ; son double, l'arc KPX, mesure donc 1° 58'. La corde KFX mesure donc 2;04^{p} des parties dont le diamètre de l'excentrique en contient 120 — KF et ZX, ses moitiés, mesureront donc 1;02^{p} de ces mêmes parties. Nous avons démontré que EJ = 2;16^{p} des mêmes unités. Puisque $EZ^2 = ZJ^2 + EJ^2$, EZ mesure donc environ 2;29½^{p} des parties dont le rayon de l'excentrique en contient 60. L'espace entre le centre de l'excentrique et celui du zodiaque est donc d'environ la vingt-quatrième partie du rayon de l'excentrique [puisque 2;29½:60 ≈ 1:24].

Maintenant, compte tenu que la droite EZ mesure 2;29½^{p}, la droite ZJ mesure 1;02^{p}, donc ZJ mesure 49;46^{p} des 120 parties de l'hypoténuse EZ. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle EZJ, l'arc ZJ ≈ 49°, donc ∠ ZEJ = 49$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, et 24° 30' où quatre angles droits font 360°. Puisque cet angle est au centre de l'écliptique, l'arc BH qui est la quantité par laquelle l'apogée précède le solstice d'été B, est de 24° 30'.

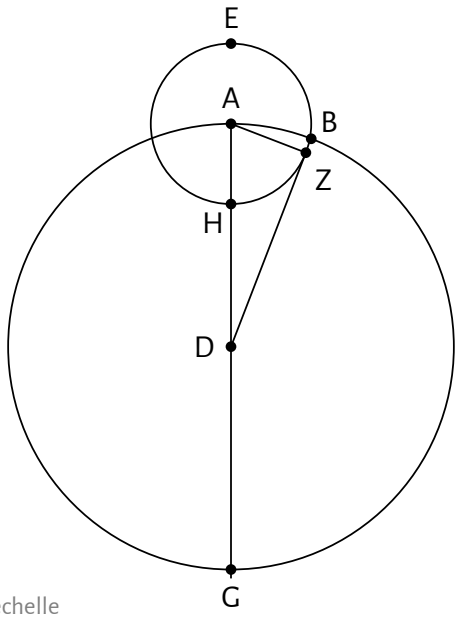
Enfin, puisque les quadrants OS et SN mesurent chacun 90° et que arc OL = arc ΘN = 2° 10' et que l'arc MS = 0° 59', l'arc LM mesure donc 86° 51' et l'arc MΘ mesure 88° 49'. Le Soleil parcourt uniformément 86° 51' en 88;08 jours, et 88° 49' en 90;08 jours environ ; le Soleil semblera donc parcourir l'arc GD (de l'équinoxe d'automne au solstice d'hiver) en 88;08 jours, et l'arc DA (entre le solstice d'hiver et l'équinoxe de printemps) en 90;08 jours environ ; ces résultats sont donc conformes aux affirmations d'Hipparque.

Avec ces quantités, cherchons d'abord quelle est la plus grande différence entre le mouvement moyen et le mouvement anomalistique, et à quel point [de l'écliptique] celle-ci se produit. Traçons d'abord le cercle excentrique ABG, avec pour centre D et diamètre ADG passant par l'apogée A, et sur ce diamètre le centre de l'écliptique E. Traçons EB perpendiculaire à AG, et joignons DB. Vu que le rayon BD mesure 60 parties, l'excentricité DE mesure 2;30^{p} (à raison de 1:24) ; donnant à celle-ci une longueur de 5^{p} et à l'hypoténuse BD 120^{p}, et imaginant un cercle circonscrit [4] au triangle rectangle BDE, l'arc sous-tendu par cette droite [DE] vaudra 4° 46'. Donc, ∠ DBE, qui représente la plus grande équation de l'anomalie, sera égal à 4;46$^{\infty}$ où

1 Correspondant à l'intervalle entre les équinoxes.
2 Entre l'équinoxe de printemps et le solstice d'été.
3 Entre le solstice d'été et l'équinoxe d'automne.
4 En jaune pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.



Pas à l'échelle



Pas à l'échelle

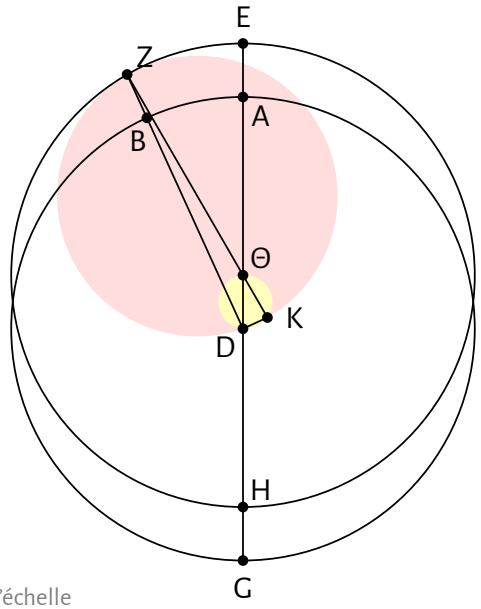
deux angles droits font 360$^{\infty}$ et 2° 23′ où quatre angles droits font 360°. Dans ces mêmes unités, ∠ BED = 90° et ∠ BDA = ∠ DBE + ∠ BED = 92° 23′. Puisque ∠ BDA a son sommet [D] au centre de l'excentrique, et ∠ BED l'a [E] au centre de l'écliptique, la plus grande équation de l'anomalie sera donc de 2° 23′. L'arc moyen de l'excentrique depuis l'apogée [1] est donc de 92° 23′, ce qui équivaut à 90° [de l'apogée] mesuré le long de l'écliptique en mouvement anomalistique. Il est aussi évident, à la lumière de nos résultats précédents, que dans le demi-cercle opposé, la vitesse moyenne et la plus grande équation de l'anomalie seront à 270° de mouvement apparent, et à 267° 37′ de mouvement moyen sur l'excentrique.

Utilisons maintenant des calculs numériques pour démontrer, comme nous l'avons dit, que nous obtenons les mêmes valeurs dans l'hypothèse épicyclique aussi, tant que les rapports demeurent les mêmes, comme nous l'avons expliqué. Traçons donc le cercle ABG concentrique à l'écliptique, autour du centre D, et ayant comme diamètre ADG. L'épicycle EZH a pour centre A. Traçons la droite DZB, tangente à l'épicycle, et joignons AZ. Dans le triangle rectangle ADZ, l'hypoténuse AD est 24 fois plus longue que AZ, de sorte que si AD mesure 120 parties, la droite AZ en mesure 5, et l'arc sous-tendu par cette droite mesure 4;46$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, donc 2° 23′ où quatre angles droits font 360°. La plus grande équation de l'anomalie, AB, se trouve donc ici aussi à mesurer 2° 23′ ; l'arc de mouvement anomalistique est donc de 90°, soit l'angle droit AZD, et l'arc moyen (l'angle EAZ) est de 92° 23′.

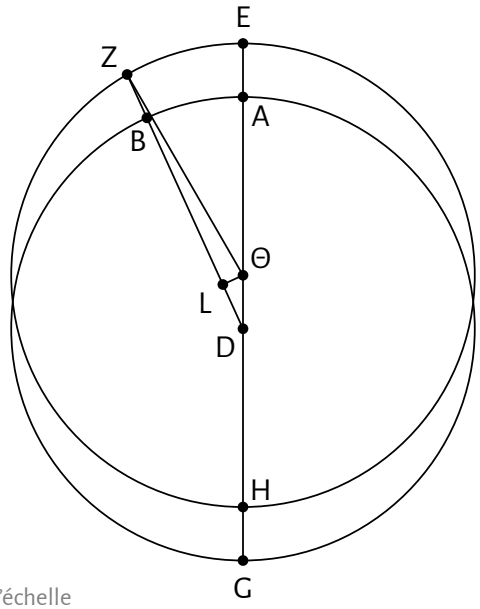
5. Construction du tableau de l'anomalie solaire

Afin de pouvoir déterminer le mouvement anomalistique pour n'importe quel point par le calcul, nous montrerons, encore selon chaque hypothèse, comment nous pouvons trouver les deux autres si l'un des arcs est donné. Traçons donc le cercle ABG, concentrique à l'écliptique, autour du centre D ; l'excentrique EZH autour du centre Θ, et le diamètre EAΘDH passant

1 Jusqu'au point où se produit la plus grande équation de l'anomalie.



Pas à l'échelle



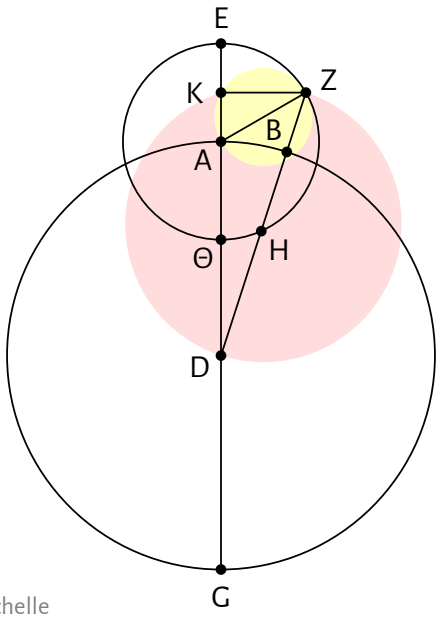
Pas à l'échelle

par les deux centres et l'apogée. Prenons un arc EZ et joignons ZD et ZΘ. Supposons d'abord que l'arc EZ mesure 30°. Prolongeons la droite ZΘ jusqu'en K, où la rejoint la perpendiculaire DK. Puisque EZ (par supposition) est de 30°, ∠ EΘZ = ∠ DΘK = 30° où quatre angles droits font 360°, et 60ϖ où deux angles droits font 360°. Dans le cercle circonscrit [1] au triangle rectangle DΘK, arc DK = 60° et arc KΘ = 120° (son supplément). Quant aux cordes correspondantes, DK mesure donc 60ᵖ et KΘ, 103;55ᵖ, où l'hypoténuse DΘ mesure 120ᵖ. Nous avons donc, où DT = 2;30ᵖ et ZΘ = 60ᵖ, DK = 1;15ᵖ et ΘK = 2;10ᵖ ; aussi, KΘZ en entier [mesure] 62;10ᵖ. Puisque DK² + KΘZ² = ZD², l'hypoténuse ZD ≈ 62;11ᵖ. Donc, pour ZD = 120ᵖ, la droite DK = 2;25ᵖ et, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle ZDK [2] et qui vaut 360°, l'arc DK = 2° 18′. En conclusion, l'angle DZK mesure 2;18ϖ où deux angles droits font 360°, donc 1° 09′ où quatre angles droits font 360°, ce qui est l'équation de l'anomalie à cet endroit ; et l'angle EΘK = 30°, alors l'angle restant ADB (correspondant à l'arc AB de l'écliptique) mesure 28° 51′.

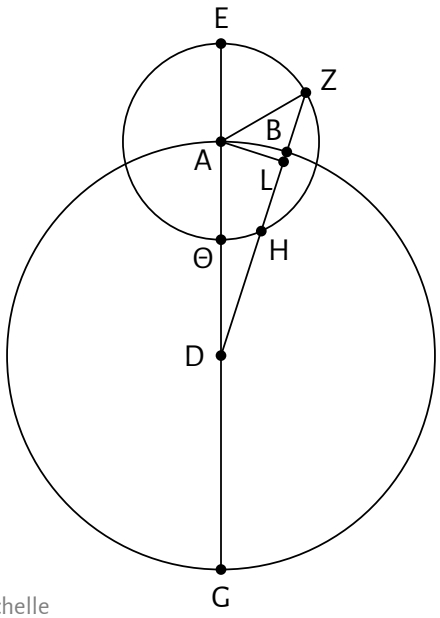
Si nous connaissons plutôt un autre des angles [pertinents, autres que ∠ EΘZ], il permettra aussi de trouver ceux que nous cherchons. Reprenons le même diagramme, et traçons la droite LΘ, passant par Θ et perpendiculaire à ZD. Supposons que nous connaissons l'arc AB de l'écliptique (donc, ∠ ΘDL), alors la proportion DΘ:ΘL sera aussi connue et, puisque DΘ:ΘZ est aussi connu, ΘZ:ΘL sera aussi connu. Donc ∠ ΘZL, soit l'équation de l'anomalie, sera connu, de même que ∠ EΘZ, correspondant à l'arc EZ de l'excentrique. Si nous avons plutôt l'équation de l'anomalie, soit l'angle ΘZD, ce sera la même chose : vu que ΘZ:TL est donné ainsi [par la valeur de ∠ ΘZD], et que ΘZ:ΘD est déjà connu, DΘ:ΘL sera ainsi trouvé, et nous connaitrons ainsi la mesure de l'angle ΘDL, correspondant à l'arc AB de l'écliptique, ainsi que l'angle EΘZ, c'est-à-dire l'arc EZ de l'excentrique.

[Pour l'hypothèse épicycle,] Posons maintenant le cercle ABG concentrique à l'écliptique, autour du centre D et avec le diamètre ADG. Gardons le même rapport [au cercle ABG comme l'excentricité de l'excentrique] pour tracer l'épicycle EZHΘ autour du centre A. Prenons

1 En jaune pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
2 En rose pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.



Pas à l'échelle



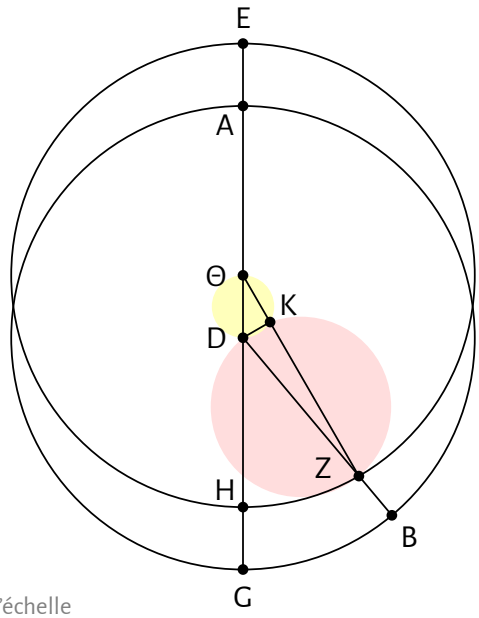
Pas à l'échelle

un arc EZ, encore de 30°, et joignons ZBD et ZA, puis traçons ZK, perpendiculaire à AE. Puisque EZ = 30°, ∠ EAZ = 30° où quatre angles droits font 360°, et 60ω où deux angles droits font 360ω. Donc, l'arc sous-tendu par ZK est de 60° dans le cercle circonscrit au triangle AZK [1], qui en vaut 360°, et l'arc sous-tendu par AK = 120°, son supplément. Les cordes correspondantes mesurent donc, pour ZK, 60p, et pour KA, 103;55p, où le diamètre AZ = 120p. Donc, puisque l'hypoténuse AZ = 2;30p et le yaron AD = 30p, la droite ZK = 1;15p, la droite KA = 2;10p, et la droite entière KA = 62;10p. Aussi, puisque $ZK^2 + KD^2 = ZBD^2$, ZD = 62;11p où ZK = 1;15p. Alors, avec l'hypoténuse DZ = 120p, ZK = 2;25p ; dans le cercle circonscrit au triangle rectangle DZK [2], l'arc qu'elle sous-tend [ZK =] 2;18ω où deux angles droits font 360ω, et 1° 09′ où quatre angles droits font 360°. Telle est donc l'équation de l'anomalie, correspondant à l'angle AB. Puisque ∠ EAZ = 30°, ∠ AZD, qui est l'arc du mouvement apparent sur l'écliptique, est égal à [par différence] 28° 51′. Nous obtenons donc les mêmes valeurs que celles démontrées dans l'hypothèse excentrique.

Ici, si un autre angle [que ∠ EAZ] est donné, les autres seront donnés [de la même manière], en traçant AL perpendiculaire à DZ. Si nous avons par exemple ∠ AZD, qui est l'arc apparent sur l'écliptique, alors nous aurons le rapport ZA:AL. Puisque nous connaissons déjà le rapport ZA:AD, nous connaitrons ainsi DA:AL et, de là, ∠ ADB correspondant à l'arc de l'équation de l'anomalie, ainsi que ∠ EAZ, correspondant à l'arc EZ de l'épicycle. Si nous avons plutôt l'équation de l'anomalie, soit ∠ ADB, nous aurons aussi le rapport AD:AL. Puisque le rapport DA:AZ est déjà connu, nous aurons ZA:AL et, de là, ∠ AZD, l'arc apparent sur l'écliptique, ainsi que ∠ EAZ, l'arc EZ de l'épicycle.

Reprenons maintenant le diagramme de l'[hypothèse] excentrique, et prenons-y l'arc HZ, encore une fois de 30°, mais à partir du périgée H. Joignons DZB et ZΘ, puis traçons DZ perpendiculaire à ΘZ. Alors, puisque ZH = 30°, ∠ ZΘH = 30° où quatre angles droits font 360° et 60ω où deux angles droits font 360ω. Donc, dans le cercle circonscrit de 360° [3] au triangle rectangle DΘK, arc DK = 60° et arc KΘ = 120°,

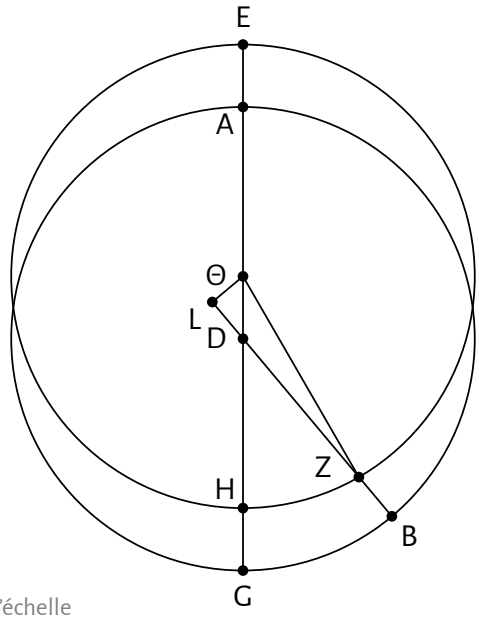
1 En jaune pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
2 En rose pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
3 En jaune pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.



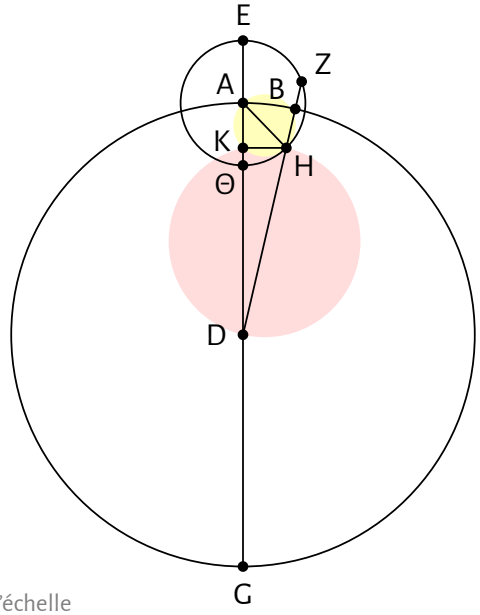
Pas à l'échelle

son supplément. Les cordes seront donc DK = 60ᵖ où DT = 120ᵖ, et KT = 103;55ᵖ. Alors avec l'hypoténuse DΘ de 2;30ᵖ et la droite menée du centre [rayon] ΘZ de 60ᵖ, il s'ensuit que la droite DK = 1;15ᵖ et la droite KZ = 57;50ᵖ, qui est le reste [des 60ᵖ]. Et puisque $DZ^2 = DK^2 + KZ^2$, alors DZ ≈ 57;51ᵖ où DK = 1;15ᵖ, donc DK = 2;34ᵖ [1] où l'hypoténuse DZ = 120ᵖ. Maintenant, dans le cercle circonscrit [2], de 360°, au triangle rectangle DZK, l'arc DK = 2° 27′, donc l'angle DZK = 2;27ᵒᵒ où deux angles droits font 360ᵒᵒ, donc 1° 14′ où quatre angles droits font 360° ; telle est l'équation de l'anomalie. Enfin, puisque nous avons dit que l'angle ZΘH = 30°, l'angle entier BDG — donc l'arc GB — sera de 31° 14′ [l'addition des deux valeurs].

De même, si nous prolongeons BD et que nous traçons ΘL perpendiculaire [à BD], si nous connaissons l'arc GB, c'est-à-dire l'angle ΘDL, le rapport DΘ:ΘL sera aussi donné ; aussi, vu que nous connaissons le rapport ΘD:ΘZ, le ΘZ:ΘL sera aussi donné. Nous connaitrons donc ainsi l'angle ΘZD, c'est-à-dire l'équation de l'anomalie, et l'angle ZΘD, c'est-à-dire l'arc HZ du cercle excentrique. Si nous avons plutôt l'équation de l'anomalie, c'est-à-dire l'angle ΘZD, cela nous donne aussi le rapport ZΘ:ΘD et, de là, DΘ:ΘL, et donc l'angle ΘDL, c'est-à-dire l'arc GB de



Pas à l'échelle



Pas à l'échelle

1 Heiberg et Halma ont ici 2;34,36, mais Toomer explique qu'il s'agit d'une erreur des copistes du Moyen Âge.
2 En rose pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

l'écliptique, et l'angle ZΘH, c'est-à-dire l'arc HZ de l'excentrique [1].

Reprenons maintenant le diagramme du concentrique et de l'épicycle ; prenons d'abord l'arc ΘH à partir du périgée, encore de 30°. Joignons AH et DHB, et traçons HK perpendiculaire à AD. Alors, puisque ΘH = 30°, l'angle ΘAH fera 30° où quatre angles droits font 360°, et 60^{ω} où deux angles droits font 360^{ω}. Donc, dans le cercle circonscrit [2], de 360°, sur le triangle rectangle HKA, l'arc HK = 60° et l'arc AK = 120°, son supplément. Les cordes correspondantes mesureront donc, pour HK, 60^{p}, et pour AK, $103;55^{p}$ où l'hypoténuse $AH = 120^{p}$. Donc, pour $AH = 2;30^{p}$ et le rayon $AD = 60^{p}$, nous avons $HK = 1;15^{p}$, $AK = 2;10^{p}$, et $KD = 57;50^{p}$, le reste [des 60^{p}]. Aussi, vu que $HK^2 + KD^2 = DH^2$, $DH \approx 57;51^{p}$ où $KH = 1;15^{p}$, nous avons $HK = 2;34^{p}$ où $DH = 120^{p}$ et, dans le cercle circonscrit [3], de 360°, autour du triangle rectangle DHK, l'arc HK = 2° 27', donc ∠ HDK = $2;27^{\omega}$ où deux angles droits font 360^{ω} et environ 1° 14' où quatre angles droits font 360° ; telle est donc l'équation de l'anomalie, c'est-à-dire l'arc AB. Et puisque nous avons décidé que ∠ KAH = 30°, ∠ BHA — qui comprend l'arc apparent de l'écliptique [depuis le périgée] sera de 31° 14', conformément aux valeurs obtenues dans l'[hypothèse] excentrique.

Enfin, de la même manière, traçons AL perpendiculaire à DB. Si nous connaissons l'arc du zodiaque, c'est-à-dire l'angle AHL, nous connaissons le rapport HA:AL et — à partir de HA:AD — le rapport DA:AL. Cela nous donnera l'angle ADB, c'est-à-dire l'arc AB de l'équation de l'anomalie, et l'angle ΘAH, c'est-à-dire l'arc ΘH de l'épicycle. Si nous connaissons plutôt l'arc AB de l'équation du centre, soit l'angle ADB, nous connaitrons aussi le rapport DA:AL. Si enfin nous connaissons le rapport DA:AH, HA:AL sera aussi connu, et nous trouverons ainsi l'angle AHL, c'est-à-dire l'arc de l'écliptique, et l'angle ΘAH, c'est-à-dire l'arc ΘH de l'épicycle. CQFD.

Nous désirons avoir un tableau permettant le calcul de la position apparente à partir de l'anomalie ; plusieurs formes en sont possibles, mais nous préférons celle qui présente l'équation de l'anomalie à partir du mouvement moyen. En effet, cette présentation est dans la suite de nos hypothèses, facile d'utilisation, et permet le calcul de chaque cas possible. Nous avons donc calculé, à partir de la première hypothèse [excentrique] utilisée dans nos exemples précédents, l'équation de l'anomalie correspondant à chaque arc du mouvement moyen. Tant pour le Soleil que pour [la Lune et] les planètes, nous avons divisé chaque quadrant avoisinant l'apogée en 15 portions, l'équation s'y trouvant listée par tranches de 6°, et les quadrants près du périgée en 30 divisions, soit par tranches de 3° — cela parce que la différence entre les équations de l'anomalie [successives], pour de mêmes subdivisions, est plus grande dans les périgées que dans les apogées.

Notre tableau sera donc sur 45 lignes et trois colonnes, les deux premières contenant les nombres des 360° du mouvement moyen — les 15 premières, pour les quadrants voisins de l'apogée, et les 30 autres, ceux du périgée. La troisième colonne contiendra les degrés de l'équation de l'anomalie à ajouter ou à soustraire [prostaphérèses] correspondant au mouvement moyen. Ce tableau apparait ici.

1 Halma a ici un diagramme erroné, puisqu'il a prolongé la droite ΘZ en B plutôt que la droite DZ. Heiberg, Manitius, et Toomer ont des illustrations correctes.

2 En jaune pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

3 En rose pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

6. Tableau de l'anomalie solaire

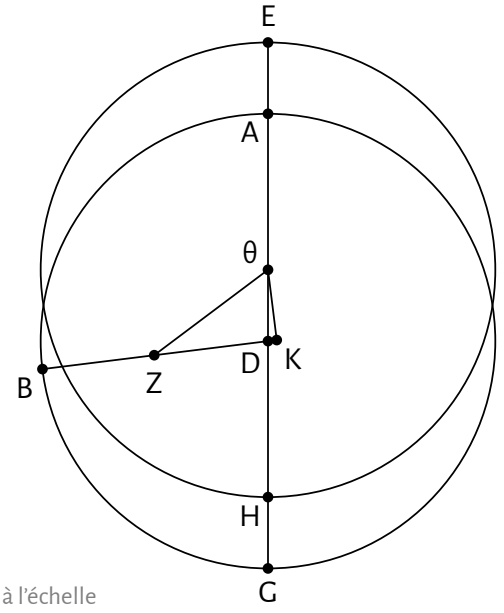
Nombres communs		Équation		Nombres communs		Équation		Nombres communs		Équation	
°	°	°	'	°	°	°	'	°	°	°	'
6	354	0	14	93	267	2	23	138	222	1	39
12	348	0	28	96	264	2	23	141	219	1	33
18	342	0	42	99	261	2	22	144	216	1	27
24	336	0	56	102	258	2	21	147	213	1	21
30	330	1	9	105	255	2	20	150	210	1	14
36	324	1	21	108	252	2	18	153	207	1	7
42	318	1	32	111	249	2	16	156	204	1	0
48	312	1	43	114	246	2	13	159	201	0	53

Nombres communs		Équation		Nombres communs		Équation		Nombres communs		Équation	
°	°	°	'	°	°	°	'	°	°	°	'
54	306	1	53	117	243	2	10	162	198	0	46
60	300	2	1	120	240	2	6	165	195	0	39
66	294	2	8	123	237	2	2	168	192	0	32
72	288	2	14	126	234	1	58	171	189	0	24
78	282	2	18	129	231	1	54	174	186	0	16
84	276	2	21	132	228	1	49	177	183	0	8
90	270	2	23	135	225	1	44	180	180	0	0

7. De l'époque du mouvement moyen du Soleil

Il nous reste à déterminer l'époque du mouvement moyen du Soleil, qui nous servira à trouver sa position pour tout moment. Nous utiliserons encore une fois les positions que nous avons observées le plus exactement possible (comme nous le faisons aussi pour les planètes), rapportées à la première année de Nabonassar, date des plus anciennes observations conservées jusqu'à notre époque.

Traçons donc le cercle ABG concentrique à l'écliptique, autour du centre D ; le cercle EZH excentrique du Soleil, autour du centre θ ; et le diamètre EAHG passant par ces deux centres et par l'apogée E. Nous supposons que le point B représente l'équinoxe d'automne. Joignons BZD et θT, puis traçons TK perpendiculaire à ZD. Puisque le point B est au début de la Balance et que le point G (périgée) est à Sagittaire 5½°, l'arc BG mesure donc 65° 30'. Ainsi, ∠ BDG = ∠ ΘDK = 65° 30' où quatre angles droits font 360°, et 131$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Conséquemment, dans le cercle circonscrit [1] au triangle rectangle DTK, de 360°, l'arc sous-tendu par ΘK mesure 131°. Mais puisque [la corde] ΘK mesure 109;12^{p} où le diamètre DΘ = 120^{p}, si nous ramenons DT à 5^{p} et ZΘ à 120^{p}, nous avons ΘK = 4;33^{p}, et l'arc sous-tendu par cette droite [ΘK] est de 4° 20' dans le cercle circonscrit [2] au rectangle ΘZK, de 360°. Donc, ∠ ΘZK = 4$^{\infty}$ où deux angles droits font 360°, et 2° 10' où quatre angles droits font 360°. Mais ∠ BDG = 65° 30', donc [par soustraction] l'autre angle ZΘH, c'est-à-dire l'arc ZH de l'excentrique, mesure 63° 20'. Quand le Soleil est à l'équinoxe d'automne, il est donc à 63° 20' de mouvement moyen en avance [précédant / à l'ouest] du périgée (à Sagittaire 5½°), soit à 116° 40' de mouvement moyen en retard [suivant / à l'est] de l'apogée (à Gémeaux 5½°).



Pas à l'échelle

1 En jaune pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
2 En rose pâle ; pas tracé par Ptolémée, ni par ses autres traducteurs.

Maintenant que cela est établi, un des premiers équinoxes que nous avons observés minutieusement était celui d'automne dans la dix-septième année d'Hadrien, le 7 Athyr du calendrier égyptien [1], environ deux heures équinoxiales après midi. La distance du Soleil à son apogée sur le cercle excentrique était donc [d'après les calculs précédents] de 116° 40' suivant l'ordre des signes [« derrière » / suivant / à l'est]. Depuis l'ère de Nabonassar [2] à la mort d'Alexandre [3], il s'est écoulé 424 ans, et de la mort d'Alexandre à l'ère d'Auguste [4] 294 ans, et depuis l'ère d'Auguste (1 Thout du calendrier égyptien à midi, puisque les ères sont établies pour midi) au septième jour de la dix-septième année d'Hadrien, à deux heures équinoxiales après midi, il s'est écoulé 161 ans, 66 jours, et 2 heures équinoxiales. Le total depuis midi, le 1 Thout du calendrier égyptien de la première année de Nabonassar, jusqu'au moment de l'équinoxe d'automne [mentionné] ci-dessus est donc de 879 années égyptiennes, 66 jours, et 2 heures équinoxiales. Pendant ce temps, le Soleil a parcouru — en plus des révolutions entières — environ 211° 25' de mouvement moyen. Si donc, aux 116° 40' de distance [du Soleil] à l'apogée de l'excentrique à l'équinoxe d'automne, nous ajoutons les 360° d'une circonférence, puis soustrayons 211° 25' de mouvement de l'intervalle de temps, nous trouvons comme époque du mouvement moyen, dans la première année de Nabonassar, à midi le premier jour du mois égyptien de Thout, que le Soleil était à 265° 15' de l'apogée suivant l'ordre des signes, soit à Poissons 0° 45' [5].

8. Calcul de la position du Soleil

Pour n'importe quel moment pour lequel nous voudrions déterminer la position du Soleil, nous entrerons dans le tableau le temps écoulé depuis cette époque [de Nabonassar] jusqu'au moment en question à [l'heure d']Alexandrie, puis prendrons les degrés et fractions de degré indiqués à côté de leurs nombres respectifs [périodes de 18 ans, années, mois, etc.] et les ajouterons aux 265° 15' de la distance [à l'apogée à l'époque] trouvée ci-dessus, et soustrairons le nombre de révolutions complètes du total, puis compterons le reste depuis le point Gémeaux 5° 30' selon l'ordre des signes. Le point obtenu sera la position moyenne du Soleil.

Nous prendrons ensuite ce nombre, soit la distance à l'apogée de la position moyenne du Soleil, et l'entrerons dans le tableau de l'anomalie, puis trouverons la valeur correspondante dans la troisième colonne. Si ce nombre [la distance à l'apogée] est compris dans la première colonne — qu'il est inférieur à 180° — nous soustrayons le résultat du lieu moyen trouvé ; à l'inverse, s'il est dans la seconde colonne — qu'il est supérieur à 180° — nous l'ajouterons à la position moyenne. La réponse sera le lieu vrai et apparent du Soleil.

1 25 septembre 132, selon Toomer.
2 26 février –746, selon Toomer.
3 12 novembre –323, selon Toomer, mais 10/11 juin –322, selon la plupart des historiens.
4 Gaius Octavius Caesar Augustus, né le 23 septembre –62 et décédé le 19 aout 14 ; régna du 16 janvier –26 (31 aout –29, selon Toomer) à sa mort.
5 SkySafari 6 Pro donne 0° 14', tandis que Stellarium 0.21.0 donne 0° 18'.

9. De l'inégalité des nycthémères

Ceci conclut la théorie du Soleil, mais il convient d'ajouter quelques mots sur l'inégalité des nycthémères [1] — sujet qu'il faut connaitre, puisque le mouvement moyen que nous indiquons pour chaque corps sont listés par tranches simples et égales, comme si les nycthémères avaient tous la même durée. Nous pouvons toutefois démontrer que tel n'est pas le cas. La révolution du monde se faisant uniformément autour des pôles de l'équateur [ἰσημερινοῦ], que nous mesurons par le retour à l'horizon ou au méridien ; il est donc clair qu'une révolution du monde consiste en un seul retour d'un même point de l'équateur d'un point de l'horizon ou du méridien jusqu'à ce même point. Mais un nycthémère, dans sa plus simple définition, est le retour du Soleil d'un point de l'horizon ou du méridien jusqu'à ce même point. Selon cette définition, donc, un nycthémère [moyen] est la période requise pour que les 360 degrés de temps d'une révolution de l'équateur plus environ 0;59 degré de temps, soit le mouvement moyen du Soleil pendant cette période. [Il existe aussi] le nycthémère inégal [ou anomalistique], qui comprend le passage de ces 360 degrés de temps d'une révolution de l'équateur plus cette partie de l'équateur qui se lève — ou croise le méridien — avec le mouvement anomalistique du Soleil [pendant ce temps].

Cette partie de l'équateur, qui passe en plus de 360 degrés de temps, est forcément inégale, du fait de l'anomalie apparente du Soleil [elle-même variable], et parce que des portions égales de l'écliptique ne croisent pas l'horizon ou le méridien en des temps égaux. La différence engendrée par chaque effet, entre le nycthémère moyen et le nycthémère inégal, est imperceptible, mais elle s'accumule au fil des jours et des nuits pour atteindre des niveaux perceptibles.

La plus grande différence [accumulée] causée par l'anomalie du Soleil a lieu entre les deux positions auxquelles [la vitesse apparente du] Soleil est à sa vitesse moyenne. La somme des nycthémères [anomalistiques] [sur ces intervalles] différera de la somme des nycthémères moyens [sur le même intervalle] par environ 4¾ degrés de temps, et de la somme des nycthémères [anomalistiques] sur l'autre intervalle par le double de cette quantité, soit environ 9½ degrés de temps, parce que le mouvement apparent du Soleil, par rapport à son mouvement moyen, est moindre de 4½ degrés dans le demi-cercle supérieur, comprenant l'apogée, mais qu'il est plus grand d'autant dans le demi-cercle inférieur, comprenant le périgée.

Quant à l'effet de la variation du temps des levers et couchers correspondants, la plus grande différence a lieu dans les demi-cercles qui sont entre les solstices, puisque les temps de lever de chacun de ces demi-cercles seront différents des 180 degrés de temps moyen par la quantité correspondant à la différence entre le jour le plus long ou le plus court et le jour équinoxial, et ils seront différents les uns des autres par la quantité par laquelle le plus long jour (ou la plus longue nuit) diffère du plus court (ou de la plus courte).

L'effet de la variation du temps pris pour croiser l'équateur, quant à lui, sera le plus grand entre les deux points limites des deux signes situés de part et d'autre d'un solstice ou d'un équinoxe : la somme [des temps de lever à la *sphaera recta*] pour les deux signes autour d'un solstice sera de 4½ degrés de temps, tandis que celle des deux signes voisins d'un équinoxe sera de 9 degrés de temps, puisque ces derniers sont plus courts, et les premiers plus longs, que le temps moyen par la même quantité. C'est pourquoi nous plaçons le début des nycthémères aux passages du Soleil

1 νυχθήμερων, pluriel de νυχθήμερον, littéralement « une nuit plus un jour ». Aussi orthographié nyctémère ou nychthémère en français.

au méridien, et non à ses levers ou couchers, puisque la différence par rapport à l'horizon peut atteindre plusieurs heures et n'est pas la même partout, variant en effet avec l'excès des jours les plus longs sur les plus courts, selon que la sphère est plus ou moins oblique [c'est-à-dire à différentes latitudes]. La différence [de temps] au méridien est quant à elle la même pour chaque endroit de la Terre, et ne dépasse jamais la somme [des temps de la différence causée par l'anomalie solaire].

La plus grande différence [accumulée] [entre le nycthémère moyen et le nycthémère anomalistique] résulte du mélange de ces deux [effets], soit celle [la différence] produite par l'anomalie solaire et celle des passages au méridien dans les espaces additifs ou soustractifs [1] ; le [maximum] soustractif étant entre le milieu du Verseau et la [fin de la] Balance, tandis que le [maximum] additif est sur l'intervalle entre [le début du] Scorpion et le milieu du Verseau. Le résultat maximum additif ou soustractif est une combinaison d'environ 3⅔° dus à l'effet de l'anomalie solaire et d'environ 4⅔° dus à [la différence du] passage au méridien. La plus grande différence des nycthémères résultant de ce mélange, comparée au temps moyen, est de 8⅓ degrés de temps, soit environ ⅔ heure [2]. D'un extrême à l'autre, les nycthémères diffèrent donc de 16⅔ degrés de temps, soit 1⅑ h. Le fait de négliger une telle différence pour le Soleil ou les autres astres [planètes] ne nuirait pas sensiblement aux observations [ou aux calculs], mais si nous la négligeons dans le cas de la Lune, dont le mouvement est très rapide, elle deviendrait vite considérable, soit de ⅗°.

Pour réduire, donc, les nycthémères moyens en nycthémères vrais, pour un intervalle de temps donné — c'est-à-dire ceux qui commencent à midi ou à minuit — nous cherchons d'abord la position, tant moyenne qu'anomalistique, du Soleil sur l'écliptique au début et à la fin dudit intervalle, puis nous prenons la différence entre la première position anomalistique et la seconde position [apparente], qui est reportée dans le tableau des ascensions dans la *sphaera recta* pour trouver le temps pris par le nombre de degrés de temps de cette différence pour croiser le méridien, en degrés de l'équateur. Nous prenons ensuite cette différence entre le nombre de degrés de temps et la distance moyenne [du Soleil pour la première et la seconde positions], mesurés en degrés, et convertissons cette différence, en degrés de temps, en fraction d'heure équinoxiale. Nous ajoutons ensuite cette fraction au nombre donné de nycthémères [vrais] si nous avons trouvé des temps moyens plus longs que le mouvement moyen — sinon, nous les soustrayons. La réponse est la conversion des nycthémères inégaux en nycthémères égaux. Cela sera utile spécialement lorsque nous calculerons la position de la Lune à partir des tableaux. Nous voyons ainsi que les nycthémères moyens se réduisent facilement en nycthémères temporaires [ou « civils »] considérés simplement, par la prostaphérèse [ajout ou soustraction] des degrés de temps à l'inverse de ce que nous venons de décrire.

À notre ère [3], c'est-à-dire le 1 Thout du calendrier égyptien de la première année de Nabonassar, à midi, le Soleil était, par son mouvement moyen et tel que démontré ci-dessus, à 0° 45′ des Poissons, et son mouvement anomalistique était environ de 3° 08′ des Poissons.

Fin du troisième livre.

1 C'est-à-dire où les deux effets s'additionnent ou se soustraient.

2 ∠″ ιη″, soit ½ + 1/18 ; étrangement, Halma utilise partout ϛ plutôt que ∠, mais cela serait ⅙.

3 « Ère » est ici pris au sens de « début d'une période de temps », et non pas au sens de « ces temps-ci ».

Livre 4

Livre 4

1. Des observations nécessaires pour établir la théorie lunaire

Après avoir traité, dans le livre précédent, des phénomènes liés au mouvement du Soleil, l'étape suivante de notre cheminement sera la Lune. Nous considérons qu'il est primordial de ne pas utiliser arbitrairement n'importe quelle observation ; nous devrions plutôt, pour bien fonder nos notions générales sur cet astre, nous baser sur les observations qui sont non seulement les plus anciennes, mais surtout sur celles réalisées lors d'éclipses lunaires : ce sont les seules qui permettent de déterminer avec précision la position lunaire. Toutes les autres observations, qu'elles soient tirées de passages de la lune près d'étoiles fixes, qu'elles soient réalisées avec des instruments, ou qu'elles soient d'éclipses solaires, peuvent entrainer une erreur considérable due à la parallaxe lunaire. Ce n'est que pour les cas particuliers [de la théorie] que nous pourrons utiliser ces autres observations pour nos recherches. Parce que la distance entre la sphère de la Lune et le centre de la Terre, par rapport à la distance de l'écliptique [considérée comme infinie, ou du moins très grande], n'est pas assez grande pour que la Terre ait la taille d'un point par rapport à elle, il s'ensuit nécessairement que la ligne droite tirée du centre de la Terre (donc de l'écliptique) et passant par le centre de la Lune jusqu'à un point de l'écliptique, qui détermine la vraie position, ne coïncide pas toujours — et, dans ce cas, de beaucoup — avec la ligne tirée d'un point quelconque de la surface terrestre, c'est-à-dire du point de vue de l'observateur, au centre de la Lune [puis à l'écliptique], et qui détermine sa position apparente. Ce n'est que lorsque la Lune est à la verticale de l'observateur que les lignes reliant le centre de la Terre et celle reliant l'œil de l'observateur, au centre de la Lune puis à l'écliptique, coïncident. Mais lorsque la lune est ailleurs qu'à la verticale, pour peu que ce soit, les droites ci-dessus divergent l'une de l'autre, et la position apparente ne peut donc pas être la même que la vraie, puisque l'œil de l'observateur change continuellement de place par rapport à la ligne tracée depuis le centre de la terre, proportionnellement à l'angle d'inclinaison [entre les deux droites].

C'est la raison pour laquelle, dans le cas des éclipses solaires — qui sont causées par l'interposition de la Lune sous le Soleil (la Lune tombant alors dans le cône visuel formé de notre œil jusqu'au Soleil, elle produit pendant son passage un obscurcissement qui n'est pas toujours le même ni en grandeur ni en temps [1]) — la même éclipse n'apparait pas identique en tous lieux. Dans le cas des éclipses lunaires, toutefois, il n'y a pas de variation due à la parallaxe, puisque la position de l'observateur ne change pas l'obscurcissement de la Lune ; en effet, la lumière de la Lune est seulement la réflexion de celle qu'elle reçoit du Soleil. Ainsi, lorsqu'elle est en opposition avec le Soleil [à 180° de celui-ci], elle nous parait complètement éclairée, puisque son hémisphère éclairé est alors tourné vers nous. Cependant, lorsque sa position en opposition est telle qu'elle est immergée dans le cône d'ombre terrestre (qui tourne à la même vitesse que le Soleil et lui est opposé), alors la Lune est privée de lumière, en

1 Toomer indique que Ptolémée pouvait parler non seulement de la durée de chaque phase de l'éclipse, mais aussi du moment où celle-ci se produit, qui n'est pas directement relié à la différence en longitude entre les lieux.

proportion de la quantité de son immersion, puisque la Terre obstrue alors les rayons du Soleil. Par conséquent, elle semble être éclipsée pour toutes les parties de la Terre de la même manière, tant pour les portions sombres que pour la longueur [des différentes phases] de l'éclipse.

Conséquemment, pour établir notre théorie générale, nous devons utiliser des positions vraies, et non apparentes, de la Lune, puisque l'égal et régulier prédomine sur ce qui est inégal et irrégulier. Nous affirmons donc que nous ne devons pas utiliser les observations de la Lune aux autres points [de son orbite], mais seulement des observations d'éclipses lunaires, vu que c'est [seulement] lors de celles-ci que la position de l'observateur n'a aucun effet sur la détermination de la position de la Lune — car si nous savons sur quel point de l'écliptique le Soleil se trouve au moment du milieu de l'éclipse (qui est précisément le moment auquel le centre de la Lune est diamétralement opposé à celui du Soleil en longitude), alors au même moment, la position précise du centre de la Lune sera le point diamétralement opposé [à celui du Soleil].

2. Des périodes lunaires

Ce qui précède est un résumé du genre d'observations qui doivent être examinées pour déterminer la théorie générale de la Lune. Nous allons maintenant décrire comment les anciens procédaient dans leurs démonstrations, et comment nous pourrons décider quelles hypothèses s'accordent avec les phénomènes et rendre leur calcul plus facile.

Puisque le mouvement de la Lune semble anomalistique tant en longitude qu'en latitude, que le temps qu'elle prend pour revenir à un même point de l'écliptique est inégal, et que le temps qu'il lui faut pour revenir à la même latitude l'est aussi, il faut absolument connaitre l'ampleur de son anomalie et la période de son retour, si nous voulons pouvoir déterminer la période de ses autres mouvements [en longitude et latitude]. Des observations individuelles suivies prouvent toutefois que la vitesse la plus grande de la Lune — tout comme la plus faible — peut se produire à n'importe quel point de l'écliptique, tout comme sa plus grande latitude nord ou sud, ou encore ses croisements de l'écliptique. C'est pourquoi les anciens astronomes ont naturellement essayé de trouver une période pendant laquelle le mouvement de la Lune en longitude serait toujours le même, puisque seule cette période peut donner le temps de retour en anomalie. En comparant des éclipses lunaires, ils ont essayé de voir s'il y avait un intervalle, composé d'un même nombre [entier] de mois [lunaires synodiques] et une même quantité de mouvement en longitude, que ce soient des révolutions entières ou fractionnaires. Les [encore] plus anciens ont estimé grossièrement ce temps à 6 585⅓ jours ; cet intervalle correspond à 223 lunaisons, 239 retours en anomalie, 242 retours en latitude, et 241 retours en longitude — plus les 10⅔° que le Soleil a parcourus en plus de ses 18 révolutions, dans le même temps, et en référant le mouvement du Soleil et celui de la Lune par rapport aux étoiles.

Ils ont appelé ce temps « période » [περιοδικὸν] [1], puisque c'est [la plus courte] qui contient [approximativement] un nombre entier de

1 Cette « période » est aujourd'hui appelée « saros », mais ce terme est relativement moderne, datant apparemment d'Edmund Halley en 1686. Guillaume Le Gentil a démontré, en 1756, que Halley a mal interprété sa référence, le « saros » de l'Antiquité n'ayant rien à voir avec les éclipses, mais l'usage perdure malgré cela.

retours des divers mouvements [1]. Pour avoir un nombre entier [de jours], ils triplèrent les 6 585⅓ jours pour obtenir 19 756, qu'ils appelèrent « évolution » [ἐξελιγμόν]. Et en triplant de même les autres quantités, ils ont trouvé 669 mois [synodiques], 717 retours d'anomalie, 726 retours en latitude, 723 retours en longitude, et 32° de plus que les 54 révolutions complètes du Soleil [2].

Hipparque a toutefois déjà prouvé, d'après des calculs basés sur les observations des Chaldéens [Babyloniens] et les siennes, que ces nombres ne sont pas exacts [3]. Il démontre en effet, par les observations qu'il a nous transmises, que le plus petit nombre de jours définissant une période d'éclipses dans lequel le nombre de mois et le mouvement [lunaire] sont les mêmes, est de 126 007 jours et une heure équinoxiale. Cet intervalle, dit-il, est composé de 4 267 mois complets, 4 573 retours en anomalie, 4 612 retours [au même point de] l'écliptique, moins 7½° environ, qui est l'angle que le Soleil parcourt en moins que les 345 révolutions entières sur l'écliptique — encore par rapport aux étoiles fixes. Il [Hipparque] conclut donc que la durée moyenne d'un mois, en divisant le nombre des jours sur les 4 267 mois, est de 29;31,50,08,20 jours environ [4]. Il [Hipparque] prouve que dans cet espace de temps, les intervalles d'une éclipse lunaire à la suivante sont égaux. Il est donc évident qu'il s'agit d'un période de retour en anomalie, vu que l'intervalle de temps contient toujours le même nombres de mois [4 267] ainsi que 4 611 révolutions en longitude plus 352½°, déterminées par les syzygies solaires.

Si on cherche plutôt le nombre de mois, non pas entre deux éclipses lunaires, mais depuis une conjonction [nouvelle lune] ou depuis une pleine lune jusqu'à la syzygie suivante, on trouvera un plus petit nombre entier de mois contenant un retour en anomalie ; en divisant ces deux noms [susmentionnés] par 17, leur [seul] diviseur commun, on aura 251 mois synodiques et 269 retours en anomalie. Mais ce temps [les 126 007 jours + 1 h] ne donne pas le retour parfait à la même latitude, vu que les retours d'éclipses ne conservent que les intervalles de temps et de longitude, mais la quantité et le type [direction] de l'obscurcissement, par lesquels on connait la latitude, ne sont pas les mêmes.

Après avoir déterminé le temps du retour en anomalie, Hipparque a comparé les intervalles de mois entre deux éclipses extrêmes absolument semblables en grandeurs et en durées d'obscurcissement, dans lesquelles il n'y avait aucune différence d'anomalie — prouvant ainsi un retour à la même latitude — et a trouvé que cette période dure 5 458 mois [synodiques] ou 5 923 retours en latitude [5].

Telle est donc la méthode que nos prédécesseurs ont suivie dans leurs recherches [6]. Elle n'est ni simple ni facile, mais elle demande beaucoup de minutie. Car, supposons que les temps des périodes entières soient exactement égaux entre eux, cela ne nous servirait à rien, à moins que le Soleil ne présente aucune anomalie, ou qu'il présente la même sur les deux intervalles — faute de quoi, s'il a, comme je l'ai dit, une équation de l'anomalie, ni le Soleil ni la Lune n'auront parcouru de révolutions égales dans des temps égaux. Supposons en effet que chacun des deux intervalles comparés comprenne, outre les années complètes, une demi-année, et que, pendant ce temps, le

1 Les quantités exactes sont 6 585,321 347 jours, 18,029 années, 223 mois synodiques, 241,999 mois draconitiques [des nœuds], et 238,992 mois anomalistiques.
2 Les quantités exactes sont 669 mois synodiques, 725,996 mois draconiques [des nœuds], et 716,976 mois anomalistiques.
3 Voir les notes ci-dessus pour les durées exactes.
4 Environ 1 400 ans plus tard, Copernic corrigera la valeur en 29;31,50,08,**09,20**, quotient réel de la division.
5 Toomer indique qu'Hipparque a plutôt confirmé que dérivé la durée de cette période, en comparant des éclipses observées à son époque avec d'autres observées par les Babyloniens 345 ans plus tôt.
6 Ce passage est particulièrement complexe à comprendre et mérite clarification. Une excellente est donnée par Otto Neugebauer dans *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, p. 71–73.

mouvement moyen du Soleil ait été, dans le premier intervalle, des Poissons à la Vierge et, dans le second, de la Vierge aux Poissons, dans le premier intervalle, le Soleil aura parcouru environ 4¾° de *moins* qu'un demi-cercle [en plus des révolutions complètes] mais, dans le deuxième [intervalle], environ 4¾° de *plus* qu'un demi-cercle. Ainsi, la Lune aussi aura parcouru dans des temps égaux, dans le premier intervalle et en plus des révolutions complètes, 175¼° et, dans le second [intervalle], 184¾°. Je considère donc primordial que les intervalles, par rapport au Soleil, doivent :

- contenir des révolutions entières ; ou
- contenir une demi-révolution depuis l'apogée dans un intervalle et, dans l'autre, depuis le périgée ; ou
- commencer au même point [même longitude écliptique] dans chaque intervalle ; ou
- être à la même distance de l'apogée ou du périgée dans la première éclipse d'un intervalle et dans la seconde éclipse de l'autre intervalle [mais de l'autre côté].

C'est seulement ainsi, qu'il n'y aura aucune différence due à l'anomalie dans le mouvement, ou qu'elle [l'anomalie] sera la même dans l'un et l'autre des intervalles, et qu'alors les arcs [parcourus] en plus des révolutions entières seront égaux entre eux, ou entre eux et à des arcs de mouvement uniforme [du Soleil] [pendant ces intervalles].

Deuxièmement, nous considérons qu'il faut être tout aussi minutieux par rapport à la vitesse [δρόμους] [variable] de la Lune, sans quoi il serait possible que la Lune paraisse avoir parcouru, en longitude, des arcs égaux en des temps égaux, sans qu'elle effectue un retour en anomalie. Tel sera le cas si :

- elle commence du même demi-cercle d'« accélération » ou de « décélération » sans y terminer sa révolution [ne revient pas à la même vitesse] ;
- elle commence, dans un intervalle, à sa plus grande vitesse et termine à sa plus petite vitesse, tandis que dans l'autre intervalle, elle commence à sa plus faible vitesse et termine à sa plus grande vitesse ; ou
- la distance [position] de sa vitesse au début d'un intervalle est la même distance que celle entre la [position de la] plus grande ou plus faible vitesse et [la position de] sa vitesse à la fin de l'autre intervalle, [mais] de l'autre côté.

Dans chacune de ces situations, il n'y aura aucune différence causée par l'anomalie, ou il y aura la même différence, et la Lune parcourra alors des arcs égaux en longitude, mais sans retour à l'anomalie. Les intervalles considérées doivent donc éviter les situations précédentes si nous désirons obtenir directement une période du retour en anomalie ; au contraire, nous devons choisir [les intervalles] les plus propres à démontrer [si l'intervalle est ou non une période de l'anomalie] l'effet de l'anomalie [entre les deux intervalles] s'ils ne contiennent pas un nombre entier de retours en anomalie. Soit donc les intervalles doivent débuter à des vitesses qui ne sont pas seulement différentes, mais plutôt grandement différentes en taille ou en effet : en « taille » comme quand, dans un intervalle, [la Lune] commence avec la vitesse minimale [à l'apogée] et ne finit pas avec la vitesse maximale [au périgée], mais que dans l'autre, elle commence à sa plus grande vitesse et ne termine pas à sa plus faible vitesse. La différence en longitude sera ainsi plus grande, à moins d'un nombre entier de retours en anomalie — surtout s'il y a un quart ou trois quarts de révolution d'anomalie, puisque les intervalles ou arcs de longitude différeront entre eux de deux équations [maximales]

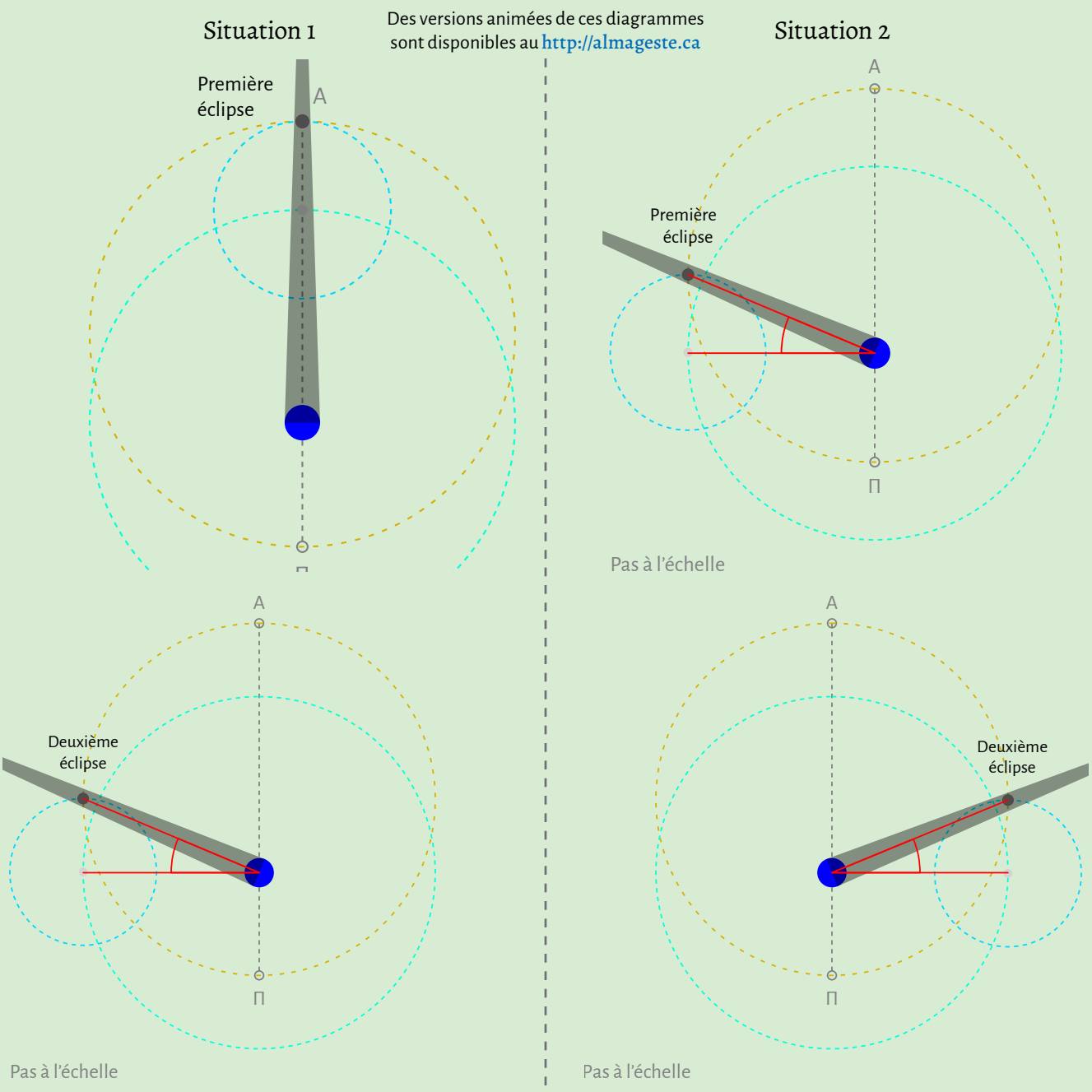
Ptolémée veut ici dire qu'il faut « choisir des paires d'éclipses qui rendront la déviation d'un retour à la même anomalie aussi visible que possible », dans les mots de Neugebauer. Les deux situations les plus favorables sont les suivantes :

- E_1 à l'apogée, E_1' pas au périgée, et E_2 au périgée, mais E_2' pas à l'apogée. Les situations les plus extrêmes sont $\alpha(E_1') \approx 90°$, donc $\alpha(E_2') \approx 270°$, ou $\alpha(E_1') \approx 270°$, donc $\alpha(E_2') \approx 90°$: nous aurons alors max $|\Delta_1\lambda - \Delta_2\lambda| = 2c$. (Images de la colonne de gauche.)

- $\alpha(E_1) \approx 270°$ et $\alpha(E_2) \approx 90°$. Si E_1' est près de l'apogée et E_2' est donc près du périgée, alors max $|\Delta_1\lambda - \Delta_2\lambda| = 2c$, mais le cas extrême voit $\alpha(E_1') \approx 90°$ et $\alpha(E_2') \approx 270°$, ce qui donne max $|\Delta_1\lambda - \Delta_2\lambda| = 4c$. (Images de la colonne de droite.)

A = apogée ; Π = périgée. Le long triangle gris représente l'ombre de la Terre. L'angle rouge est l'anomalie lunaire (c), soit la différence entre le mouvement moyen et le mouvement épicyclique ; elle est nulle ($c = 0°$) à l'apogée et au périgée [non illustrée], et maximale ($c = c_{max} = 2° 23'$) à 90° de part et d'autre de l'apogée et du périgée.

Des versions animées de ces diagrammes sont disponibles au http://almageste.ca



d'anomalie. En « effet », comme quand dans les deux intervalles, [la Lune] commencera au point de moyen mouvement, mais accélérera ensuite dans un intervalle, tandis qu'elle ralentira dans l'autre : il y aura alors une différence en longitude ; encore une fois, le double de l'équation d'anomalie s'il y a un ou trois quadrants d'anomalie de parcourus, mais jusqu'au quadruple de l'anomalie s'il y a une demi-révolution d'anomalie de complétée.

Nous voyons aussi qu'Hipparque, toujours méticuleux, a choisi des intervalles qu'il considérait ainsi appropriés, soit un dans lequel la Lune commençait à sa plus grande vitesse [au périgée] et ne terminait pas à sa plus faible vitesse, et un autre dans lequel la Lune commençait à sa plus faible vitesse [à l'apogée] et ne terminait pas à sa plus grande vitesse. Il a aussi corrigé — bien que légèrement — pour considérer l'équation de l'anomalie du Soleil, puisque celui-ci n'avait pas fait des révolutions complètes et manquait environ un quart de signe [et pas le même signe], produisant une équation de l'anomalie différente dans chacun des deux intervalles.

Nous n'avons pas ici l'intention de blâmer la méthode par laquelle on parvient à déterminer les mouvements périodiques, qui peut réussir si appliquée méticuleusement, mais simplement à mettre en garde que si on omet quelque condition particulière que ce soit parmi celles mentionnées ci-dessus, la méthode faillira ; de plus, il peut être difficile de trouver des observations [de paires d'éclipses] qui remplissent tous les critères nécessaires.

Nous avons vu que la méthode et les calculs d'Hipparque au sujet des retours périodiques ont donné de bons résultats pour la période des mois [synodiques], mais il y a erreur dans les périodes de l'anomalie et de la latitude — facilement mise en évidence par une méthode simple et facile [d'application], que nous démontrerons bientôt, avec notre démonstration de la taille de l'anomalie lunaire. Avant de ce faire, toutefois, et afin de faciliter [les calculs] dans la suite, nous allons donner les mouvements moyens [de la Lune] en longitude, anomalie, et latitude, selon les périodes de leurs retours mentionnées ci-dessus, ainsi que [les mouvements moyens] calculés selon la méthode que nous allons démontrer.

3. Des mouvements moyens de la Lune

Si nous multiplions le mouvement moyen du Soleil, qui est, comme nous l'avons dérivé, d'environ 0° 59′ 08″ 17‴ 13⁗ 12⁗′ 31⁗′′ par le nombre de jours dans un mois [synodique moyen], soit 29;31,50,08,20, et que nous ajoutons au produit les 360° d'une révolution, nous aurons 389° 06′ 23″ 01‴ 24⁗ 02⁗′ 30⁗′′ 57⁗′′′, qui est le mouvement moyen de la Lune en longitude pendant un mois synodique. Si nous divisons ce nombre par le nombre de jours dans un mois synodique, nous obtenons le mouvement moyen quotidien de la Lune en longitude, soit 13° 10′ 34″ 58‴ 33⁗ 30⁗′ 30⁗′′.

Si nous prenons maintenant les 269 révolutions en anomalie et multiplions par les 360° d'une révolution, nous obtenons 96 840°. En divisant ce produit par les 7 412;10,44,51,40 jours des 251 mois, nous obtenons le mouvement moyen quotidien en anomalie, soit 13° 03′ 53″ 56‴ 29⁗ 38⁗′ 38⁗′′.

De même, si nous multiplions les 5 923 révolutions en latitude par les 360° d'une révolution, le produit est 2 132 280°. Divisé par le nombre de jours en 5 458 mois, soit 161 177;58,58,03,20, nous obtenons le mouvement moyen quotidien en latitude, soit 13° 13′ 45″ 39‴ 40⁗ 17⁗′ 19⁗′′.

Si nous soustrayons, maintenant, le mouvement moyen quotidien du Soleil du mouvement

moyen quotidien en longitude de la Lune, nous obtenons le mouvement moyen quotidien en élongation, soit 12° 11′ 26″ 41‴ 20⁗ 17⁗′ 59⁗′′.

Les méthodes que nous démontrerons et utiliserons bientôt nous donnent à peu près les mêmes résultats pour le mouvement moyen quotidien en longitude, mais le mouvement moyen quotidien en anomalie est de 0° 00′ 00″ 00‴ 11⁗ 46⁗′ 39⁗′′ moindre, soit 13° 03′ 53″ 56‴ 17⁗ 51⁗′ 59⁗′′, et le mouvement moyen quotidien en latitude est de 0° 00′ 00″ 00‴ 08⁗ 39⁗′ 18⁗′′ de plus, soit 13° 13′ 45″ 39‴ 48⁗ 56⁗′ 37⁗′′ [1] [2].

Si nous prenons la vingt-quatrième partie de chacun de ces mouvements diurnes, nous obtenons le mouvement horaire moyen :

en longitude :
0° 32′ 56″ 27‴ 26⁗ 23⁗′ 46⁗′′ 15⁗′′′

en anomalie :
0° 32′ 39″ 44‴ 50⁗ 44⁗′ 39⁗′′ 57⁗′′′ 30⁗′′′′

en latitude :
0° 33′ 04″ 24‴ 09⁗ 32⁗′ 21⁗′′ 32⁗′′′ 30⁗′′′′

en élongation :
0° 30′ 28″ 36‴ 43⁗ 20⁗′ 44⁗′′ 57⁗′′′ 30⁗′′′′

En multipliant les mouvements quotidiens par 30, et en soustrayant les révolutions complètes, nous obtenons les surplus suivants pour le mouvement annuel moyen :

en longitude :
35° 17′ 29″ 16‴ 45⁗ 15⁗′

en anomalie :
31° 56′ 58″ 08‴ 55⁗ 59⁗′ 30⁗′′

en latitude :
36° 52′ 49″ 54‴ 28⁗ 18⁗′ 30⁗′′

en élongation :
5° 43′ 20″ 40‴ 08⁗ 59⁗′ 30⁗′′

Ensuite, en multipliant les mouvements quotidiens par les 365 jours de l'année égyptienne, et en soustrayant les révolutions complètes, nous obtenons les surplus annuels moyens suivants :

en longitude :
129° 22′ 46″ 13‴ 50⁗ 32⁗′ 30⁗′′

en anomalie :
88° 43′ 07″ 28‴ 41⁗ 13⁗′ 55⁗′′

en latitude :
148° 42′ 47″ 12‴ 44⁗ 25⁗′ 05⁗′′

en élongation :
129° 37′ 21″ 28‴ 29⁗ 23⁗′ 55⁗′′

Enfin, en multipliant les mouvements annuels par 18 (ce nombre étant choisi, comme nous l'avons dit, pour la commodité des tables), et en soustrayant les révolutions complètes, nous obtenons les surplus moyens suivants pour des tranches de 18 ans :

en longitude :
168° 49′ 52″ 09‴ 09⁗ 45⁗′

en anomalie :
156° 56′ 14″ 36‴ 22⁗ 10⁗′ 30⁗′′

en latitude :
156° 50′ 09″ 49‴ 19⁗ 31⁗′ 30⁗′′

en élongation :
173° 12′ 26″ 32‴ 49⁗ 10⁗′ 30⁗′′

Nous produirons donc, comme pour le Soleil, trois tableaux de 45 lignes chacun, disposées en cinq colonnes : la première contient les temps propres à chaque tableau — dans le

1 Les zéros sont omis par Halma, mais sa version grecque a õ (omicron avec un tilde), et Heiberg a ○. Un manuscrit grec du neuvième siècle a o͞. On trouve aussi õ et ⟜, qui est le symbole décrit par Wikipedia (anglais) comme étant le zéro des anciens grecs.

2 Toomer indique que « Tous les calculs ci-dessus ont été effectués très précisément, et sont corrects à la sixte (60^{-6} degrés) la plus proche. Dans les calculs suivants des mouvements moyens pour de plus grandes unités, toutefois, Ptolémée agit comme si la dernière place dans les mouvements moyens quotidiens était précisément correcte, c.-à-d. qu'aucune considération n'est faite pour l'erreur accumulée sur des mois, [des] années, etc. »

premier tableau, les octodécaétérides [1] ; dans le second, les années simples, encore suivis des heures ; dans le troisième les mois, encore suivis des jours — et les quatre autres colonnes contiennent les degrés — ceux de longitude dans la seconde, ceux de l'anomalie dans la troisième, ceux de la latitude dans la quatrième, et ceux de l'élongation dans la cinquième. Voici donc ces tableaux [2].

4. Tableaux des mouvements moyens de la Lune

Périodes de 18 ans [1]	Surplus en longitude sur [position à l'époque] Taureau 11° 22'							Surplus en anomalie sur [position à l'époque] 268° 49'							Surplus en latitude sur [position à l'époque] 354° 15'							Surplus en élongation sur [position à l'époque] 70° 37'						
	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes
18	168	49	52	09	09	45	00	156	56	14	36	22	10	30	156	50	09	49	19	31	30	173	12	26	32	49	10	30
36	337	39	44	18	19	30	00	313	52	29	12	44	21	00	313	40	19	38	39	03	00	346	24	53	05	38	21	00
54	146	29	36	27	29	15	00	110	48	43	49	06	31	30	110	30	29	27	58	34	30	159	37	19	38	27	31	30
72	315	19	08	36	39	00	00	267	44	58	25	28	42	00	267	20	39	17	18	06	00	332	49	46	11	16	42	00
90	124	09	20	45	48	45	00	64	41	13	01	50	52	30	64	10	49	06	37	37	30	146	02	12	44	05	52	30
108	292	59	12	54	58	30	00	221	37	27	38	13	03	00	221	00	58	55	57	09	00	319	14	39	16	55	03	00
126	101	49	05	04	08	15	00	18	33	42	14	35	13	30	17	51	08	45	16	40	30	132	27	05	49	44	13	30
144	270	38	57	13	18	00	00	175	29	56	50	57	24	00	174	41	18	34	36	12	00	305	39	32	22	33	24	00
162	79	28	49	22	27	45	00	332	26	11	27	19	34	30	331	31	28	23	55	43	30	118	51	58	55	22	34	30
180	248	18	41	31	37	30	00	129	22	26	03	41	45	00	128	21	38	13	15	15	00	292	04	25	28	11	45	00
198	57	08	33	40	47	15	00	286	18	40	40	03	55	30	285	11	48	02	34	46	30	105	16	52	01	00	55	30
216	225	58	25	49	57	00	00	83	14	55	16	26	06	00	82	01	57	51	54	18	00	278	29	18	33	50	06	00
234	34	48	17	59	06	45	00	240	11	09	52	48	16	30	238	52	07	41	13	49	30	91	41	45	06	39	16	30
252	203	38	10	08	16	30	00	37	07	24	29	10	27	00	35	42	17	30	33	21	00	264	54	11	39	28	27	00
270	12	28	02	17	26	15	00	194	03	39	05	32	37	30	192	32	27	19	52	52	30	78	06	38	12	17	37	30
288	181	17	54	26	36	00	00	350	59	53	41	54	48	00	349	22	37	09	12	24	00	251	19	04	45	06	48	00
306	350	07	46	35	45	45	00	147	56	08	18	16	58	30	146	12	46	58	31	55	30	64	31	31	17	55	58	30
324	158	57	38	44	55	30	00	304	52	22	54	39	09	00	303	02	56	47	51	27	00	237	43	57	50	45	09	00
342	327	47	30	54	05	15	00	101	48	37	31	01	19	30	99	53	06	37	10	58	30	50	56	24	23	34	19	30
360	136	37	23	03	15	00	00	258	44	52	07	23	30	00	256	43	16	26	30	30	00	224	08	50	56	23	30	00
378	305	27	15	12	24	45	00	55	41	06	43	45	40	30	53	33	26	15	50	01	30	37	21	17	29	12	40	30
396	114	17	07	21	34	30	00	212	37	21	20	07	51	00	210	23	36	05	09	33	00	210	33	44	02	01	51	00
414	283	06	59	30	44	15	00	09	33	35	56	30	01	30	07	13	45	54	29	04	30	23	46	10	34	51	01	30
432	91	56	51	39	54	00	00	166	29	50	32	52	12	00	164	03	55	43	48	36	00	196	58	37	07	40	12	00
450	260	46	43	49	03	45	00	323	26	05	09	14	22	30	320	54	05	33	08	07	30	10	11	03	40	29	22	30
468	69	36	35	58	13	30	00	120	22	19	45	36	33	00	117	44	15	22	27	39	00	183	23	30	13	18	33	00
486	238	26	28	07	23	15	00	277	18	34	21	58	43	30	274	34	25	11	47	10	30	356	35	56	46	07	43	30
504	47	16	20	16	33	00	00	74	14	48	58	20	54	00	71	24	35	01	06	42	00	169	48	23	18	56	54	00
522	216	06	12	25	42	45	00	231	11	03	34	43	04	30	228	14	44	50	26	13	30	343	00	49	51	46	04	30
540	24	56	04	34	52	30	00	28	07	18	11	05	15	00	25	04	54	39	45	45	00	156	13	16	24	35	15	00
558	193	45	56	44	02	15	00	185	03	32	47	27	25	30	181	55	04	29	05	16	30	329	25	42	57	24	25	30
576	02	35	48	53	12	00	00	341	59	47	23	49	36	00	338	45	14	18	24	48	00	142	38	09	30	13	36	00
594	171	25	41	02	21	45	00	138	56	02	00	11	46	30	135	35	24	07	44	19	30	315	50	36	03	02	46	30
612	340	15	33	11	31	30	00	295	52	16	36	33	57	00	292	25	33	57	03	51	00	129	03	02	35	51	57	00
630	149	05	25	20	41	15	00	92	48	31	12	56	07	30	89	15	43	46	23	22	30	302	15	29	08	41	07	30
648	317	55	17	29	51	00	00	249	44	45	49	18	18	00	246	05	53	35	42	54	00	115	27	55	41	30	18	00
666	126	45	09	39	00	45	00	46	41	00	25	40	28	30	42	56	03	25	02	25	30	288	40	22	14	19	28	30
684	295	35	01	48	10	30	00	203	37	15	02	02	39	00	199	46	13	14	21	57	00	101	52	48	47	08	39	00
702	104	24	53	57	20	15	00	00	33	29	38	24	49	30	356	36	23	03	41	28	30	275	05	15	19	57	49	30
720	273	14	46	06	30	00	00	157	29	44	14	47	00	00	153	26	32	53	01	00	00	88	17	41	52	47	00	00
738	82	04	38	15	39	45	00	314	25	58	51	09	10	30	310	16	42	42	20	31	30	261	30	08	25	36	10	30
756	250	54	30	24	49	30	00	111	22	13	27	31	21	00	107	06	52	31	40	03	00	74	42	34	58	25	21	00
774	59	44	22	33	59	15	00	268	18	28	03	53	31	30	263	57	02	20	59	34	30	247	55	01	31	14	31	30
792	228	34	14	43	09	00	00	65	14	42	40	15	42	00	60	47	12	10	19	06	00	61	07	28	04	03	42	00
810	37	24	06	52	18	45	00	222	10	57	16	37	52	30	217	37	21	59	38	37	30	234	19	54	36	52	52	30

1 Ὀκτωκαιδεκαετηρίδας ; périodes de dix-huit ans.

2 Certaines parties des tableaux ont toujours des sixtes nulles, mais elles sont indiquées simplement par souci d'uniformité de format avec les autres parties des tableaux.

1 Lire «années».

Années simples	Surplus en longitude							Surplus en anomalie							Surplus en latitude							Surplus en élongation						
	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes
1	129	22	46	13	50	32	30	88	43	07	28	41	13	55	148	42	47	12	44	25	05	129	37	21	28	29	23	55
2	258	45	32	27	41	05	00	177	26	14	57	22	57	50	297	25	34	25	28	50	10	259	14	42	56	58	47	50
3	28	08	18	41	31	37	30	266	09	22	06	03	41	45	86	08	21	38	13	15	15	28	52	04	25	28	11	45
4	157	31	04	55	22	10	00	354	52	29	54	44	55	40	234	51	08	50	57	40	20	158	29	25	53	57	35	40
5	286	53	51	09	12	42	30	83	35	37	23	26	09	35	23	33	56	03	42	05	25	288	06	47	22	26	59	35
6	56	16	37	23	03	15	00	172	18	44	52	07	23	20	172	16	43	16	26	30	30	57	44	08	50	56	23	30
7	185	39	23	36	53	47	30	261	01	52	20	48	37	25	320	59	30	29	10	55	35	187	21	30	19	25	47	25
8	315	02	09	50	44	20	00	349	44	59	49	29	51	20	109	42	17	41	55	20	40	316	58	51	47	55	11	20
9	84	24	56	04	34	52	30	78	28	07	18	11	05	15	238	25	04	54	39	45	45	86	36	13	16	24	35	15
10	213	47	42	18	25	25	00	167	11	14	46	52	19	10	47	07	52	07	24	10	50	216	13	34	44	53	59	10
11	343	10	28	32	15	57	30	255	54	22	15	33	33	05	195	50	39	20	08	35	55	345	50	56	13	23	23	05
12	112	33	14	46	06	30	00	344	37	29	44	14	47	00	344	33	26	32	53	01	00	115	28	17	41	52	47	00
13	241	56	00	59	57	02	30	73	20	37	12	56	00	55	133	16	13	45	37	26	05	245	05	39	10	22	10	55
14	11	18	47	13	47	35	00	162	03	44	41	37	14	50	281	59	00	58	21	51	10	14	43	00	38	51	34	50
15	140	41	33	27	38	07	30	250	01	52	10	18	28	45	70	41	48	11	06	16	15	144	20	22	07	20	58	45
16	270	04	19	41	28	40	00	339	29	59	38	59	42	40	219	24	35	23	50	41	20	273	57	43	35	50	22	40
17	39	27	05	55	19	12	30	68	13	07	07	40	56	35	08	07	22	36	35	06	25	43	35	05	04	19	46	35
18	168	49	52	09	09	45	00	156	56	14	36	22	10	30	156	50	09	49	19	31	30	173	12	26	32	49	10	30

Heures	Surplus en longitude							Surplus en anomalie							Surplus en latitude							Surplus en élongation						
	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes
1	00	32	56	27	26	23	46	00	32	39	44	50	44	40	00	33	04	24	09	32	22	00	30	28	36	43	20	45
2	01	05	52	54	52	47	32	01	05	19	29	41	29	20	01	06	08	48	19	04	43	01	00	57	13	26	41	30
3	01	38	49	22	19	11	18	01	37	59	14	32	14	00	01	39	13	12	28	37	05	01	31	25	50	10	02	15
4	02	11	45	49	45	35	05	02	10	38	59	22	58	40	02	12	17	36	38	09	26	02	01	54	26	53	23	00
5	02	44	42	17	11	58	51	09	43	18	44	13	43	20	02	45	22	00	47	41	48	02	32	23	03	36	43	45
6	03	17	38	44	38	22	37	03	15	58	29	04	28	00	03	18	26	24	57	14	09	03	02	51	40	20	04	30
7	03	50	35	12	04	46	23	03	48	38	13	55	12	40	03	51	30	49	06	46	31	03	33	20	17	03	25	15
8	04	23	31	39	31	10	10	04	21	17	58	45	57	20	04	24	35	13	16	18	52	04	03	48	53	46	46	00
9	04	56	28	06	57	33	56	04	53	57	43	36	42	00	04	57	39	37	25	51	14	04	34	17	30	30	06	45
10	05	29	24	34	23	57	42	05	26	37	28	27	26	40	05	30	44	01	35	23	35	05	04	46	07	13	27	30
11	06	02	21	01	50	21	28	05	59	17	13	18	11	20	06	03	48	25	44	55	57	05	35	14	43	56	48	15
12	06	35	17	29	16	45	15	06	31	56	58	08	56	00	06	36	52	49	54	28	18	06	05	43	20	40	09	00
13	07	08	13	56	43	09	01	07	04	36	42	59	40	39	07	09	57	14	04	00	40	06	36	11	57	23	29	44
14	07	41	10	24	09	32	47	07	37	16	27	50	25	19	07	43	01	38	13	33	02	07	06	40	34	06	50	29
15	08	14	06	51	35	56	33	08	09	56	12	41	09	59	08	16	06	02	23	05	23	07	37	09	10	50	11	14
16	08	47	03	19	02	20	20	08	42	35	57	31	54	39	08	49	10	26	32	37	45	08	07	37	47	33	31	59
17	09	19	59	46	28	44	06	09	15	15	42	22	39	19	09	22	14	50	42	10	06	08	38	06	24	16	52	44
18	09	52	56	13	55	07	52	09	47	55	27	13	23	59	09	55	19	14	51	42	28	09	08	35	01	00	13	29
19	10	25	52	41	21	31	38	10	20	35	12	04	08	39	10	28	23	39	01	14	49	09	39	03	37	43	34	14
20	10	58	49	08	47	55	25	10	53	14	56	54	53	19	11	01	28	03	10	47	11	10	09	32	14	26	54	59
21	11	31	45	36	14	19	11	11	25	54	41	45	37	59	11	34	32	27	20	19	32	10	40	00	51	10	15	44
22	12	04	42	03	40	42	57	11	58	34	26	36	22	39	12	07	36	51	29	51	54	11	10	29	27	53	36	29
23	12	37	38	31	07	06	43	12	31	14	11	27	07	19	12	40	41	15	39	24	15	11	40	58	04	36	57	14
24	13	10	34	58	33	30	30	13	03	53	56	17	51	59	13	13	45	39	48	56	37	12	11	26	41	20	17	59

Mois[1]	Surplus en longitude							Surplus en anomalie							Surplus en latitude							Surplus en élongation						
	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes
30	35	17	29	16	45	15	00	31	56	58	08	55	59	30	36	52	49	54	28	18	30	05	43	20	40	08	59	30
60	70	34	58	33	30	30	00	63	53	56	17	51	59	00	73	45	39	48	56	37	00	11	26	41	20	17	59	00
90	105	52	27	50	15	45	00	95	50	54	26	47	58	30	110	38	29	43	24	55	30	17	10	02	00	26	58	30
120	141	09	57	07	01	00	00	127	47	52	35	43	58	00	147	31	19	37	53	14	00	22	53	22	40	35	58	00
150	176	27	26	23	46	15	00	159	44	50	44	39	57	30	184	24	09	32	21	32	30	28	36	43	20	44	57	30
180	211	44	55	40	31	30	00	191	41	48	53	35	57	00	221	16	59	26	49	51	00	34	20	04	00	53	57	00
210	247	02	24	57	16	45	00	223	38	47	02	31	56	30	258	09	49	21	18	09	30	40	03	24	41	02	56	30
240	282	19	54	14	02	00	00	255	35	45	11	27	56	00	295	02	39	15	46	28	00	45	46	45	21	11	56	00
270	317	37	23	30	47	15	00	287	32	43	20	23	55	30	331	55	29	10	14	46	30	51	30	06	01	20	55	30
300	352	54	52	47	32	30	00	319	29	41	29	19	55	00	08	48	19	04	43	05	00	57	13	26	41	29	55	00
330	28	12	22	04	17	45	00	351	26	39	38	15	54	30	45	41	08	59	11	23	30	62	56	47	21	38	54	30
360	63	29	51	21	03	00	00	23	23	37	47	11	54	00	82	33	58	53	39	42	00	68	40	08	01	47	54	00

Jours	Surplus en longitude							Surplus en anomalie							Surplus en latitude							Surplus en élongation						
	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes	Degrés	Minutes	Secondes	Tierces	Quartes	Quintes	Sixtes
1	13	10	34	58	33	30	30	13	03	53	56	17	51	59	13	13	45	39	48	56	37	12	11	26	41	20	17	59
2	26	21	09	57	07	01	00	26	07	47	52	35	43	58	26	27	31	19	37	53	14	24	22	53	22	40	35	58
3	39	31	44	55	40	31	30	39	11	41	48	53	35	57	39	41	16	59	26	49	51	36	34	20	04	00	53	57
4	52	42	19	54	14	02	00	52	15	35	45	11	27	56	52	55	02	39	15	46	28	48	45	46	45	21	11	56
5	65	52	54	52	47	32	30	65	19	29	41	29	19	55	66	08	48	19	04	43	05	60	57	13	26	41	29	55
6	79	03	29	51	21	03	00	78	23	23	37	47	11	54	79	22	33	58	53	39	42	73	08	40	08	01	47	54
7	92	14	04	49	54	33	30	91	27	17	34	05	03	53	92	36	19	38	42	36	19	85	20	06	49	22	05	53
8	105	24	39	48	28	04	00	104	31	11	30	22	55	52	105	50	05	18	31	32	56	97	31	33	30	42	23	52
9	118	35	14	47	01	34	30	117	35	05	26	40	47	51	119	03	50	58	20	29	33	109	43	00	12	02	41	51
10	131	45	49	45	35	05	00	130	38	59	22	58	39	50	132	17	36	38	09	26	10	121	54	26	53	22	59	50
11	144	56	24	44	08	35	30	143	42	53	19	16	31	49	145	31	22	17	58	22	47	134	05	53	34	43	17	49
12	158	06	59	42	42	06	00	156	46	47	15	34	23	48	158	45	07	57	47	19	24	146	17	20	16	03	35	48
13	171	17	34	41	15	36	30	169	50	41	11	52	15	47	171	58	53	37	36	16	01	158	28	46	57	23	53	47
14	184	28	09	39	49	07	00	182	54	35	08	10	07	46	185	12	39	17	25	12	38	170	40	13	38	44	11	46
15	197	38	44	38	22	37	30	195	58	29	04	27	59	45	198	26	24	57	14	09	15	182	51	40	20	04	29	45
16	210	49	19	36	56	08	00	209	02	23	00	45	51	44	211	40	10	37	03	05	52	195	03	07	01	24	47	44
17	223	59	54	35	29	38	30	222	06	16	57	03	43	43	224	53	56	16	52	02	29	207	14	33	42	45	05	43
18	237	10	29	34	03	09	00	235	10	10	53	21	35	42	238	07	41	56	40	59	06	219	26	00	24	05	23	42
19	250	21	04	32	36	39	30	248	14	04	49	39	27	41	251	21	27	36	29	55	43	231	37	27	05	25	41	41
20	263	31	39	31	10	10	00	261	17	58	45	57	19	40	264	35	13	16	18	52	20	243	48	53	46	45	59	40
21	276	42	14	29	43	40	30	274	21	52	42	15	11	39	277	48	58	56	07	48	57	256	00	20	28	06	17	39
22	289	52	49	28	17	11	00	287	25	46	38	33	03	38	291	02	44	35	56	45	34	268	11	47	09	26	35	38
23	303	03	24	26	50	41	30	300	29	40	34	50	55	37	304	16	30	15	45	42	11	280	23	13	50	46	53	37
24	316	13	59	25	24	12	00	313	33	34	31	08	47	36	317	30	15	55	34	38	48	292	34	40	32	07	11	36
25	329	24	34	23	57	42	30	326	37	28	27	26	39	35	330	44	01	35	23	35	25	304	46	07	13	27	29	35
26	342	35	09	22	31	13	00	339	41	22	23	44	31	34	343	57	47	15	12	32	02	316	57	33	54	47	47	34
27	355	45	44	21	04	43	30	352	45	16	20	02	23	33	357	11	32	55	01	28	39	329	09	00	36	08	05	33
28	08	56	19	19	38	14	00	05	49	10	16	20	15	32	10	25	18	34	50	25	16	341	20	27	17	28	23	32
29	22	06	54	18	11	44	30	18	53	04	12	38	07	31	23	39	04	14	39	21	53	353	31	53	58	48	41	31
30	35	17	29	16	45	15	00	31	56	58	08	55	59	30	36	52	49	54	28	18	30	05	43	20	40	08	59	30

1 Lire «Jours».

5. Les phénomènes lunaires sont les mêmes dans l'hypothèse d'un excentrique ou d'un épicycle

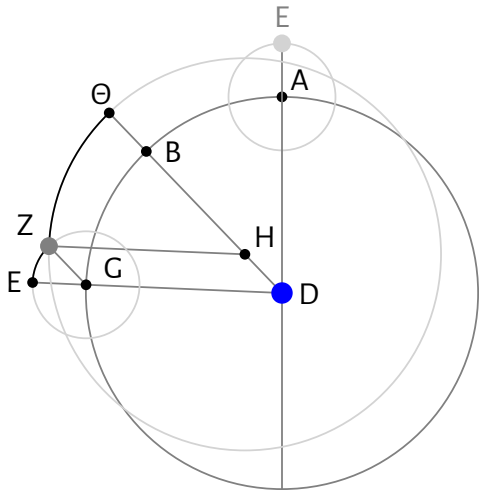
Notre prochaine tâche est de démontrer le type et la taille de l'anomalie lunaire. Nous la traiterons d'abord comme si elle était unique. C'est la seule qui a été détectée par à peu près tous nos prédécesseurs, et nous avons déjà mentionné la période de son retour. Nous montrerons ensuite que la Lune a aussi une seconde anomalie, liée à sa distance au Soleil ; celle-ci atteint un maximum autour des deux quadrature, mais qu'elle disparait deux fois par mois, précisément aux conjonctions [σινόδους, « synode », c.-à-d. « réunion »] et à la pleine lune [πανσελήνους *pansélēnous*, « toute la Lune »].

Nous suivrons cet ordre dans notre démonstration des phénomènes, parce qu'il est impossible de déterminer la seconde [anomalie] en dehors de la première, qui est toujours combinée avec elle, alors que la première peut être trouvée en dehors de la seconde, puisqu'elle est déterminée à partir des éclipses lunaires, dans lesquelles la seconde anomalie ne produit pas d'effet perceptible de l'anomalie liée à [la distance du] Soleil.

Dans cette première démonstration, nous utiliserons les méthodes dont Hipparque s'est servi : à l'aide de trois éclipses lunaires, comme il l'a fait, nous dériverons la différence maximale du mouvement moyen et de l'époque de la [position de la lune] à l'apogée, en supposant que seule cette [première] anomalie est prise en compte, et qu'elle est produite par l'hypothèse épicyclique. Les mêmes phénomènes résulteraient de l'hypothèse excentrique, mais nous trouverons celle-ci plus propre à représenter la seconde anomalie, qui se rattache au Soleil, lorsqu'on arrivera à combiner les deux anomalies. Cependant, les mêmes phénomènes résulteront dans tous les cas des deux hypothèses que nous avons décrites, que ce soit, comme dans la situation décrite pour le Soleil, la période de retour dans l'anomalie et la période de retour dans l'écliptique [i.e. en longitude] sont tous deux égaux, ou si, comme dans le cas de la Lune, ils sont inégaux, à condition seulement que les rapports [de l'épicycle au déférent et de l'excentricité à l'excentricité] soient pris comme identiques — ce que nous constaterons à partir de ce qui suit, où nous utilisons la simple anomalie de la Lune mentionnée ci-dessus.

Puisque la lune achève son retour par rapport à l'écliptique plus tôt que son retour par rapport à cette anomalie, il est clair que, dans l'hypothèse épicyclique, sur une période de temps donnée, l'épicycle parcourra toujours un plus grand arc de cercle concentrique à l'écliptique que l'arc de l'épicycle parcouru par la Lune dans le même temps ; dans l'hypothèse excentrique, l'arc parcouru par la lune sur l'excentre sera semblable à l'arc parcouru par celle-ci sur l'épicycle [dans l'hypothèse épicyclique], tandis que l'excentre se déplacera autour du centre de l'écliptique dans le même sens que la Lune d'une quantité égale à l'excès du mouvement

Une version animée de ce diagramme est disponible au http://almageste.ca



Pas à l'échelle

en longitude sur celui en anomalie [dans le même temps] — autrement dit, l'arc du déférent sera plus grand de cette quantité que celui de l'épicycle [dans l'hypothèse épicyclique]). Ainsi, non seulement il y aura égalité dans les rapports, mais l'égalité des périodes des deux mouvements [en longitude et anomalie] sera sauvée, et ce, dans les deux hypothèses.

Avec ce qui précède comme base nécessaire, soit ABG le cercle concentrique à l'écliptique, avec comme centre D et diamètre [passant par] AD, et soit l'épicycle EZ avec pour centre G. Supposons que, lorsque l'épicycle est en A, la lune est en E, soit à l'apogée de l'épicycle, et qu'en même temps que l'épicycle a parcouru l'arc AG, la Lune a parcouru l'arc EZ. Joignons ED et GZ. Alors, puisque arc AG est trop grand pour être semblable à l'arc EZ [arc AG < arc EZ], prenons l'arc BG semblable à l'arc EZ, et joignons BD.

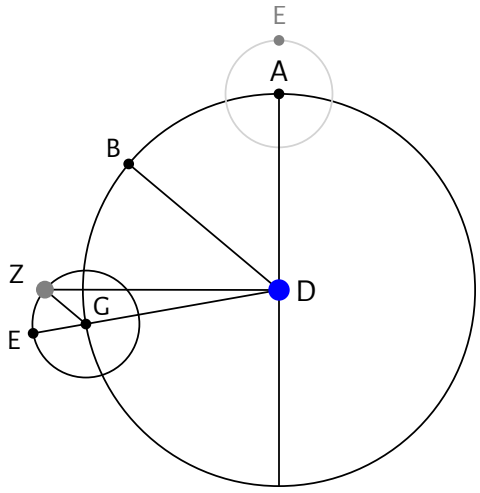
Il est évident que, dans le même temps, l'excentrique s'est déplacé de l'angle ADB, qui représente la différence entre les deux mouvements, et que son centre et son apogée sont revenus dans la droite BD.

Soit DH = GZ. Joignons ZH et, avec pour centre H et rayon HZ, traçons l'excentrique ZΘ. Je dis que ZH : HD = DG : GZ et que, dans cette hypothèse, la Lune est au point Z, c'est-à-dire que l'arc ZΘ est semblable à l'arc EZ. Puisque

$$\begin{aligned} \angle BDG &= \angle EGZ, \\ GZ &\parallel DH. \\ \text{Mais } GZ &= DH \text{ [par construction].} \\ \text{Donc } ZH &= GD \text{ et} \\ ZH &\parallel GD. \\ ZH : HD &= DG : GZ. \\ \text{De plus, puisque } DG &\parallel HZ, \\ \angle GDB &= \angle ZH\Theta ; \\ \text{et que, par hypothèse,} & \\ \angle GDB &= \angle EGZ, \\ \text{alors arc } Z\Theta &\parallel \text{arc } EZ. \end{aligned}$$

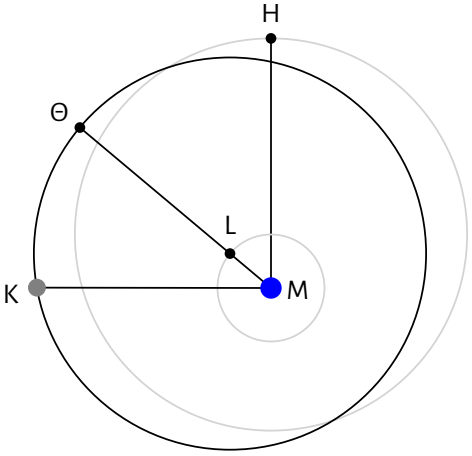
La Lune a donc atteint le point Z dans le même temps selon l'une ou l'autre hypothèse, puisque la Lune elle-même a parcouru l'arc EZ sur l'épicycle et l'arc ΘZ sur l'excentrique, que nous avons démontré être similaires, tandis que le centre de l'épicycle s'est déplacé sur l'arc AG, et le centre de l'excentrique [a tourné] de l'arc AB, qui est l'excès de l'arc AG sur l'arc EZ.

Il est aussi évident que les mêmes phénomènes se produiront même si les rapports ne sont que semblables, et non égaux ni identiques. Voici comment je le prouve, en traitant les deux



Pas à l'échelle

Des versions animées de ces diagrammes sont disponibles au http://almageste.ca



Pas à l'échelle

hypothèses séparément. Soit ABG le cercle concentrique à l'écliptique [à gauche], avec pour centre D et diamètre [passant par] AD, ainsi que l'épicycle EZ avec pour centre G, la Lune étant supposée en Z. Prenons aussi le cercle excentrique HΘK [à droite] avec centre L et diamètre [passant par] ΘLM, où M est le centre de l'écliptique, et plaçons la Lune en K. Dans le premier diagramme, joignons DGE, GZ, et DZ ; dans le second, joignons HM, KM, et KL.

Posons DG : GE = ΘL : KM. Supposons que, dans le même temps que l'épicycle a pris pour parcourir l'angle ADG, la Lune [dans l'hypothèse épicyclique] s'est déplacée de l'angle EGZ, l'excentrique par l'angle HMΘ, et la Lune [dans l'hypothèse excentrique] de l'angle ΘLK. Puisque nous présumons d'une relation entre les mouvements, nous avons donc

$$\begin{aligned} \angle \text{EGZ} &= \angle \Theta\text{LK}, \\ \text{et } \angle \text{ADG} &= \angle \text{HM}\Theta + \angle \Theta\text{LK}. \end{aligned}$$

Je dis donc, considérant cela, que la Lune semblera encore avoir traversé un arc égal dans le même temps dans chaque hypothèse, c'est-à-dire

$$\angle \text{ADZ} = \angle \text{HMK}$$

(puisqu'au début de l'intervalle, la Lune était à l'apogée suivant les lignes DA et MH, tandis qu'à la fin, elle était aux points Z et K suivant les lignes ZD et MK). Posons donc l'arc BG semblable à chacun des arcs ΘK et EZ, puis joignons BD. Puisque

$$\begin{aligned} \text{DG} : \text{GZ} &= \text{KL} : \text{LM} \\ \text{et que } [\angle \text{ZGE} &= \angle \Theta\text{LK}] \text{ [1]} \\ \triangle \text{GDZ} &\overset{\sim}{=} \triangle \text{KLM} \end{aligned}$$

([vu que] les côtés des angles égaux [en G et en L] sont proportionnels), et les angles opposés aux côtés correspondants sont égaux.

$$\begin{aligned} \text{Donc } \angle \text{GZD} &= \angle \text{LMK} \\ \text{Mais } \angle \text{BDZ} &= \angle \text{GZD}, \\ &\text{puisque GZ} \parallel \text{BD}, \\ &\text{et puisque, par hypothèse,} \\ \angle \text{ZGE} &= \angle \text{BDG}. \\ \text{Donc } \angle \text{ZDB} &= \angle \text{LMK}. \end{aligned}$$

Mais, par hypothèse, ∠ ADB, la différence entre les mouvements [en longitude et en anomalie], est égal à ∠ HMΘ, le mouvement [du centre] de l'excentrique, alors, par addition,

$$\angle \text{ADZ} = \angle \text{KMH}.$$

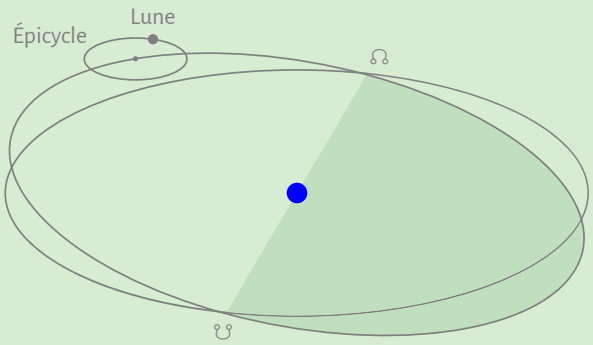
6. Démonstration de la première et simple anomalie de la Lune

Après ces propositions générales, nous allons maintenant démontrer l'anomalie lunaire, dans l'hypothèse épicyclique, pour la raison mentionnée. Nous choisirons d'abord trois anciennes éclipses qui semblent avoir été observées méticuleusement, puis, parmi les éclipses contemporaines, trois que nous avons observées nous-mêmes très précisément. Ainsi, en choisissant les plus longs intervalles possibles, nous verrons que l'équation de l'anomalie [maximale] est la même pour chaque hypothèse, et que la somme des mouvements moyens [entre deux ensembles d'éclipses] s'accorde avec la correction que nous avons calculée pour les périodes précédemment mentionnées. Pour la démonstration de la première anomalie, considérée en isolation, voici donc comment j'établis l'hypothèse épicyclique que j'ai choisie de préférence.

Imaginons, dans la sphère de la Lune, un cercle concentrique à l'écliptique et dans le même plan que celui-ci, et un autre cercle incliné, par rapport au premier, d'un angle égal à la

1 Ptolémée dit ici « les angles en G et en L sont égaux » (καὶ περὶ ἴσας γωνίας τὰς πρὸς τοῖς Γ, Λ σημείος αἱ πλευραὶ ἀνάλογον), que je ne trouvais pas assez clair.

Ce diagramme, adapté de Pedersen 2011, illustre le concept expliqué dans le texte principal par Ptolémée.



déviation [maximale] de la Lune en latitude, et qui se déplace uniformément en longitude en avance / contre l'ordre des signes [d'est en ouest], à une vitesse égale à la différence entre le mouvement en latitude et le mouvement en longitude. Supposons que l'épicycle est porté par ce cercle incliné, et qu'il se déplace lui aussi uniformément, mais suivant l'ordre des signes / vers l'arrière [d'ouest en est], à une vitesse correspondant au mouvement en latitude — représentant ainsi le mouvement [moyen] en longitude par rapport à l'écliptique. Supposons enfin, sur cet épicycle, la Lune, se déplaçant de sorte que, près de l'apogée, son mouvement est en avance / contre l'ordre des signes [d'est en ouest], à une vitesse correspondant à la période du retour en anomalie. Nul n'est besoin, ici, de considérer le mouvement en latitude ou l'inclinaison du cercle lunaire, la différence étant assez faible pour être ignorée [1].

Les trois éclipses anciennes que nous avons choisies ont été observées à Babylone. La première eut lieu dans la première année de Mardokempad [2], du 29e au 30e jours du mois égyptien de Thout [3]. L'éclipse débuta plus d'une heure après le lever de la Lune et fut totale. Le Soleil était alors à la fin des Poissons, et la nuit durait donc environ douze heures équinoxiales ; ainsi, l'éclipse commença 4½ heures équinoxiales avant minuit, et le milieu de l'éclipse, vu qu'elle était totale, eut lieu 2½ heures avant minuit [4]. Puisque nous rapportons les temps à ceux du méridien d'Alexandrie, et que celui-ci est environ ⅝ heure équinoxiale en avance sur celui de Babylone, ce milieu correspond à 3⅓ heures équinoxiales avant minuit, heure à laquelle, suivant nos calculs, la position vraie du Soleil était d'environ 24½° des Poissons.

La seconde éclipse eut lieu dans la seconde année du même Mardokempad, dans la nuit du 18e au 19e jours du mois égyptien de Thout [5]. Il est dit que son obscuration [maximale] était de trois doigts [15′] [6] du côté sud, à minuit exactement. Puisque le milieu fut observé à minuit à Babylone, il devait être ⅝ heure [équinoxiale] à Alexandrie ; le Soleil était alors précisément sur 13¾° des Poissons.

La troisième éclipse fut observée dans la même seconde année de Mardokempad, dans la nuit du 15e au 16e jours du mois égyptien Phaminoth [7]. Il est dit qu'elle a commencé après le lever [de la Lune], et qu'elle fut de plus de la moitié [du disque lunaire] du côté nord. Le Soleil étant alors au début de la Vierge, la nuit

1 Elle est d'environ 6′ au maximum. Ptolémée l'évalue à 5′ (§VI.7).
2 Merodach-Baladan II, en akkadien 𒀭MES.A.SUM-*na* Marduk-apla-iddina II, r. 722–710, 703–702 AÈC.
3 Selon Toomer, le 19/20 mars –720.
4 Selon Toomer : « La durée d'une éclipse lunaire totale est présumée être quatre heures ; selon Oppolzer, cette éclipse (son # 741) a duré 3¾ h. »
5 8/9 mars –719, selon Toomer.
6 Un « doigt » est une unité de mesure angulaire héritée des Babyloniens. Elle équivaut à 5′ en mesure moderne.
7 1/2 septembre –719, selon Toomer.

à Babylone durait donc environ onze heures équinoxiales, et la moitié de la nuit était de 5½ heures [équinoxiales] ; l'éclipse a donc débuté un maximum de 5 heures [équinoxiales] avant minuit, puisqu'elle a commencé après le lever [de la Lune], et son milieu était à 3½ heures [équinoxiales] avant minuit — le temps total d'obscurcissement, pour une éclipse de cette grandeur, devant être de trois heures environ [1]. Pour Alexandrie, donc, le milieu de l'éclipse a eu lieu 4⅓ heures avant minuit, et le Soleil se trouvait alors (position vraie) à 3¼° de la Vierge.

Il est donc clair que, du milieu de la première éclipse à celui de la seconde, le Soleil — et la Lune — ont parcouru, en plus des révolutions complètes, 349° 15', et, du milieu de la seconde éclipse au milieu de la troisième, 169° 30'. Les intervalles de temps sont les suivants :

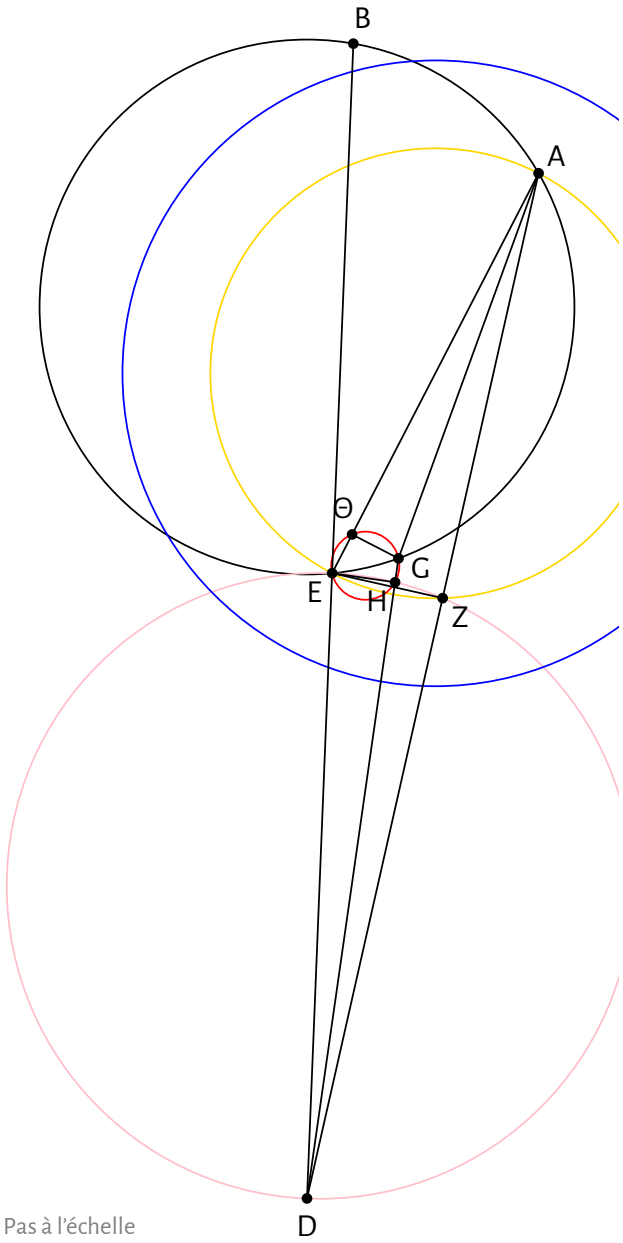
de la première à la seconde	354 j 2½ h	de temps équinoxial
	354 j 21⁷⁄₃₀ h	de nycthémères moyens
de la seconde à la troisième	176 j 20½ h	de temps équinoxial
	176 j 20⅕ h	de nycthémères moyens

Sur des espaces de temps si courts, il ne fera pas de différence d'utiliser des périodes approximatives [2]. Le mouvement moyen de la Lune, en plus des révolutions complètes, est donc environ :

en 354 j 2¹⁷⁄₃₀ h	306° 25'	en anomalie
	345° 51'	en longitude
en 176 j 20⅕ h	150° 26'	en anomalie
	170° 07'	en longitude

Il est donc évident que les 306° 25' de mouvement sur l'épicycle, pendant le premier intervalle, on ajouté au mouvement moyen de la Lune [349° 15' – 345° 51' =] 3° 24', et les 150° 26' du second en ont ôté [169° 30' – 170° 07' =] 0° 37'.

Ces données en main, traçons ABG, l'épicycle de la Lune, où le point A est l'endroit où se trouvait la Lune au milieu de la première éclipse ; le point



Pas à l'échelle

B, où elle était au milieu de la seconde ; et le point G, où elle était au milieu de la troisième. Supposons que la Lune va de B à A et de A à G, de sorte que l'arc AGB qu'elle a parcouru depuis la première éclipse jusqu'à la seconde, est de 306° 25' et ajoute 3° 24' au mouvement moyen, et que l'arc BAG parcouru de la seconde à la troisième éclipse, est de 150° 26' et en ôte 0° 37'.

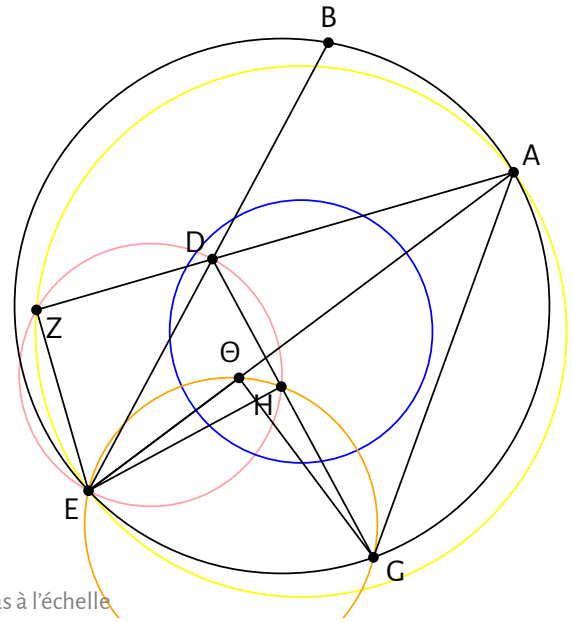
1 Toomer dit : «Selon Oppolzer (son # 744), cette éclipse avait une magnitude de 6,4 doigts et une durée d'environ 2 h 36 min. P.V. Neugebauer calcule 6,1 doigts et 2 h 24 min.»

2 Il est important de noter cela ; il est question de minimiser l'erreur accumulée dans le calcul des mouvements moyens à long terme.

Le mouvement de B en A est ainsi de 53° 35'et enlève 3° 24' au mouvement moyen, tandis que de A en G, il est de 96° 51' et ajoute 2° 47' au mouvement moyen.

Il est clair que le périgée de l'épicycle ne peut pas être situé le long de l'arc ABG, parce que cet arc a un effet soustractif et qu'il est plus petit qu'une demi-circonférence, tandis que le mouvement le plus rapide se produit au périgée.

Le périgée doit donc absolument se trouver le long de l'arc BEG. Prenons donc le point D, centre de l'écliptique et du déférent, et joignons les droites DA, DEB, et DG, allant vers les éclipses des trois points. Pour faciliter l'application générale de ce théorème à tous les calculs de cette sorte, que l'on utilise l'hypothèse épicyclique, comme ici, ou l'excentrique, auquel cas le centre D est pris dans le cercle [à droite], nous prolongeons l'une des trois droites [DA, DB, et DG] jusqu'à l'arc opposé — ici, nous avons déjà DEB passant par le point E opposé au point B de la seconde éclipse. Joignons aussi les points des autres éclipses entre eux par une droite (ici, AG), ainsi qu'au point E (donc avec EA et EG). Traçons aussi des perpendiculaires



Pas à l'échelle

à ces lignes entre les deux autres points et le centre de l'écliptique — ici EZ perpendiculaire à AD et EH à GD — et d'un de ces points (ici G), traçons une perpendiculaire à la droite menée de l'autre point (ici A) à l'autre intersection (ici E) du prolongement, comme ici GΘ à AE. Peu importe de quel point nous débutons le tracé du diagramme, nous trouverons toujours les mêmes nombres ; le choix [du point de départ] est simplement une affaire de commodité.

Puisque nous avons déterminé que l'arc BA sous-tend 3° 24' de l'écliptique, l'angle au centre,

$$\angle \text{BDA} = \begin{cases} 3° 24' \text{ où quatre angles droits font } 360° \\ 6;48^{\text{ω}} \text{ où deux angles droits font } 360^{\text{ω}}. \end{cases}$$

Donc, dans le cercle circonscrit [en rose ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs] au triangle rectangle DEZ,

arc EZ = 6° 48'
et EZ = 7;07,00^{p}
où l'hypoténuse DE = 120^{p}.
De même, puisque
arc BA = 53° 35',
l'angle [qu'il sous-tend] sur la circonférence,
$\angle$ BEA = 53;35^{ω}
où deux angles droits font 360^{ω}.
Mais, dans les mêmes unités,
$\angle$ BDA = 6;48^{ω}.
Donc l'angle restant
$\angle$ EAZ = 46;47^{ω}
de ces mêmes unités.
Donc, dans le cercle circonscrit [1] au triangle AEZ,
arc EZ = 46° 47'
et EZ = 47;38,30^{p}
où l'hypoténuse EA = 120^{p}.
Donc où EZ = 7;07;00^{p}
et ED = 120^{p},
AE = 17;55,32^{p}.
Puisque l'arc BAG sous-tend 0° 37' de l'écliptique, l'angle en son centre,

1 En jaune ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

$\angle$ BDG = $\begin{cases} 0° 37' \text{ où quatre angles droits font } 360° \\ 1;14^{\text{ω}} \text{ où deux angles droits font } 360^{\text{ω}}. \end{cases}$

Donc, dans le cercle circonscrit [1] au triangle rectangle DEH,

arc EH = 1° 14′

et EH = 1;17,30^{p}

où l'hypoténuse DE = 120^{p}.

De même, puisque

arc BAG = 150° 26′,

l'angle [qu'il sous-tend] sur la circonférence,

$\angle$ BEG = 150;26^{ω}

où deux angles droits font 360^{ω}.

Mais $\angle$ BDG = 1;14^{ω}

des mêmes unités.

Donc le restant,

$\angle$ EGD = 149;12^{ω}.

Donc, dans le cercle circonscrit [2] au triangle rectangle GEH,

arc EH = 149° 12′

et EH = 115;41,21^{p}

où l'hypoténuse GE = 120^{p}.

Donc, où EH = 1;17,30^{p} et DE = 120^{p},

GE = 1;20,23^{p},

et nous avons démontré que

EA = 17;55,32^{p}

des mêmes unités.

De plus, puisque nous avons démontré que

arc AG = 96° 51′,

l'angle [qu'il sous-tend] sur la circonférence,

$\angle$ AEG = 96;51^{ω}

où deux angles droits font 360^{ω}.

Donc, dans le cercle circonscrit [3] au triangle rectangle GEΘ,

arc GΘ = 96° 51′

et le restant, arc EΘ = 83° 09′

[son complément].

Les cordes correspondantes sont donc :

GΘ = 89;46,14^{p}

et EΘ = 79;37,55^{p}

où l'hypoténuse GE = 120^{p}

Donc, où GE = 1;20,23^{p},

GΘ = 1;00,08^{p}

et EΘ = 0;53,21^{p}.

Nous avons trouvé que la droite entière EA mesure 17;55,32^{p}, donc sa portion ΘA mesure 17;02,11^{p} où GΘ mesure 1;00,08^{p}. Le carré de AT étant de 290;14,19^{p} et celui de GΘ étant de 1;00,17^{p}, leur somme donne le carré de l'hypoténuse AG, soit 291;14,36^{p}, donc AG = 17;03,57^{p} où DE = 120^{p} et GE = 1;20,23^{p}.

Aussi, la droite AG mesure 89;46,14^{p} où le diamètre de l'épicycle est de 120^{p}, puisqu'elle sous-tend l'arc AG de 96° 51′, et le diamètre de l'épicycle étant de 120^{p}, la droite DE = 631;13,48^{p} et GE = 7;02,50^{p}, donc l'arc GE qu'elle sous-tend est de 6° 44′ 01″ où l'épicycle est de 360°.

Mais, par hypothèse, l'arc BAG mesure 150° 26′, donc l'arc entier BGE mesure 157° 10′ 01″ et son arc BE contient 117;37,32^{p} où le diamètre de l'épicycle vaut 120^{p}, et la droite ED mesure 631;13,48^{p}.

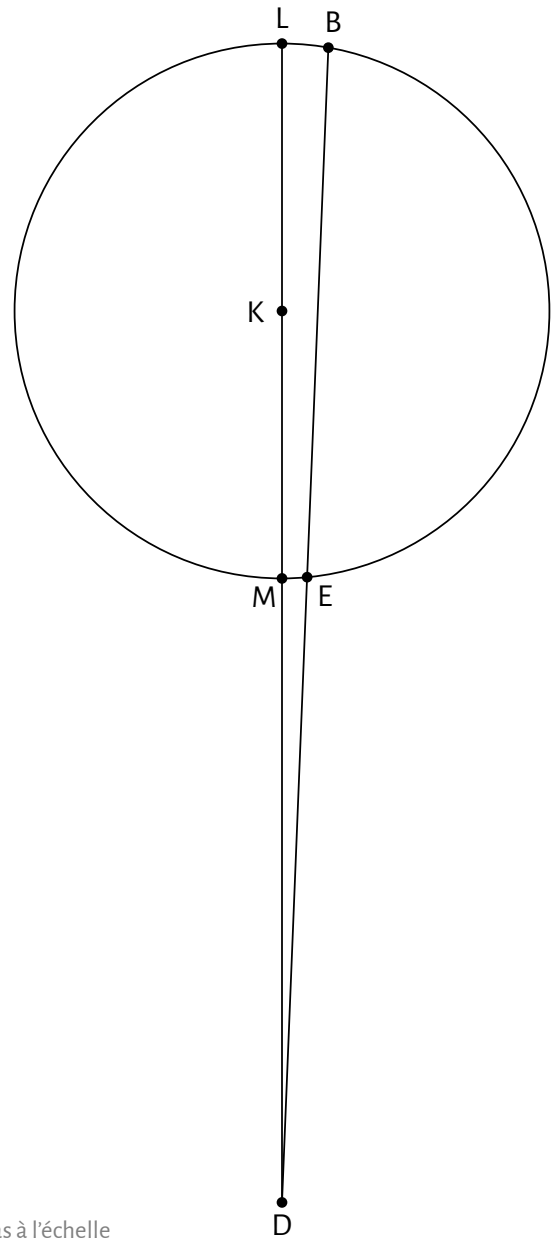
Si la droite BE était égale au diamètre de l'épicycle, son centre serait sur celle-ci, et nous obtiendrions ainsi le rapport des diamètres [de l'épicycle et du déférent]. Mais puisqu'elle est plus petite que le diamètre, l'arc BGE est plus petit qu'un demi-cercle, et le centre de l'épicycle est donc en dehors du segment BAGE.

Supposons que le centre est en K. Traçons la droite DMKL à partir de D, de sorte que le point L soit l'apogée de l'épicycle, et le point M son périgée. Puisque le rectangle fait sur BD et DE est égal à celui de LD par DM, et que nous avons prouvé que le diamètre de l'épicycle — la droite LKM — est de 120^{p}, que la droite BE mesure 117;37,32^{p}, que ED mesure 631;13,48^{p}, et que la droite BD entière, 748;51,20^{p}, donc le rectangle de BD par DE, donc celui de LD par DM, contient 472 700;05,32^{p} [BD · DE = LD · DM = 472 700;05,32^{p}].

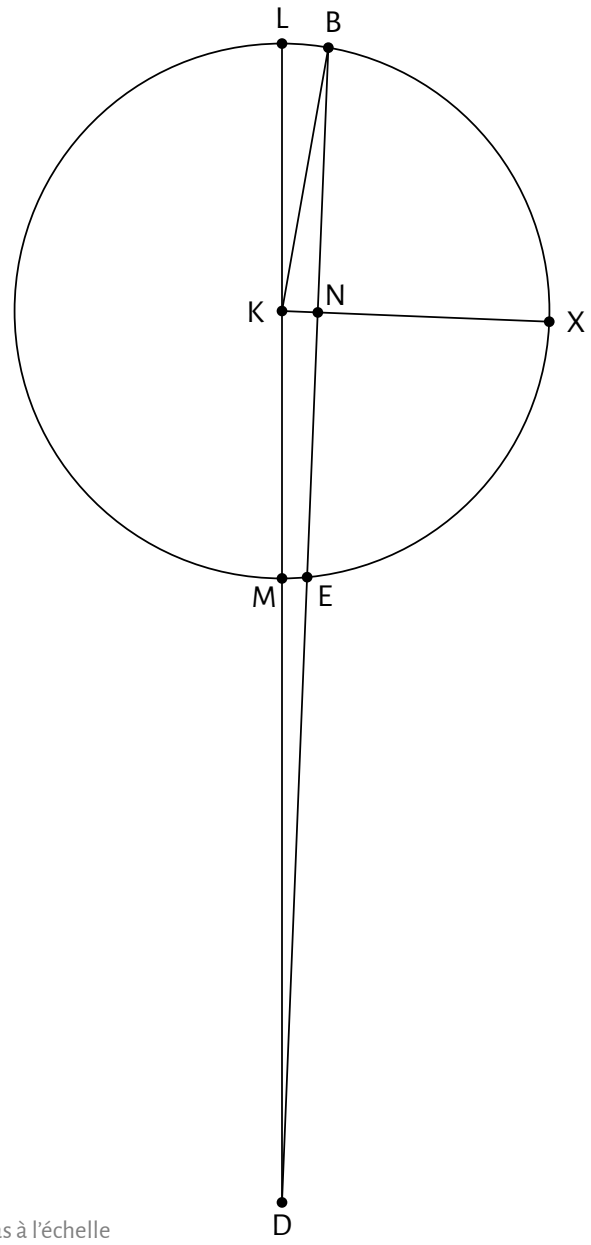
1 En bleu pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

2 En orange ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

3 En orange encore ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.



Pas à l'échelle



Pas à l'échelle

De plus, puisque le rectangle LD par DM additionné au carré de KM égalent le carré de DK, et que le rayon de l'épicycle, KM, vaut 60^{p}, si nous ajoutons son carré, 3 600, aux 472 700;05,32^{p}, nous obtenons pour carré de DK 476 300;05,32^{p}. La droite DK, rayon du cercle concentrique à l'écliptique, et qui porte l'épicycle, mesure donc 690;08,42^{p} où KM mesure 60^{p} ; et le rayon du cercle concentrique à l'œil [le déférent], et qui porte l'épicycle, mesurant 60^{p}, le rayon de l'épicycle sera donc d'environ 5;13^{p}.

Reprenons le même diagramme, et traçons KNX perpendiculaire à BE, et joignons BK. Puisque où DK = 690;08,42, nous avons trouvé DE = 631;13,48^{p} et que NE = ½BE = 58;48,46^{p}, donc, par addition, DEN = 690;02,34^{p}. Donc DN = 119;58,57^{p} où l'hypoténuse DK = 120^{p}, et arc DN ≈ 178° 02′. Donc, dans le cercle circonscrit [en jaune pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs] au triangle rectangle DNK, ∠ DKN = 178;02$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$ et 89° 01′ où quatre angles droits font 360°. L'arc XM de l'épicycle mesure donc 89° 01′, et

l'arc LBX restant [complémentaire] du demi-cercle mesure 90° 59'. L'arc BX, moitié de l'arc BXE, mesure donc 78° 35', puisque nous avons démontré que l'arc entier BE mesure environ 157° 10'. Donc, l'arc restant LB de l'épicycle, qui est la distance de la Lune à l'apogée [de l'épicycle] au milieu de la seconde éclipse, est de 12° 24'. De même, puisque nous avons prouvé que l'angle DKN = 89° 01' où quatre angles droits font 360°, l'angle restant KDN, qui représente l'équation de l'anomalie (l'angle soustrait au mouvement moyen en longitude) correspondant à l'arc AB de l'épicycle, mesure 0° 59', complément de l'angle droit. La longitude moyenne de la Lune au milieu de la seconde éclipse était donc de 14° 44' de la Vierge, puisque sa position vraie était 13° 45', correspondant à la position du Soleil [à l'opposé] dans les Poissons.

Passons maintenant aux trois éclipses que nous avons observées très méticuleusement à Alexandrie. La première a eu lieu pendant la dix-septième année d'Hadrien, dans la nuit du 20e au 21e jours du mois égyptien de Payni [1]. Un calcul précis nous indique que le milieu de cette éclipse a eu lieu trois quarts d'heure [équinoxiale] avant minuit. Elle était totale. La position vraie du Soleil était alors d'environ 13¼° du Taureau.

La seconde a eu lieu la dix-neuvième année d'Hadrien, dans la nuit du 2 au 3 du mois égyptien Khoiak [2]. Par un calcul exact, nous avons déterminé que son milieu a eu lieu une heure équinoxiale avant minuit. L'obscurité n'a couvert que ⅝ du diamètre du côté nord. La position vraie du Soleil était alors de 25⅙° de la Balance, environ.

La troisième enfin a eu lieu la vingtième année d'Hadrien, dans la nuit du 19 au 20 du mois égyptien Pharmouti [3]. Nous avons calculé que le milieu de cette éclipse a eu lieu quatre heures équinoxiales après minuit. L'obscurité a couvert la moitié du diamètre du côté nord. Le Soleil était alors à environ 14½12° des Poissons [4].

Le mouvement moyen de la Lune est, évidemment, le même que celui du Soleil, outre les révolutions complètes. Du milieu de la première au milieu de la seconde, il était de 161° 55' ; du milieu de la seconde au milieu de la troisième, de 138° 55'. Le premier intervalle est de 1 année égyptienne plus 166 jours et 23¾ heures équinoxiales [de temps solaire vrai], ou 23⅝ heures équinoxiales [de temps solaire moyen]. Le second intervalle est de 1 année égyptienne plus 137 jours et 5 heures équinoxiales [de temps solaire vrai], et 1 année égyptienne plus 137 jours 5½ heures équinoxiales [de temps solaire moyen]. Pendant ces temps, le mouvement moyen approximatif de la Lune, outre les révolutions complètes, était de

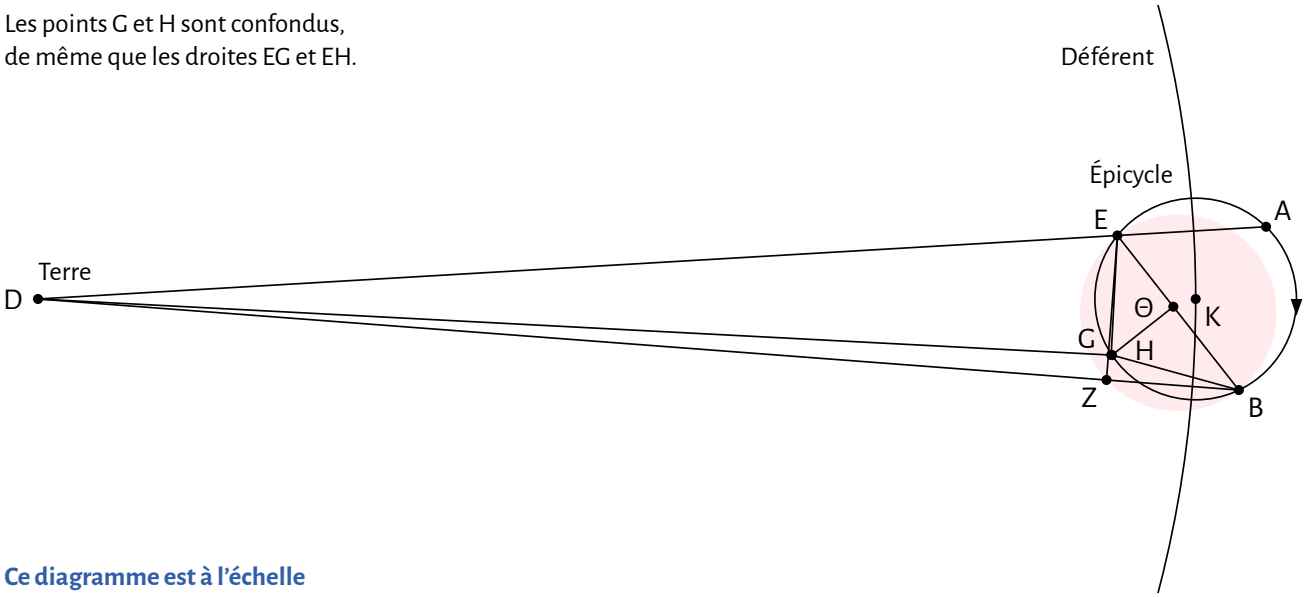
en 1 an 166 j 23⅝ h { 110° 21' en anomalie ; 169° 37' en longitude
et en 1 an 137 j 5½ h { 81° 36' en anomalie ; 137° 34' en longitude

Il est donc clair que, pour le premier intervalle, les 110° 21' de l'épicycle ont ôté [161° 55' – 169° 37' =] 7° 42' au mouvement moyen, tandis que pour le second intervalle, les 81° 36' ont ajouté [138° 55' – 137° 34' =] 1° 21' au mouvement moyen.

Avec ces données, traçons [le cercle] ABG représentant l'épicycle de la Lune. Soit A le point où la Lune était au milieu de la première éclipse, B sa position au milieu de la seconde éclipse, et G au milieu de la troisième. Nous devons maintenant imaginer que la Lune va de A à B, puis à G, de sorte que l'arc AB, de 110° 21',

1 6/7 mai 133, selon Toomer.
2 20/21 octobre 134, selon Toomer.
3 5/6 mars 136, selon Toomer.
4 Halma a ici, erronément, 12'. La version grecque est ιβ', qui signifie bel et bien 1/12. Halma a probablement mal interprété la keraia (') pour un symbole de minute d'arc (') ; les deux glyphes sont très semblables, mais le symbole de minute d'arc n'a jamais été utilisé par les anciens Grecs, étant une invention moderne (Leonhard Euler, 1748).

Les points G et H sont confondus,
de même que les droites EG et EH.



Ce diagramme est à l'échelle

enlève 7° 42′ au mouvement moyen en longitude, comme nous l'avons vu ; et que l'arc BG, de 81° 36′, ajoute 1° 21′ ; et enfin que l'arc GA, de [360° – (110° 21′ + 81° 36′) =] 168° 03′, ajoute 6° 21′ au mouvement propre, soit la différence [entre 7° 42′ et 1° 21′].

L'apogée est forcément situé dans l'arc AB, parce qu'il ne peut pas être dans BG ni dans GA, ces deux arcs étant additifs et plus petits [chacun] qu'un demi-cercle. Prenons donc le centre de l'écliptique et du cercle [déférent] porteur de l'épicycle en D, et traçons depuis lui, vers les points représentant les trois éclipses, les droites DEA, DB, et DG. Joignons aussi BG, et traçons à partir de E les droites EB et EG ainsi que EZ perpendiculaire à BD et EH à DG, puis de G la droite GΘ perpendiculaire à BE. Puisque l'arc AB sous-tend 7° 42′ sur l'écliptique, l'angle au centre de l'écliptique,

$$\angle \text{ADB} = \begin{cases} 7° 42' \text{ où quatre angles droits font } 360° \\ 15;24^{\text{ω}} \text{ où deux angles droits font } 360^{\text{ω}}. \end{cases}$$

Donc, dans le cercle circonscrit [en jaune pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs] au triangle rectangle BEZ,

arc EZ = 15° 24′
et EZ = 16;04,42^{p}
où l'hypoténuse DE = 120^{p}.
De même, puisque
arc AB = 110° 21′
l'angle [qu'il sous-tend] à la circonférence,
$\angle$ AEB = 110;21^{ω}
où deux angles droits font 360^{ω}.
Mais $\angle$ ADB = 15;24^{ω}
des mêmes unités.
Donc $\angle$ EBD = 94;57^{ω}
[= 110;21^{ω} – 15;24^{ω}].
Donc, dans le cercle circonscrit [1] au triangle droit BEZ,
arc EZ = 94° 57′
et EZ = 88;26,17^{p}
où l'hypoténuse BE = 120^{p}.
Donc où EZ = 16;04,42^{p}
et DE = 120^{p},
BE = 21;48,59^{p}.
De plus, puisque, comme nous avons démontré, l'arc GEA sous-tend 6° 21′ de l'écliptique, l'angle au centre de l'écliptique

$$\angle \text{ADG} = \begin{cases} 6° 21' \text{ où quatre angles droits font } 360° \\ 12;42^{\text{ω}} \text{ où deux angles droits font } 360^{\text{ω}}. \end{cases}$$

1 En jaune pâle, toujours.

Donc, dans le cercle circonscrit [1] au triangle rectangle DEH,

arc EH = 12° 42′

et EH = 13;16,19^{p}

où l'hypoténuse DE = 120^{p}.

De même, puisque

arc ABG = 191° 57′,

l'angle [qu'il sous-tend] à la circonférence,

∠ AEG = 191;57$^{\circ\circ}$

où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$.

Mais ∠ ADG = 12;42$^{\circ\circ}$

des mêmes unités, comme nous l'avons trouvé.

Donc, ∠ EGD = 179;15$^{\circ\circ}$

des mêmes unités [= 191;57$^{\circ\circ}$ – 12;42$^{\circ\circ}$].

Donc, dans le cercle circonscrit [2] au triangle rectangle GEH,

arc EH = 179° 15′

et EH = 119;59,50^{p}

où l'hypoténuse GE = 120^{p}.

Donc, où EH = 13;16,19^{p} et DE = 120^{p},

GE = 13;16,20^{p}.

Et BE = 21;48,59^{p}

des mêmes unités, comme nous l'avons vu.

De plus, puisque

arc BG = 81° 36′

l'angle [qu'il sous-tend] à la circonférence,

∠ BEG = 81;36$^{\circ\circ}$

où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$.

Donc, dans le cercle circonscrit [3] au triangle rectangle GEΘ,

arc GΘ = 81° 36′

et l'arc restant, EΘ = 98° 24′

(son supplément)

Donc les cordes correspondantes

GΘ = 78;24,37^{p}

et EΘ = 90;50,22^{p}

où l'hypoténuse EG = 120^{p}

Donc où GE = 13;16,20^{p},

GΘ = 8;40,20^{p}

et EΘ = 10;02,49^{p}.

Et nous avons vu que

EB = 21;48,59^{p}

des mêmes unités.

Donc [EB – EΘ =] ΘB = 11;46,10^{p}

où GΘ = 8;40,20^{p}.

Et ΘB^{2} = 138;31,11^{p},

GΘ^{2} = 75;12,27^{p},

et BG^{2} = ΘB^{2} + GΘ^{2}

= 213;43,38^{p}.

Donc BG = 14;37,10^{p}

où DE = 120^{p}

et GE = 13;16,20^{p}.

Mais où le diamètre de l'épicycle est de 120^{p},

BG = 78;24,37^{p}

(vu que l'arc BG qu'elle sous-tend fait 81° 36′).

Donc où BG = 78;24,37^{p}

et où le diamètre de l'épicycle est de 120°,

DE = 643;36,39^{p}

et GE = 71;11,04^{p}.

Donc l'arc de l'épicycle

GE = 72° 46′ 10″.

Et [par hypothèse]

l'arc GEA = 168° 03′.

Donc l'arc restant EA = 95° 16′ 50″,

donc sa corde AE = 88;40,17^{p}

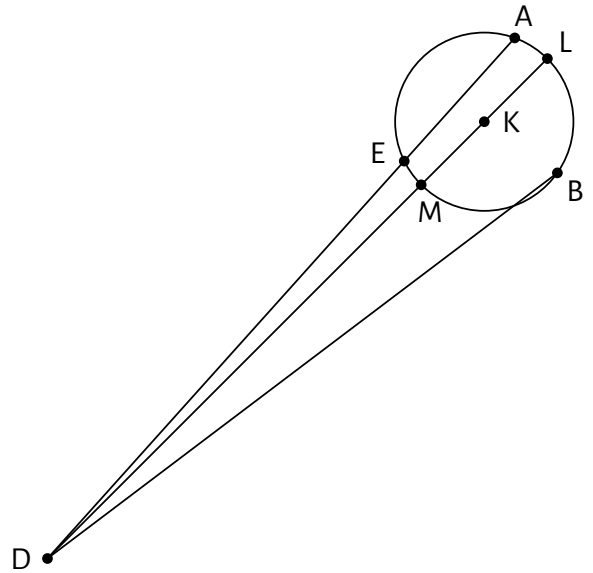
où le diamètre de l'épicycle est 120^{p} et où ED = 643;36,39^{p}.

De plus, puisque nous avons prouvé que l'arc EA est plus petit qu'un demi-cercle, le centre de l'épicycle sera forcément en dehors du segment EA. Si nous prenons le point K comme centre, joignons DMKL, de sorte que L soit l'apogée et M, le périgée. Puisque AD · DE = LD · DM et que nous avons démontré que la droite AE = 88;40,17^{p} où le diamètre LKM de l'épicycle est de 120^{p} et que ED = 643;36,39^{p}, il est évident que la droite entière AD = 732;16,56^{p}, donc que AD · DE = LD · DM = 471 304;46,17^{p}. Aussi, puisque LD

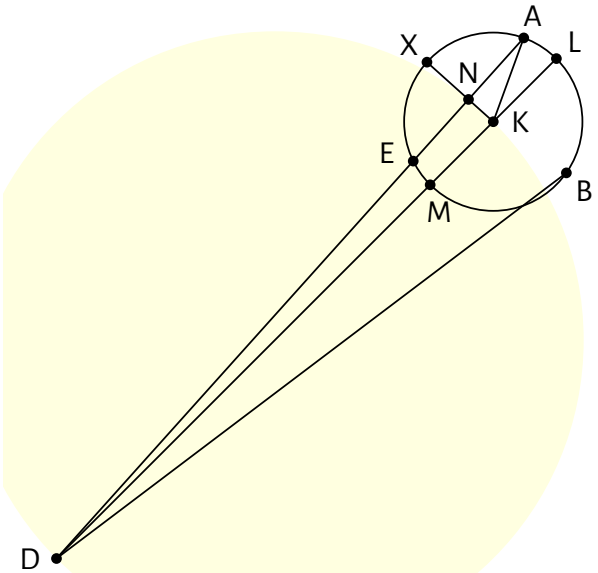
1 En rose pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

2 En violet pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

3 En vert pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.



Pas à l'échelle



Pas à l'échelle

· DM + KM² = DK², et que le rayon de l'épicycle, KM = 60ᵖ, si nous y ajoutons les 3600ᵖ (de KM²), nous obtenons DK² = 474 904;46,17ᵖ, donc le rayon du cercle concentrique à l'écliptique [le déférent], qui porte l'épicycle, DK = 689;08ᵖ où le rayon de l'épicycle KM = 60ᵖ. Donc enfin, où l'espace entre le centre de l'écliptique et celui de l'épicycle vaut 60ᵖ, le rayon de l'épicycle vaut 5;14ᵖ, ce qui est essentiellement le même rapport que celui que nous avons trouvé précédemment par les anciennes éclipses [soit 5;13ᵖ].

Reprenons le même diagramme, et traçons KNX à partir de K et perpendiculaire à DEA, et joignons AK. Comme nous avons démontré, où DK = 689;08ᵖ, DE = 643;36,39ᵖ, et NE = ½AE = 44;20,08ᵖ des mêmes unités. Donc, la droite entière DEN = 687;56,47ᵖ. Donc, où l'hypoténuse DK = 120ᵖ, DN = 119;47,36ᵖ, et dans le cercle circonscrit [en jaune pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs] au triangle rectangle DKN, l'arc DN ≈ 173° 17′. Donc, ∠ DKN = 173;17ᵒᵒ où deux angles droits font 360ᵒᵒ et 86° 38′ 30″ où quatre angles droits font 360°. Donc l'arc MEX de l'épicycle = 86° 38′ 30″, l'arc restant LAX = 93° 21′ 30″ [son supplément], et l'arc AX = ½ arc AE ≈ 47° 38′ 30″. Donc l'arc AL = 45° 43′ [= 93° 21′ 30″ − 47° 38′ 30″]. Mais nous avons postulé que l'arc entier AB = 110° 21′, donc l'arc restant LB = 64° 38′ [= 110° 21′ − 45° 43′], qui est la distance de la Lune à l'apogée au milieu de la seconde éclipse.

De même, nous avons démontré que l'angle DKN = 86° 38′ environ, où quatre angles droits font 360°, donc l'angle KDN = 3° 22′, son complément ; nous avons aussi postulé que l'arc ADB = 7° 42′. Donc, l'arc restant LDB = 4° 20′, sous-tendant l'arc de l'écliptique retranché du mouvement moyen en longitude à cause de l'anomalie LB.

La position moyenne de la Lune au milieu de la seconde éclipse était donc de 29° 30′ du Bélier, puisque sa position vraie était de 25° 10′, à l'opposé de la position du Soleil dans la Balance.

7. De la correction des mouvements moyens de la longitude et de l'anomalie lunaires

Nous avons démontré que la position de la Lune, au milieu de la seconde des [trois] anciennes éclipses, était de 14° 44′ de la Vierge en mouvement moyen, et de 12° 24′ d'anomalie depuis l'apogée ; et qu'à la seconde des trois éclipses que nous avons observées, nous avons trouvé que sa position moyenne était de 29° 30′ du Bélier, et à 64° 38′ de l'apogée en anomalie. Il est donc évident que, dans l'intervalle de temps entre ces deux éclipses, la Lune a parcouru 224° 46′ en mouvement moyen et 52° 14′ en anomalie, outre les révolutions complètes. Le temps écoulé [entre ces deux éclipses] de la deuxième année de Mardokempad, à ⅝ heure équinoxiale avant minuit dans la nuit du 18 au 19 Thout, à la 19e année d'Hadrien, à 1 heure équinoxiale avant minuit dans la nuit du 2 au 3 Khoiak, est de 854 années égyptiennes plus 73 jours et 23⅝ heures équinoxiales [de temps solaire vrai], ou 23⅓ h [de temps solaire moyen], soit en tout 311 783 jours et 23⅓ heures équinoxiales.

Pour cet intervalle, nous trouvons, en utilisant les hypothèses établies avant corrections, que la Lune s'est déplacée, outre les révolutions complètes, de 224° 46′ en longitude et de 52° 31′ [1]. Le mouvement en longitude est conforme à celui dérivé de nos observations, mais celui de l'anomalie est trop grande de 17′ ; donc, avant de dresser les tableaux, nous avons corrigé le mouvement quotidien en anomalie en distribuant ces 17′ par le nombre de jours mentionné ci-dessus, et en soustrayant la correction résultante, soit 0° 00′ 00″ 00‴ 11⁗ 46⁗′ 39⁗″, du mouvement quotidien en anomalie non corrigé. La valeur après correction est donc de 13° 03′ 53″ 56‴ 17⁗ 51⁗′ 59⁗″, qui est la valeur de base utilisée pour dresser les tableaux.

8. De l'époque des mouvements moyens de longitude et d'anomalie de la Lune

Pour ramener l'époque [de ces mouvements moyens] à midi du même premier jour du mois égyptien de Thout de la première année de Nabonassar, nous avons pris l'intervalle de temps entre ce jour et le milieu de la seconde éclipse des trois premières et plus proches [de cette date] éclipses, soit, comme nous l'avons dit, à ⅝ heure équinoxiale avant minuit dans la nuit du 18 au 19 du mois égyptien de Thout ; cela donne un intervalle de 27 années égyptiennes plus 17 jours et 11½ heures équinoxiales environ, tant [en temps solaire moyen qu'en temps solaire vrai] [2]. Outre les révolutions complètes, cela correspond à 123° 22′ en longitude et 103° 35′ en anomalie. Si nous retranchons ces valeurs de celles correspondant au milieu de la seconde éclipse, nous obtenons, pour midi le premier jour du mois égyptien de Thout de la première année de Nabonassar, la position moyenne de la Lune comme étant 11° 22′ du Taureau en longitude, et 268° 49′ d'anomalie depuis l'apogée de l'écliptique, c'est-à-dire 70° 37′ d'élongation au Soleil qui, comme il a été démontré, était alors à 0° 45′ des Poissons.

1 Toomer indique que les valeurs réelles, utilisant les données de Ptolémée, sont de 224° 47′ 15″ et 52° 32′ 18″, respectivement, ce qui l'amène à penser que Ptolémée a réellement utilisé 23 h 18 min de différence, donc –32 min comme équation du temps.

2 Selon Toomer : « L'équation du temps entre l'ère de Nabonassar (26 février –746) et l'éclipse en question (18 mars –719) est en fait d'environ –3 min. Cela rendrait les mouvements moyens inférieurs de 1 minute dans chaque cas que les valeurs données par Ptolémée. »

9. De la correction des mouvements moyens de la Lune en latitude, et leur époque

Nous avons établi, par les méthodes présentées ci-dessus, les mouvements et époques périodiques [de la Lune] en longitude et en anomalie ; pour celles de sa latitude, toutefois, nous étions autrefois dans l'erreur, car nous avons également adopté les hypothèses d'Hipparque selon lesquelles [le diamètre de] la lune entre environ 650 fois dans son propre cercle et 2½ fois dans [le diamètre de] l'ombre de la Terre, quand elle est à distance moyenne lors des syzygies : une fois que ces quantités et la taille de l'inclinaison du cercle de la Lune sont données, les limites des éclipses lunaires individuelles sont données. Nous avons donc pris [des paires d'éclipses] séparées par un intervalle connu et calculé, par la taille de l'obscurcissement au milieu de l'éclipse, la vraie distance [de la Lune] à celui de ses deux nœuds [l'éclipse était proche] le long de son cercle incliné en [argument de] latitude, et déterminé la position moyenne [en latitude] à partir de la vraie en appliquant l'équation de l'anomalie telle que nous l'avons déterminée, et nous avons donc trouvé la position moyenne en latitude au milieu de chaque éclipse, et donc le mouvement en latitude (en plus des révolutions complètes) pendant cet intervalle.

Mais aujourd'hui, en utilisant des méthodes plus faciles qui n'ont pas besoin des hypothèses précédentes pour solutionner le problème, nous avons constaté que le mouvement de latitude calculé par la méthode ci-dessus est erroné. De plus, à partir du mouvement en latitude que nous avons calculé sans ces hypothèses, nous avons prouvé que ces hypothèses concernant les tailles et la distance sont fausses et les avons corrigées. Nous avons fait la même chose pour Saturne et Mercure, en changeant nos hypothèses antérieures incorrectes à la suite de nos observations plus précises. C'est que ceux qui abordent cette science avec un véritable amour de la vérité et un esprit inquisitif, devraient utiliser de nouvelles méthodes qu'ils découvrent et qui donnent des résultats plus précis, pour corriger non seulement les théories anciennes, mais aussi — et ils ne devraient pas avoir honte de cela — leurs propres [théories], si besoin est, et accepter que leurs théories soient corrigées et rendues plus précises par d'autres. Nous donnerons, en bonne et due place plus loin dans ce traité, les moyens par lesquels nous procédons pour [Saturne et Mercure] [1]. Pour le moment, pour suivre l'ordre que nous nous sommes prescrit, nous allons démontrer [le calcul de] la position en latitude.

D'abord, pour corriger le mouvement moyen, nous avons recherché des [paires d']éclipses lunaires observées avec le plus de minutie, et depuis aussi longtemps que possible, et où :

- la taille de l'obscurcissement était égale ;
- [les éclipses ont eu lieu] près du même nœud ;
- [l'obscurcissement] était [pour] les deux depuis le nord ou [les deux] depuis le sud) ; et
- la Lune était à distance égale [de la Terre].

Ces conditions remplies, le centre de la Lune dans les deux éclipses sera à distance égale et du même côté du même nœud, et la Lune aura fait [un nombre entier de] révolutions complètes en latitude dans l'intervalle de temps entre les deux observations.

Nous avons choisi, pour première éclipse, celle observée à Babylone dans la 31e année de Darius Ier, au milieu de la sixième heure de la

1 En fait, rien de tel ne figure dans l'*Almageste*. Toomer suppose que Ptolémée référait à son *Inscription canobique*.

nuit du 3 au 4 du mois égyptien de Tybi [1]. La Lune est alors décrite comme étant obscurcie de deux doigts du côté sud.

La seconde éclipse est celle observée à Alexandrie dans la neuvième année d'Hadrien, 3⅗ heures équinoxiales avant minuit dans la nuit du 17 au 18 du mois égyptien de Pachon [2]. La lune était alors, encore une fois, masquée au sixième de son diamètre depuis le sud.

La Lune était, pour les deux éclipses, proche du nœud descendant en latitude, chose facile à déterminer par des hypothèses générales. Sa distance [à la Terre] était à peu près la même dans les deux [éclipses], soit un peu plus près du périgée que la distance moyenne — ce qui est évident selon les démonstrations précédentes sur l'anomalie. Aussi, lorsque la Lune est éclipsée du sud, son centre est au nord de l'écliptique ; il est donc clair qu'aux deux éclipses, le centre de la lune était à égale distance en avance [précédant / à l'ouest] du nœud descendant. Lors de la première éclipse, la lune sur son épicycle était à 100° 19' de l'apogée ; car le milieu de l'éclipse était une demi-heure avant minuit à Babylone, et [donc] 1⅓ heure équinoxiale avant minuit à Alexandrie. Depuis l'ère de Nabonassar, l'intervalle est donc de 256 ans, 122 jours et 10⅔ heures [de temps solaire vrai] ou 10¼ heures comptées en nycthémères moyens [temps solaire moyen]. Sa position vraie était donc inférieure de 5° à sa position moyenne.

Lors de la deuxième éclipse, la Lune était à 251° 53' de l'apogée de l'épicycle. L'intervalle de temps, depuis l'époque jusqu'au milieu de l'éclipse, était de 871 ans, 256 jours, et 8⅖ heures équinoxiales comptées simplement [temps solaire vrai] ou 8½₁₂ heures équinoxiales comptées avec précision [temps solaire moyen]. La position vraie [de la Lune] était donc de 4° 53' supérieure à sa [position] moyenne.

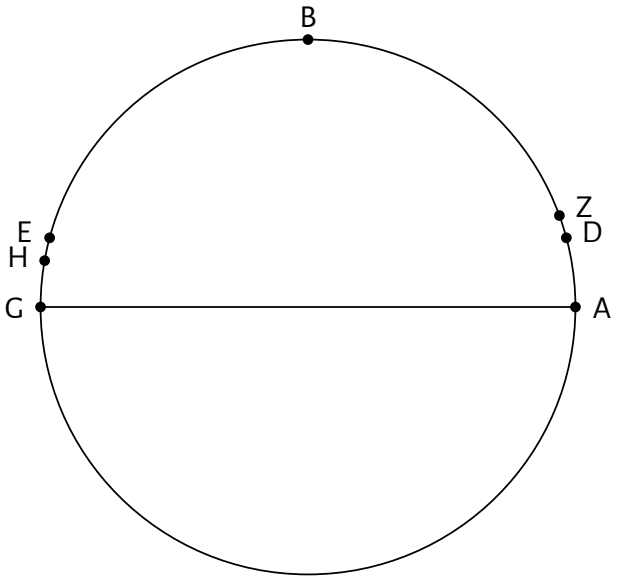
Donc, dans l'intervalle de temps entre les deux éclipses, qui était de 615 années égyptiennes, 133 jours, et 21⅝ heures équinoxiales, le mouvement vrai de la Lune en latitude compte des révolutions complètes, tandis que son mouvement moyen est de 9° 53' qu'un [nombre entier de] révolutions complète, ce qui est la somme des deux anomalies. Mais il y a environ 10° 02' de moins que des révolutions complètes, pour cet intervalle de temps, selon les tableaux des mouvements moyens dérivés des hypothèses d'Hipparque. Le mouvement moyen en latitude est donc plus grand de 9 minutes que celui qu'Hipparque aurait calculé pour un retour à la même latitude.

Nous avons divisé ces 9 minutes par le nombre total de jours dans l'intervalle ci-dessus, soit 224 609, et nous avons ajouté le quotient, soit 0° 00' 00" 00"' 08"" 39""' 18"""", au mouvement quotidien moyen [en latitude] dérivé des hypothèses [d'Hipparque], ce qui donne un mouvement moyen corrigé de 13° 13' 45" 39"' 48"" 56""' 37"""", valeur que nous avons utilisée comme base pour dresser les tableaux, par additions successives.

Ayant ainsi, de cette manière, déterminé le mouvement moyen en latitude, nous avons ensuite cherché, pour établir la position à l'époque, une autre paire d'éclipses d'intervalle connu, dans laquelle toutes les mêmes conditions étaient remplies que dans la paire précédente (soit : distances égales de la Lune et obscurcissements égaux ainsi que du même côté, nord ou sud), sauf que cette fois, les éclipses étaient près de nœuds opposés plutôt qu'au même.

La première de ces éclipses est celle que nous avons déjà utilisée pour démontrer l'anomalie : elle a eu lieu dans la seconde année du même Mardokempad, dans la nuit du 18e au 19e jours du mois égyptien de Thout [3], à minuit pour

1 Selon Toomer, le 25/26 avril –490.
2 Selon Toomer, le 5/6 avril 125.
3 8/9 mars –719, selon Toomer.



Pas à l'échelle

Babylone, mais à ⅝ heure équinoxiale avant minuit pour Alexandrie. La Lune était alors éclipsée de trois doigts du côté sud.

La seconde éclipse, aussi utilisée par Hipparque, a eu lieu dans la vingtième année de Darius successeur de Cambyse [II], à 6⅓ heures équinoxiales dans la nuit du 28 au 29 du mois égyptien d'Epiphi [19/20 novembre –719]. La Lune était également éclipsée du quart de son diamètre [3 doigts] du côté sud. Le milieu de cette éclipse était à ⅖ heure [équinoxiale] avant minuit à Babylone, puisque la moitié de la nuit durait alors 6¾ heures équinoxiales, mais pour Alexandrie, il était une heure [équinoxiale] et un quart avant minuit.

Chacune de ces éclipses est donc arrivée lorsque la Lune était à sa plus grande distance, mais près du nœud ascendant pour la première, et près du nœud descendant pour la seconde, mais le centre de la Lune était alors plus au nord que l'écliptique dans les deux éclipses.

Soit donc ABG, le cercle incliné de la Lune, avec pour diamètre AG, où A est le nœud ascendant et G le nœud descendant. Posons B comme étant le point le plus boréal. Prenons des arcs égaux, AD et GE, depuis chacun des nœuds vers le point boréal B ; D représentera le centre de la Lune lors de la première éclipse, et E, lors de la seconde. Pour la première, le temps depuis l'époque était de 27 années égyptiennes, 17 jours, et 11⅙ heures équinoxiales, tant absolument [temps solaire vrai] qu'exactement [temps solaire moyen] : la Lune était donc à 12° 24′ de l'apogée sur l'épicycle, et sa position moyenne était de 59′ plus grande que sa position vraie. De même, il s'est écoulé, de la même époque à la deuxième éclipse, 245 années égyptiennes, 327 jours, et 10¾ heures équinoxiales de temps approximatif [solaire vrai], mais exactement 10¼ heures [de temps solaire moyen]. La Lune était donc à 2° 44′ de l'apogée sur l'épicycle, et sa position moyenne était de 13′ de plus que sa position vraie. De plus, l'intervalle entre ces deux observations est de 218 années égyptiennes, 309 jours, et 23½ heures équinoxiales, ce qui correspond à 160° 04′ de mouvement moyen en latitude, comme nous l'avons démontré, en plus des révolutions complètes.

Posons donc, pour cela, le lieu moyen du centre de la Lune en Z pour la première éclipse, et en H pour la seconde. Puisque arc ZBH = 160° 04′, l'arc DZ = 59′, et l'arc EH = 13′, l'arc DE = [arc DZ + arc ZBH – arc EH =] 160° 50′. Les deux arcs AD et EG contiennent donc les 19° 10′ restants du demi-cercle [supplément] ; puisqu'ils sont égaux, chacun vaut donc 9° 35′, soit l'angle par lequel la Lune, pour la première éclipse, était en surplus [à l'est] de la longitude moyenne, par rapport au nœud ascendant, et en moindre [à l'ouest] de celle-ci pour la seconde éclipse. Donc, l'arc entier AZ = [arc AD + arc DZ =] 10° 34′, et l'autre, HG = [arc EG – arc EH =] 9° 22′. Ainsi, la Lune était, par son mouvement moyen, 10° 34′ en plus [à l'est] de son nœud ascendant dans la première éclipse, et était [donc] à 280° 34′ du point B, la limite nord ; et dans la seconde, elle était à 9° 22′ de moins [à l'ouest] du nœud descendant, et à 80° 38′ du point B boréal.

Enfin, puisque le temps entre l'époque et le milieu de la première éclipse produit contient [en plus des révolutions complètes] 286° 19′ de

surplus [de mouvement moyen] en latitude, nous soustrayons ce montant des 280° 34′ de la position de la première éclipse et, après avoir ajouté une circonférence [360°], nous avons trouvé, pour midi, le premier jour du mois égyptien de Thout, à midi, la première année de Nabonassar 354° 15′ de position moyenne en latitude depuis la limite nord [B].

Comme, pour les calculs des conjonctions et des pleines lunes [oppositions], nous n'aurons pas besoin de la deuxième anomalie (que nous démontrerons plus tard), nous dressons ici un tableau de [l'équation d']anomalie, de la même manière que nous l'avons déjà fait pour le Soleil, mais en utilisant le rapport 60:5¼ [comme base], à intervalles de 6° pour les quadrants [ceinturant] l'apogée, et de 3° pour ceux [ceinturant le] périgée. Ainsi la disposition du tableau est identique à celle du Soleil : il se compose de 45 lignes et 3 colonnes ; les deux premières colonnes contiennent l'argument, en degrés d'anomalie, tandis que la troisième [contient] les prostaphérèses [équations] à ajouter ou soustraire à chaque argument. Cette équation doit être soustraite lorsque l'anomalie, comptée à partir de l'apogée de l'épicycle, est inférieure à 180°, et ajoutée lorsque l'anomalie est supérieure à 180°. Voici le tableau [qui a été reformaté pour le médium informatique].

10. Tableau de la première et simple anomalie lunaire

1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3	
Nombres courants		Équation		Nombres courants		Équation		Nombres courants		Équation		Nombres courants		Équation		Nombres courants		Équation	
6	354	0	29	60	300	4	08	102	258	4	59	129	231	4	07	156	204	2	13
12	348	0	57	66	294	4	24	105	255	4	57	132	228	3	57	159	201	1	57
18	342	1	25	72	288	4	38	108	252	4	53	135	225	3	46	162	198	1	41
24	336	1	53	78	282	4	49	111	249	4	49	138	222	3	35	165	195	1	25
30	330	2	19	84	276	4	56	114	246	4	44	141	219	3	23	168	192	1	09
36	324	2	44	90	270	4	59	117	243	4	38	144	216	3	10	171	189	0	52
42	318	3	08	93	267	5	00	120	240	4	31	147	213	2	57	174	186	0	35
48	312	3	31	96	264	5	01	123	237	4	24	150	210	2	43	177	183	0	18
54	306	3	51	99	261	5	00	126	234	4	16	153	207	2	28	180	180	0	00

11. Que la différence dans l'anomalie lunaire selon Hipparque est due non pas aux hypothèses employées, mais à ses calculs

Après ces démonstrations, on peut probablement se demander pourquoi les éclipses [lunaires] utilisées par Hipparque ne donne pas le même résultat [pour l'excentricité] que celui que nous avons trouvé, et pourquoi le rapport obtenu en utilisant l'hypothèse excentrique diffère du second, qui a été calculé à partir de l'hypothèse épicyclique. En effet, dans sa première démonstration, il calcule que le rapport entre le rayon de l'excentrique et la distance entre les centres de l'excentrique et de l'écliptique est d'environ 3144:327⅔ (ce qui est le même que 60:06;15), tandis que, dans la seconde, il trouve que le rapport entre la ligne joignant le centre de l'écliptique au centre de l'épicycle [d'une part], et le rayon de l'épicycle [d'autre

part], comme 3122½:247½ (ce qui est le même que 60:04;46 [1]). Maintenant, le rapport de 60:6¼ donne une équation de l'anomalie maximale de 5;49° [2] ; pour un rapport de 60:4;46, il est de 4;34° [3], tandis que notre rapport de 60:5¼ produit une équation maximale d'environ 5°.

Cette différence ne peut pas, comme certains le pensent, être due à une différence entre les hypothèses [épicycliques et excentriques], puisque nous avons démontré que les mêmes résultats sont obtenus peu importe l'hypothèse suivie, avec les mêmes phénomènes de départ, et non, comme Hipparque l'a fait, à partir de différentes bases. Car il est possible, si différents ensembles d'éclipses sont utilisés, qu'il se soit produit des erreurs dans les observations ou dans les calculs. En effet, nous trouverons que, dans le cas de ces éclipses [utilisées par Hipparque], les syzygies ont été observées correctement et sont en parfait accord avec nos hypothèses démontrées pour les mouvements moyen et de l'anomalie, mais que les calculs des intervalles, desquels dépend la démonstration de la taille du rapport entre les deux rayons, n'ont pas été effectués aussi minutieusement que possible. Nous allons démontrer ces deux affirmations, en commençant par les trois premières éclipses.

Il [Hipparque] dit que ces trois éclipses ont été prises parmi celles rapportées par les Babyloniens, qui les y ont observées. La première a eu lieu l'**archontat** de Phanostratos à Athènes, au mois de Poséidéon ; une petite partie du disque de la Lune a été éclipsée du point de montée d'été [nord-est] alors qu'il restait une demi-heure de nuit. Il dit aussi que « le Lune s'est couchée alors qu'elle était encore éclipsée ». Ce moment est dans la 366e année depuis Nabonassar, dans la nuit du 26 au 27 du mois égyptien de Thout [4], comme il le

Tablette cunéiforme BM 37652.
Crédit : © The Trustees of the British Museum.

Il s'agit de l'une des deux seules éclipses lunaires mentionnées dans l'Almageste mentionnées sur des tablettes cunéiformes qui ont été retrouvées. Malheureusement, pour celle-ci, ladite tablette a été fortement endommagée par le temps — un seul caractère lié directement à cette éclipse est lisible, et seul le contexte (une liste d'éclipses espacées de 18 ans) permet de l'identifier (voir Steele 2005). L'autre éclipse est celle des 16/17 juillet –522, mentionnée sur une tablette assez bien préservée.

dit lui-même, à 5½ heures saisonnières après minuit, puisqu'il restait une demi-heure de nuit. Lorsque le Soleil est proche de la fin du Sagittaire, cette heure de la nuit à Babylone correspond à 18 degrés de temps, puisque la nuit dure 14⅔ heures équinoxiales. Donc 5½ heures saisonnières font 6⅗ heures équinoxiales. Par conséquent, l'éclipse a commencé 18⅗ heures équinoxiales après midi du 26e jour. Puisqu'une petite partie [de la Lune] a été obscurcie, la durée de toute l'éclipse a dû être d'environ 1½ heure, donc le milieu de l'éclipse était à 19⅓ heures équinoxiales [après midi]. Ceci est l'équivalent, pour Alexandrie, de 18½ heures équinoxiales après midi le 26. Le temps depuis l'époque de la première année de Nabonassar jusqu'au moment en question est de 365 années

1 En fait, c'est, selon Toomer, 60:4;45,21. La valeur donnée par Hipparque est plus proche de 3112½:247½, mais tous les manuscrits ont 3122½.
2 Toomer indique que la valeur la plus proche est en fait 5;59° et suppose que les manuscrits ont $\overline{\mu\theta}$ plutôt que $\overline{\nu\theta}$.
3 Toomer indique que 4;33° est plus exact.
4 22/23 décembre –382, selon Toomer.

égyptiennes, 25 jours, 18½ heures équinoxiales comptées simplement [temps solaire vrai] et 18¼ heures équinoxiales comptées avec précision [temps solaire moyen]. À ce moment, en utilisant nos hypothèses détaillées ci-dessus, nous trouvons que la vraie position du Soleil était 28° 18′ du Sagittaire, la position moyenne de la Lune était 24° 20′ des Gémeaux, et sa vraie position était 28° 17′ des Gémeaux, car sa distance en anomalie à l'apogée de l'épicycle était de 227° 43′.

Il [Hipparque] dit que la seconde éclipse s'est produite dans l'archontat de Phanostratos à Athènes, au mois de Scirophorion, dans la nuit du 24 au 25 du mois égyptien de Phaminoth, et que [la lune] a été éclipsée du point du levant d'été [nord-est] quand la première heure [de la nuit] était bien avancée [1]. C'était donc vers 5½ heures saisonnières avant minuit du 24 au 25 Phaminoth de la 366e année de Nabonassar [2]. Lorsque le Soleil est proche de la fin des Gémeaux, une heure de la nuit à Babylone correspond à 12 degrés de temps ; les 5½ heures saisonnières équivalent donc à 4⅖ heures équinoxiales. L'éclipse a donc commencé 7⅗ heures équinoxiales après midi le 24. Et puisque l'éclipse entière a duré trois heures, son milieu s'est produit à 9⅒ heures équinoxiales [après midi]. Pour Alexandrie, donc, cela était à environ 8¼ heures équinoxiales après midi le 24. Le temps écoulé depuis l'époque est donc de 365 années égyptiennes 203 jours 8¼ heures équinoxiales comptées simplement [temps solaire vrai] ou 7⅝ heures équinoxiales comptées avec précision [temps solaire moyen]. Pour cet instant, nous trouvons que la longitude vraie du Soleil était 21° 46′ des Gémeaux ; la longitude moyenne de la lune, de 23° 58′ du Sagittaire ; la longitude vraie de la Lune, de 21° 48′ du Sagittaire ; et sa distance à l'apogée de l'épicycle (anomalie), de 27° 37′. Les intervalles entre la première et la seconde éclipse sont donc de 177 jours 13⅗ heures équinoxiales, et en mouvement du Soleil en longitude, de 173° 28′, alors qu'Hipparque a effectué sa démonstration comme si les intervalles avaient été 177 jours 13¾ heures équinoxiales et 173° – ⅛° [3].

Il [Hipparque] dit enfin que la troisième éclipse a eu lieu pendant l'archontat d'Évandre à Athènes, au mois de poséideon I [4], du 16 au 17 du mois égyptien de Thout. L'éclipse a commencé du point de lever d'été [nord-est], après que 4 heures [de nuit] se soient écoulées. Ce moment est dans la 367e année de Nabonassar, les 16/17 Thout [5], environ 2½ heures avant minuit. Maintenant, lorsque le Soleil est aux deux tiers environ du Sagittaire, une heure de nuit à Babylone correspond à environ 18 degrés de temps. Donc, 2½ heures saisonnières équivalent à 3 heures équinoxiales, de sorte que l'éclipse a commencé à 9 heures équinoxiales après midi le 16. Puisque l'éclipse était totale, sa durée était d'environ 4 heures équinoxiales ; donc son milieu a eu lieu environ 11 heures après midi. Par conséquent, à Alexandrie, le milieu de l'éclipse a dû se produire à 10⅙ heures équinoxiales après midi le 16. Le temps écoulé depuis l'époque était donc de 365 années égyptiennes, 15 jours, 10⅙ heures équinoxiales comptées simplement [temps solaire vrai] ou 9⅝ heures équinoxiales comptées avec précision [temps solaire moyen]. Pour cet instant, nous trouvons que la longitude vraie du Soleil était de 17° 30′ du Sagittaire ; la longitude moyenne de la Lune, 17° 21′ des Gémeaux ; la longitude vraie de la Lune, de 17° 28′ des Gémeaux ; et la

1 Halma dit plutôt « la première heure de la nuit était déjà passée ». Toomer et Manitius ont « bien avancée », qui semble mieux concorder avec le grec ancien προεληλυθυίας ; c'est pourquoi j'utilise ici « bien avancée ».

2 18/19 juin –381, selon Toomer.

3 Halma a ici « un tiers », mais la version grecque a bien ὄγδοον, « huitième ». Peut-être Halma a-t-il mal écrit (à la main, bien sûr) un 8 et l'a plus tard pris pour un 3 ? Toomer a bien « ⅛ », tandis que Manitius a converti, correctement, en 172° 52′ 30″.

4 Cela indique qu'il y a eu un mois intercalaire de poséideon II ; ce mois était ajouté tous les trois ans, pour garder le calendrier lunaire en phase avec les saisons.

5 12/13 décembre –381, selon Toomer.

distance à l'apogée de l'épicycle [anomalie], de 181° 12'. Les intervalles entre la deuxième et la troisième éclipse étaient de 177 jours et 2 heures équinoxiales et 175° 44', tandis qu'Hipparque a supposé des intervalles de 177 jours et 1⅓ heures et 175⅛°. Il semble donc qu'il a commis des erreurs dans ses calculs des intervalles, de ⅙ [1] [de trop, dans le premier intervalle] et ⅓ [de moins, dans le deuxième intervalle] d'heure équinoxiale dans le temps, et environ ⅗° [en longitude] ; ces erreurs si grandes peuvent produire un écart considérable dans la taille du rapport [calculé].

Passons donc aux trois dernières éclipses qu'il a mentionnées et qui, dit-il, ont été observées depuis Alexandrie. Il dit que la première a eu lieu dans la 54e année du deuxième cycle callipique, le 16 du mois égyptien de Mésori [2]. La lune a commencé à s'obscurcir une demi-heure avant son lever, et sa pleine lumière est revenue au milieu de la troisième heure [de la nuit]. Le milieu de l'éclipse s'est donc produit au début de la deuxième heure, soit 5 heures saisonnières tant bien qu'équinoxiales avant minuit, puisque le Soleil était proche de la fin de la Vierge. Ainsi, le milieu de l'éclipse s'est produite pour Alexandrie à 7 heures équinoxiales après midi le 16. Le temps écoulé depuis l'époque de la première année de Nabonassar est de 546 années égyptiennes, 345 jours, et 7 heures équinoxiales comptées simplement, ou 6½ heures équinoxiales comptées avec précision. Nous trouvons pour cet instant que la longitude vraie du Soleil était de 26° 06' de la Vierge ; la longitude moyenne de la Lune, de 22° des Poissons ; la longitude vraie de la Lune, de 26° 07' des Poissons ; et sa distance à l'apogée de l'épicycle [anomalie], de 300° 13'.

Il dit que l'éclipse suivante a eu lieu dans la 55e année du même cycle, le 9 du mois égyptien de Méchir [3]. Elle a commencé quand 5⅓ heures de nuit s'étaient écoulées et était totale. Ainsi, le début de l'éclipse était à 11⅓ heures équinoxiales après midi le 9, puisque le Soleil était proche de la fin des Poissons, et le milieu de l'éclipse était à 13⅓ heures équinoxiales [après midi], puisque la Lune a été entièrement éclipsée. Le temps écoulé depuis l'époque était alors de 547 années égyptiennes, 158 jours, 13⅓ heures équinoxiales de mouvement moyen tant bien que vrai. Pour cet instant, nous trouvons donc que la longitude vraie du Soleil était de 26° 17' des Poissons ; la longitude moyenne de la Lune, de 1° 07' de la Balance ; la longitude vraie de la Lune, de 26° 16' de la Vierge ; et sa distance à l'apogée (anomalie), de 109° 28'. Les intervalles de la première à la seconde éclipse étaient donc de 178 jours et 6⅝ heures équinoxiales et 180° 11', tandis qu'Hipparque a effectué sa démonstration avec des intervalles présumés de 178 jours et 6 heures équinoxiales et 180° 20'.

Il dit enfin que la troisième éclipse s'est produite dans la 55e année de la seconde période callipique, le cinquième jour du mois égyptien de Mésori [4], et qu'elle a commencé lorsque 6⅓ heures de la nuit s'étaient écoulées ; elle était totale. Il ajoute que le milieu de l'éclipse s'est produit à environ 8⅓ heures de nuit, c'est-à-dire 2⅓ heures saisonnières après minuit. Lorsque le Soleil est au milieu de la Vierge, une heure de la nuit à Alexandrie correspond à 14⅖ degrés de temps. Ainsi, 2⅓ heures saisonnières produisent environ 2¼ heures équinoxiales. Le milieu de l'éclipse était donc à 14¼ heures équinoxiales après midi le 5 de ce mois. Le temps écoulé depuis l'époque était alors de 547 années égyptiennes, 334 jours, 14¼ heures équinoxiales comptées simplement, ou 13¾

1 Étrangement, Halma omet cette fraction et inclut plutôt ⅔ que ⅓. Toomer et Manitius ont ⅙ et ⅓ (et Manitius donne le détail, que je redonne ici), tandis que Heiberg a ϛ' et un manuscrit grec du neuvième siècle a $\overline{\varsigma}$. Peut-être Halma avait-il un manuscrit erroné ?

2 22 septembre –200, selon Toomer.

3 19 mars –199, selon Toomer.

4 11 septembre –199, selon Toomer.

heures équinoxiales comptées avec précision. Nou trouvons donc que la position vraie du Soleil était de 15° 12′ de la Vierge ; la position moyenne de la Lune, de 10° 24′ des Poissons ; la position vraie de la Lune, de 15° 13′ des Poissons ; et sa distance à l'apogée de l'épicycle [anomalie], de 249° 09′. L'intervalle entre la deuxième et la troisième éclipse était de 176 jours et ⅔ d'heure équinoxiale et de 168° 55′, tandis qu'Hipparque a supposé des intervalles de 176 jours et 1⅓ heure équinoxiale et 168° 33′.

Ici aussi, il semble donc qu'il se soit trompé d'environ ⅙° et ⅓°, et d'environ ⅝ et (⅝ + ⅒) [1] heure équinoxiale. Ces erreurs peuvent faire une différence considérable dans le rapport calculé selon [le choix de] l'hypothèse.

Nous avons donc clairement démontré la cause de la différence mentionnée et, par cela, nous pouvons donc choisir la valeur de l'anomalie que démontrée, pour les [calculs des] syzygies lunaires, surtout que ces éclipses concordent parfaitement avec nos hypothèses.

Fin du quatrième livre.

1 Bien que toutes les sources aient seulement ½+⅓+⅒, Toomer corrige ici pour la bonne valeur, preuve mathématique à l'appui à partir des résultats mentionnés précédemment par Ptolémée.

Modèle 3D par Pierre Paquette / EcliptiQc.

Livre 5

1. De la construction d'un « astrolabe »

Nous considérons comme suffisante, sans aucun changement, l'hypothèse énoncée ci-dessus pour la première et simple anomalie lunaire pour les syzygies [de la Lune] avec le Soleil à la nouvelle lune et à la pleine lune, et donc pour les éclipses. Mais pour certaines autres configurations Soleil–Lune particulières, nous trouverons qu'elle n'est plus adéquate puisque, comme nous l'avons dit, nous avons découvert qu'il existe une deuxième anomalie lunaire, liée à sa distance angulaire au Soleil. Cette anomalie concorde avec la première aux deux syzygies, mais elle atteint un maximum aux dichotomies [quartiers de lune]. Nous avons été amenés à la découvrir et à la confirmer, tant par les observations des positions lunaires enregistrées par Hipparque, ainsi que par nos propres observations, qui ont été faites au moyen d'un instrument [image en page précédente] dont nous allons maintenant décrire la construction.

Nous prenons d'abord deux anneaux, aux surfaces tournées avec précision sur le tour de manière à être équarries [sections rectangulaires], égaux et similaires entre eux dans toutes les dimensions, et nous les unissons à angles droits, par un diamètre commun. L'un d'eux représente l'écliptique, et l'autre, le méridien passant par les pôles de l'écliptique et l'équateur. Sur ce dernier, en utilisant le côté du carré inscrit [comme mesure], nous avons marqué les points représentant les pôles de l'écliptique, et passé par chaque point [une cheville] cylindrique dépassant à l'extérieur et à l'intérieur. Sur les côtés extérieurs, nous avons ajouté un autre anneau dont la surface concave [intérieure] s'adapte étroitement à la surface convexe [extérieure] des deux anneaux joints, de telle manière qu'il puisse se déplacer dans le sens de la longitude, en pivotant librement sur les pôles de l'écliptique. De même, sur les côtés intérieurs, nous avons ajouté un autre anneau, dont la convexité [extérieure] s'adapte étroitement à la concavité [intérieure] des deux premiers [anneaux joints], et qui tourne librement en longitude autour des mêmes pôles avec l'anneau extérieur. Nous avons marqué cet anneau intérieur, ainsi que l'anneau représentant l'écliptique, des 360 degrés ordinaires de la circonférence, de même que des plus petites subdivisions d'un degré possibles. Ensuite, nous avons ajouté, dans l'anneau intérieur, un autre anneau plus petit dont le bord convexe [extérieur] glisse dans la concavité [intérieure] de l'anneau intérieur, avec des pinnules en saillie et diamétralement opposées, de sorte à ce qu'il puisse tourner dans le plan de l'anneau intérieur, vers l'un ou l'autre des pôles [précédemment mentionnés], afin de permettre l'observation des latitudes.

Après avoir terminé la construction ci-dessus, nous avons marqué, sur l'anneau représentant le cercle passant par les pôles de l'écliptique, à partir des deux pôles de l'écliptique, un arc égal à la distance entre les pôles de l'écliptique et l'équateur (comme mentionné précédemment), et à l'extrémité de chacun de ces arcs (diamétralement opposés), nous avons de nouveau inséré des pivots, en les attachant à un anneau méridien semblable à celui décrit au début de ce traité pour faire des observations de l'arc du méridien entre les tropiques. Cet anneau méridien a été installé dans la même position que le précédent, perpendiculaire au plan de

l'horizon et [pointant] à la hauteur du pôle pour le lieu d'observation, ainsi que parallèlement au plan du méridien réel. Ainsi, les anneaux intérieurs peuvent tourner autour des pôles de l'équateur, d'est en ouest, suivant le premier mouvement de l'univers [mouvement diurne].

L'instrument ainsi installé, chaque fois que le Soleil et la Lune pouvaient être observés en même temps au-dessus de la Terre [de l'horizon ; voir encart], nous avons tourné l'anneau extérieur sur le degré [sur l'anneau écliptique] correspondant approximativement à la position du Soleil à ce moment, puis nous avons fait tourner l'anneau qui passe par les pôles jusqu'à ce que l'ombre de l'intersection des anneaux – celui de l'écliptique et celui des pôles de l'écliptique – tombe sur [l'intersection opposée]. Si nous visions plutôt une étoile, nous appliquions un œil sur une face de l'anneau extérieur et [nous avons fait tourner l'anneau de sorte que] l'étoile apparaisse collée, pour ainsi dire, aux deux cercles. Enfin, nous avons tourné l'anneau intérieur vers la Lune – ou tout autre objet désiré – de sorte que la Lune – ou tout autre objet désiré – soit vue à travers les deux pinnules de l'anneau le plus interne en même temps que le Soleil (ou l'autre étoile observée) était aperçu [comme décrit ci-dessus, par l'intersection des anneaux].

De cette façon, nous pouvons connaitre la position [de l'astre] en longitude sur l'écliptique, à l'intersection de cet anneau et de l'anneau intérieur, ainsi que sa distance à l'écliptique vers le nord ou le sud, le long du cercle passant par les pôles de l'écliptique, à partir des graduations de l'anneau intérieur de l'astrolabe, à l'endroit pointé par les pinnules de l'anneau rotatif depuis l'anneau écliptique.

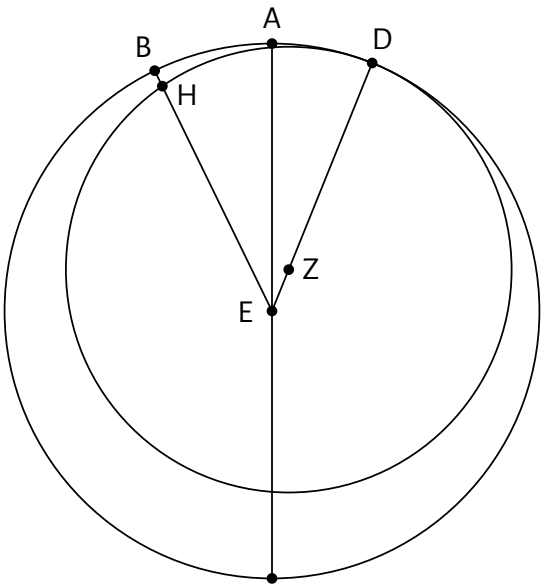
2. De l'hypothèse d'une double anomalie lunaire

L'angle Lune–Soleil, soit dans les observations rapportées par Hipparque ou dans les nôtres, était parfois en accord avec celui calculé à partir de l'hypothèse ci-dessus, et parfois en désaccord, parfois de peu, parfois de beaucoup. Mais en étant plus attentif aux circonstances de cette variation, nous avons remarqué qu'à la conjonction et à l'opposition, la différence est imperceptible ou très petite, et peut être causée par la parallaxe lunaire. Nous avons toutefois remarqué qu'aux quadratures, l'écart est très faible ou nul lorsque la Lune est à l'apogée ou au périgée de l'épicycle, mais au contraire maximal lorsque la Lune est proche de sa vitesse moyenne et donc que la première anomalie est également maximale ; de plus, lorsque la première anomalie est soustractive, dans les quadratures, la longitude observée de la Lune est plus petite que celle calculée en soustrayant l'équation de la première anomalie, mais lorsque la première anomalie est additive, sa longitude réelle est plus grande qu'en fonction de la première anomalie. Cela nous fait donc supposer que l'épicycle de la Lune est porté sur un cercle excentrique, qui atteint son apogée aux conjonctions et aux pleines lunes, et son périgée aux quadratures. La première hypothèse donnerait ces résultats en introduisant la correction suivante.

Imaginons ainsi le cercle concentrique à l'écliptique se déplaçant contre l'ordre des signes [en avance / vers l'ouest] dans le plan incliné de la Lune, comme ci-dessus, pour [représenter le mouvement en] latitude, autour des pôles de l'écliptique et à une vitesse égale à l'excès du mouvement en latitude sur le mouvement en longitude. De même, [imaginons] la Lune parcourant le cercle épicycle — de sorte qu'à son apogée, elle aille contre l'ordre des signes [en avance / vers l'ouest] – à une vitesse correspondant [à celle du] retour de la première anomalie. Supposons aussi, dans ce plan incliné, deux mouvements, en sens opposés, tous deux uniformes par rapport au centre de l'écliptique : l'un d'eux porte le centre de l'épicycle suivant

l'ordre des signes [vers l'arrière / vers l'est] à la vitesse du mouvement en latitude, tandis que l'autre porte le centre et l'apogée de l'excentrique (situé dans le même plan) — le centre de l'épicycle sera toujours situé sur cet excentrique – contre l'ordre des signes [en avance / vers l'ouest] d'une quantité égale à la différence entre le mouvement en latitude et la double élongation (l'élongation étant la quantité par laquelle le mouvement moyen de la Lune en longitude dépasse le mouvement moyen du Soleil). Ainsi, par exemple, le centre de l'épicycle parcourt en un jour environ 13° 14' en [mouvement de] latitude suivant l'ordre des signes [vers l'arrière / vers l'est], mais parait avoir parcouru 13° 11' en longitude sur l'écliptique, puisque [l'ensemble du] cercle incliné [de la Lune] a tourné de 3' dans le sens opposé, soit contre l'ordre des signes [en avance / vers l'ouest] ; mais [pendant ce temps] l'apogée de l'excentrique, se déplace dans la direction opposée (soit encore contre l'ordre des signes [en avance / vers l'ouest]) de 11° 09', soit la quantité par laquelle la double élongation Lune–Soleil, 24° 23', dépasse le mouvement en latitude, 13° 14'. La combinaison de ces deux mouvements, qui ont lieu en sens opposés, comme nous l'avons dit, autour du centre de l'écliptique, aura pour effet que le rayon portant le centre de l'épicycle et le rayon portant le centre de l'excentrique seront séparés par un arc qui est la somme de 13° 14' et 11° 09', et est le double de l'élongation (qui est d'environ 12° 11½'). Ainsi, l'épicycle traversera l'excentrique deux fois par mois [synodique moyen], le retour à l'apogée ayant lieu à la conjonction et à la pleine lune calculées selon le mouvement moyen.

Afin de bien illustrer les détails de cette hypothèse, imaginons le cercle ABGD concentrique à l'écliptique et dans le plan incliné de la Lune, avec pour centre E et diamètre AEG. Supposons aussi que le point A soit à la fois l'apogée de l'excentrique, le centre de l'épicycle, la limite nord, le début du Bélier, et le Soleil moyen, au même instant. Je dis donc qu'au cours d'une journée, tout le plan avance de A



Pas à l'échelle

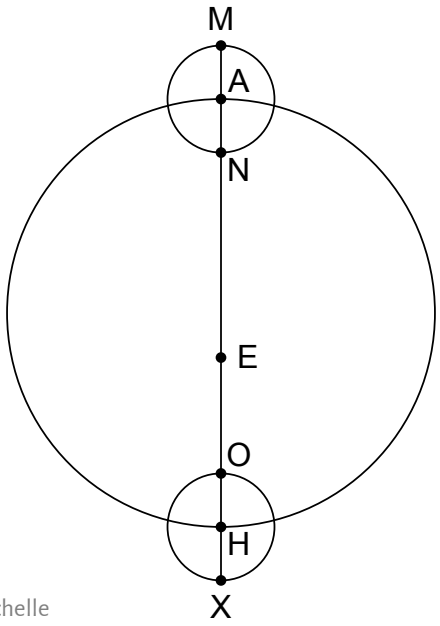
vers D autour du centre E, d'environ 3', de sorte que la limite nord A atteint 29° 57' des Poissons, tandis que les deux mouvements opposés sont effectués par le rayon correspondant à EA [tournant] uniformément autour de E, le centre de l'écliptique. Je dis donc que, au cours d'une journée, le rayon passant par le centre de l'excentrique et correspondant à EA tourne uniformément contre l'ordre des signes [en avance / vers l'ouest] jusqu'à la position ED, portant l'apogée de l'excentrique en D, et couvrant un arc AD de 11° 09', portant sur lui [et donc, tournant du même angle] le centre de l'excentrique, Z. [Dans le même temps, un autre] rayon passant par le centre de l'épicycle [correspondant à EA] tourne uniformément, à nouveau autour de E, vers l'arrière à travers les signes jusqu'à la position EB, portant sur lui [et donc, tournant du même angle] le centre de l'épicycle, H, et faisant l'arc AB 13° 14'. Ainsi la distance apparente de H, centre de l'épicycle :

- à la limite nord, A, est de 13° 14' (en mouvement de latitude)
- au début du Bélier est de 13° 11' (en longitude) (puisque la limite nord A s'est entretemps déplacée vers 29° 57' des Poissons)

- à l'apogée de l'excentrique, D, est de 24° 23' ([somme] des arcs AD et AB, soit le double de [la différence] d'élongation quotidienne moyenne).

Puisque, de cette manière, le mouvement par B et celui par D se rencontrent une fois par demi-mois [synodique] moyen, il est évident que ces mouvements seront toujours diamétralement opposés à des intervalles d'un quart et de trois quarts de cette période, c'est-à-dire aux quadratures moyennes. Le centre de l'épicycle [H], situé sur EB, sera [alors] diamétralement opposé à l'apogée de l'excentrique [D], situé sur ED, et [ainsi H] sera au périgée de l'excentrique.

Il est clair que, dans ces circonstances de l'excentrique, c'est-à-dire le fait que l'arc DB est différent de l'arc DH, ne produira aucune différence du mouvement moyen de la droite EB. En effet, celle-ci ne parcourt pas l'arc DH de l'excentrique, mais l'arc DB de l'écliptique, et uniformément, puisqu'elle ne tourne pas autour du centre de l'excentrique Z, mais autour de E. La seule différence qui en résultera est due à l'épicycle : lorsqu'il arrive vers le périgée, il augmente toujours l'équation d'anomalie, qu'elle soit additive ou soustractive, puisque l'angle [formé par l'épicycle] à l'œil de l'observateur est plus grand aux positions [de l'épicycle] plus près du périgée. Il n'y aura aucune différence avec la première hypothèse lorsque le centre de l'épicycle est à l'apogée A, l'épicycle étant alors en conjonction ou en opposition moyennes.



Pas à l'échelle

Car si nous traçons l'épicycle MN autour du point A, le rapport AE:AM est le même que celui que nous avons démontré à partir des éclipses ; la plus grande différence sera lorsque l'épicycle atteindra le point H, périgée de l'excentrique (comme XO ici). Cela se produit aux dichotomies ou quadratures moyennes, parce que le rapport XH:HE est plus grand que dans toute autre position, puisque XH, le rayon de l'épicycle, est toujours de longueur constante, tandis que la droite EH est la plus courte de toutes les droites tracées du centre de la Terre à l'excentrique.

3. De la taille de l'anomalie lunaire qui dépend du Soleil

Pour connaitre l'équation d'anomalie maximale, lorsque l'épicycle est au périgée de l'excentrique, nous avons recherché des observations de la distance de la Lune au Soleil dans lesquelles :

- la vitesse [de la Lune] était à peu près moyenne (car c'est là que l'équation de l'anomalie est maximale) ;
- l'élongation moyenne de la Lune par rapport au Soleil était d'environ un quart de cercle, lorsque l'épicycle était proche du périgée de l'excentrique ; et
- en plus, où la Lune n'avait pas de parallaxe en longitude.

Si ces conditions sont remplies, et que la distance apparente observée est la même que la

vraie, nous donc déduire sans erreur la valeur de la deuxième anomalie que nous recherchons. Lorsque nous calculons donc sur la base de ces observations, nous constatons que, lorsque l'épicycle est au plus proche de la Terre ou périgée, la plus grande équation d'anomalie est d'environ 7⅔° par rapport à la position moyenne, ou 2⅔° [1] par rapport à la première anomalie.

Voici un exemple à partir d'observations. Nous avons observé, avec notre instrument, le Soleil et la Lune dans la deuxième année d'Antonin, le 25 du mois égyptien Phaminoth [2], après le lever du soleil, à 5¼ heures équinoxiales avant midi. Le Soleil était alors à 18⅝° du Verseau, et Sagittaire 4[°] était au méridien ; la position apparente de la Lune était 9⅔° du Scorpion — aussi sa vraie position, puisqu'à Alexandrie, lorsqu'elle est proche du début du Scorpion, à environ 1½ h à l'ouest du méridien, elle n'a pas de parallaxe perceptible en longitude [3]. Le temps écoulé entre l'époque de la première année de Nabonassar et l'observation est de 885 années égyptiennes, 203 jours, 18¾ heures (tant équinoxiales que vraies [temps solaire vrai ou moyen]), ce qui nous fait calculer la position moyenne du Soleil à 16° 27′ du Verseau, et sa position vraie à 18° 50′ [du Verseau], conformément à sa position visée selon l'astrolabe [4]. Suivant la première hypothèse, la Lune à ce moment était, selon son mouvement moyen en longitude, à 17° 20′ du Scorpion, d'où une élongation moyenne par rapport au Soleil d'environ un quadrant, et [la distance de la Lune], en anomalie par rapport à l'apogée de son épicycle, était de 87° 19′, soit le maximum [ou presque]. Ainsi la position vraie de la Lune était inférieure à la position moyenne de 7⅔°, plutôt que les 5° de la première anomalie.

En mentionnant « le 241e », Hipparque réfère à un tableau du mouvement quotidien vrai de la Lune sur 248 jours (environ neuf mois anomalistiques) hérité des Babyloniens. La valeur citée serait alors 13° 30′ ou 13° 13′ 30″, selon qu'il a compté du début ou de la fin dudit tableau. La signification de ce passage a longtemps été mal comprise — à preuve, Halma utilise plutôt μέσος « moyen », et Manitius a 259°, expliquant qu'il considère qu'il y a eu erreur de copie manuscrite (entre σμα′, 241, et σνθ′, 259) dans ce qu'il croit être un nombre de degrés, et que 259° est proche des 257° 47′ mentionnés plus loin par Ptolémée, 241° étant trop loin de cette valeur. Toomer indique que la réponse a été apportée quand des textes cunéiformes babyloniens ont été déchiffrés, notamment le MLC 1880 (ACT 190) illustré ici.

Crédit photo : **Klaus Wagensonner** (lien en anglais).

Maintenant, pour démontrer que la valeur de l'équation est la même dans des positions semblables à partir des observations d'Hipparque, nous en citerons une où il dit qu'il a observé la Lune, dans la cinquante-et-unième année du troisième cycle callipique, le 16 du mois égyptien d'Epiphi [5], lorsque les deux tiers de la première heure étaient passés. Il indique que le mouvement quotidien vrai était [celui du jour] 241e [voir encadré], et que le Soleil était à 8½° du Lion, que la position apparente de la Lune était Taureau 12⅓°, et que

1 Halma a ici « 2^{d} 12′ » et « β ιβ′ ». Heiberg a « β και Γβ′ », d'où le 2⅔° de Toomer et le 2° 40′ de Manitius, qui indique toutefois « genau 2° 39′ », « exactement 2° 39′ ». Le manuscrit grec 2389 de la Bibliothèque nationale de France a « Β Ϛ Γβ′ », comme Heiberg.
2 Selon Toomer, le 9 février 139.
3 Selon Toomer : « Sa seule parallaxe est alors en latitude. »
4 Toomer s'interroge sur l'utilité de ce commentaire.
5 Selon Toomer, le 5 aout –127.

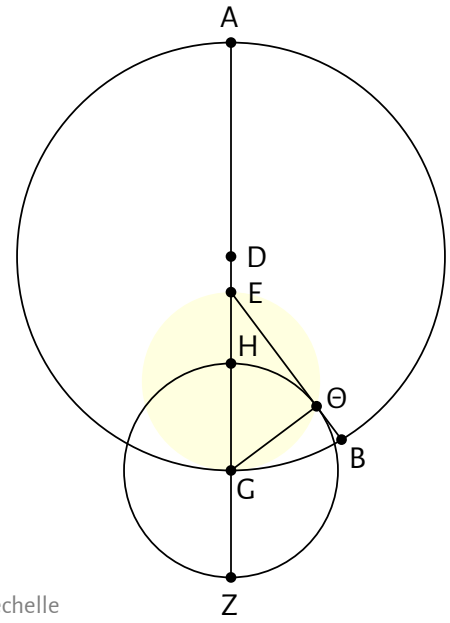
sa vraie position était approximativement la même. La vraie distance observée entre la Lune et le Soleil était donc de 86° 15′. Mais lorsque le Soleil est proche du début du Lion, à Rhodes (où l'observation a été faite), une heure de la journée correspond à 17⅓ degrés de temps [1]. Ainsi, les 5⅓ heures saisonnières qui composent l'intervalle jusqu'au midi [suivant] équivalent à 6⅙ heures équinoxiales ; l'observation a donc eu lieu 6⅙ heures équinoxiales avant midi le 16, alors que 9° du Taureau [culminait] au méridien. Le temps écoulé entre l'époque et l'observation est donc de 619 années égyptiennes, 314 jours, 17⅚ heures équinoxiales comptées simplement [temps solaire vrai], soit 17¾ heures équinoxiales comptées avec précision [temps solaire moyen].

Pour cet instant, nous trouvons, d'après nos hypothèses (puisque le méridien passant par Rhodes est le même que celui passant par Alexandrie), que la position moyenne du Soleil est 10° 27′ du Lion et sa position vraie, de 8° 20′ du Lion. De plus, la position moyenne de la Lune en longitude était de 4° 25′ du Taureau — son élongation moyenne était donc à nouveau de près d'un quadrant — et la distance moyenne de la Lune à l'apogée de son épicycle (anomalie) de 257° 47′, proche de [la position de] l'équation maximale de l'anomalie due à l'épicycle.

Nous concluons donc que la distance entre la Lune moyenne et le vrai Soleil est de 93° 55′. Nous avons observé 86° 15′ d'écart entre la position vraie du Soleil et celle de la Lune, ce qui signifie que la vraie position de la Lune était donc supérieure [en longitude, donc à l'est] à sa vitesse moyenne, toujours de 7⅔° au lieu des 5° de la première hypothèse. Puisqu'il est certain que de ces deux observations ont été faites près de la deuxième quadrature [2], la nôtre s'est avérée inférieure [à la position calculée à partir de la première anomalie] de 2⅔°, tandis que celle d'Hipparque était plus grande d'autant, puisque l'équation totale de l'anomalie était soustractive [pour notre observation] et additive à celle d'Hipparque. Enfin, de nombreuses autres observations similaires nous ont révélé que la plus grande équation d'anomalie est d'environ 7⅔°, quand l'épicycle est au périgée de l'excentrique.

4. De la proportion de l'excentricité lunaire

Partant de cela, soit ABG le cercle excentrique de la Lune, avec pour centre D et diamètre ADG, sur lequel nous supposons E comme centre de l'écliptique, de sorte que A est l'apogée de l'excentrique et G le périgée. Autour du point G, traçons l'épicycle de la Lune ZHΘ, puis la tangente EΘB, et joignons GΘ. Puisque la plus grande équation d'anomalie se produit quand la Lune est à la tangente de l'épicycle, et que nous avons démontré que cela équivaut à 7⅔°, l'angle au centre de l'écliptique, ∠ GEΘ = 7° 40′ où quatre angles droits font 360°, et 115;20$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Donc, dans le



Pas à l'échelle

1 Halma a ici, erronément, «le jour y étant alors de 17⅓ temps». Manitius et Toomer ont la bonne traduction.

2 alma a mal traduit par «dans les deux dichotomies (*quadratures*)» [ses italiques].

cercle circonscrit [1] au triangle rectangle GEΘ, l'arc GΘ = 15° 20' et la corde correspondante GΘ ≈ 16^{p} où l'hypoténuse GE = 120^{p}. Donc, où la droite GΘ, rayon de l'épicycle, fait 5;15^{p}, comme nous l'avons démontré, et où EA, la distance du centre de l'écliptique à l'apogée de l'excentrique, vaut 60^{p}, EG, la distance du centre de l'écliptique au périgée de l'excentrique, vaut 39;22^{p}. Le diamètre AG en entier vaut donc [par addition] 99;22^{p} ; DA, le rayon de l'excentrique, vaut 49;41^{p} ; et ED, la distance entre le centre de l'écliptique et celui de l'excentrique, vaut 10;19^{p}, ce qui nous donne le rapport de l'excentricité.

5. De la direction de l'épicycle lunaire

La théorie précédente est suffisante pour expliquer les phénomènes de la Lune aux syzygies et aux quadratures ; mais à partir d'observations individuelles où la Lune est en forme de faucille ou biconvexe [gibbeuse] — quand l'épicycle est entre l'apogée et le périgée de l'excentrique — nous constatons que la Lune a une caractéristique particulière associée à la direction [2] dans laquelle pointe son épicycle. Chaque épicycle doit, en général, posséder un point unique et immuable définissant la position de retour de révolution sur cet épicycle — nous appelons ce point « l'apogée moyen », base du calcul du mouvement sur l'épicycle — comme le point Z dans le diagramme précédent. Ce point est défini, pour la position de l'épicycle à l'apogée ou au périgée de l'excentrique, par la droite passant par tous les centres [de l'écliptique, de l'excentrique, et de l'épicycle], comme DEG.

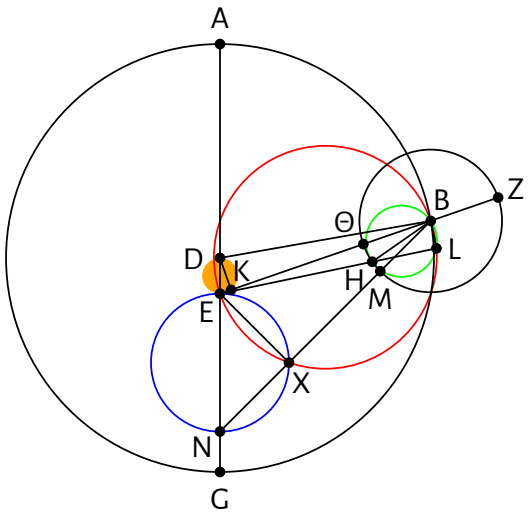
Dans les autres hypothèses, toutefois, [faisant intervenir l'épicycle sur l'excentrique, comme pour les planètes], nous ne voyons absolument rien dans les phénomènes qui viendraient s'opposer à ce que, dans les autres positions de l'épicycle [que l'apogée et le périgée de l'excentrique], le diamètre de l'épicycle passant par l'apogée ci-dessus, c'est-à-dire ZGH, garde toujours la même position par rapport à la ligne droite qui transporte le centre de l'épicycle avec un mouvement uniforme (ici EG), et [ainsi] (comme on verra qu'il s'agit d'une conséquence nécessaire) pointe toujours vers le centre de révolution, autour duquel des angles égaux de mouvement uniforme sont parcourus en des temps égaux. La Lune, cependant, montre des phénomènes par lesquels les positions de l'épicycle [comprises] entre A et G, le diamètre ZH ne pointe pas toujours vers E, le centre de révolution, mais diverge de la même position qu'EG. Nous trouvons en effet que la direction dans laquelle [le diamètre ZH, ligne des apsides] pointe est un point unique et invariable du diamètre AG, mais ce point n'est ni E, le centre de l'écliptique, ni D, le centre de l'excentrique, mais un point éloigné de E vers le périgée de l'excentrique d'un montant égal à [la distance] DE. Nous montrerons cela par plusieurs observations, dont nous en avons choisi deux qui sont particulièrement propres à illustrer notre propos, puisque l'épicycle à ces observations était à mi-chemin [entre l'apogée et le périgée de l'excentrique], et la Lune était proche de l'apogée ou du périgée de son épicycle ; c'est dans ces situations que se produit la plus grande différence de la direction [du diamètre de l'épicycle].

Hipparque rapporte qu'il a observé le Soleil et la Lune, avec ses instruments, à Rhodes au début de la deuxième heure, le onzième jour du mois égyptien de Pharmouti, dans la 197e année après la mort d'Alexandre [3]. Il dit que le

1 En jaune pâle ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
2 πρόσνευσις, parfois traduit par « prosneuse ». Originellement, πρόσνευσις signifie « incliner la tête ».
3 Selon Toomer, le 2 mai –126.

Soleil était aperçu à 7¾° du Taureau, et que la position apparente du centre de la Lune était de 21⅔° des Poissons, sa vraie position étant de 21⅓ + ⅛° [21;27½°]. À ce moment, la distance de la vraie Lune au vrai Soleil était d'environ 313° 42', suivant l'ordre des signes [vers l'arrière / vers l'est]. L'observation ayant été faite au début de la deuxième heure, soit environ 5 heures saisonnières avant midi le 11 — ou environ 5⅔ heures équinoxiales à Rhodes —, le temps entre notre époque et l'observation est donc de 18⅓ heures équinoxiales comptées simplement [temps solaire vrai], ou 18 heures équinoxiales comptées exactement [temps solaire moyen]. Pour cet instant, nous trouvons que le Soleil moyen était à 6° 41' du Taureau ; le Soleil vrai était à 7° 45' du Taureau ; et la Lune moyenne à 22° 13' des Poissons en longitude et à 185° 30' de l'apogée moyen de l'épicycle en anomalie. La distance de la Lune moyenne au Soleil vrai était donc de 314° 28'.

Partant de cela, soit ABG le cercle excentrique de la Lune, avec pour centre D et diamètre ADG, sur lequel nous supposons E comme représentant le centre de l'écliptique. Au centre B, traçons l'épicycle de la Lune, ZHΘ. Supposons que le mouvement de l'épicycle suive l'ordre des signes [vers l'arrière / vers l'est] de B vers A, et que la Lune sur cet épicycle aille de Z vers H et [puis] vers Θ. Joignons DB et EΘBZ. Dans un mois [synodique] moyen, il se produit deux révolutions de l'épicycle sur l'excentrique, et dans la position en question, la Lune moyenne est à 315° 32' du Soleil moyen. Donc, si nous doublons ce dernier et que nous soustrayons [les 360° d']un cercle, nous obtiendrons l'élongation de l'épicycle à l'apogée de l'excentrique [à ce moment], soit, suivant l'ordre des signes [vers l'arrière / vers l'est] 271° 04'. Donc, l'angle restant AEB [quand 271° 04' est soustrait] de 360° mesure 88° 56'. Traçons maintenant DK perpendiculaire à EB en partant de D. Puisque l'angle DEB = 88° 56' où quatre angles droits



Pas à l'échelle

font 360° et 177;52$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Donc, dans le cercle circonscrit [1] au triangle rectangle DEK, arc DK = 177° 52' et arc EK = 2° 08' (supplément). Donc, ou l'hypoténuse DE fait 120 parties, les cordes correspondantes DK = 119;59^{p} et EK = 2;14^{p}. La droite DE, entre les centres, valant 10;19^{p}, et la droite DB, rayon de l'excentrique, valant 49;41^{p}, DK ≈ 10;19^{p} aussi, et EK = 0;12^{p}. Mais puisque BK^{2} = DB^{2} – DK^{2}, alors BK = 48;36^{p} et, la droite entière BKE [= BK + EK] = 48;48^{p}.

De plus, puisque la distance de la Lune moyenne au Soleil vrai était de 314° 28', et que la distance de la Lune vrai [au Soleil vrai] a été observée à 313° 42', l'équation d'anomalie est donc de –0° 46'. La position moyenne de la Lune est vue le long de la ligne EB, alors supposons la Lune située au point H (puisqu'elle est proche du périgée), puis joignons EH et BH, et traçons, à partir de B, la droite BL perpendiculaire à EH prolongée. Alors, puisque ∠ BEL contient l'équation d'anomalie de la Lune, ∠ BEL = 0° 46' où quatre angles droits font 360° ou 1;32$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Donc, dans le cercle circonscrit [2] au triangle rectangle EBL, l'arc BL = 1° 32' et la

1 En orange ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
2 En rouge ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

corde correspondante BL = 1;36^{p} où l'hypoténuse EB = 120^{p}. Donc BL = 0;39^{p} où BE = 48;48^{p} et BH, le rayon de l'épicycle, vaut 5;15^{p}. Par conséquent, où BH, le rayon de l'épicycle, vaut 120^{p}, BL = 14;52^{p} et, dans le cercle circonscrit [1] au triangle rectangle BHL, l'arc BL = 14° 14', et donc ∠ BHL = 14;14$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, et, l'angle restant [par soustraction de ∠ BEL] ∠ EBH = 12:42$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, et 6° 21' où quatre angles droits font 360°. Ceci [6° 21'] est donc la taille de l'arc HΘ de l'épicycle, qui comprend la distance de la Lune au périgée vrai [de l'épicycle].

Mais puisque la distance de la Lune à l'apogée moyen au moment de l'observation était de 185° 30', il est clair que le périgée moyen est en avance sur [donc de longitude moindre que] la Lune (le point H). Soit [le périgée moyen] le point M ; traçons la droite BMN puis EX qui lui est perpendiculaire (à partir du point E). Puisque, comme nous l'avons démontré, l'arc ΘH = 6° 21', et que l'arc HM, la distance au périgée, est supposé être 5° 30', alors [par addition] l'arc entier ΘM = 11° 51', et ∠ EBX = 11° 51' où quatre angles droits font 360° et 23;42$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Ainsi, dans le cercle circonscrit [2] au triangle rectangle BEX, de 360°, l'arc EX = 23° 42' et la droite EX = 24;39^{p} où l'hypoténuse BE = 120^{p}. [Si nous ramenons cela à] BE = 48;48^{p}, alors EX = 10;02^{p}.

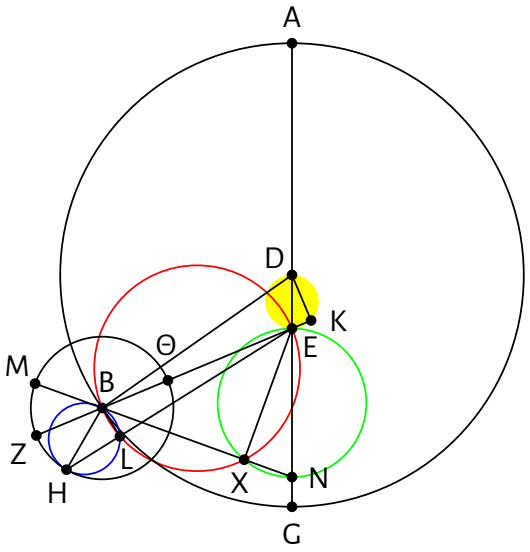
En outre, puisque ∠ AEB = 177;52$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, et que ∠ EBN = 23;42$^{\infty}$, l'angle restant [par soustraction] ∠ ENB = 154;10$^{\infty}$. Donc, dans le cercle circonscrit [3] au triangle rectangle ENX, arc EX = 154° 10' et arc EX = 116;58^{p} où l'hypoténuse EN = 120^{p}. [Si nous ramenons cela à] EX = 10;02^{p} et DE, la distance entre les centres, est 10;19^{p}, [alors] EN = 10;18^{p}. Par conséquent, le rayon de l'épicycle passant par le périgée moyen, BM, pointe dans une direction N qui coupe la droite EN qui est à peu près égale à l'excentricité DE.

Afin de démontrer que nous obtenons le même résultat dans les parties opposées de l'excentrique et de l'épicycle, nous avons de nouveau choisi, parmi les distances [entre le Soleil et la Lune] observées par Hipparque à Rhodes, l'observation qu'il a faite la même 197e année depuis la mort d'Alexandre, à 9⅓ heures le 17e jour du mois égyptien de Payni [4]. Il dit que le Soleil était alors aperçu à 10⅚° du Cancer, et que la position apparente de la Lune était de 29° du Lion — c'était aussi sa vraie position, car à Rhodes, vers la fin du Lion, à environ une heure après le méridien, la Lune n'a pas de parallaxe longitudinale. Par conséquent, l'élongation de la vraie Lune par rapport au vrai Soleil [à ce moment] était de 48° 06' suivant l'ordre des signes [vers l'arrière / vers l'est]. L'observation ayant été réalisée à 3⅓ heures saisonnières après midi du 17 Payni, ce qui correspond à environ 4 heures équinoxiales à Rhodes à cette date, le temps [écoulé] depuis notre époque [de Nabonassar] jusqu'à l'observation était de 620 années égyptiennes, 286 jours, 4 heures équinoxiales comptées simplement [temps solaire vrai], ou 3⅔ heures équinoxiales comptées avec précision [temps solaire moyen].

Pour cet instant, nous calculons que le Soleil moyen était à 12° 05' du Cancer, que le Soleil vrai était à 10° 40' du Cancer, et que la Lune moyenne était à 27° 20' du Lion en longitude, donc que la distance de la Lune moyenne au vrai Soleil était de 46° 40', et que son anomalie par rapport à l'apogée moyen de l'épicycle était de 333° 12'.

Partant de cela, supposons le cercle excentrique de la Lune ABG, avec pour centre D et diamètre ADG, sur lequel le centre de l'écliptique est représenté par le point E. Autour du point B, traçons l'épicycle de la Lune, ZHΘ, et

1 En vert lime ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
2 En rouge, coïncidant avec le cercle circonscrit au triangle EBL ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
3 En bleu ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
4 Selon Toomer, le 7 juillet –126.



Pas à l'échelle

joignons DB et EΘBZ. Alors, puisque deux fois l'élongation moyenne entre le Soleil et la Lune était de 90° 30', nous aurons, d'après ce que nous avons démontré, ∠ AEB = 90° 30' où quatre angles droits font 360°, et 181$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Si nous prolongeons donc BE et traçons, à partir de D, la droite DK perpendiculaire [à BE], alors ∠ DEK = 179$^{\omega}$, son supplément [soit 360$^{\omega}$ – 181$^{\omega}$]. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) [1] au triangle rectangle DEK, l'arc DK = 179° et l'arc EK = 1°, son supplément. Les cordes correspondantes mesureront donc, pour DK, 119;59^{p}, et pour EK, 1;03^{p} où l'hypoténuse DE mesure 120^{p} ; et puisque DE, la distance entre les centres, vaut 10;19^{p} et que BD, le rayon de l'excentrique, vaut 49;41^{p}, alors DK ≈ 10;19^{p} et EK = 0;05^{p}. Or, puisque BK^{2} = BD^{2} – DK^{2}, alors BK = 48;36^{p} et, [par soustraction de EK], EB = 48;31^{p}.

En outre, puisque la distance de la Lune moyenne au Soleil vrai est de 46° 40', et que la distance de la Lune vraie [au Soleil vrai a été observée à] 48° 06', l'équation de l'anomalie est +1° 26'. Soit donc la position de la Lune en H (puisqu'elle est proche de l'apogée de l'épicycle). Joignons EH et BH, puis traçons à partir de B la droite BL perpendiculaire à EH. Puisque ∠ BEL = 1° 26' où quatre angles droits font 360°, ou 2;52$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, dans le cercle circonscrit [2] au triangle rectangle BEL, arc BL = 2° 52' et BL = 2;59^{p} où l'hypoténuse EB = 120^{p}, alors où EB = 48;31^{p} et BH, le rayon de l'épicycle, vaut 5;15^{p}, BL = 1;12^{p}. Donc, dans le cercle circonscrit [3] au triangle rectangle BHL, BL = 27;34^{p} où l'hypoténuse BH = 120^{p}, et l'arc BL = 26° 34'. Par conséquent, ∠ BHL = 26;34$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, et, par addition [de ∠ BEL = 2;52$^{\omega}$], ∠ ZBH = 29;26$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 14° 43' où quatre angles droits font 360°. Cela [14° 43'] est donc la taille de l'arc HZ de l'épicycle, qui comprend la distance [angulaire] de la Lune à l'apogée vrai.

Mais puisque la distance [de la Lune] à l'apogée moyen au moment de l'observation était de 333° 12', si nous plaçons l'apogée moyen en M, traçons la ligne MBN, et traçons la perpendiculaire EX à partir de E, alors l'arc HZM = 26° 48' (par soustraction [de 333° 12'] du cercle), et, par soustraction [de l'arc HZ = 14° 43'], arc ZM = 12° 05'. Par conséquent, ∠ MBZ = ∠ EBX = 12° 05' où quatre angles droits font 360°, ou 24;10$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit [4] au triangle rectangle BEX, arc EX = 24° 10' et EX = 25;07^{p} où l'hypoténuse BE = 120^{p}. Donc, où BE = 48;31^{p} et DE, la ligne entre les centres, mesure 10;19^{p}, EX = 10;08^{p}.

Aussi, puisque ∠ AEB est donné comme 181$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, et que ∠ EBN = 24;10$^{\omega}$, tel que nous l'avons démontré, alors par soustraction, ∠ ENB = 156;50$^{\omega}$ des mêmes unités, et, dans le cercle circonscrit [5] au triangle rectangle ENX, l'arc EX = 156° 50' et

1 En jaune ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
2 En rouge ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
3 En bleu ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
4 En rouge, coïncidant avec le cercle circonscrit au triangle rectangle BEL ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
5 En vert lime ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

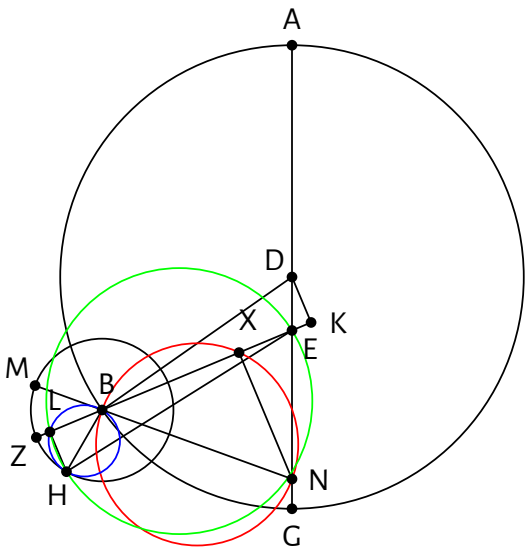
EX = 117;33^{p} où l'hypoténuse EN = 120^{p}. Donc, où EX = 10;08^{p} et DE, la ligne entre les centres, mesure 10;19^{p}, EN = 10;20^{p}. Donc, de ce calcul aussi, il s'avère que la droite MB — [le rayon de l'épicycle] passant par M, l'apogée moyen — pointe dans une direction telle que, lorsqu'elle est prolongée vers N, elle coupe une ligne EN approximativement égale à DE, la distance entre les centres.

Nous constatons également qu'à peu près le même rapport est obtenu sur la base de nombreuses autres observations, ce qui confirme notre hypothèse sur cette caractéristique de la direction de l'épicycle de la Lune, que la révolution [uniforme] du centre de l'épicycle s'effectue autour de E, le centre de l'écliptique, mais que le diamètre de l'épicycle, qui définit le point de l'apogée et du périgée moyens, pointe non pas (comme pour les autres [planètes]) vers E, le centre du mouvement moyen, mais toujours vers un point N, placé dans le prolongement de DE, et à une distance égale à l'intervalle entre les centres.

6. Du calcul géométrique de la position réelle de la Lune à partir des mouvements périodiques

Ceci démontré, la suite logique est de démontrer comment nous pouvons trouver, pour chaque position de la Lune, étant donnés ses mouvements moyens, et à partir de l'élongation et de la position de la Lune sur son épicycle [en anomalie], la prostaphérèse [correction] due à l'anomalie qui doit être ajoutée ou soustraite au mouvement moyen en longitude. La manière de résoudre un tel problème passe par une construction graphique basée sur les théorèmes précédents.

Prenons comme exemple le dernier diagramme, et supposons les mêmes mouvements périodiques en élongation et en anomalie, soit les 90° 30′ du double de l'élongation, et les 333° 12′ d'anomalie comptée à partir de l'apogée moyen [de l'épicycle]. Traçons la perpendiculaire NX [à ZK] (plutôt que EX) et la perpendiculaire HL [à ZK] (plutôt que BL). Nous connaissons déjà les angles au centre [E], et nous savons que les hypoténuses DE et EN sont égales [1]. De là, DK = NX ≈ 10;19^{p} où DB, le rayon de l'excentrique, mesure 49;41^{p} ; BH, le rayon de l'épicycle, mesure 5;15^{p} ; et EK = EX = 0;05^{p}. Par conséquent, comme indiqué précédemment,



Pas à l'échelle

BK = 48;36^{p} ; [par soustraction de EK]
BE = 48;31^{p} ; et, par soustraction [de EX]
BX = 48;26^{p}. Donc, puisque BX^{2} + XN^{2} = BN^{2},
BN = 49;31^{p} où NX = 10;19^{p}.

Ainsi, dans le cercle circonscrit [2], de 360°, au triangle rectangle BNX, où l'hypoténuse BN = 120^{p}, NX ≈ 25^{p} et l'arc NX = 24° 03′ ; par conséquent, ∠ NBX = ∠ ZBM = 24;03$^{\circ\circ}$ où deux

1 Rappel : Le diagramme n'est pas à l'échelle !
2 En rouge ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

angles droits font 360°, soit environ 12° 01' où quatre angles droits font 360°. Ainsi, l'arc ZM de l'épicycle a cette mesure [12° 01'].

Mais puisque le point H, représentant la Lune, est distant de M, l'apogée moyen, d'un tour moins [l'anomalie moyenne de 333° 12'], soit 26° 48', par soustraction [de l'arc ZM à l'arc MH], arc HZ = 14;47^p. Ainsi donc, ∠ HBZ = 14° 47' où quatre angles droits font 360°, ou 29;34° où deux angles droits font 360°, et, dans le cercle circonscrit [1] au triangle rectangle HBL, l'arc HL = 29° 34' et l'arc restant LB = 150° 26' (supplément). Par conséquent, où l'hypoténuse BH = 120^p, les cordes correspondantes HL = 30;37^p et LB = 116;02^p de ces mêmes parties. Donc, où BH, le rayon de l'épicycle, mesure 5;15^p et (tel que nous l'avons prouvé) BE = 48;31^p, HL = 1;20^p et LB = 5;05^p. La droite entière EBL mesure donc [par addition] 53;36^p où LH = 1;20^p. En outre, puisque $EL^2 + LH^2 = EH^2$, EH ≈ 53;37^p des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit [2] au triangle rectangle EHL, où l'hypoténuse EH = 120^p, HL = 2;59^p et l'arc HL = 2;52^p. En conclusion, l'équation de l'anomalie, ∠ HEL = 2;52° où deux angles droits font 360°, et 1° 26' où quatre angles droits font 360°.

7. Construction d'un tableau pour l'anomalie lunaire totale

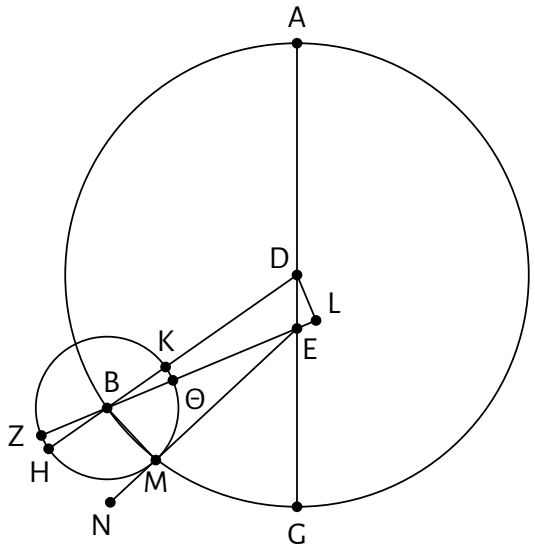
Afin de fournir un moyen facile de calculer les prostaphérèses [3] individuelles par un tableau, nous avons complété le tableau de l'anomalie simple donné précédemment avec des colonnes qui permettent de corriger facilement la deuxième anomalie lunaire, d'après les calculs que nous avons faits partant des mêmes méthodes géométriques [expliquées ci-dessus]. Après les deux [premières] colonnes contenant l'argument, nous avons inséré une troisième colonne contenant la correction à faire à l'anomalie, afin de réduire le mouvement moyen compté depuis M, l'apogée moyen, à Z, l'apogée vrai. Ci-dessus, pour une élongation de 90° 30', nous avons démontré que l'arc ZM est de 12° 01', et donc, quand la distance de la Lune à M, l'apogée moyen, est de 333° 12', nous constatons que sa distance de Z, l'apogée vrai, est de 345° 13', valeur pour laquelle il faut calculer la prostaphérèse (correction du mouvement moyen en longitude) dans l'épicycle. En gros, pour toutes les autres élongations, nous avons calculé la quantité correspondante de l'équation en question et l'avons inscrite dans la troisième colonne. Des colonnes suivantes, la quatrième contiendra les équations de l'anomalie épicyclique (déjà exposées dans le tableau précédent), où l'équation maximale atteint environ 5° 01', correspondant au rapport 60 : 5;15. La cinquième colonne contiendra les différences additives dues à la seconde anomalie par rapport à la première, la prostaphérèse maximale étant de 7⅔°, correspondant au rapport 60 : 8 [4]. Ainsi, la quatrième colonne est pour la position de l'épicycle à l'apogée de l'excentre (qui se produit aux syzygies), et la cinquième colonne est pour les ajouts [aux équations] provenant de [la position de l'épicycle, soit l'anomalie] au périgée de l'excentrique (qui se produit aux quadratures ou dichotomies).

Afin de permettre de trouver la proportion de ces incréments tabulés [dans la cinquième colonne] correspondant à une position de l'épicycle entre ces deux emplacements [à l'apogée et au périgée de l'excentre], nous

1 En bleu ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
2 En vert ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
3 Corrections additives ou soustractives.
4 Selon Toomer : « Le rapport est de 39;22 : 5;15, soit environ 60 : 8. Le premier terme est la distance de la Terre au périgée de l'excentrique lunaire ; le second est le rayon de l'épicycle lunaire. »

avons ajouté une sixième colonne, qui contient la fraction correspondante (donnée en soixantièmes) de l'incrément tabulé qui doit être ajoutée à l'équation d'anomalie tabulée dans la quatrième colonne. Nous avons calculé ces fractions de la manière suivante.

Soit à nouveau l'excentrique de la lune ABG, avec comme centre D et diamètre ADG, sur lequel E est le centre de l'écliptique. Marquons l'arc AB, traçons l'épicycle, ZHΘK, avec comme centre B, et traçons la ligne EBZ. Considérons l'élongation comme donnée — par exemple, 60°. Donc, pour les raisons démontrées précédemment, l'angle



Pas à l'échelle

AEB est le double de l'élongation donnée, soit 120°. Traçons DL à partir de D, perpendiculaire à BE prolongé, et traçons HBKD. Supposons que la ligne du centre E à la Lune, EMN, soit tangente à l'épicycle, produisant une équation d'anomalie maximale, et joignons BM. Alors, puisque ∠ AEB = 120° où quatre angles droits font 360°, ou 240$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, l'angle restant DEL = 120$^{\omega}$ (son supplément). Donc, dans le cercle circonscrit [1] au triangle rectangle DEL, arc DL = 120° et l'arc restant EL = 60° (son supplément). Donc, les cordes correspondantes EL = 60^{p} et DL = 103;55^{p} où l'hypoténuse DE = 120^{p}. Donc, où DE = 10;19^{p} et DB = 49;41^{p}, EL ≈ 5;10^{p} et DL = 8;56^{p}. Et, puisque BL^{2} = BD^{2} – DL^{2}, BEL = 48;53^{p}, et, par soustraction [de EL], EB = 43;43^{p}, où MB, le rayon de l'épicycle, vaut 5;15^{p}. Donc, dans le cercle circonscrit [2] (de 360°) au triangle rectangle BEM, et où l'hypoténuse EB = 120^{p}, BM = 14;25^{p} et l'arc BM = 13° 48′. Par conséquent, l'équation maximale d'anomalie, ∠ BEM = 13;48$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 6° 54′ où quatre angles droits font 360°. Ainsi, à cette distance en élongation, l'équation d'anomalie différait des 5° 01′ [de l'équation maximale] à l'apogée [de l'excentrique] par 1° 53′. Mais la différence totale [entre l'équation maximale à l'apogée et] le périgée [de l'excentre] est de 2° 39′. Ainsi, où la différence totale est de 60, 1° 53′ deviendra 42′ 38″, quantité que nous mettrons dans la sixième colonne correspondant à 120° d'élongation [double].

De cette manière, nous avons donc calculé, pour les autres arguments tabulés, les fractions de la différence entre les deux anomalies, et nous les avons inscrites, exprimées en soixantièmes de cette différence, en face de l'argument correspondant. Il est évident que le total de 60 [soixantièmes] correspond au double de 90° d'élongation, qui est à 180° de l'excentre, l'emplacement du périgée. Nous avons également ajouté une septième colonne, qui contient la position de la Lune en latitude, de part et d'autre de l'écliptique, mesurée le long d'un cercle passant par les pôles de l'écliptique, c'est-à-dire les arcs de ce cercle compris entre l'écliptique et le cercle incliné de la Lune autour du même centre [que l'écliptique], pour chaque position [tabulée] de la Lune sur son cercle incliné. Pour cela nous avons utilisé la même méthode qui nous a servi à calculer les arcs de cercle passant par les pôles de l'équateur [qui

1 En rouge ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
2 En bleu ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.

sont coupés] entre l'équateur et l'écliptique. Ici, cependant, nous avons pris l'arc entre l'écliptique et la limite (nord ou sud) du cercle incliné de la Lune, tel que mesuré le long du grand cercle [passant] à travers leurs deux pôles, comme valant 5°. Car, comme Hipparque, nous avons trouvé par calcul, à partir des positions apparentes les plus au nord et au sud de la Lune, que sa plus grande déviation de part et d'autre de l'écliptique est approximativement de cette quantité. En effet, presque toutes les observations de la Lune, qu'elles aient été prises par rapport aux étoiles ou prises avec des instruments, correspondent à une déviation latitudinale maximale de cette quantité, comme cela ressortira des démonstrations ultérieures. Le tableau de l'anomalie lunaire complète est le suivant.

8. Tableau de l'anomalie lunaire totale [1]

1	2	3		4		5		6		7		
Nombres communs		Équation de l'apogée [moyen à vrai]		Équation de l'épicycle		Incrément en [équation] épicyclique		Soixantièmes		Latitude		
6	354	0	53	0	29	0	14	0	12	4	58	Limite nord
12	348	1	46	0	57	0	28	0	24	4	54	
18	342	2	39	1	25	0	42	1	20	4	45	
24	336	3	31	1	53	0	56	2	16	4	34	
30	330	4	23	2	19	1	10	3	24	4	20	
36	324	5	15	2	44	1	23	4	32	4	3	
42	318	6	7	3	8	1	35	6	25	3	43	
48	312	6	58	3	31	1	45	8	18	3	20	
54	306	7	48	3	51	1	54	10	22	2	56	
60	300	8	36	4	8	2	3	12	26	2	30	
66	294	9	22	4	24	2	11	15	5	2	2	
72	288	10	6	4	38	2	18	17	44	1	33	
78	282	10	48	4	49	2	25	20	34	1	3	
84	276	11	27	4	56	2	31	23	24	0	32	
90	270	12	0	4	59	2	35	26	46	0	0	
93	267	12	15	5	0	2	37	28	12	0	16	
96	264	12	28	5	1	2	38	29	49	0	32	
99	261	12	39	5	0	2	39	31	25	0	48	
102	258	12	48	4	59	2	39	33	1	1	3	
105	255	12	56	4	57	2	39	34	37	1	17	
108	252	13	3	4	53	2	38	36	14	1	33	
111	249	13	6	4	49	2	38	37	50	1	48	
114	246	13	9	4	44	2	37	39	26	2	2	
117	243	13	7	4	38	2	35	41	2	2	16	
120	240	13	4	4	32	2	32	42	38	2	30	
123	237	12	59	4	25	2	28	44	3	2	43	
126	234	12	50	4	16	2	24	45	28	2	56	
129	231	12	36	4	7	2	20	46	53	3	8	
132	228	12	16	3	57	2	16	48	18	3	20	
135	225	11	54	3	46	2	11	49	32	3	32	
138	222	11	29	3	35	2	5	50	45	3	43	
141	219	11	2	3	23	1	58	51	59	3	53	
144	216	10	33	3	10	1	51	53	12	4	3	
147	213	10	0	2	57	1	43	54	3	4	11	
150	210	9	22	2	43	1	35	54	54	4	20	
153	207	8	38	2	28	1	27	55	45	4	27	
156	204	7	48	2	13	1	19	56	36	4	34	
159	201	6	56	1	57	1	11	57	15	4	40	
162	198	6	3	1	41	1	2	57	55	4	45	
165	195	5	8	1	25	0	52	58	35	4	50	
168	192	4	11	1	9	0	42	59	4	4	54	
171	189	3	12	0	52	0	31	59	26	4	56	
174	186	2	11	0	35	0	21	59	37	4	58	
177	183	1	7	0	18	0	10	59	49	4	59	
180	180	0	0	0	0	0	0	60	0	5	0	Limite sud

1 La première rangée est le numéro de la colonne et figure dans les manuscrits. Le tableau contient de nombreuses erreurs, certaines attribuables à l'arrondissement ou à l'interpolation, d'autres inexplicables (selon Toomer). À noter que les valeurs de la colonne 4 sont celles du tableau IV.10, sauf étrangement pour 120° et 123°, qui ont 4;32 et 4;25, respectivement, plutôt que 4;31 et 4;24, tel que noté par Van Brummelen. Une version corrigée figure aux pages suivantes.

Anomalie lunaire totale

Le tableau donné par Ptolémée dans l'*Almageste* (page précédente) contient de nombreuses erreurs, certaines attribuables à l'arrondissement ou à l'interpolation, d'autres inexplicables, selon Toomer. Les valeurs données ici ont été recalculées selon les formules données ci-dessous. Dans tous les cas, c_x est le numéro de la colonne, a est l'argument (de la première ou de la deuxième colonne), e est l'excentricité (10;19^p), R est le rayon du déférent lunaire (49;41^p), r est le rayon de l'épicycle lunaire (5;15^p), et $\rho = \sqrt{R^2 - (e \sin a)^2} + e \cos a$.

Colonnes 1 et 2 : Argument, en degrés.

Colonne 3 : $c_3 = \sin^{-1} \dfrac{e \sin a}{\sqrt{(\rho + e \cos a)^2 + (e \sin a)^2}}$ (source : Van Brummelen 1993, p. 168)

Colonne p_2 : $p_2 = \tan^{-1} \dfrac{r \sin a}{R - e + r \cos a}$ Cette colonne n'apparait pas dans l'*Almageste*, mais est implicite.

Colonne 4 : $c_4 = \sin^{-1} \dfrac{r \sin a}{\sqrt{(r \sin a)^2 + (60 + r \cos a)^2}}$ (source : Van Brummelen 1993, p. 158)

Colonne 5 : $c_5 = p_2 - c_4$ (source : Pedersen 1974/2011, p. 196)

Colonne $p_{\max}$: $p_{\max} = \sin^{-1} \dfrac{r}{\rho}$ (source : Van Brumelen 1993, p. 180–181)

Colonne 6 : $c_6 = 60 \dfrac{p_{\max} - 5;01}{7;40 - 5;01}$ (source : Van Brumelen 1993, p. 180–181)

Colonne 7 : $c_7 = \sin^{-1} [\sin 5° \sin(a - 90°)]$ (source : Van Brumelen 1993, p. 191)

1	2	3		p_2	4		5		$p_{\max}$	6		7	
Argument		Équation de l'apogée			Équation épicyclique		Excès de l'éq. épicyclique			Soixantièmes		Latitude	
6	354	0	53	0;42,19	0	29	0	13	5;01,32	0	12	4	58
12	348	1	46	1;24,18	0	58	0	27	5;02,34	0	35	4	53
18	342	2	38	2;05,40	1	26	0	40	5;04,17	1	14	4	45
24	336	3	31	2;46,06	1	53	0	53	5;06,40	2	08	4	34
30	330	4	23	3;25,15	2	20	1	06	5;09,44	3	18	4	20
36	324	5	15	4;02,50	2	45	1	18	5;13,27	4	42	4	03
42	318	6	06	4;38,30	3	09	1	30	5;17,49	6	21	3	43
48	312	6	57	5;11,56	3	31	1	41	5;22,49	8	14	3	21
54	306	7	47	5;42,48	3	51	1	52	5;28,24	10	20	2	56
60	300	8	35	6;10,47	4	09	2	02	5;34,33	12	40	2	30
66	294	9	22	6;35,31	4	25	2	11	5;41,14	15	11	2	02
72	288	10	06	6;56,43	4	38	2	19	5;48,24	17	53	1	33
78	282	10	48	7;14,02	4	48	2	26	5;55,58	20	45	1	02
84	276	11	26	7;27,09	4	56	2	31	6;03,53	23	44	0	31
90	270	11	59	7;35,46	5	00	2	36	6;12,05	26	49	0	00
93	267	12	14	7;38,19	5	01	2	37	6;16,15	28	24	0	16
96	264	12	27	7;39,38	5	01	2	39	6;20,28	29	59	0	31
99	261	12	39	7;39,42	5	00	2	39	6;24,42	31	35	0	47
102	258	12	49	7;38,30	4	59	2	40	6;28,56	33	11	1	02
105	255	12	57	7;35,59	4	57	2	39	6;33,11	34	47	1	18
108	252	13	03	7;32,08	4	53	2	39	6;37,24	36	23	1	33
111	249	13	07	7;26,58	4	49	2	38	6;41,36	37	58	1	47

1	2	3		p_2	4		5		p_{max}	6		7	
Argument		Équation de l'apogée			Équation épicyclique		Excès de l'éq. épicyclique			Soixantièmes		Latitude	
114	246	13	08	7;20,25	4	44	2	36	6;45,45	39	32	2	02
117	243	13	07	7;12,31	4	39	2	34	6;49,50	41	04	2	16
120	240	13	03	7;03,15	4	32	2	31	6;53,51	42	35	2	30
123	237	12	56	6;52,37	4	24	2	28	6;57,48	44	04	2	43
126	234	12	46	6;40,38	4	16	2	25	7;01,38	45	31	2	56
129	231	12	32	6;27,17	4	07	2	20	7;05,21	46	56	3	09
132	228	12	16	6;12,37	3	57	2	16	7;08,57	48	17	3	21
135	225	11	55	5;56,39	3	46	2	10	7;12,24	49	35	3	32
138	222	11	31	5;39,25	3	35	2	04	7;15,42	50	50	3	43
141	219	11	03	5;20,57	3	23	1	58	7;18,50	52	01	3	53
144	216	10	32	5;01,18	3	10	1	51	7;21,47	53	08	4	03
147	213	9	56	4;40,31	2	57	1	44	7;24,33	54	10	4	12
150	210	9	17	4;18,40	2	43	1	36	7;27,07	55	08	4	20
153	207	8	34	3;55,50	2	28	1	28	7;29,28	56	01	4	27
156	204	7	48	3;32,04	2	13	1	19	7;31,35	56	50	4	34
159	201	6	58	3;07,29	1	57	1	10	7;33,29	57	33	4	40
162	198	6	04	2;42,08	1	41	1	01	7;35,09	58	10	4	45
165	195	5	08	2;16,08	1	25	0	51	7;36,34	58	42	4	50
168	192	4	10	1;49,35	1	08	0	41	7;37,44	59	09	4	53
171	189	3	09	1;22,35	0	52	0	31	7;38,39	59	29	4	56
174	186	2	07	0;55,15	0	34	0	21	7;39,18	59	44	4	58
177	183	1	04	0;27,41	0	17	0	10	7;39,42	59	53	4	60
180	180	0	00	0;00,00	0	00	0	00	7;39,50	59	56	5	00

9. Du calcul complet de la position de la Lune

Toutes les fois que nous voulons calculer la [position en] anomalie de la Lune au moyen du tableau, nous prenons, pour le moment en question à Alexandrie, les mouvements moyens de la lune en longitude, en élongation, en anomalie, et en latitude, tel que décrit [1]. Nous doublons toujours le chiffre calculé pour l'élongation, et (après avoir soustrait 360°, si nécessaire), nous l'entrons dans le tableau des anomalies et nous prenons la somme correspondante dans la troisième colonne. Si le double de l'élongation est inférieur à 180°, nous ajoutons la quantité [de la troisième colonne] à l'anomalie moyenne, mais si le double de l'élongation est supérieur à 180°, nous soustrayons la quantité de l'anomalie moyenne. Nous entrons ensuite cette anomalie vraie résultante dans le même tableau, et prenons l'équation correspondante dans la quatrième colonne, de même que l'incrément correspondant dans la cinquième colonne, et notons [les deux] séparément. Ensuite, nous entrons l'élongation moyenne doublée dans le même tableau, prenons les soixantièmes qui lui correspondent dans la sixième colonne, et multiplions l'incrément que nous avons noté séparément par ce nombre de soixantièmes, puis ajoutons toujours ce résultat à l'équation calculée précédemment à partir de la quatrième colonne. Si l'anomalie vraie est inférieure à 180°, nous soustrayons cette somme de la longitude moyenne et de la latitude moyenne, mais nous l'ajoutons si l'anomalie vraie est supérieure à 180°. Ainsi, nous avons [deux] quantités ; nous ajoutons celle de la longitude à la position moyenne [de la Lune] à l'époque : le résultat sera la vraie position de la Lune. Pour la latitude, nous entrons l'[argument de la]

1 Selon Toomer : « Ptolémée n'indique pas comment procéder, mais la méthode est sensiblement la même que pour le Soleil (voir III 8 ou [Toomer,] Appendice A, Exemple 9). »

En termes plus modernes, voici la procédure énoncée par Ptolémée :

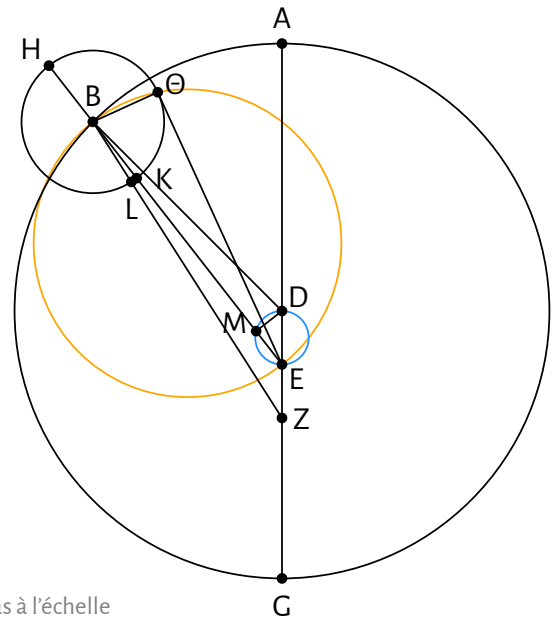
1. Trouver l'intervalle de temps $(t - t_0)$ entre t et t_0, en tenant compte de l'équation du temps, $E = (\Delta\alpha_\odot - \Delta\lambda^m_\odot) \div 15$, où $\alpha_\odot$ est l'ascension droite du Soleil et $\lambda^m_\odot$, sa longitude écliptique
2. Trouver $\lambda^m_☽(t)$ dans le tableau des mouvements moyens en longitude : $\lambda^m_☽(t) = \lambda^m_☽(t_0) + \omega_t(t - t_0)$, où ω_t = 13;10,34,58,33,30,30°/j.
3. Trouver $a_m(t)$ dans le tableau des mouvements moyens en anomalie : $a_m(t) = a_m(t_0) + \omega_a(t - t_0)$, où ω_a = 13;03,53,56,17,51,59°/j.
4. Trouver la longitude moyenne du Soleil à l'instant t au moyen de la théorie solaire : $\lambda^m_\odot(t) = \lambda_{m\odot}(t_0) + \omega_\odot(t - t_0)$, où $\omega_\odot$ = 0;59,08,17,13,12,31°/j.
5. Trouver le centrum $c(t)$ comme le double de l'élongation moyenne calculée selon les valeurs obtenues aux étapes 2 et 4 : $c(t) = 2 \cdot (\lambda^m_☽ - \lambda^m_\odot)$.
6. Trouver $q(c)$ dans la colonne III du tableau de l'anomalie lunaire totale.
7. Trouver l'argument vrai a_v de $a_v(t) = a_m(t) + q(c)$.
8. Trouver $p_1(a_v)$ dans la colonne IV du tableau de l'anomalie lunaire totale.
9. Trouver $[p_2(a_v) - p_1(a_v)]$ de la colonne V du tableau de l'anomalie lunaire totale (voir aussi ce lien pour en savoir plus sur p_2).
10. Trouver $f(c) \div 60$ dans la colonne VI du tableau de l'anomalie lunaire totale.
11. Multiplier les résultats des étapes 9 et 10.
12. Ajouter le produit à la valeur $p_1(a_v)$ trouvée à l'étape 8 pour obtenir $p(c,a_v)$.
13. Enfin, ajouter $p(c,a_v)$ à $\lambda_{m☽}(t)$ pour trouver $\lambda(t)$.

latitude, compté à partir de la limite nord, dans le même tableau : la valeur correspondante dans la septième colonne sera la distance du centre de la Lune à l'écliptique, mesurée le long du grand cercle passant par les pôles de l'écliptique. Si l'argument tombe dans les 15 premières lignes du tableau, ce sera au nord [de l'écliptique], mais s'il tombe dans les lignes inférieures, ce sera au sud. La première colonne d'arguments comprend le mouvement de la Lune du nord au sud, et la deuxième colonne son mouvement du sud au nord.

10. Que la différence aux syzygies de l'excentrique lunaire est négligeable

On pourrait croire que le cercle excentrique de la Lune pourrait causer une différence notable dans les synodes [nouvelles lunes] et pleines lunes ainsi que dans les éclipses, puisque le centre de l'épicycle n'est pas toujours exactement à l'apogée, mais qu'il peut s'en écarter d'un arc [de l'excentrique] considérable, car les retours à l'apogée se produisent dans les syzygies moyennes, alors que la détermination de la synode et de la pleine lune [opposition] vraies nécessite de tenir compte des anomalies des deux astres [le Soleil et la Lune]. Nous essaierons donc de montrer que cette différence ne peut pas produire d'erreur considérable dans [le calcul] des phénomènes aux syzygies, même si la correction due à l'excentricité n'est pas prise en compte.

Prenons donc le cercle excentrique de la Lune ABG, avec pour centre D et diamètre ADG, sur lequel se trouve E, le centre de l'écliptique, et le point Z de direction opposée à D [du point de vue de E]. Prenons un arc AB à partir de l'apogée A, et dessinons l'épicycle, HΘKL, de centre B. Joignons BD, HBKE, et BLZ. Or, la taille de l'[équation d']anomalie peut différer de celle qu'elle est quand l'épicycle est à l'apogée (en A), et ce, de deux manières — soit parce que l'épicycle est éloigné vers le périgée et sous-tend alors un angle plus grand en E, soit parce que



Pas à l'échelle

la direction dans laquelle pointe le diamètre [passant] par l'apogée et le périgée moyens [de l'épicycle] n'est plus en E mais en Z.

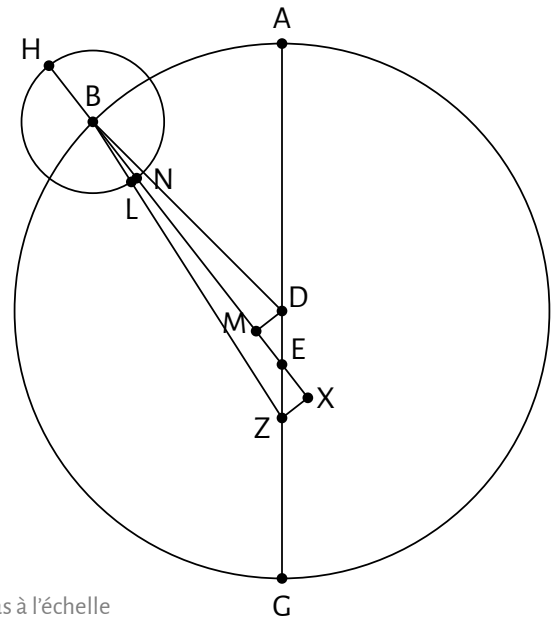
L'effet du premier cas est maximal lorsque l'équation d'anomalie de la Lune est maximale, tandis que l'effet du second cas est maximal lorsque la Lune est proche de l'apogée ou du périgée de l'épicycle. Il est donc évident que, lorsque l'effet maximal du premier cas se produit, l'effet du second cas est négligeable, puisque l'équation d'anomalie de la Lune ne varie presque pas sur une grande portion de l'épicycle de part et d'autre de la tangente. Cependant, [dans cette situation] la vraie syzygie peut différer de la moyenne par la somme des équations [d'anomalie] des deux astres, si l'une est additive et l'autre soustractive. D'autre part, lorsque l'effet du deuxième cas — la différence due à la direction — est maximal, là encore l'effet du premier cas est négligeable, puisque l'anomalie est alors soit nulle, soit très petite, lorsque la Lune est près de l'apogée ou du périgée de l'épicycle. Dans ce cas, la différence entre la syzygie vraie et la moyenne ne provient que de l'équation d'anomalie du Soleil.

Supposons donc que le Soleil ait une équation additive maximale de 2° 23', et que la Lune ait d'abord, elle aussi, une équation maximale (mais soustractive) de 5° 01'. Ainsi, ∠ AEB = 14° 48', soit deux fois la somme (7° 24') [de ces deux anomalies]. Traçons, à partir du point E, la droite EΘ tangente à l'épicycle, de même que les droites BΘ perpendiculaire [à EΘ] [1] et DM pependiculaire à BE. Alors puisque ∠ AEB = 14° 48' où quatre angles droits font 360°, ou 29;36$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, dans le cercle circonscrit [2], de 360°, au triangle rectangle DEM, arc DM = 29° 36' et l'arc restant EM = 150° 24' [son supplément]. Donc les cordes correspondantes DM = 30;39^{p} et EM = 116;01^{p}, où l'hypoténuse DE = 120^{p}. Donc où DE, la distance entre les centres, vaut 10;19^{p} et BD, le rayon de l'excentrique, vaut 49;41^{p}, alors DM = 2;38^{p} et EM = 9;59^{p}. Et puisque $BM^2 = BD^2 - DM^2$, BM = 49;37^{p} et la droite entière BME [par addition de EM] mesure 59;36^{p}, où BΘ, le rayon de l'épicycle, vaut 5;15^{p}. Donc, dans le cercle circonscrit [3], de 360°, au triangle rectangle BEΘ, où l'hypoténuse EB = 120^{p}, BΘ = 10;34^{p} et l'arc BΘ = 10;06°. Par conséquent, l'angle de l'équation maximale d'anomalie, ∠ BEΘ = 10;06$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 5° 03' où quatre angles droits font 360°, au lieu de 5° 01' qu'il mesurait lorsque l'épicycle était à l'apogée A.

Par conséquent, la différence dans l'équation d'anomalie due à cet effet serait de deux soixantièmes de degré [2'], ce qui ne peut pas produire une erreur dépassant 1/16 heure.

Supposons maintenant la Lune en L, le périgée moyen. Ainsi l'angle AEB mesurera approximativement le double de l'équation d'anomalie [maximale] du Soleil, soit 4° 46'. Dans un diagramme similaire [au

1 Pour une raison quelconque, Halma omet ce segment de la phrase, bien que son diagramme inclue la droite BΘ.
2 En bleu ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.
3 En orange ; pas tracé par Ptolémée ni ses autres traducteurs.



Pas à l'échelle

précédent], traçons la droite EL, et tirons les perpendiculaires LN (à partir de L) et DM (à partir de D) sur BE, et ZX (à partir de Z) sur le segment BE prolongé. Puis, par le même raisonnement que précédemment, puisque l'angle en E, [∠ AEB] = 4° 46' où quatre angles droits font 360°, ou 9;32$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, alors dans les cercles circonscrits aux triangles rectangles EDM et EZX, arc DM = arc ZX = 9° 32' et les arcs restants arc EM = arc EX = 170° 28' [le supplément]. Par conséquent, Crd arc DM = Crd arc ZX = 9;58^{p}, et Crd arc ME = Crd arc EX = 119;35^{p} où les hypoténuses DE et EZ mesurent chacune 120^{p}.

Donc, où DE = EZ = 10;19^{p} et DB, le rayon de l'excentrique, mesure 49;41^{p}, DM = ZX = 0;51^{p} et ME = EX = 10;17^{p}. Et puisque $BM^2 = BD^2 - DM^2$, BM ≈ 49;41^{p}. Par conséquent, BE = [BM + ME =] 59;58^{p} et la droite entière [par addition de EX] BX = 70;15^{p} où ZX = 0;51^{p}. Par le même raisonnement, l'hypoténuse BZ [du triangle BZX] sera approximativement de la même taille [que BX], soit 70;15^{p}. Or, puisque BZ : ZX = BL : LN et BZ : BX = BL : BX, alors BL, le rayon de l'épicycle, vaut 5;15^{p} et BE, comme cela a été démontré, mesure 59;58^{p}, LN = 0;04^{p} et BN ≈ 5;15^{p}, et le reste [par soustraction de BN à BE] NE = 54;43^{p} où LN = 0;04^{p}. Mais puisque, par le même raisonnement, l'hypoténuse EL [du triangle ELX] n'est pas sensiblement différente de 54;43^{p}, il s'ensuit que, où l'hypoténuse EL = 120^{p}, arc LN ≈ 0;08^{p} et, dans le cercle circonscrit, de 360°, au triangle rectangle ELX, arc LN = 0;08°.

Donc la différence de position de la Lune par rapport à la direction de Z, ∠ BEL = 0;08$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 0° 04' où quatre angles droits font 360°.

Ainsi, ici aussi, la différence dans l'équation d'anomalie de la Lune est [de seulement] quatre soixantièmes [4'], ce qui ne produit pas d'erreur significative dans les phénomènes aux syzygies, puisqu'elle ne peut pas atteindre le ⅛ heure qui résulte fréquemment de l'erreur d'observation.

Nous avons expliqué ce qui précède, pas parce qu'il est impossible de tenir compte de ces différences, si minimes soient-elles, dans le calcul des syzygies, mais pour montrer que nous n'avons pas fait de faute notable dans nos démonstrations précédentes utilisant des éclipses lunaires lorsque nous utilisions l'[hypothèse simple], et non celle complétée par l'introduction de l'excentrique.

11. Des parallaxes de la Lune

Ce qui précède nous indique comment trouver les vraies positions de la Lune. Cependant, dans le cas de la Lune, il y a le problème supplémentaire que sa position apparente ne coïncide pas avec sa vraie position, puisque, comme nous l'avons dit, la Terre n'a pas le rapport d'un point à la distance de la sphère de la Lune. Par conséquent, il devient nécessaire de tenir compte des parallaxes lunaires, en particulier pour le calcul des éclipses solaires,

entre autres. Au moyen de celles-ci [les parallaxes lunaires], il sera possible, étant donné une position vraie [de la Lune] par rapport au centre de la Terre et de l'écliptique, de déterminer sa position apparente, soit celle vue d'un point quelconque de la surface terrestre, et, inversement, de déterminer la position vraie à partir de la position apparente. Toutefois, il est impossible de trouver la valeur de la parallaxe pour des positions individuelles à moins de connaitre le rapport de la distance [du corps au rayon de la Terre], ni de trouver ce rapport sans connaitre la parallaxe pour cette situation précise. Pour les corps sans parallaxe perceptible, donc, c'est-à-dire ceux [à la distance desquels] la Terre a le rapport d'un point, il est impossible de trouver le rapport de la distance. Quant aux corps qui, comme la lune, présentent une parallaxe, il s'agit, étant donné une parallaxe particulière, de trouver le rapport de la distance, puisqu'il est possible de faire une observation d'une parallaxe [particulière] de ce genre par elle-même, mais impossible de déterminer la quantité de la distance [par elle-même].

Hipparque a utilisé le Soleil comme base de sa recherche [des parallaxes], car certaines caractéristiques du Soleil et de la Lune (dont nous discuterons plus loin) font en sorte que, étant donné la distance à l'un de ces deux luminaires, la distance à l'autre est également donnée. Il [Hipparque] essaie de démontrer la distance de la Lune en présupposant celle du Soleil. Il suppose d'abord que le Soleil a une parallaxe minimale pour trouver sa distance, puis il se sert d'une éclipse solaire dans ses calculs, supposant d'abord que le Soleil n'a pas de parallaxe perceptible, et plus tard, qu'il en a une assez grande [pour être observée]. Il trouve ainsi deux valeurs différentes pour la distance de la Lune ; il est difficile de savoir laquelle est bonne, puisque, dans le cas du Soleil, non seulement nous ignorons sa vraie parallaxe, mais même s'il a une parallaxe [tout court].

12. De la construction d'un instrument parallactique

Quant à nous, pour éviter de prendre des facteurs incertains dans notre examen de ce sujet, avons construit un instrument pour nous permettre d'observer aussi précisément que possible la quantité de parallaxe de la Lune, et sa distance au zénith, le long du grand cercle à travers les pôles de l'horizon et la Lune.

Nous avons fait deux règles à quatre faces, d'au moins quatre coudées de longueur chacune — pour y mettre des graduations plus fines — et assez épaisses pour qu'elles ne soient pas déformées à cause de leur longueur, mais qu'elles gardent chaque côté strictement droit. Ensuite, nous avons tracé une ligne droite le long du milieu du côté le plus large de chaque règle, et apposé à chaque extrémité de l'une des [règles] et perpendiculaires à l'axe central, deux pinnules rectangulaires, de taille égale et parallèles l'une à l'autre. Chacune était percée d'un trou exactement au centre ; un plus petit pour l'œil, l'autre plus grand vers la Lune, de telle sorte que lorsqu'un œil était placé près du petit trou, la Lune entière était visible à travers le trou de l'autre plaque. Dans les deux règles, nous avons fait un trou de taille égale, à l'extrémité de la ligne médiane près de la plaque avec le plus grand trou, et monté une cheville à travers les deux trous de telle manière que les côtés des règles inscrites avec les lignes ont été fixés ensemble autour la cheville comme centre, mais la règle avec les pinnules pouvait tourner librement dans toutes les directions. Nous avons fixé solidement la règle sans pinnules debout sur une base. Sur la ligne médiane de chaque règle, à l'extrémité par la base, nous avons pris un point le plus loin possible du centre de la cheville (à la même distance de celle-ci [sur les deux règles]), et, sur la règle avec

Modèle 3D par Pierre Paquette / EcliptiQc.

la base, nous avons divisé la ligne ainsi définie en 60 sections, subdivisant chaque section en autant de subdivisions que possible. Nous avons également attaché, à chacune des extrémités arrières de cette règle, deux plaques alignées l'une avec l'autre et équidistantes de cette même ligne médiane, de sorte que lorsqu'un fil à plomb était suspendu entre elles, la règle pouvait être mise en place exactement perpendiculaire au plan de l'horizon. Nous avions aussi une ligne méridienne toute tracée dans le plan parallèle à celui de l'horizon dans un endroit sans ombre ; nous avons placé l'instrument debout de telle manière que les côtés des règles qui étaient maintenues au ras l'une de l'autre par la cheville pointaient vers le sud, parallèles à la ligne méridienne, et la règle avec la base était fixée exactement perpendiculaire, dans une position ferme et fixe, tandis que l'autre règle pouvait se déplacer dans le plan du méridien autour de la cheville, dans la position où nous l'arrêtions. Nous avons également ajouté une autre règle, mince et droite, attachée par une petite broche à l'extrémité de base de la ligne graduée, de sorte qu'elle aussi puisse être tournée, et assez longue pour atteindre la fin de la ligne sur l'autre règle équidistante [de la cheville] lorsqu'elle était tournée à sa distance maximale [de la base] ; ainsi en la faisant tourner en même temps que cette dernière, nous pouvions nous en servir pour indiquer la distance en ligne droite entre les extrémités [des axes sur les deux règles].

Voici comment nous avons fait nos observations de la Lune passant au méridien et près des solstices sur l'écliptique — puisque dans ces positions, le grand cercle passant par les pôles de l'horizon et le centre de la Lune coïncident à peu près avec le grand cercle passant par les pôles de l'écliptique, le long duquel la latitude de la Lune est mesurée ; c'est aussi une situation dans laquelle la vraie distance [de la Lune] au zénith peut être déterminée de manière pratique. Lorsque la Lune était précisément au méridien, nous avons déplacé la règle avec les pinnules jusqu'à la position dans laquelle le centre de la Lune, lorsqu'elle était vue à travers les deux ouvertures, était au centre de la plus grande ouverture, puis nous avons marqué sur la règle mince la distance entre les extrémités des lignes sur les [deux] règles, puis appliqué la distance [marquée sur la règle mince] à la ligne graduée en 60 sections sur la règle verticale. Ainsi, nous avons trouvé à combien — des 60 portions du cercle décrit par la rotation [de la règle avec les plaques de visée] dans le plan du méridien — correspond l'intervalle mesuré. En calculant l'arc correspondant à cet intervalle [qui est une corde], nous avons trouvé la distance angulaire du centre apparent de la Lune au zénith, mesurée le long du grand cercle passant par les pôles de l'horizon et le centre de la Lune, qui coïncidait à ce moment avec le méridien passant par les pôles de l'équateur et de l'écliptique.

Pour pouvoir connaitre précisément la plus grande latitude de la Lune, nous l'avons observée lorsqu'elle était [simultanément] près du solstice d'été et près de la limite nord de son

cercle incliné [1] ; dans ces points, en effet, la latitude de la Lune reste sensiblement la même sur un intervalle considérable [de son orbite], et de plus, comme la Lune est alors très près du zénith au parallèle passant par Alexandrie — où nous avons fait nos observations —, sa position apparente est presque identique à sa position réelle. Nous avons ainsi constaté que le centre de la Lune était toujours éloigné du zénith d'environ 2⅛°. Par conséquent, cette recherche démontre que la plus grande latitude de la Lune, de part et d'autre de l'écliptique, est de 5°, ce qui correspond à la latitude d'Alexandrie, de 30° 58', moins 2⅛° (distance apparente [du centre de la Lune au zénith]), moins la distance de l'équateur au solstice d'été, de 23° 51'.

Ensuite, pour observer les parallaxes, nous avons pointé la Lune de la même manière, mais cette fois lorsqu'elle était proche du solstice d'hiver, tant pour la raison mentionnée ci-dessus que parce que sa distance au zénith est la plus grande sur le même méridien ; ainsi, la parallaxe est alors plus grande et plus facilement déterminable. Nous exposerons une seule des nombreuses observations de parallaxe que nous avons faites dans de telles situations ; nous allons ainsi illustrer la méthode de calcul, et nous démontrerons le reste dans l'ordre approprié.

13. Démonstration des distances de la Lune

Nous avons observé la Lune au méridien, dans la vingtième année d'Hadrien, à 5⅚ heures équinoxiales après midi, le 13e jour du mois égyptien Athyr [2], juste avant le coucher du soleil. Selon l'instrument, son centre était à 50¹¹⁄₁₂° du zénith — la distance marquée sur la règle mince était de 51⁷⁄₁₂ des 60 graduations de l'instrument [correspondant à un rayon d'une révolution de 360°], et une corde de cette taille sous-tend un arc de 50¹¹⁄₁₂°. Le temps écoulé de l'ère de la première année de Nabonassar jusqu'au moment de cette observation est de 882 années égyptiennes, 72 jours, 5⅚ heures équinoxiales comptées simplement [temps solaire vrai], soit 5⅓ heures équinoxiales comptées avec précision [temps solaire moyen]. À ce moment, nous trouvons que la longitude moyenne du Soleil était de 7° 31' de la Balance ; que la longitude vraie du Soleil était de 5° 28' de la Balance ; et que la longitude moyenne de la Lune était de 25° 44' du Sagittaire. Ceci donne une élongation moyenne de 78° 31'. La distance [en anomalie] de [la Lune à] l'apogée moyen de l'épicycle était de 262° 20', et sa distance en [argument de] latitude à la limite nord de 354° 40'.

Selon le tableau, cela donne +7° 26' d'équation complète de l'anomalie, de sorte que la vraie position de la Lune à ce moment était de 3° 10' du Capricorne en longitude, et de 2° 06' en [argument de] latitude sur le cercle incliné depuis la limite nord, soit 4° 59' depuis l'écliptique vers le nord, sur le grand cercle passant par les pôles de l'écliptique, qui coïncidait essentiellement avec le méridien à ce moment.

Or, 3° 10' du Capricorne est à 23° 49' au sud de l'équateur sur le même cercle [méridien], et l'équateur est à 30° 58' au sud du zénith à Alexandrie. Par conséquent, la vraie distance du centre de la Lune au zénith était à [23° 49' + 30° 58' – 4° 59' =] 49° 48', mais il en paraissait éloigné de 50° 55' ; donc, la parallaxe

1 Selon Toomer : « La révolution des nœuds prenant environ 18⅔ ans, cette situation ne se produit que 9⅓ ans avant ou après la situation similaire de la Lune près du solstice d'hiver, observée par Ptolémée (V 13) en octobre 135. Ces observations doivent donc avoir été faites à l'été 126 ou au printemps 145. »

2 Selon Toomer, le 1er octobre 135.

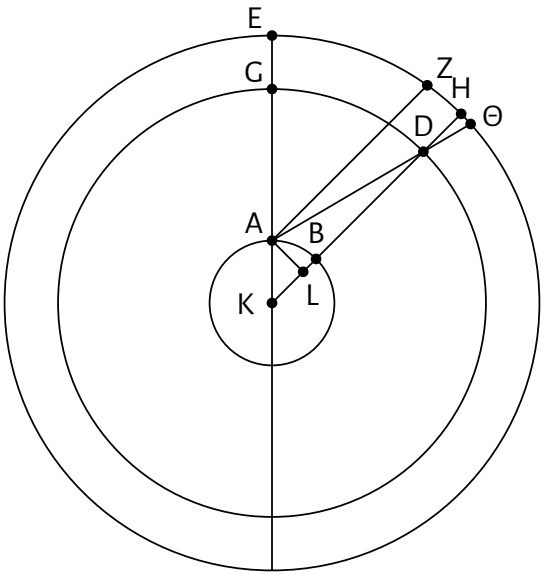
de la Lune à la distance [Terre–Lune] à cette occasion était de 1° 07′ le long du grand cercle passant par la Lune et les pôles de l'horizon, alors que sa vraie distance au zénith était de 49° 48′.

Ceci bien établi, traçons dans le plan du grand cercle passant par les pôles de l'horizon et de la Lune les grands cercles suivants, de centre commun : AB pour la Terre, GD pour celui passant par le centre de la Lune au moment de l'observation, et EZHΘ en comparaison duquel la Terre a la taille d'un point. Soit K le centre commun de tous ces cercles, et KAGE la droite passant par les points verticaux [au zénith]. Supposons que la Lune, en D, soit à 49° 48′ du zénith comme déterminé, et joignons KDH et ADΘ. À partir du point A, qui représente le lieu d'où nous observions, traçons AL perpendiculaire à KB, et AZ parallèle à KH.

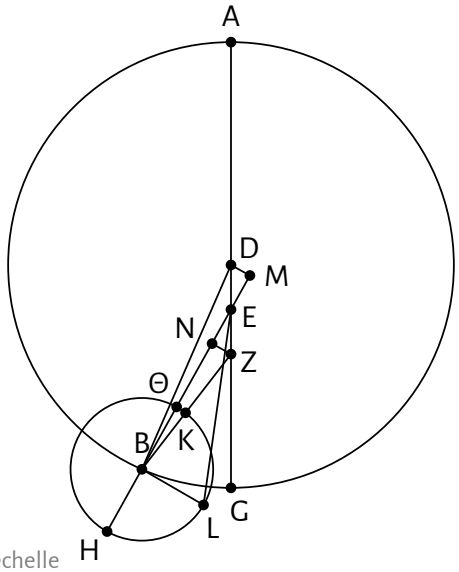
Il est évident que, pour une personne au point A, la parallaxe de la Lune était l'arc HΘ, de 1° 07′, selon [le calcul fait à partir de] l'observation. Mais puisque l'arc ZΘ n'est pas plus grand que l'arc HΘ (car la Terre entière est comme un point par rapport au cercle EZHΘ), l'arc ZHΘ est à peu près le même, soit aussi 1° 07′. Ainsi, puisque le point A n'est pas différent pour la peine du centre du cercle ZΘ, ∠ ZAΘ = 1° 07′ où quatre angles droits font 360°, ou 2;14$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, et ∠ ADL = ∠ ZAΘ = 2;14$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle ADL, arc AL = 2;14° et Crd arc AL = 2;21^{p} où l'hypoténuse AD = 120^{p}. Mais LD est presque égal à AD, donc où LA = 2;21^{p}, LD ≈ 120^{p}.

Nous avons aussi supposé que arc GD = 49° 48′, donc l'angle au centre du cercle, ∠ GKD = 49° 48′ où quatre angles droits font 360°, ou 99;36$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle ALK, arc AL = 99° 36′ et le reste, arc LK = 80° 24′ [son supplément]. Par conséquent, les cordes correspondantes AL = 91;39^{p} et LK = 77;27^{p} où l'hypoténuse AK = 120^{p}. Donc où AK, le rayon de la terre, mesure 1^{p}, AL = 0;46^{p} et KL = 0;39^{p}. Mais où AL = 2;21^{p}, LD, comme démontré, mesure 120^{p}. Par conséquent, où AL = 0;46^{p}, LD = 39;06^{p}. Mais KL = 0;39^{p} et le rayon de la Terre KA = 1^{p}, donc où KA, le rayon de la Terre, vaut 1^{p}, la droite entière KLD [par addition], qui est la distance de la Lune lors de l'observation, vaut 39;45^{p} [rayons terrestres].

Ceci démontré, soit ABG le cercle excentrique de la Lune, avec centre D et diamètre ADG, sur lequel E est pris comme centre de l'écliptique, et



Pas à l'échelle



Pas à l'échelle

Z comme la direction [du diamètre moyen de l'apogée] de l'épicycle. Traçons l'épicycle, HΘKL, autour du point B, et joignons HBΘE, BD, et BKZ. Soit L la position de la Lune lors de cette observation. Traçons des perpendiculaires à BE, soit DM à partir de D et ZN à partir de Z[1]. Puis puisque, au moment de l'observation, la valeur de l'élongation était de 78° 13', et pour les raisons mentionnées ci-dessus, il s'ensuit que ∠ AEB = 156° 26' où quatre angles droits font 360°, et ∠ ZEN = ∠ DEM feront chacun le reste, soit 23° 34' où quatre angles droits font 360°, ou 47;08ω où deux angles droits font 360ω. Ainsi, dans les cercles circonscrits, de 360°, aux triangles rectangles correspondants [ZEN et DEM], puisque DE = EZ et que arc DM = arc ZN = 47° 08', alors arc EM = arc EN = 132° 52' [suppléments]. Par conséquent, les cordes correspondantes DM = ZN = 47;59p et EM = EN = 110;00p où hypoténuse DE = hypoténuse EZ = 120p. Par conséquent, où DE = EZ = 10;19p et DB, le rayon de l'excentrique, est de 49;41p, chacune des droites DM = ZN = 4;08p et chacune des droites EM = EN = 9;27p. Et puisque $BM^2 = BD^2 - DM^2$, alors BM = 49;31p et BE = [BM − EM =] 40;04p, et le reste [par soustraction de EN de BE], BN = 30;37p où ZN = 4;08p. Conséquemment, puisque $BN^2 + ZN^2 = BZ^2$, l'hypoténuse BZ = 30;54p. Donc, dans le cercle circonscrit, de 360°, au triangle rectangle BZN, où l'hypoténuse BZ = 120p, la droite ZN = 16;02p et l'arc ZN = 15° 21'. Il s'ensuit donc que ∠ ZBN = 15;21ω où deux angles droits font 360ω, soit environ 7° 40' où quatre angles droits font 360°. Ceci [7;40°] est donc la taille de l'arc ΘK de l'épicycle.

En outre, la distance de la Lune à l'apogée moyen de l'épicycle au moment de l'observation était de 262° 20', et donc sa distance de K, le périgée moyen, était de 82° 20' (par soustraction d'un demi-cercle), ce qui fait que arc KL = 82° 20' et l'arc entier ΘKL = [arc ΘK + arc KL =] 90° — donc, ∠ ΘBL est un angle droit. Ainsi, puisque $EL^2 = BL^2 + EB^2$, et où DB, le rayon de l'excentre, vaut 49;41p et BL, le rayon de l'épicycle, vaut 5;15p, EB, comme nous l'avons montré = 40;04p, alors EL = 40;25p.

La distance de la Lune en longitude lors de l'observation est donc de 40;25p, où BL, le rayon de l'épicycle, est de 5;15p et où EA, la distance du centre de la Terre à l'apogée de l'excentrique, est de 60p, et où EG, la distance du centre de la Terre au périgée de l'excentrique, est 39;22p.

Mais nous avons démontré que la distance de la Lune lors de l'observation, c'est-à-dire EL, était de 39;45p où le rayon de la Terre est 1p, donc où EL, la distance de la Lune lors de l'observation, est 39;45p et le rayon de la terre est 1p, la distance moyenne aux syzygies EA = 59;00p, et la distance moyenne aux dichotomies [quadratures] EG = 38;43p, et le rayon de l'épicycle = 5;10p.

14. De la proportion des diamètres apparents du Soleil, de la Lune, et de l'ombre aux syzygies

Maintenant que nous avons démontré les distances de la Lune, la suite naturelle est de démontrer également celles du Soleil. Cela aussi peut facilement être réalisé géométriquement, si on nous donne, en plus des distances de la Lune aux syzygies, les tailles des angles formés à l'œil par les diamètres du Soleil, de la Lune, et de l'ombre.

Nous avons rejeté, des méthodes utilisées pour résoudre ce problème, toutes celles qui

1 Halma sous-entend ici que BE est prolongé *tant pour* DM que pour ZN, ce qui n'est pas le cas, vu que N est entre B et E. Toomer a corrigé cela. D'un autre côté, Halma mentionne de joindre LE et LB, ce qui n'est pas mentionné par Toomer bien que son diagramme comporte ces deux droites.

Ptolémée ne détaille pas la construction de cet instrument, mais d'autres sources ont permis la reconstruction ci-dessous. Deux styles de curseurs sont possibles : un plein, qui convient à la Lune, ainsi qu'un troué, qui convient plus au Soleil.

La seconde image montre une vue simulée à travers l'instrument. Le demi-disque gris près du centre est la Lune. En utilisant l'instrument, on fait glisser le curseur jusqu'à ce que son diamètre apparent soit le même que celui de la Lune.

prétendaient mesurer le Soleil ou la Lune en mesurant l'écoulement de l'eau [d'une clepsydre] ou par les temps de lever [du Soleil ou de la Lune] à l'équinoxe, puisque de telles méthodes ne peuvent pas fournir une mesure précise. Au lieu de cela, nous avons construit l'instrument décrit par Hipparque, qui utilise une tige de quatre coudées, et, en observant avec, nous avons constaté que le diamètre du Soleil sous-tend toujours approximativement le même angle, sans différence notable due à [la variation de] sa distance, mais que la Lune sous-tend le même angle que le Soleil uniquement lorsqu'elle est à sa plus grande distance de la Terre (c'est-à-dire l'apogée de l'épicycle) à la pleine Lune, et non à sa distance moyenne, comme le supposaient mes prédécesseurs [1]. En outre, nous avons constaté que les angles eux-mêmes sont plus petits que ceux traditionnellement acceptés ; ceci non pas en calculant la mesure à l'instrument, mais d'après certaines éclipses lunaires. En effet, il était possible de déterminer facilement, grâce à l'instrument, lorsque les deux diamètres étaient identiques, puisqu'une telle détermination n'implique aucune mesure réelle. Mais pour ce qui est de la valeur absolue [de l'angle sous-tendu], elle nous semblait douteuse, puisque la mesure impliquant le positionnement de la pinnule sur la longueur de la tige partant de l'œil peut être imprécise. Cependant, quand la Lune à sa plus grande distance sous-tendait le même angle à l'œil que le Soleil, nous avons calculé la taille de l'angle qu'elle sous-tend à partir des observations d'éclipses lunaires dans lesquelles la Lune était [proche de sa plus grande] distance, et ainsi obtenu, par le fait même, la taille de l'angle sous-tendu par le Soleil. Nous allons expliquer la méthode de procédure en cela au moyen de deux des éclipses utilisées.

Dans la cinquième année de Nabopolassar, qui est la 127e année de l'ère de Nabonassar, à la fin de la onzième heure du 27 au 28 du mois égyptien d'Athyr [2], à Babylone, la Lune a commencé à être éclipsée ; l'obscurcissement maximal a été de ¼ du diamètre depuis le sud. Puisque l'éclipse a commencé 5 heures saisonnières après minuit, et que le milieu arriva à environ 6 heures [saisonnières après minuit] — ce qui correspond à 5⅝ heures équinoxiales à Babylone à cette date, puisque la vraie position du Soleil était de 27° 03′ du Bélier —, il est clair que la mi-éclipse, donc le moment où l'obscurcissement est maximal, s'est produite 5⅝ heures équinoxiales après minuit à Babylone, et exactement 5 heures après minuit à Alexandrie.

Le temps écoulé depuis l'époque est de 126 années égyptiennes, 86 jours, 17 heures équinoxiales comptées simplement, ou

1 Cela supposerait toutefois que les éclipses annulaires seraient impossibles, ce qui n'est évidemment pas le cas.
2 Selon Toomer, le 21/22 avril –620.

16¾ heures équinoxiales en jours solaires moyens. La position moyenne en longitude de la Lune était alors de 25° 32′ de la Balance ; sa position vraie en longitude, de 27° 05′ de la Balance ; sa distance [anomalie] à l'apogée de l'épicycle, de 340° 07′, et sa distance [argument de latitude] de la limite nord de son cercle incliné, de 80° 40′. Il est clair que lorsque le centre de la Lune près de sa plus grande distance est à 9⅓° du nœud, mesuré le long de son cercle incliné, et que le centre de l'ombre se trouve sur le grand cercle qui passe par le centre de la Lune à angle droit avec ce cercle (qui est la situation dans laquelle se produit le plus grand obscurcissement), ¼ du diamètre de la Lune est alors immergé dans l'ombre.

L'autre éclipse a eu lieu dans la septième année de Cambyse [II], qui est la 225e année de Nabonassar, dans la nuit du 17 au 18 du mois égyptien de Phaminoth [1], 1⅚ heure [équinoxiale] avant minuit à Babylone. La moitié du diamètre [lunaire] a été obscurci depuis le nord. Cette éclipse s'est donc produite environ 1⅚ heure équinoxiale avant minuit à Alexandrie. Le temps écoulé depuis l'époque était de 224 années égyptiennes, 196 jours, 10½ heures équinoxiales comptées simplement, 9⅝ heures équinoxiales comptées avec précision, puisque la position du Soleil était de 18° 12′ du Cancer).

La position moyenne de la Lune en longitude était alors de 20° 22′ du Capricorne ; sa position vraie en longitude, de 18° 14′ du Capricorne ; sa distance [anomalie] à l'apogée de l'épicycle, de 28° 05′ ; et sa distance [argument de latitude] depuis la limite nord de son cercle incliné, de 262° 12′. Il est donc évident que, le centre de la Lune étant, à nouveau près de sa plus grande distance, à 7⅘° du nœud, tel que mesuré le long de son cercle incliné, et que le centre de l'ombre a la même position par rapport à elle qu'avant, la moitié du diamètre de la Lune est immergé dans l'ombre.

Cette éclipse est mentionnée sur une tablette cunéiforme (ci-dessous ; c'est l'une des deux seules éclipses mentionnées dans l'Almageste qui ont été identifiées parmi celles mentionnées dans les tablettes cunéiformes publiées jusqu'à maintenant — l'autre a déjà été mentionnée), dans les quatrième et troisième lignes à partir du bas. Le texte original est :

šattu 7 *Dūzu mūši* 14 1⅔ KAS.BU *mūši illikū* [MI DU]

Sin atalū gamru [TIL] *iššakan i-ṣi i-ri-ḫi iltānu izziz* [***]

Selon Franz Xaver Kugler (lien en anglais) qui fut le premier à la publier, la traduction est la suivante :

Année 7, mois IV, nuit du 14, 1⅔ heure double après le début de la nuit une éclipse lunaire ; visible tout au long [du phénomène] ; elle était éclipsée depuis le nord sur plus de la moitié.

Abraham Sachs, dans une communication privée à John Phillips Britton publiée par ce dernier, opte plutôt pour :

Année 7, mois IV, nuit du 14, 1⅔ heure double dans la nuit une éclipse lunaire «totale» a eu lieu [avec seulement] un peu qui restait [non éclipsé]. Le vent du nord soufflait.

Tablette BM 33066. © The Trustees of the British Museum

1 Selon Toomer, le 16/17 juillet –522.

Quand le centre de la Lune est à 9⅓° du nœud le long du cercle incliné, il est à 48½' de l'écliptique le long du grand cercle passant par lui et perpendiculaire au cercle incliné. Quand, au contraire, il est à 7⅘° du nœud le long du cercle incliné, il est à 40⅔' de l'écliptique sur le grand cercle passant par lui et perpendiculaire au cercle incliné. Donc, puisque la différence entre [les tailles] des deux éclipses est du quart du diamètre de la Lune, et que la différence entre les distances [mentionnées ci-dessus] du centre de la Lune à l'écliptique — c'est-à-dire du centre de l'ombre — est de [48½ – 40⅔ =] 7⅚', le diamètre total de la Lune sous-tend donc un arc de grand cercle de [4 × 7⅚=] 31⅓'.

À partir de ces données, nous voyons clairement que le rayon de l'ombre à la plus grande distance de la Lune sous-tend 40⅔', car lorsque le centre de la Lune était à cette distance [40⅔'] du centre de l'ombre, il touchait le [bord du] cercle de l'ombre, puisque la moitié du diamètre de la Lune était alors éclipsée. C'est à peine moins que 2⅗ du rayon de la Lune, qui est de 15⅔'. Par d'autres observations similaires, nous avons trouvé des valeurs qui sont en accord avec celles-ci ; c'est pourquoi nous les utilisons, à la fois pour traiter des éclipses que dans la démonstration suivante de la distance solaire, qui sera dans le même sens que celle suivie par Hipparque. Une autre présupposition [de cette démonstration] est que les cercles du Soleil, de la Lune, et de la terre entourés par les cônes sont essentiellement les mêmes que les grands cercles de leurs sphères, et les diamètres aussi.

15. De la distance du Soleil, et des conséquences de sa démonstration

Avec ces données, et sachant que la plus grande distance de la Lune aux syzygies est de 64;10 unités où le rayon de la Terre est de 1 (vu que nous avons démontré que sa distance moyenne est de 59 de ces unités et que le rayon de l'épicycle est de 5;10), voyons la grandeur de la distance du Soleil qui en résulte.

Soient les grands cercles suivants, situés dans le même plan : ABG pour le Soleil, de centre D ; EZH pour la Lune à sa plus grande distance, de centre Θ ; et KLM pour la Terre, de centre N. Soient aussi les plans passant par les centres : AXG passant par les centres de la Terre et du Soleil [dans le cône tangent], et ANG passant par les centres du Soleil et de la Lune [dans le cône tangent], avec DΘNX comme axe commun. Soient enfin les droites passant par les points de tangence, qui sont évidemment parallèles entre elles, et qui sont sensiblement égales aux diamètres : ADG pour le cercle solaire, EΘH sur le cercle lunaire, KNM sur le cercle terrestre, et OPR sur le cercle de l'ombre dans laquelle la Lune est plongée à sa plus grande distance — de sorte que ΘN est égale à NP, et chacune d'elles vaut 64;10 unités où NL, le rayon de la Terre, vaut 1. La question est de trouver le rapport entre ND, la distance du Soleil, et NL, le rayon de la Terre.

Prolongeons donc EH jusqu'à [rencontrant XG à] S. Puisque nous avons démontré que, la plus grande distance aux syzygies, le diamètre de la Lune sous-tend 0° 31' 20" du cercle (de 360°) tracé par la Lune autour du centre de la Terre, alors ∠ ENH = 0° 31' 20" où quatre angles droits font 360°, et ∠ ΘNH = ½ ∠ ENH = 0;31,20$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$.

Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle NHΘ, arc ΘH = 0° 31' 20" et le restant, arc ΘN = 179° 28' 40" [son supplément]. Par conséquent, les cordes correspondantes HΘ = 0;32,48^{p} et NΘ ≈ 120^{p} où le diamètre NH = 120^{p}. Donc, où NΘ = 64;10, ΘH = 0;17,33, et NM, le rayon de la Terre, vaut 1 dans les mêmes unités. Mais puisque PR : ΘH ≈ 2;36 : 1, alors PR = 0;45,38 dans les mêmes unités. Donc

ΘH + PR = 1;03,11 où NM = 1. Mais les deux droites PR + ΘS = 2, puisque PR + ΘS = 2NM — puisque, comme nous l'avons dit, toutes ces droites sont parallèles, et NP = NΘ. Par conséquent, le reste [par soustraction de (PR + ΘH) de (PR + ΘS)], HS = 0;56,49 où NM = 1. Et NM : HS = NG : HG = ND : ΘD, donc où ND = 1, DΘ = 0;56,49, et, par soustraction, ΘN = 0;03,11. Par conséquent, où NΘ = 64;10 et NM = 1, la distance du Soleil, ND ≈ 1 210.

Pareillement, comme nous l'avons démontré, PR = 0;45,38 où NM = 1, et NM : PR = NX : XP, donc, où NX = 1, XP = 0;45,38, et le reste [par soustraction] PN = 0;14,22. Donc où PN = 64;10 et NM, le rayon terrestre, vaut une unité, XP ≈ 203;50, et, par addition, XN = 268.

De tout cela, nous concluons que, là où le rayon de la Terre est de 1, la distance moyenne de la Lune aux syzygies est de 59, la distance du Soleil est de 1 210, et la distance du centre de la Terre au sommet du cône d'ombre est de 268 [1].

16. De la taille du Soleil, de la Lune, et de la Terre

Partant de cela, les rapports des autres tailles [volumes] sont faciles à déterminer d'après les [rapports des] diamètres du Soleil, de la Lune, et de la Terre. Car, puisque nous avons démontré que, où NM, le rayon de la Terre, vaut 1, le rayon de la Lune, ΘH = 0;17,33 et NΘ = 64;10, et puisque NΘ : ΘH = ND : DG, et que nous avons démontré que ND = 1 210 des mêmes rayons terrestres, le rayon du Soleil, DG ≈ 5½ des mêmes unités. Les rapports des diamètres seront donc les mêmes. Ainsi, où le diamètre de la Lune est de 1, le diamètre de la Terre est d'environ 3⅖ et celui du Soleil de 18⅘. Le diamètre de la Terre est donc de 3⅖ fois celui de la Lune, et celui du Soleil est de 18⅘ fois [celui de la Lune], et de 5½ fois celui de la Terre.

Or, puisque $1^3 = 1$, et $3\frac{2}{5}^3 \approx 39\frac{1}{4}$, et $18\frac{4}{5}^3 \approx 6\,644\frac{1}{2}$, nous concluons que, là où le volume de la Lune est de 1, le volume de la Terre est de 39¼ et celui du Soleil de 6 644½. Le volume du Soleil est donc environ 170 fois celui de la Terre [2].

17. Des parallaxes individuelles du Soleil et de la Lune

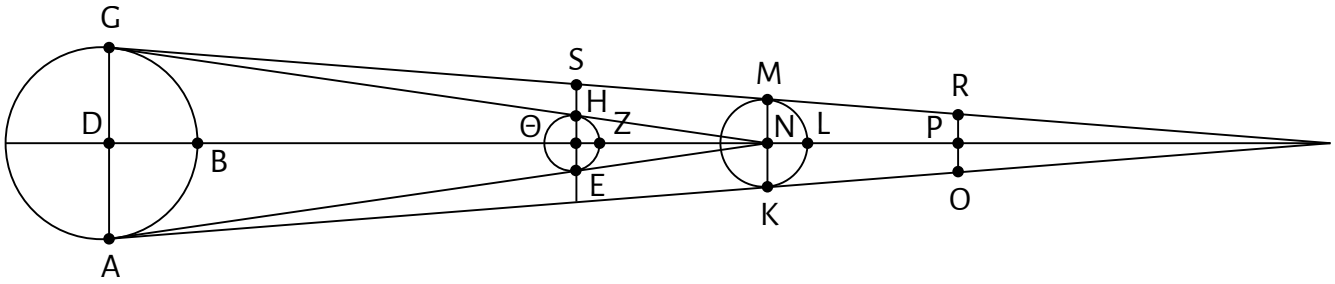
L'étape suivante est de démontrer la méthode à utiliser pour calculer les parallaxes individuelles du Soleil et de la Lune à partir de leurs distances ; d'abord, traitons de celles par rapport au grand cercle tracé par le zénith et l'astre.

Soient, dans le plan de ce grand cercle : le grand cercle AB représentant la Terre, le grand cercle GD représentant la trajectoire du Soleil ou de la Lune, et le grand cercle EZHΘ auquel la Terre porte le rapport d'un point. Soit K le centre de tous ces cercles, et KAGE le diamètre passant par les points verticaux [zénith et nadir]. Prenons un arc GD depuis le point vertical G, par exemple, de 30° (d'un cercle de 360°), et dessinons KDH et ADΘ. À partir de A, traçons AZ parallèle à KH, et AL perpendiculaire [à KH].

Puisque aucun des deux astres ne reste toujours à la même distance — bien que la différence résultante dans les parallaxes du Soleil sera très petite et imperceptible, puisque l'excentricité de

1 La Lune est en fait distante de 60 rayons terrestres en moyenne ; Ptolémée ne s'est virtuellement pas trompé sur ce point. Sa mesure du cône d'ombre est légèrement moins précise ; la valeur réelle est d'environ 220 (≈ 20 % d'erreur). Toutefois, le Soleil à environ 23 455 rayons terrestres de la Terre, soit une erreur d'un facteur de près de 20 !

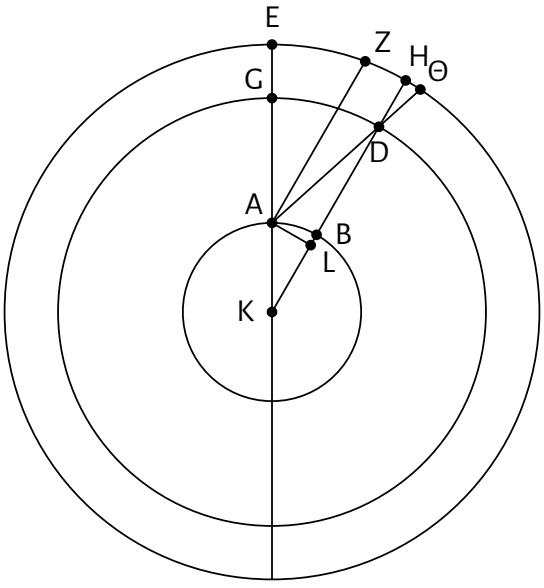
2 En fait, la Terre est environ 49 fois plus volumineuse que la Lune, et le Soleil est environ 64,2 millions de fois plus volumineux que la Lune, donc environ 1,3 million de fois plus volumineux que la Terre.



Pas à l'échelle

son cercle est petite et sa distance grande, mais que pour la Lune, la différence résultante est très sensible, tant à cause de son mouvement sur son épicycle qu'à cause de celui de l'épicycle sur l'excentrique, chacun ne produisant pas une petite différence de distance. Nous ne démontrerons donc les parallaxes solaires que pour un seul rapport, à savoir 1 210 : 1, mais pour démontrer celles de la Lune, nous utiliserons quatre rapports convenant le mieux aux méthodes à venir. Les deux premiers sont lorsque l'épicycle est à l'apogée de l'excentrique :

- [Première limite :] La distance à l'apogée de l'épicycle, qui est, selon notre démonstration précédente, de 64;10 rayons terrestres ; et



Pas à l'échelle

- [Deuxième limite :] La distance au périgée de l'épicycle, que nous calculons comme étant [59;00 – 5;10 =] 53;50 rayons terrestres.

Les deux secondes sont lorsque l'épicycle est au périgée de l'excentrique :

- [Troisième limite :] La distance à l'apogée de l'épicycle, que nous avons démontrée être de [38;43 + 5;10 =] 43;53 rayons terrestres ;

- [Quatrième limite :] La distance au périgée de l'épicycle, que nous calculons comme étant [38;43 – 5;10 =] 33;33 rayons terrestres.

Alors, puisque l'arc GD = 30°, par hypothèse, ∠ GKD = 30° où quatre angles droits font 360°, 60^{ω} où deux angles droits font 360^{ω}. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AKL, arc AL = 60°, et le reste, arc KL = 120° [son supplément]. Par conséquent, les cordes correspondantes AL = 60^{p} et KL = $103;55^{p}$ où le diamètre AK = 120^{p}. Donc, où AK = 1^{p}, AL = $0;30^{p}$ et KL = $0;52^{p}$. Et, dans les mêmes unités :

KLD =	1210^{p}	pour la distance du Soleil
	$64;10^{p}$	pour la 1re limite de la Lune
	$53;50^{p}$	pour la 2e limite de la Lune
	$43;53^{p}$	pour la 3e limite de la Lune
	$33;33^{p}$	pour la 4e limite de la Lune

Et, par soustraction, LD [= KLD – KL], qui est le même que AD, puisque la différence est imperceptible :

AD = 1 209;08^{p} pour la distance du Soleil
63;18^{p} pour la 1re limite de la Lune
52;58^{p} pour la 2e limite de la Lune
43;01^{p} pour la 3e limite de la Lune
32;41^{p} pour la 4e limite de la Lune

Par conséquent, où hypoténuse AD = 120^{p}, alors — en supposant le même ordre, pour éviter les répétitions :

AL = 0;02,59^{p} [Soleil]
0;56,52^{p} [Lune, 1re limite]
1;07,58^{p} [Lune, 2e limite]
1;23,41^{p} [Lune, 3e limite]
1;50,09^{p} [Lune, 4e limite]

Donc dans le cercle autour du triangle rectangle DLA :

arc AL = 0;02,50° [Soleil]
0;54,18° [Lune, 1re limite]
1;04,54° [Lune, 2e limite]
1;20° [Lune, 3e limite]
1;45° [Lune, 4e limite]

Conséquemment,

∠ ADB = ∠ ZAΘ = 0;02,50$^{\infty}$ [Soleil]
0;54,18$^{\infty}$ [Lune, 1re limite]
1;04,54$^{\infty}$ [Lune, 2e limite]
1;20$^{\infty}$ [Lune, 3e limite]
1;45$^{\infty}$ [Lune, 4e limite]

où deux angles droits font 360$^{\infty}$

0;01,25° [Soleil]
0;27,09° [Lune, 1re limite]
0;32,27° [Lune, 2e limite]
0;40° [Lune, 3e limite]
0;52,30° [Lune, 4e limite]

où quatre angles droits font 360°.

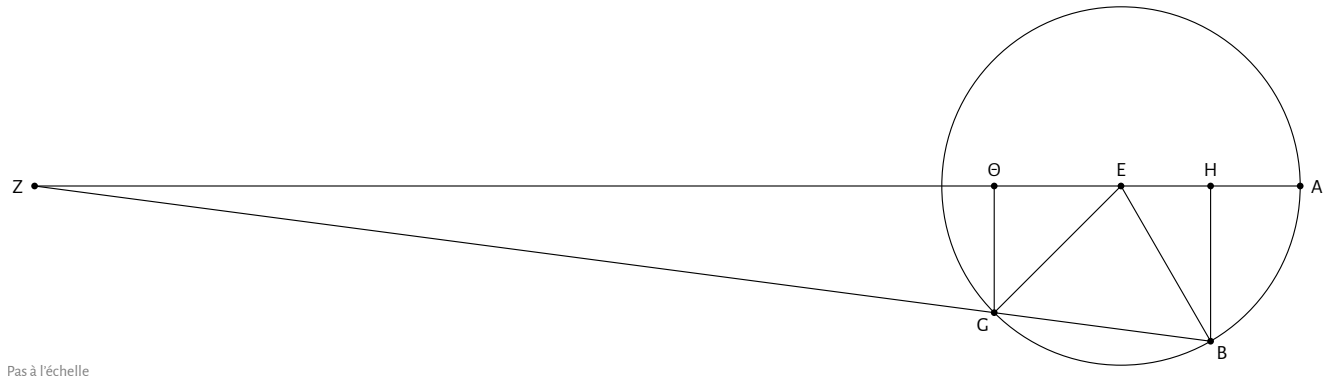
Donc, le point A se confond donc avec le centre K, et l'arc ZHΘ n'est presque pas différent de l'arc HΘ — parce que la Terre entière a le rapport d'un point au cercle EZHΘ —, dans le cercle EZHΘ de 360°, l'arc de parallaxe :

arc HΘ = 0;01,25° pour la distance du Soleil
0;27,09° pour la 1re limite de la Lune
0;32,27° pour la 2e limite de la Lune
0;40° pour la 3e limite de la Lune
0;52,30° pour la 4e limite de la Lune

Nous avons de cette manière calculé les parallaxes pour les autres distances zénithales (à intervalles de 6° jusqu'aux 90° du quadrant), et construit un tableau des diverses parallaxes, en 45 lignes et 9 colonnes. Dans la première [colonne], nous mettons les 90 degrés du quadrant, à intervalles de deux degrés ; dans la deuxième, les soixantièmes [minutes] de parallaxe solaire correspondant à chaque argument ; dans la troisième, la parallaxe lunaire à la première limite ; dans la quatrième, la différence de parallaxe entre la deuxième limite lunaire et la première limite ; dans la cinquième, la parallaxe à la troisième limite lunaire ; et dans la sixième, la différence entre la parallaxe à la quatrième limite lunaire et la troisième limite. Par exemple, pour un argument de 30°, on trouve 0;01,25° pour le Soleil ; 0;27,09° pour la première limite de la Lune ; 0;05,18° de différence entre la deuxième limite et la première ; 0;40° pour la troisième limite ; et enfin 0;12,30°, qui est la différence entre la quatrième limite et la troisième.

Afin de pouvoir calculer aisément les parallaxes intermédiaires pour les distances [de la Lune] intermédiaires entre l'apogée et le périgée [de l'excentrique et de l'épicycle] à partir des parallaxes tabulées aux quatre limites ci-dessus, en utilisant les minutes [d'interpolation], nous avons ajouté les trois colonnes restantes pour tenir compte de ces différences. Voici comment nous avons calculé ces colonnes.

Soit ABGD l'épicycle de la Lune, avec pour centre E, et soit Z le centre de l'écliptique et de la Terre. Joignons [ZE avec la ligne] AEDZ, traçons



Pas à l'échelle

ZGB, joignons BE et GE, et traçons les droites perpendiculaires à AD, BH à partir de B, et GΘ à partir de G. Supposons d'abord que l'arc AB, qui représente la distance de la Lune à l'apogée vrai A [de l'épicycle] mesurée depuis le centre Z, est, par exemple, de 60°. Ainsi, ∠ BEH = 60° où quatre angles droits font 360°, ou 120$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEH, arc BH = 120° et arc EH = 60° qui restent [son supplément].

Par conséquent, les cordes correspondantes BH = 103;55^{p} et EH = 60^{p}, où le diamètre EB = 120^{p}. Mais quand le centre E de l'épicycle est à l'apogée de l'excentrique, ZE : EB = 60 : 5;15. Par conséquent, si nous prenons EB = 5;15^{p}, nous avons alors BH = 4;33^{p}, EH = 2;38^{p}, et la droite entière [par addition de EH à EZ], HEZ = 62;38^{p}. Aussi, puisque ZB^{2} = ZH^{2} + HB^{2}, alors ZB = 62;48^{p}, où la distance de la première limite, ZA = 65;15^{p}, la distance de la deuxième limite, ZD = 54;45^{p}, et la différence entre les deux limites, AD = 10;30^{p}.

Par conséquent, la différence en B par rapport à la première limite est de [65;15 – 62;48 =] 2;27^{p} où la différence totale est de 10;30^{p}. Par conséquent, où la différence totale est de 60^{p}, la différence en B sera de 14;00^{p}. Ceci [14;00] est donc le montant que nous inscrirons dans la septième colonne sur la ligne [correspondant à l'argument] de la moitié du nombre 60, soit 30, puisque les 90 degrés de la première colonne du tableau contiennent la moitié des 180 degrés de A à D.

Suivant le même raisonnement, si nous supposons que l'arc GD a la même taille [que l'arc AB ci-dessus], soit 60°, nous montrerons que GΘ = 4;33^{p} et EΘ = 2;38^{p}, où le rayon EG = 5;15^{p}. De même, par soustraction [de EΘ de ZE], ZΘ = 57;22^{p}. Donc l'hypoténuse ZG = [$\sqrt{51;22^{2} + 4;33^{2}}$ =] 57;33^{p}. Nous soustrayons à nouveau ceci des 65;15^{p} de la première limite, et trouvons que le résultat, 7;42^{p}, équivaut à 44;00 soixantièmes de la différence totale. C'est ce que nous inscrirons dans la même [septième] colonne en face de l'argument 60, puisque l'arc ABG = 120°.

Avec les mêmes arcs [AB et GD] comme base, supposons maintenant que le centre E soit au périgée de l'excentrique, qui est la position définissant les troisième et quatrième limites. Dans cette position, ZE : EB = 60 : 8 ; par conséquent, où BE = 8^{p}, et en supposant que l'arc AB et l'arc GD mesurent 60°, BH = GΘ = 6;56^{p} et EH = EΘ = 4;0^{p} où ZE = 60^{p}. Ainsi, ZH = [ZE + EH =] 64^{p} et ZΘ = [ZE – EH =] 56^{p} ; donc l'hypoténuse ZB = [$\sqrt{ZH^{2} + BH^{2}}$ =] 64;23^{p} et l'hypoténuse ZG = [$\sqrt{Z\Theta^{2} + G\Theta^{2}}$ =] 56;26^{p}, où la [distance de] la troisième limite, ZA = 68^{p}, et la différence entre les troisième et quatrième limites, AD = 16^{p}.

Maintenant, 68^{p} – 64;23^{p} = 3;37^{p}, soit 13;33 soixantièmes de la différence totale, 16^{p}. On inscrit ce montant [13;33] dans la huitième

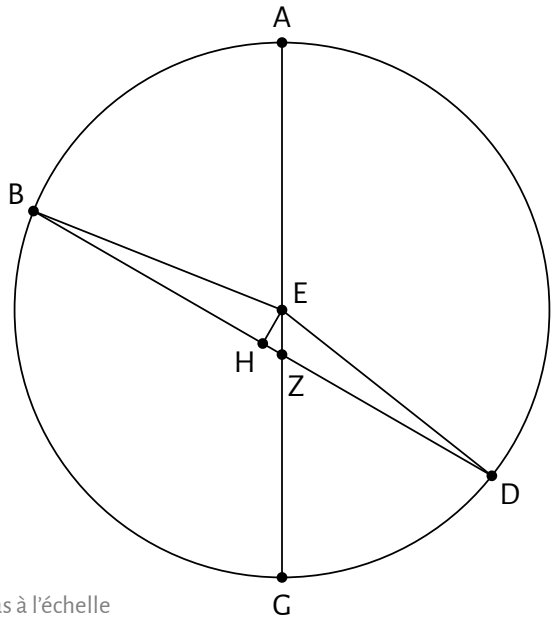
colonne en face de l'argument 30, de la même manière que précédemment.

Aussi, $68^p - 56;26^p = 11;34^p$, soit 43;24 soixantièmes de la différence totale, 16^p. Ce montant, nous l'inscrivons, de même, dans la huitième colonne en face de l'argument 60.

C'est donc ainsi que nous trouverons les corrections calculées pour le mouvement de la Lune sur l'épicycle. Les corrections pour le mouvement de l'épicycle sur l'excentrique [quant à elles] seront dérivées comme suit.

Soit ABGD, l'excentrique de la Lune, avec pour centre E et diamètre AEG, sur lequel Z représente le centre de l'écliptique. Traçons BZD et supposons encore les angles AZB et GZD être de 60° (où quatre angles droits font 360°) — ces situations se produisent à des élongations de 30° (lorsque le centre de l'épicycle est en B) et de 120° (lorsque le centre de l'épicycle est en D). Joignons BE et ED, et traçons, à partir de E, la droite EH perpendiculaire à BZD.

Alors, puisque $\angle BZA = 120^{\circ\circ}$ où deux angles droits font $360^{\circ\circ}$, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle EZH, l'arc EH = 120° et l'arc ZH = 60° restant [son supplément]. Donc les cordes correspondantes $EH = 103;55^p$ et $HZ = 60^p$ où l'hypoténuse $EZ = 120^p$. Ainsi, vu que la distance entre les centres [l'excentricité] $EZ = 10;19^p$ et que le rayon de l'excentrique est de $49;41^p$, $EH = 8;56^p$ et $ZH = 5;10^p$. Et puisque $BH^2 = BE^2 - EH^2$, $BH = DH = 48;53^p$ dans les mêmes unités. Donc, la droite entière [par addition de ZH à BH] $ZB = 54;03^p$, et, par soustraction [de ZH de DH], $ZD = 43;43^p$ où [la distance pour] les [deux] premières limites, $ZA = 60^p$, [la distance pour] les [deux] dernières limites, $ZG = 39;22^p$, et la différence entre elles est de $20;38^p$.



Pas à l'échelle

Maintenant $60^p - 54;3^p = 5;57^p$, soit 17;18 soixantièmes de la différence totale de $20;38^p$; et $60^p - 43;43^p = 16;17^p$, soit 47;21 soixantièmes de la différence totale de $20;38^p$. Nous inscrirons donc 17;18 dans la neuvième colonne en face de l'argument 30° d'élongation, et 47;21 en face de 120°, c'est-à-dire encore en face de 60° ; car, puisque le périgée [de l'excentrique] est à 90° [d'élongation], une élongation de 60° équivaut en distance à une élongation de 120°.

De la même manière, nous avons calculé les soixantièmes [les minutes] des écarts sur les trois intervalles en question pour les autres arcs. Nous avons effectué le calcul à des intervalles de 12°, ce qui correspond à 6° dans les arguments du tableau, puisque les 180° de l'apogée [de l'épicycle ou de l'excentrique] au périgée correspondent aux 90° de [la colonne de l'argument dans] le tableau. Nous avons inscrit ces minutes, calculées géométriquement, en face de l'argument approprié. Nous avons dérivé les entrées pour les arguments intermédiaires par interpolation linéaire sur les intervalles de 6°, car la différence entre les résultats ainsi dérivés et le calcul géométrique [précis] est négligeable sur un intervalle aussi court, tant pour les minutes que pour les parallaxes réelles.

Le tableau est le suivant.

18. Tableau des parallaxes [1]

1	2			3			4			5			6			7		8		9	
Arguments	Parallaxes solaires			Parallaxe lunaires à la première limite			Différences à la seconde limite lunaire			Parallaxes lunaires à la troisième limite			Différences à la quatrième limite lunaire			Soixantièmes pour l'épicycle à l'apogée		Soixantièmes pour l'épicycle au périgée		Soixantièmes pour l'excentrique	
2	0	0	7	0	1	54	0	0	23	0	3	0	0	0	50	0	14	0	11	0	15
4	0	0	13	0	3	48	0	0	45	0	6	0	0	1	40	0	28	0	22	0	30
6	0	0	19	0	5	41	0	1	7	0	9	0	0	2	30	0	42	0	33	0	45
8	0	0	25	0	7	34	0	1	29	0	11	40	0	3	20	1	22	1	7	1	33
10	0	0	31	0	9	27	0	1	51	0	14	20	0	4	10	2	2	1	41	2	21
12	0	0	37	0	11	19	0	2	12	0	17	0	0	5	0	2	42	2	15	3	9
14	0	0	42	0	13	10	0	2	33	0	19	40	0	5	50	3	35	3	13	4	22
16	0	0	48	0	15	0	0	2	54	0	22	20	0	6	40	4	28	4	11	5	35
18	0	0	53	0	16	49	0	3	15	0	25	0	0	7	30	5	21	5	9	5	48
20	0	0	58	0	18	36	0	3	36	0	27	40	0	8	20	6	39	6	25	8	25
22	0	1	4	0	20	22	0	3	57	0	30	20	0	9	10	7	57	7	41	10	2
24	0	1	9	0	22	6	0	4	18	0	33	0	0	10	0	9	15	8	57	11	39
26	0	1	14	0	23	49	0	4	39	0	35	20	0	10	50	10	50	10	29	13	32
28	0	1	20	0	25	30	0	4	59	0	37	40	0	11	40	12	25	12	1	15	25
30	0	1	25	0	27	9	0	5	18	0	40	0	0	12	30	14	0	13	33	17	18
32	0	1	30	0	28	46	0	5	37	0	42	20	0	13	20	15	52	15	22	19	23
34	0	1	35	0	30	21	0	5	55	0	44	40	0	14	10	17	44	17	11	21	28
36	0	1	40	0	31	54	0	6	13	0	47	0	0	15	0	19	36	19	0	23	33
38	0	1	44	0	33	24	0	6	30	0	49	0	0	15	40	21	36	20	59	25	40
40	0	1	49	0	34	51	0	6	47	0	51	0	0	16	20	23	36	22	58	27	47
42	0	1	54	0	36	14	0	7	4	0	53	0	0	17	0	25	36	24	57	29	54
44	0	1	58	0	37	37	0	7	20	0	55	0	0	17	40	27	40	27	1	32	0
46	0	2	3	0	38	57	0	7	35	0	57	0	0	18	20	29	44	29	5	34	6
48	0	2	8	0	40	14	0	7	49	0	59	0	0	19	0	31	48	31	9	36	12
50	0	2	12	0	41	28	0	8	3	1	0	40	0	19	40	33	52	33	14	38	9
52	0	2	16	0	42	39	0	8	16	1	2	20	0	20	20	35	56	35	19	40	6
54	0	2	20	0	43	45	0	8	29	1	4	0	0	21	0	38	0	37	24	42	3
56	0	2	23	0	44	48	0	8	42	1	5	20	0	21	20	40	0	39	24	43	49
58	0	2	26	0	45	48	0	8	53	1	6	40	0	21	40	42	0	41	24	45	35
60	0	2	29	0	46	46	0	9	3	1	8	0	0	22	0	44	0	43	24	47	21
62	0	2	32	0	47	40	0	9	13	1	9	20	0	22	20	45	50	45	13	48	49
64	0	2	34	0	48	30	0	9	22	1	10	40	0	22	40	47	40	47	2	50	17
66	0	2	36	0	49	15	0	9	31	1	12	0	0	23	0	49	30	48	51	51	45
68	0	2	38	0	49	57	0	9	39	1	13	0	0	23	10	50	56	50	24	52	57
70	0	2	40	0	50	36	0	9	46	1	14	0	0	23	20	52	22	51	57	54	9
72	0	2	42	0	51	11	0	9	53	1	15	0	0	23	30	53	48	53	30	55	21
74	0	2	44	0	51	44	0	9	59	1	15	40	0	23	40	54	57	54	41	56	12
76	0	2	46	0	52	12	0	10	4	1	16	20	0	23	50	56	6	55	52	57	3
78	0	2	47	0	52	34	0	10	8	1	17	0	0	24	0	57	15	57	3	57	54
80	0	2	48	0	52	53	0	10	11	1	17	20	0	24	10	57	57	57	47	58	26
82	0	2	49	0	53	9	0	10	14	1	17	40	0	24	20	58	39	58	31	58	58
84	0	2	50	0	53	21	0	10	16	1	18	0	0	24	30	59	21	59	15	59	30
86	0	2	50	0	53	29	0	10	16	1	18	20	0	24	40	59	34	59	30	59	40
88	0	2	51	0	53	33	0	10	17	1	18	40	0	24	50	59	47	59	45	59	50
90	0	2	51	0	53	34	0	10	17	1	19	0	0	25	0	60	0	60	0	60	0

1 Une version corrigée de ce tableau figure à la page suivante.

1	2	3	—	4	5	—	6	7	8	9
z	π_S	π_{L1}	π_{L2}	$\pi_{L2} - \pi_{L1}$	π_{L3}	π_{L4}	$\pi_{L4} - \pi_{L3}$	s_A	s_P	s_E
2	0;00,06	0;01,54	0;02,16	0;00,22	0;02,48	0;03,41	0;00,53	0;00,04	0;04	0;05
4	0;00,12	0;03,48	0;04,32	0;00,45	0;05,36	0;07,22	0;01,47	0;00,16	0;15	0;21
6	0;00,18	0;05,41	0;06,48	0;01,07	0;08,23	0;11,02	0;02,40	0;00,36	0;35	0;47
8	0;00,24	0;07,34	0;09,03	0;01,29	0;11,09	0;14,42	0;03,32	0;01,04	1;02	1;24
10	0;00,30	0;09,27	0;11,18	0;01,51	0;13,55	0;18,20	0;04,25	0;01,40	1;36	2;10
12	0;00,35	0;11,19	0;13,31	0;02,13	0;16,40	0;21,57	0;05,17	0;02,24	2;18	3;07
14	0;00,41	0;13,10	0;15,44	0;02,34	0;19,23	0;25,32	0;06,09	0;03,15	3;07	4;12
16	0;00,47	0;15,00	0;17,55	0;02,56	0;22,05	0;29,05	0;07,00	0;04,13	4;03	5;26
18	0;00,53	0;16,48	0;20,05	0;03,17	0;24,45	0;32,35	0;07,51	0;05,18	5;06	6;49
20	0;00,58	0;18,36	0;22,14	0;03,38	0;27,23	0;36,03	0;08,41	0;06,31	6;16	8;19
22	0;01,04	0;20,22	0;24,20	0;03,59	0;29,59	0;39,28	0;09,30	0;07,49	7;32	9;56
24	0;01,09	0;22,06	0;26,25	0;04,19	0;32,32	0;42,50	0;10,18	0;09,15	8;55	11;39
26	0;01,15	0;23,49	0;28,28	0;04,39	0;35,03	0;46,09	0;11,06	0;10,45	10;23	13;29
28	0;01,20	0;25,30	0;30,29	0;04,59	0;37,32	0;49,24	0;11,52	0;12,22	11;57	15;23
30	0;01,25	0;27,09	0;32,27	0;05,18	0;39,57	0;52,35	0;12,38	0;14,03	13;36	17;21
32	0;01,30	0;28,46	0;34,23	0;05,37	0;42,20	0;55,42	0;13,22	0;15,50	15;20	19;23
34	0;01,35	0;30,21	0;36,16	0;05,55	0;44,39	0;58,45	0;14,06	0;17,40	17;08	21;28
36	0;01,40	0;31,54	0;38,06	0;06,13	0;46,54	1;01,43	0;14,48	0;19,35	19;00	23;34
38	0;01,45	0;33,24	0;39,54	0;06,30	0;49,07	1;04,36	0;15,29	0;21,32	20;55	25;42
40	0;01,50	0;34,51	0;41,38	0;06,47	0;51,15	1;07,24	0;16,09	0;23,32	22;54	27;51
42	0;01,54	0;36,16	0;43,20	0;07,04	0;53,19	1;10,06	0;16,47	0;25,35	24;55	29;59
44	0;01,58	0;37,38	0;44,58	0;07,19	0;55,19	1;12,44	0;17,24	0;27,39	26;58	32;06
46	0;02,03	0;38,58	0;46,32	0;07,35	0;57,15	1;15,15	0;18,00	0;29,44	29;03	34;12
48	0;02,07	0;40,14	0;48,03	0;07,49	0;59,07	1;17,41	0;18,34	0;31,50	31;08	36;15
50	0;02,11	0;41,27	0;49,30	0;08,03	1;00,54	1;20,01	0;19,07	0;33,55	33;14	38;16
52	0;02,14	0;42,37	0;50,54	0;08,17	1;02,36	1;22,14	0;19,38	0;36,00	35;19	40;13
54	0;02,18	0;43,44	0;52,14	0;08,29	1;04,14	1;24,21	0;20,08	0;38,03	37;23	42;07
56	0;02,21	0;44,48	0;53,30	0;08,41	1;05,47	1;26,22	0;20,36	0;40,04	39;26	43;56
58	0;02,25	0;45,49	0;54,41	0;08,53	1;07,14	1;28,16	0;21,02	0;42,03	41;26	45;41
60	0;02,28	0;46,46	0;55,49	0;09,03	1;08,37	1;30,04	0;21,27	0;43,58	43;24	47;21
62	0;02,31	0;47,39	0;56,53	0;09,14	1;09,54	1;31,44	0;21,50	0;45,50	45;18	48;56
64	0;02,33	0;48,29	0;57,52	0;09,23	1;11,07	1;33,18	0;22,11	0;47,37	47;07	50;25
66	0;02,36	0;49,15	0;58,47	0;09,31	1;12,13	1;34,44	0;22,30	0;49,18	48;52	51;48
68	0;02,38	0;49,58	0;59,37	0;09,39	1;13,15	1;36,03	0;22,48	0;50,54	50;31	53;05
70	0;02,40	0;50,37	1;00,23	0;09,46	1;14,11	1;37,15	0;23,04	0;52,24	52;04	54;16
72	0;02,42	0;51,12	1;01,05	0;09,53	1;15,01	1;38,20	0;23,19	0;53,47	53;30	55;21
74	0;02,44	0;51,43	1;01,42	0;09,59	1;15,46	1;39,17	0;23,31	0;55,03	54;49	56;19
76	0;02,45	0;52,11	1;02,14	0;10,04	1;16,25	1;40,07	0;23,42	0;56,11	55;59	57;11
78	0;02,47	0;52,34	1;02,42	0;10,08	1;16,59	1;40,49	0;23,51	0;57,10	57;02	57;55
80	0;02,48	0;52,54	1;03,05	0;10,11	1;17,26	1;41,24	0;23,58	0;58,01	57;55	58;33
82	0;02,49	0;53,10	1;03,24	0;10,14	1;17,49	1;41,52	0;24,03	0;58,44	58;40	59;04
84	0;02,50	0;53,22	1;03,38	0;10,16	1;18,05	1;42,12	0;24,07	0;59,17	59;15	59;29
86	0;02,50	0;53,30	1;03,47	0;10,17	1;18,16	1;42,24	0;24,08	0;59,41	59;40	59;46
88	0;02,50	0;53,34	1;03,51	0;10,17	1;18,20	1;42,29	0;24,08	0;59,55	59;55	59;57
90	0;02,50	0;53,34	1;03,51	0;10,17	1;18,19	1;42,26	0;24,07	1;00,00	60;00	60;00

Parallaxes totales pour le Soleil et la Lune

Dans l'*Almageste,* Ptolémée donne un tableau des parallaxes solaire et lunaires. Comme dans la plupart de ses autres tableaux, on trouve là certaines valeurs erronées — ce qui est probablement normal, du fait que le polymathe grec ne disposait ni d'une calculatrice, ni d'un ordinateur pour effectuer ses calculs.

Le tableau de la page suivante donne les bonnes valeurs considérant son modèle et les données dont il disposait (dont plusieurs étaient erronées), soit :

- Distance moyenne Terre–Soleil, $\delta = 1\,210^{p}$ (fortement en erreur !)
- Excentricité de l'orbite lunaire, $e = 10;08,30^{p}$ (voir note)
- Rayon du déférent lunaire, $R = 48;51,30^{p}$ (voir note)
- Rayon de l'épicycle lunaire, $r = 5;10^{p}$ (voir note)

Les quatre limites lunaires :

- $\Delta_1 = R + e + r = 64;10^{p}$
- $\Delta_2 = R + e - r = 53;50^{p}$
- $\Delta_3 = R - e + r = 43;53^{p}$
- $\Delta_4 = R - e - r = 33;33^{p}$

Parallaxe solaire :

- $\pi_S = \tan^{-1}[(\sin z) \div (\delta - \cos z)]$ (colonne 2)

Parallaxes lunaires aux quatre limites :

- $\pi_{L1} = \tan^{-1}[(\sin z) \div (\Delta_1 - \cos z)]$ (col. 3)
- $\pi_{L2} = \tan^{-1}[(\sin z) \div (\Delta_2 - \cos z)]$ (col. $4 = \pi_{L2} - \pi_{L1}$)
- $\pi_{L3} = \tan^{-1}[(\sin z) \div (\Delta_3 - \cos z)]$ (col. 5)
- $\pi_{L4} = \tan^{-1}[(\sin z) \div (\Delta_4 - \cos z)]$ (col. $6 = \pi_{L4} - \pi_{L3}$)

Soixantièmes pour l'apogée :

- $s_A = \{[65;15 - \delta_L(0, a)] \div (2r)\} \cdot 60$ (col. 7 ; voir note)

Soixantièmes pour le périgée :

- $s_P = \{[44;37 - \delta_L(180, a)] \div (2r')\} \cdot 60$ (col. 8 ; voir note)

Soixantièmes pour l'excentrique :

- $s_E = \{[R + e - \rho(2z)] \div (2e)\} \cdot 60$ (col. 9 ; voir note)

Où :

- a est l'anomalie vraie lunaire
- $\rho(\kappa) = \sqrt{[R^2 - (e \sin \kappa)^2]} + e \cos \kappa$
- $\delta_L(a, \kappa) = \sqrt{(\rho + r \cos \kappa)^2 + (r \sin \kappa)^2}$

Note : Ptolémée utilise les valeurs «originales» de l'excentricité et des rayons pour le calcul des soixantièmes (colonnes 7 à 9), soit $R' = 49;41^{p}$, $e' = 10;19^{p}$, et $r' = 5;15^{p}$, d'où on obtient R + e + r = 65;15 dans la formule pour s_A et R – e + r = 44;37 pour s_P.

Les chiffres au haut des colonnes correspondent aux numéros de colonnes de l'*Almageste* original. Les formules trigonométriques modernes proviennent de Pedersen [1974] ou de Van Brummelen [1993].

19. De la détermination des parallaxes

Lorsque nous cherchons à déterminer la valeur de la parallaxe de la Lune à une position donnée de son cercle, nous cherchons d'abord celle par rapport au grand cercle vertical [celui passant par la Lune et le zénith]. Nous déterminons d'abord sa distance (en heures équinoxiales) au méridien pour la latitude en question, puis nous entrons cette valeur dans le tableau des angles [II 13] pour la latitude et le signe zodiacal appropriés, et nous prenons la quantité (en degrés) de la deuxième colonne correspondant à l'heure, en interpolant entre les heures entières si nécessaire. Nous entrons cette quantité [qui est la distance de la Lune au zénith] comme argument dans le tableau des parallaxes [V 18], déterminons sur quelle ligne de la première colonne l'argument doit être trouvé, et prenons les nombres correspondants à celle-ci dans les quatre colonnes suivant celle des parallaxes solaires, soit les troisième, quatrième, cinquième, et sixième colonnes, et nous notons chacun séparément. Nous prenons

ensuite l'anomalie corrigée (c'est-à-dire par rapport à l'apogée vraie [de l'épicycle]) à ce moment, si elle est inférieure à 180°, mais si elle est supérieure à 180°, nous prenons (360° moins l'anomalie). Nous divisons toujours par deux le montant ainsi obtenu, et, entrant avec cela dans la première colonne [des arguments], nous déterminons séparément le nombre de minutes qui lui correspondent dans les septième et huitième colonnes. Nous prenons les minutes trouvées dans la septième colonne, les multiplions par la différence trouvée dans la quatrième colonne et ajoutons toujours le résultat à la parallaxe de la troisième colonne. De même, nous prenons les minutes trouvées dans la huitième colonne, les multiplions par la différence trouvée dans la sixième colonne, et ajoutons toujours le résultat à la parallaxe de la cinquième colonne. Nous avons ainsi obtenu deux parallaxes, et nous notons la différence entre elles. Ensuite, nous prenons l'élongation moyenne de la Lune par rapport au Soleil [moyen], ou par rapport au point opposé, celle de ces deux distances étant la plus petite, entrons ce nombre dans les arguments de la première colonne, et prenons les minutes correspondantes dans la neuvième colonne. Nous les multiplions par la différence entre les deux parallaxes que nous avons notées, et ajoutons toujours le résultat au plus petit de ceux dérivés des troisième et quatrième colonnes. Cette somme nous donnera la parallaxe de la Lune telle que mesurée le long du grand cercle vertical [celui passant par la Lune et le zénith].

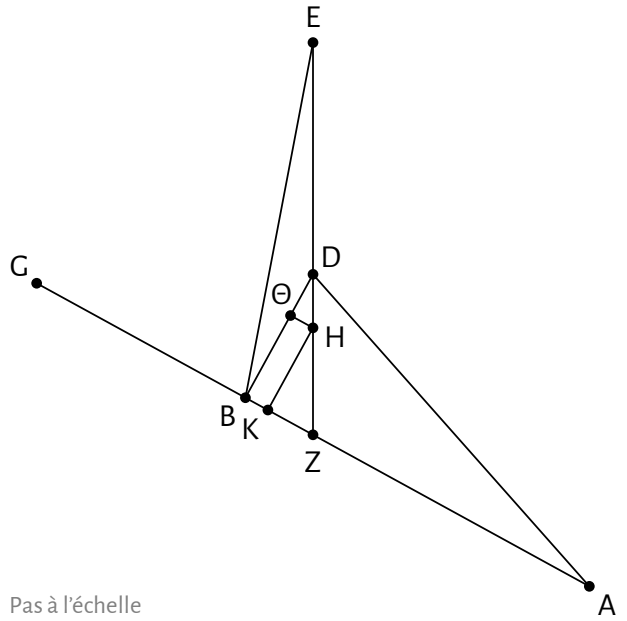
La parallaxe du Soleil dans une situation similaire [tel que mesurée le long d'un cercle vertical] est immédiatement déterminée, de manière simple, pour les éclipses solaires, à partir du nombre de la deuxième colonne correspondant à la taille de l'arc [entre le Soleil et] le zénith.

Pour déterminer la parallaxe par rapport à l'écliptique, en longitude et en latitude, nous entrons de nouveau, avec la même distance de la Lune au méridien en heures équinoxiales, dans le tableau des angles, et nous prenons le nombre de degrés correspondant à cette heure, dans la troisième colonne si la Lune est avant [à l'est] du méridien, ou dans la quatrième colonne si elle est après [à l'ouest]. Si le résultat est inférieur à 90°, nous notons le nombre lui-même ; mais s'il est supérieur à 90°, nous notons son supplément [c'est-à-dire 180 moins le résultat], puisque ce sera la grandeur en degrés du plus petit des deux angles formés à l'intersection [de l'écliptique et du cercle vertical] en question, où 90° forme un angle droit. Nous doublons le nombre noté, et nous entrons avec ce nombre [doublé] de même que son supplément dans le tableau des cordes. Le rapport de la corde du nombre doublé à la corde du supplément donnera le rapport de la parallaxe latitudinale à la parallaxe longitudinale (car les arcs de cercle d'une si petite taille ne sont pas sensiblement différents de leurs cordes). Nous multiplions donc les quantités des cordes en question par la parallaxe déterminée par rapport au cercle vertical [ci-dessus], et nous divisons les produits, chacun séparément, par 120 ; les résultats des divisions nous donnent les composantes séparées de la parallaxe.

En général, pour la parallaxe en latitude, lorsque le zénith est au nord du point de l'écliptique qui culmine au méridien, [l'effet de] la parallaxe sera vers le sud de celui-ci [l'écliptique] ; mais si le zénith est au sud du point culminant, [l'effet de] la parallaxe en latitude sera vers le nord. Pour la parallaxe en longitude, le tableau des angles donne toujours les deux angles coupés du côté nord et à l'arrière [vers l'est, soit du côté des longitudes croissantes] de l'intersection de l'écliptique [et du cercle vertical] ; par conséquent, lorsque la parallaxe latitudinale est vers le nord, si l'angle en question est supérieur à un angle droit, l'effet de la parallaxe longitudinale sera en avance [dans l'ordre inverse / vers l'ouest] des signes, mais si l'angle est inférieur à un angle droit, l'effet sera vers l'arrière [l'ordre des signes /

vers l'est]. Au contraire, lorsque la parallaxe latitudinale est vers sud, l'inverse sera vrai : si l'angle en question est supérieur à un angle droit, la parallaxe longitudinale sera vers l'arrière [dans l'ordre / vers l'est] des signes, mais s'il est inférieur à un angle droit, la parallaxe longitudinale sera en avance [dans l'ordre inverse des signes / vers l'est].

Nous avons jusqu'ici procédé comme si le Soleil n'avait pas de parallaxe perceptible, mais nous sommes bien conscients que la parallaxe, comme nous l'avons démontré depuis, affecte aussi le Soleil, faisant donc une certaine différence. Cependant, nous pensons que l'erreur est suffisamment faible pour ne pas avoir à la considérer dans nos théorèmes. De même, pour les parallaxes lunaires, nous avons jugé suffisant d'utiliser les arcs et les angles formés par le grand cercle passant par les pôles de l'horizon [vertical] et l'écliptique, au lieu de ceux du cercle incliné de la Lune, parce que nous avons noté que la différence résultante aux syzygies où se produisent les éclipses est imperceptible. Ainsi, exposer cette différence aurait été compliqué à démontrer et difficile à calculer ; car la distance de la Lune au nœud n'est pas fixe pour une position donnée de la Lune dans le zodiaque, mais varie à la fois en quantité et en position relative.



Pas à l'échelle

Pour clarifier ce que je dis, soit ABG un segment de l'écliptique et AD un segment du cercle incliné de la Lune, avec le nœud au point A et le centre de la Lune au point D. Traçons DB perpendiculaire à l'écliptique. Soit E le pôle de l'horizon, et traçons par E l'arc de grand cercle EDZ passant par le centre de la Lune, et l'arc EB passant par B. Soit l'arc DH représentant la parallaxe de la Lune, et traçons par le point H la droite HΘ, perpendiculaire à BD, et la droite HK, perpendiculaire à BZ. Ainsi, AB représente la vraie distance [de la Lune] en longitude depuis le nœud, et AK la distance apparente, tandis que BD représente la vraie distance en latitude de l'écliptique, et KH l'apparente. De plus, l'arc égal ΘH représente la parallaxe en longitude [par rapport à l'écliptique] dérivée de DH, et un arc égal à DΘ représente la composante de la parallaxe en latitude.

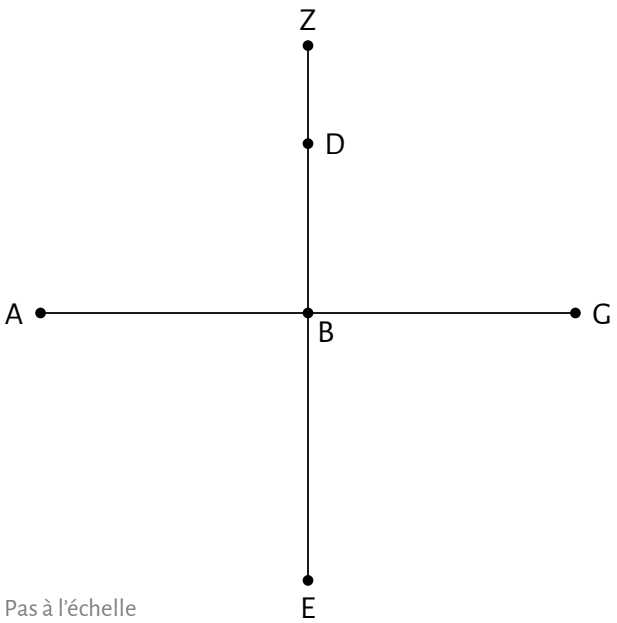
Nous avons démontré que la parallaxe DH peut être trouvée si l'arc ED est donné, et que les deux [composantes de la] parallaxe, DΘ et ΘH, si ∠ GZE est donné. Nous avons aussi déterminé les angles et les arcs de cercles passant par l'écliptique et par le cercle vertical ; mais le seul point de l'écliptique qui est donné ici est B. Il est donc clair que nous utilisons l'arc EB au lieu de l'arc ED, et ∠ GBE au lieu de ∠ GZE.

Hipparque a tenté de corriger cette erreur — mais d'une manière négligente et irrationnelle ; premièrement, il a utilisé une seule valeur pour la distance AD, au lieu de quelques-unes ou même toutes [les valeurs possibles], comme il aurait dû le faire pour atteindre son objectif de précision et de justesse, même dans les petits détails. De plus, sans s'en rendre compte, il a connu un certain nombre d'embuches ; après avoir démontré les arcs et les angles par rapport [aux intersections des cercles verticaux avec] l'écliptique et que, si ED est donné, DH peut être trouvé (voir le Livre 1 de son œuvre sur

les parallaxes [1]), il suppose, pour obtenir ED [comme point de départ], que l'arc EZ et ∠ EZG sont donnés. Ainsi, dans son Livre 2, il calcule ZD et prend ED comme reste [de EZ – ZD]. Il a toutefois été victime de son incapacité à remarquer que le point donné de l'écliptique n'est pas Z mais B, et donc que l'arc donné n'est pas EZ mais EB, et que l'angle donné n'est pas EZG mais EBG. Mais l'[arc EZ et ∠ EZG] sont les points de départ [nécessaires] pour effectuer une correction même partielle ; en effet, dans de nombreuses situations, il y a une différence assez notable entre l'arc ED et l'arc EZ [2], alors que la différence entre BE (qui est réellement donnée) et ED est, tout au plus, la valeur de l'arc BD pour une distance donnée [de la Lune] au nœud.

Je décrirai ici la procédure logique pour effectuer la correction par une méthode valable [mathématiquement].

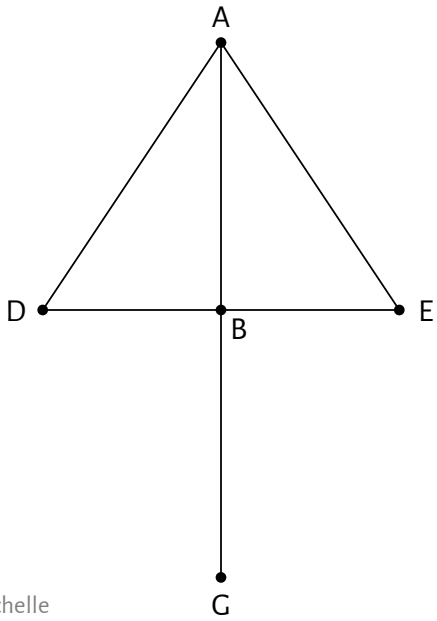
Soit le zodiaque ABG, et le cercle DBE qui lui est perpendiculaire. Posons la Lune en D ou en E, à une distance en latitude, depuis l'écliptique ABG,



Pas à l'échelle

qui est un arc donné — par exemple BD ou BE. Ainsi, les arcs zénithaux et les angles au point B du zodiaque sont donnés, et ceux en D ou en E doivent être trouvés. Si la position du zodiaque est telle qu'elle est perpendiculaire au grand cercle passant par le point Z (qui représente le pôle de l'horizon) et le point B, c'est-à-dire ZB, ce cercle coïncidera avec l'arc DE. Les angles en D et E ne différeront donc pas de celui donné en B ; car [ces arcs] sont aussi à angle droit avec l'écliptique. De plus, ZD = ZB – BD et ZE = ZB + BE, où BD et BE sont donnés.

Supposons maintenant que l'écliptique ABG coïncide avec le grand cercle passant par le zénith, et supposons que A soit le pôle de l'horizon. Joignons AD et AE ; ces arcs seront différents de l'arc AB, et les angles BAD et BAE seront différents de [l'angle correspondant]



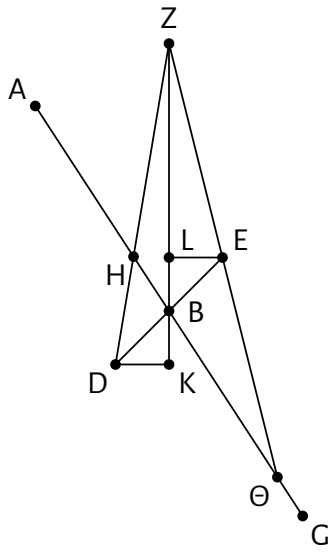
Pas à l'échelle

dans le cas précédent, qui n'existait pas [était nul] [3].

1 Ce document n'a malheureusement pas survécu jusqu'à nos jours.

2 Toomer indique que cette différence peut atteindre près de 180° ; voir notamment le tableau du chapitre 13 du livre II. En revanche, l'erreur entre EZ et ED n'atteint qu'environ 5° au maximum.

3 Selon Toomer : « Il s'agit ici de l'angle BZD dans le diagramme. »



Pas à l'échelle

Maintenant, AD et AE sont donnés à partir des quantités AB, BD, et BE (qui sont des droites, mais la différence [avec des arcs] est négligeable), puisque $AB^2 + BD^2 = AD^2$ et $AB^2 + BE^2 = AE^2$, donc les angles BAD et BAE peuvent en être dérivés.

Si maintenant l'écliptique est incliné [vers le cercle vertical], si nous prenons Z comme pôle de l'horizon et dessinons ZB, ZHD, et ZEΘ, l'arc ZB et ∠ ABZ seront donnés, de même que BD et BE. Les arcs ZD et ZE ainsi que les angles AHZ et AΘZ devant être donnés, nous les trouvons en traçant les droites DK et EL perpendiculaires à ZB, car puisque ∠ ABZ est donné, et que ∠ ABE est toujours un angle droit, les triangles rectangles BKD et BLE sont donnés, ainsi que le rapport de ZB aux côtés adjacents à l'angle droit, puisque [le rapport de ZB] aux hypoténuses DB et BE est donné. Ainsi, nous aurons donc ZD, l'hypoténuse [du triangle rectangle ZDK, dont les côtés ZK et KD sont donnés], et ZE, l'hypoténuse [du triangle rectangle ZLE, dont les côtés ZL et LE sont donnés], de même que les angles DZK et EZL, qui sont les différences par rapport aux angles recherchés. Cela, parce que ∠ AHZ = ∠ ABZ + ∠ DZB et ∠ AΘZ = ∠ ABZ − ∠ EZL. Il est évident que, pour une même distance en latitude, la plus grande différence [avec par rapport aux arcs et angles en B] se produira :

- pour les angles, lorsque le point B lui-même est le zénith — car l'angle [formé par le cercle vertical passant par la Lune] en B étant nul, les [arcs] passant par D et E depuis le zénith forment des angles droits avec l'écliptique ;
- pour les arcs :
  - dans la même situation [c'est-à-dire lorsque le point B est au zénith] — car lorsque l'arc [du zénith] en B est nul, les arcs en D et en E seront de taille égale à la latitude de la Lune ; et
  - lorsque le cercle passant par le zénith est perpendiculaire à l'écliptique — car la différence entre les arcs ZB et (ZD ou ZE) sera encore égale à la somme entière de la latitude [lunaire].

Mais dans d'autres situations, DE étant incliné sur ZB, les différences résultantes entre les arcs et les angles seront moindres, de sorte que, la distance en latitude de la Lune à l'écliptique étant de 5°, la plus grande différence dans les parallaxes [telle que calculée à l'écliptique et à l'orbite de la Lune] sera d'environ 10 soixantièmes [de degré] — car les 5° de la plus grande différence entre les arcs font ce nombre de minutes à la plus petite distance et à la plus grande différence. Mais lorsque la Lune est à la latitude maximale qu'elle peut atteindre lors d'une éclipse solaire, qui est d'environ 1½°, la différence entre les parallaxes sera du même nombre, [c'est-à-dire] 1½, de soixantièmes [de degrés], mais cela arrive rarement.

La méthode à suivre pour effectuer la correction des angles et des arcs [ci-dessus], lorsque nous voudrons faire le calcul pour de si petites quantités [différences], est la suivante. En doublant la valeur de l'angle [entre le cercle vertical et l'écliptique], et en entrant avec cela comme argument dans le tableau des cordes,

nous prenons la corde qui lui correspond de même que celle correspondant à son supplément. Nous multiplions ces deux valeurs séparément par la latitude [de la Lune] en degrés, divisons chacun des produits par 120, puis nous soustrayons le premier résultat de l'arc [du cercle vertical] du zénith [à l'écliptique] lorsque la Lune est du même côté [de l'écliptique] que le zénith, mais nous l'ajoutons lorsqu'elle est sur le côté opposé [de l'écliptique par rapport au zénith]. Nous élevons le résultat au carré, nous l'ajoute au résultat dérivé de l'angle supplémentaire, également élevé au carré, et nous prenons la racine carrée de la somme : cela nous donnera l'arc correspondant [ZE ou ZD] qui est recherché. Ensuite, nous prenons le résultat que nous avons enregistré à partir du [second] angle supplémentaire, le multiplions par 120, et divisons le résultat par [le premier] arc que nous avons trouvé [soit ZE ou ZD]. Nous cherchons ensuite le résultat [qui est une corde] dans le [corps du] tableau des cordes, prenons l'arc correspondant [dans la colonne des arguments], et le divisons par 2. Si l'arc corrigé [ZE ou ZD] est plus grand que l'original [ZB], nous ajoutons le résultat à la valeur de celui-ci, mais s'il est plus petit, nous le soustrayons : nous aurons ainsi l'angle corrigé.

Pour donner un exemple, dans le diagramme précédent, supposons que l'arc ZB soit de 45°, ∠ ABZ 30°, et chacun des arcs DB et BE, de 5° de latitude. Puisque Crd (2 × 30)° = Crd 60° = 60^{p} et que Crd (180 – 60) = Crd 120° ≈ 104^{p}, alors BL : LE = BK : DK = 60 : 104, où l'hypoténuse [BE ou BD] = 120^{p}. Donc, nous multiplions chaque nombre par les 5° de l'hypoténuse et divisons par 120 ; nous aurons ainsi les droites KB = BL = 2° 30° et DK = EL = 4° 20′.

Supposons d'abord que la Lune est en E : nous soustrayons donc les 2° 30′ des 45° de l'arc ZB, puisque la distance de la Lune en latitude est dans la même direction que le zénith (c'est-à-dire qu'elles sont soit toutes les deux au sud, soit les deux au nord de l'écliptique) ; nous aurons ainsi arc ZL = 42° 30′.

Deuxièmement, supposons que la Lune est au point D : en ajoutant [2° 30′] aux 45°, [puisque les positions relatives sont inversées], nous aurons donc ZK = 47;30°. Nous prenons maintenant soit ZL^{2} + EL^{2} = 42;30^{2} + 4;20^{2}, soit ZK^{2} + DK^{2} = 47;30^{2} + 4;20^{2}, et nous obtenons soit ZE ≈ 42° 46′, soit ZD ≈ 47° 44′. Nous multiplions 4° 20′ par 120 et divisons par 42° 46′ et par 47° 44′ séparément, ce qui nous donne EL ≈ 12;08^{p} où l'hypoténuse ZE = 120^{p} et DK ≈ 10⅝^{p} où l'hypoténuse ZD = 120^{p}. L'arc correspondant à la corde 12;08^{p} est d'environ 11⅗°, et l'arc correspondant à la corde 10⅝^{p} est d'environ 10⅓°. En prenant la moitié de ces valeurs, nous soustrayons ∠ EZL, soit 5⅘°, de ∠ ABZ, soit 30°, puisque l'arc ZE est inférieur à l'arc ZB, et nous avons ainsi ∠ AΘZ = 24⅕° ; nous ajoutons aussi ∠ DZK, soit 5⅙°, au même [∠ ABZ, soit] 30°, puisque l'arc ZD est plus grand que l'arc ZB ; nous obtenons ainsi ∠ AHZ = 35⅙°.

Telle est la procédure qui s'imposait.

Fin du cinquième livre.

Livre 6

1. Des synodes et des pleines lunes [1]

Nous devons maintenant traiter des syzygies écliptiques [2] du Soleil et de la Lune, mais il faut auparavant expliquer la théorie de la détermination des conjonctions et oppositions vraies. Les mouvements périodiques et anomalistes que nous avons établis pour chacun des astres suffisent pour la première détermination de ce qui précède ; car par leur moyen, [les astronomes] qui s'en donneront la peine pourront calculer les lieux et les temps des syzygies résultantes, tant celles prises par rapport aux mouvements moyens qu'en tenant compte de l'anomalie. Toutefois, afin de fournir un moyen plus pratique de les trouver, en ayant établi sous une forme facilement accessible les heures et les lieux des conjonctions et oppositions moyennes, ainsi que la position de la Lune en anomalie et en latitude à ces temps moyens (qui sont à la base de la correction conduisant aux syzygies vraies et de là aux syzygies écliptiques), nous avons construit des tableaux à cet effet. Leur structure est la suivante.

2. Tableaux des syzygies moyennes

Premièrement, nous fixons l'époque des mois [synodiques], comme toutes les autres époques, à la première année de Nabonassar. Nous avons donc divisé l'élongation moyenne [de la Lune] à midi du premier jour du mois égyptien de Thout de cette année-là (70° 37', tel que démontré) par le mouvement moyen quotidien en élongation, et trouvé 5;47,33 j ; la conjonction moyenne a donc eu lieu ce nombre de jours avant midi le 1er jour de Thout, et la suivante s'est produite environ [29;31,50 – 5;47,33 =] 23;44,17 j après ce midi, c'est-à-dire 0;44,17 j après midi le 24 [soit vers 05 h 42 min 48 le matin du 25].

Pendant ces 23;44,17 j,

- le mouvement moyen du Soleil = 23° 23' 50"
- le mouvement moyen de la Lune en anomalie = 310° 08' 15"
- le mouvement moyen de la Lune en latitude = 314° 02' 21"

Et les positions moyennes à midi du 1er jour de Thout étaient :

- longitude du Soleil : Poissons 0° 45'
- distance du Soleil à son apogée (pour plus de facilité [de calcul]) : 265° 15'
- anomalie de la Lune, depuis l'apogée de l'épicycle : 268° 49'
- [argument de] latitude de la Lune, depuis la limite nord de son orbite inclinée : 354° 15'

Par conséquent, au moment mentionné ci-dessus de la conjonction moyenne après le 1er jour [de Thout],

1 Autrement dit, des conjonctions et des oppositions Lune–Soleil
2 C'est-à-dire, auxquelles se produisent les éclipses.

- distance du Soleil et de La Lune en longitude moyenne depuis l'apogée du Soleil (à 5° 30′ des Gémeaux) : 288° 38′ 50″
- anomalie de la Lune depuis l'apogée [de l'épicycle] : 218° 57′ 15″
- [argument de] latitude de la Lune, depuis la limite nord : 308° 17′ 21″

Nous dresserons d'abord un tableau de conjonctions contenant, encore une fois, 45 lignes et 5 colonnes. Sur la première ligne nous mettrons, dans la première colonne, l'an 1 de Nabonassar ; dans la deuxième colonne, les 24;44,17 jours de Thout (car les soixantièmes [d'un jour] sont après midi du 24) ; dans la troisième colonne, la distance de l'apogée du Soleil de la position moyenne [du Soleil et de la Lune], 288° 38′ 50″ ; dans la quatrième colonne, la distance de la Lune en anomalie à l'apogée [de l'épicycle], 218° 57′ 15″ ; et dans la cinquième colonne, [l'argument de] latitude [de la Lune] depuis la limite nord, 308° 17′ 21″.

Maintenant, un demi-mois [synodique] moyen comprend approximativement 14;45,55 j, soit 14° 33′ 12″ de mouvement solaire [moyen], 192° 54′ 30″ d'anomalie lunaire, et 195° 20′ 06″ d'[argument de] latitude. Nous soustrayons donc ces montants ci-dessus des [positions correspondantes pour] la conjonction en question, et inscrivons les résultats au début du second tableau, disposés de la même manière que précédemment. Celui-ci [le tableau] a une structure similaire [au premier], mais servira pour les oppositions.

Il reste donc :

- jours : 9;58,22 j
- distance depuis l'apogée du Soleil : 274° 05′ 38″
- distance en anomalie depuis l'apogée de la Lune : 26° 02′ 45″
- distance en [argument de] latitude depuis la limite nord : 112° 57′ 15″

Maintenant, 25 ans égyptiens moins 0;02,47,05 j contiennent approximativement un nombre entier de mois [synodiques moyens] ; et [en 25 ans] les mouvements moyens (au-delà des révolutions complètes) sont :

- Soleil : 353° 52′ 34″ 13‴
- Lune, en anomalie : 57° 21′ 44″ 01‴
- Lune, en [argument de] latitude : 117° 12′ 49″ 54‴

Ainsi nous augmenterons [chaque ligne successivement des] premières colonnes des deux tableaux de 25 ans, et diminuerons [les valeurs des] deuxièmes colonnes de 0;02,47,05, et augmenterons [celles des] colonnes restantes, la troisième par 353° 52′ 34″ 13‴, la quatrième par 57° 21′ 44″ 01‴, et la cinquième par 117° 12′ 49″ 54‴.

Suite à ces tableaux, nous en construisons un d'années, en 24 lignes, puis en dessous un autre tableau, de mois, en 12 lignes, chacun ayant le même nombre de colonnes que les [deux] premiers [tableaux]. Dans le tableau des mois, nous inscrirons sur la première ligne, dans la première colonne, le premier mois ; dans la deuxième colonne, les jours d'un mois [synodique], soit 29;31,50,08,20 ; dans la troisième colonne, le mouvement [moyen] du Soleil pendant cette période, soit 29° 06′ 23″ 01‴ ; dans la quatrième colonne, le mouvement de la Lune en anomalie [en un mois synodique], soit 25° 49′ 00″ 08‴ ; et dans le cinquième, le mouvement en [argument de] latitude, soit 30° 40′ 14″ 09‴. Les incréments [d'une ligne à l'autre] dans ce tableau seront les mêmes que les entrées de la première ligne.

Dans le tableau des années, nous inscrirons sur la première ligne, dans la première colonne, l'année 1 ; dans la deuxième colonne, le nombre de jours [de plus de 365] contenus dans 13 mois synodiques, soit 18;53,51,48 ; dans la troisième colonne, l'augmentation [de la position] du

Soleil pendant cette période, soit 18° 22′ 59″ 18‴ ; dans la quatrième colonne, le mouvement de la Lune en anomalie, soit 335° 37′ 01″ 51‴ ; et dans la cinquième colonne, le mouvement en latitude, soit 38° 43′ 03″ 51‴. Les incréments [d'une ligne à l'autre] dans ce tableau seront parfois des incréments de 13 mois ci-dessus, et à d'autres moments, des incréments de 12 mois [1]. Ces derniers équivalent à :

- jours : 354;22,01,40 j
- mouvement [moyen] du Soleil : 349° 16′ 36″ 16‴
- mouvement en anomalie de la Lune : 309° 48′ 01″ 42‴
- mouvement en [argument de] latitude de la Lune : 8° 02′ 49″ 42‴

Cette [alternance entre des intervalles de 12 et 13 mois] est pour que ce qui apparait dans le tableau soit la première syzygie de chaque année égyptienne entière.

Dans les entrées tabulaires réelles, il suffira d'aller seulement jusqu'à la deuxième place sexagésimale [fractionnelle, soit les secondes d'arc]. La disposition des tableaux est la suivante.

3. Tableaux des conjonctions, pleines lunes, et mouvements annuels pour les conjonctions et les oppositions

Tableau des synodes [conjonctions / nouvelles lunes] [2]

1	2			3			4			5		
Périodes de 25 ans	Jours de Thout			Distance du Soleil à son apogée			Anomalie de la Lune depuis l'apogée de l'épicycle			Latitude depuis la limite nord		
				°	′	″	°	′	″	°	′	″
1	24	44	17	288	38	50	218	57	15	308	17	21
26	24	41	30	282	31	24	276	18	59	65	30	11
51	24	38	43	276	23	58	333	40	43	182	43	01
76	24	35	56	270	16	33	31	02	27	299	55	51
101	24	33	09	264	09	07	88	24	11	57	08	41
126	24	30	22	258	01	41	145	45	55	174	21	31
151	24	27	35	251	34	15	203	07	39	291	34	20
176	24	24	47	245	46	50	260	29	23	48	47	10
201	24	22	00	239	39	24	317	51	07	166	00	00
226	24	19	13	233	31	58	15	12	51	283	12	50
251	24	16	26	227	24	32	72	34	35	40	25	40
276	24	13	39	221	17	06	129	56	19	157	38	30
301	24	10	52	215	09	41	187	18	03	274	51	20
326	24	08	05	209	02	15	244	39	47	32	04	10
351	24	05	18	202	54	49	302	01	31	149	17	00
376	24	02	31	196	47	23	359	23	15	266	29	50
401	23	59	44	190	39	57	56	44	39	23	42	39
426	23	56	57	184	32	32	114	06	43	140	55	29
451	23	54	10	178	25	06	171	28	27	258	08	19
476	23	51	22	172	17	40	228	30	11	15	21	09
501	23	48	35	166	10	14	286	11	55	132	33	59
526	23	45	48	160	02	49	343	33	39	249	46	49

1 Dans les années 1, 3, 6, 9, 12, 14, 17, 20, et 23, les incréments de 12 mois sont utilisés, de même que l'année 11 pour le nombre de jours de thout. Voir aussi *HAMA* p. 120.

2 Trois des sources consultées (manuscrit grec 2389 du neuvième siècle, Halma, et Manitius) ont 65° 41′ 57″ pour la dernière valeur de la dernière colonne (valeur conforme à celle obtenue par le calcul), mais Toomer donne étrangement 64° 41′ 57″. J'ai du mal à m'expliquer cette erreur de sa part.

1	2			3			4			5		
Périodes de 25 ans	Jours de Thout			Distance du Soleil à son apogée			Anomalie de la Lune depuis l'apogée de l'épicycle			Latitude depuis la limite nord		
				°	'	"	°	'	"	°	'	"
551	23	43	01	153	55	23	40	55	23	06	59	39
576	23	40	14	147	47	57	98	17	07	124	12	29
601	23	37	27	141	40	31	155	38	51	241	25	19
626	23	34	40	135	33	05	213	00	35	358	38	09
651	23	31	53	129	25	40	270	22	19	115	50	38
676	23	29	06	123	18	14	327	44	03	233	03	48
701	23	26	19	117	10	48	25	05	47	350	16	38
726	23	23	32	111	03	22	82	27	31	107	29	28
751	23	20	45	104	55	57	139	49	16	224	42	18
776	23	17	57	98	48	31	197	11	00	341	55	08
801	23	15	10	92	41	05	254	32	44	99	07	58
826	23	12	23	86	33	39	311	54	28	216	20	48
851	23	09	36	80	26	13	09	16	12	333	33	38
876	23	06	49	74	18	48	66	37	56	90	46	28
901	23	04	02	68	11	22	123	59	40	207	59	17
926	23	01	15	62	03	56	181	21	24	325	12	07
951	22	58	28	55	56	30	238	43	08	82	24	57
976	22	55	41	49	49	04	296	04	52	199	37	47
1001	22	52	54	43	41	39	353	26	36	316	50	37
1026	22	50	07	37	34	13	50	48	20	74	03	27
1051	22	47	20	31	26	47	108	10	04	191	16	17
1076	22	44	32	25	19	21	165	31	48	308	29	07
1101	22	41	45	19	11	56	222	53	32	65	41	57

Tableau des pleines lunes [oppositions]

1	2			3			4			5		
Périodes de 25 ans [1]	Jours de Thout			Distance du Soleil à son apogée			Anomalie de la Lune depuis l'apogée de l'épicycle			Latitude depuis la limite nord		
				°	'	"	°	'	"	°	'	"
1	09	58	22	274	05	38	26	02	45	112	57	15
26	09	55	35	267	58	12	83	24	29	230	10	05
51	09	52	48	261	50	46	140	46	13	347	22	55
76	09	50	01	255	43	21	198	07	57	104	35	45
101	09	47	14	249	35	55	255	29	41	221	48	35
126	09	44	27	243	28	29	312	51	25	339	01	25
151	09	41	40	237	21	03	10	13	09	96	14	14
176	09	38	52	231	13	38	67	34	53	213	27	04
201	09	36	05	225	06	12	124	56	37	330	39	54
226	09	33	18	218	58	46	182	18	21	87	52	44
251	09	30	31	212	51	20	239	40	05	205	05	34
276	09	27	44	206	43	54	297	01	49	322	18	24
301	09	24	57	200	36	29	354	23	33	79	31	14
326	09	22	10	194	29	03	51	45	17	196	44	04
351	09	19	23	188	21	37	109	07	01	313	56	54
376	09	16	36	182	14	11	166	28	45	71	09	44
401	09	13	49	176	06	45	223	50	29	188	22	33
426	09	11	02	169	59	20	281	12	13	305	35	23
451	09	08	15	163	51	54	338	33	57	62	48	13
476	09	05	27	157	44	28	35	55	41	180	01	03
501	09	02	40	151	37	02	93	17	25	297	13	53
526	08	59	53	145	29	37	150	39	09	54	26	43
551	08	57	06	139	22	11	208	00	53	171	39	33

1 Lire «années».

1	2			3			4			5		
Périodes de 25 ans [1]	Jours de Thout			Distance du Soleil à son apogée			Anomalie de la Lune depuis l'apogée de l'épicycle			Latitude depuis la limite nord		
				°	'	"	°	'	"	°	'	"
576	08	54	19	133	14	45	265	22	37	288	52	23
601	08	51	32	127	07	19	322	44	21	46	05	13
626	08	48	45	120	59	53	20	06	05	163	18	03
651	08	45	58	114	52	28	77	27	49	280	30	52
676	08	43	11	108	45	02	134	49	33	37	43	42
701	08	40	24	102	37	36	192	11	17	154	56	32
726	08	37	37	96	30	10	249	33	01	272	09	22
751	08	34	50	90	22	45	306	54	45	29	22	12
776	08	32	02	84	15	19	04	16	29	146	35	02
801	08	29	15	78	07	53	61	38	14	263	47	52
826	08	26	28	72	00	27	118	59	58	21	00	42
851	08	23	41	65	53	01	176	21	42	138	13	32
876	08	20	54	59	45	36	233	43	26	255	26	22
901	08	18	07	53	38	10	291	05	10	12	39	11
926	08	15	20	47	30	44	348	26	54	129	52	01
951	08	12	33	41	23	18	45	48	38	247	04	51
976	08	09	46	35	15	52	103	10	22	04	17	41
1001	08	06	59	29	08	27	160	32	06	121	30	31
1026	08	04	12	23	01	01	217	53	50	238	43	21
1051	08	01	25	16	53	35	275	15	34	355	56	11
1076	07	58	37	10	46	09	332	37	18	113	09	01
1101	07	55	50	04	38	44	29	59	02	230	21	51

Excédents annuels pour les synodes et les pleines lunes [1]

1	2			3			4			5		
Années	Jours			Soleil depuis l'apogée			Anomalie [lunaire]			Latitude		
				°	'	"	°	'	"	°	'	"
1	18	53	52	18	22	59	335	37	02	38	43	04
2	8	15	53	7	39	36	285	25	04	46	45	54
3	27	09	45	26	02	35	261	02	05	85	28	57
4	16	31	47	15	19	11	210	50	07	93	31	47
5	5	53	49	4	35	47	160	38	09	101	34	37
6	24	47	40	22	58	47	136	15	11	140	17	41
7	14	09	42	12	15	23	86	03	12	148	20	30
8	3	31	44	1	31	59	35	51	14	156	23	20
9	22	25	36	19	54	59	11	28	16	195	06	24
10	11	47	37	9	11	35	321	16	18	203	09	14
11	1	09	39	358	28	11	271	04	19	211	12	03
12	20	03	31	16	51	10	246	41	21	249	55	07
13	9	25	32	6	07	47	196	29	23	257	57	57
14	28	19	24	24	30	46	172	06	25	296	41	01
15	17	41	26	13	47	22	121	54	26	304	43	50
16	7	03	28	3	03	59	71	42	28	312	46	40
17	25	57	19	21	26	58	47	19	30	351	29	44
18	15	19	21	10	43	34	357	07	32	359	32	34
19	4	41	23	0	00	10	306	55	33	7	35	23
20	23	35	14	18	23	10	282	32	35	46	18	27
21	12	57	16	7	39	46	232	20	37	54	21	17
22	2	19	18	356	56	22	182	08	39	62	24	07
23	21	13	10	15	19	22	157	45	41	101	07	10
24	10	35	11	4	35	58	107	33	42	109	10	00

1 Conjonctions et oppositions.

LIMITES DU SOLEIL EN MOUVEMENT MOYEN
[en latitude, pour les éclipses] :
de 69° 19′ à 101° 22′ et de 258° 38′ à 290° 41′

LIMITES DE LA LUNE EN MOUVEMENT MOYEN
[en latitude, pour les éclipses] :
de 74° 48′ à 105° 12′ et de 254° 48′ à 285° 12′

Excédents mensuels pour les synodes et les pleines lunes [1]

1	2			3			4			5		
Mois	Jours			Soleil depuis l'apogée			Anomalie [lunaire]			Latitude		
				°	′	″	°	′	″	°	′	″
1	29	31	50	29	06	23	25	49	00	30	40	14
2	59	03	40	58	12	46	51	38	00	61	20	28
3	88	35	30	87	19	09	77	27	00	92	00	42
4	118	07	21	116	25	32	103	16	01	122	40	57
5	147	39	11	145	31	55	129	05	01	153	21	11
6	177	11	01	174	38	18	154	54	01	184	01	25
7	206	42	51	203	44	41	180	43	01	214	41	39
8	236	14	41	232	51	04	206	32	01	245	21	53
9	265	46	31	261	57	27	232	21	01	276	02	07
10	295	18	21	291	03	50	258	10	01	306	42	21
11	324	50	12	320	10	13	283	59	02	337	22	36
12	354	22	02	349	16	36	309	48	02	8	02	50

4. Comment déterminer les syzygies moyennes et vraies

Si nous voulons trouver les syzygies moyennes pour une année donnée, nous calculons d'abord le nombre d'années écoulées depuis l'ère de Nabonassar, puis nous cherchons ce nombre d'années dans la colonne des périodes de 25 ans (la première du premier ou du deuxième tableau [selon que c'est une conjonction ou une opposition] et [dans la colonne des] années simples (troisième tableau). Nous prenons les quantités correspondant à ces lignes [dans les tableaux], et nous ajoutons les entrées : celles des premier et troisième tableaux pour les conjonctions, et celles des deuxième et troisièmes tableaux pour les oppositions. La somme des valeurs de la deuxième colonne nous donnera le moment de la syzygie depuis le début de cette année ; p. ex., si la somme est 24;44 j, elle [la syzygie] sera 44 soixantièmes de jour après midi du 24 Thout ; ou encore, si elle est de 34;44 j, ce sera 44 soixantièmes de jour après midi le 4 Phaophi. La somme des valeurs de la troisième colonne nous donnera la position [moyenne] du Soleil en degrés depuis son apogée ; la quatrième colonne, l'anomalie de la Lune depuis l'apogée [de son épicycle] ; la cinquième colonne, l'[argument de] latitude depuis la limite nord. Nous pouvons ainsi calculer facilement les [syzygies] suivantes [de l'année en question], que ce soit toutes ou seulement certaines, en ajoutant les valeurs appropriées dans la quatrième table mensuelle. Pour des raisons pratiques, nous convertirons toujours les soixantièmes de jour en heures équinoxiales ; le résultat sera en temps solaires moyens, puisque le temps exprimé en heures saisonnières n'est pas toujours égal, mais est basé sur les jours solaires vrais. Nous corrigerons donc cela aussi, en calculant la différence due à cet effet, par la méthode indiquée ci-dessus : si le nombre de degrés de

1 Conjonctions et oppositions.

temps correspondant au [temps de lever du] mouvement apparent est supérieur [à l'intervalle en mouvement moyen], nous soustrayons la différence du total [d'heures] dérivé sur la base des jours solaires moyens, mais si elle est inférieure, nous l'ajoutons à ce total.

Une fois que nous avons ainsi dérivé le temps moyen de conjonction ou d'opposition ainsi que la position en anomalie de chaque luminaire [pour ce moment], il sera facile de déterminer le temps et le lieu de la vraie syzygie, ainsi que la position de la Lune en latitude, en comparant les deux anomalies ; car après avoir trouvé le mouvement vrai du Soleil et de la Lune ainsi qu'en latitude, en appliquant les prostaphérèses [corrections] trouvées, à l'instant défini par la syzygie moyenne en question, au moyen de l'équation ainsi trouvée, et que nous avons examiné ces positions, si nous constatons que les corps sont encore en conjonction, ou exactement opposés [en opposition], alors le temps de la vraie syzygie sera le même [que celui de la syzygie moyenne] ; sinon, nous prenons la différence de longitude entre les corps, exprimée en degrés, et nous l'augmentons d'un douzième d'elle-même, pour rendre compte approximativement du mouvement supplémentaire du Soleil [entre syzygie moyenne et vraie], puis nous déterminons combien de temps, en heures équinoxiales, la Lune dans son mouvement anomaliste [c.-à-d. vrai] prend pour couvrir cet intervalle. Si la longitude de la Lune [à la syzygie moyenne] est inférieure à la vraie longitude du Soleil, nous ajoutons le résultat au temps de la syzygie moyenne, mais si elle [la longitude de la Lune] est supérieure, nous soustrayons le résultat du temps de la syzygie moyenne. De même, si la vraie longitude de la Lune à la syzygie moyenne est inférieure à la [longitude vraie] du Soleil, nous ajoutons l'intervalle en degrés (augmenté, encore une fois, d'un douzième) à la fois à la longitude et à l'argument de la latitude [à la syzygie moyenne], mais s'il est supérieur, nous le soustrayons [des deux]. Ainsi nous obtenons le temps de la vraie syzygie, et la position vraie approximative de la Lune sur son orbite inclinée.

Voici comment trouver le véritable mouvement horaire de la Lune à la syzygie pour une position donnée. Nous entrons dans le tableau de l'anomalie de la Lune avec l'anomalie au moment en question, prenons la prostaphérèse [correction] correspondante et déterminons l'incrément correspondant à un incrément de 1° en anomalie. Nous multiplions cet incrément par le mouvement moyen en anomalie en une heure, soit 0° 32′ 40″, et, si l'anomalie [que nous avons entrée dans le tableau] comme argument est dans les lignes au-dessus de la plus grande prostaphérèse, nous soustrayons le produit du mouvement horaire moyen en longitude, 0° 32′ 56″ ; mais si [l'anomalie] est dans les lignes en dessous de [la plus grande prostaphérèse], nous ajoutons le produit à 0° 32′ 56″. Le résultat sera le mouvement vrai de la Lune en longitude en une heure équinoxiale à cette position.

Nous obtenons ainsi l'heure de la syzygie vraie pour Alexandrie, puisque toutes les époques ont été définies en termes de temps exprimés en heures [depuis midi] par rapport au méridien d'Alexandrie, mais il est facile de trouver l'époque d'une syzygie donnée pour un autre lieu depuis l'époque de cette syzygie d'Alexandrie. De la différence de position entre les deux lieux, nous déterminons l'intervalle, en degrés, entre le méridien du lieu recherché et le méridien d'Alexandrie ; si le méridien de l'endroit recherché est à l'est de celui d'Alexandrie, le phénomène sera observé là cette quantité (en degrés de temps) plus tard, mais s'il est à l'ouest, cette quantité plus tôt. Dans tous les cas, 15 degrés de temps égalent 1 heure équinoxiale.

5. Des limites écliptiques du Soleil et de la Lune

Après ce qui précède, l'étape suivante est de déterminer les limites entre lesquelles le Soleil et la Lune peuvent produire une éclipse. Ainsi, si nous décidons de ne pas calculer toutes les syzygies moyennes [d'une année], mais seulement celles qui peuvent tomber dans les points concernant les pronostics d'éclipse, nous aurons une méthode pratique pour décider lesquelles, à partir de la position moyenne de la Lune en latitude à chaque syzygie moyenne.

Nous avons démontré, dans le livre précédent, que le diamètre de la Lune sous-tend un arc de 31′ 20″ du grand cercle tracé autour du centre de l'écliptique, à la plus grande distance de la Lune — cela ayant été calculé au moyen de deux éclipses qui se sont produites près de l'apogée de l'épicycle [de la Lune]. Maintenant, puisque nous nous proposons de déterminer les limites maximales des syzygies écliptiques, ayant lieu lorsque la Lune est au périgée de son épicycle, nous démontrerons, au moyen de deux éclipses parmi celles ayant été observées près du périgée [de l'épicycle], de la même façon la grandeur de l'arc sous-tendu par le diamètre de la Lune — car il est plus sûr de démontrer ce genre de paramètre à partir des phénomènes réels.

La septième année de Philométor, qui est la 574e depuis Nabonassar, du début de la huitième heure jusqu'à la fin de la dixième du 27 au 28 du mois égyptien de Phaminoth [1], on a observé à Alexandrie une éclipse de Lune d'un obscurcissement maximal de 7 doigts depuis le nord. Le milieu de l'éclipse s'est donc produit 2½ heures saisonnières après minuit, ce qui correspond à 2⅓ heures d'équinoxe, puisque la vraie position du Soleil était de 6¼° du Taureau. Le temps écoulé entre l'époque et le milieu de l'éclipse est donc de 573 années égyptiennes, 206 jours, 14⅓ heures équinoxiales comptées simplement, 14 heures équinoxiales comptées en jours solaires moyens. À ce moment, la position du centre de la Lune était la suivante :

- longitude moyenne : 7° 49′ du Scorpion
- longitude vraie : 6° 16′ du Scorpion
- anomalie depuis l'apogée de l'épicycle : 163° 40′
- distance de la limite nord sur l'orbite inclinée : 98° 20′

Il est évident que, le centre de la Lune étant à 8° 20′ du nœud sur l'orbite inclinée, alors que la Lune est près de sa moindre distance [à la syzygie] et que le centre de l'ombre est sur le grand cercle passant par le centre de la Lune perpendiculairement à son orbite inclinée, lors du plus grand obscurcissement, (½ + $\frac{1}{12}$)e du diamètre de la Lune était dans l'ombre.

Ensuite, dans la 37e année du troisième cycle callipique — la 607e depuis Nabonassar —, au début de la cinquième heure dans la nuit du 2 au 3 du mois égyptien de Tybi [2], à Rhodes, la Lune a commencé à s'éclipser, de 3 doigts au maximum, et depuis le sud. Puisqu'ici, le début de l'éclipse a eu lieu 2 heures saisonnières avant minuit, ce qui correspond à 2⅓ heures équinoxiales à Rhodes et à Alexandrie, la vraie position du Soleil était de 5° 8′ du Verseau, alors le milieu de l'éclipse, moment du plus grand obscurcissement, a eu lieu environ 1⅝ heure équinoxiale avant minuit. Le temps écoulé entre l'époque et le milieu de l'éclipse était de 606 années égyptiennes, 121 jours, 10⅛ heures équinoxiales, qu'elles soient calculées simplement ou en jours solaires moyens. À ce moment, la position du centre de la Lune était la suivante :

- longitude moyenne : 5° 16′ du Lion

1 Selon Toomer, le 30 avril / 1er mai –173.
2 Selon Toomer, le 27/28 janvier –140.

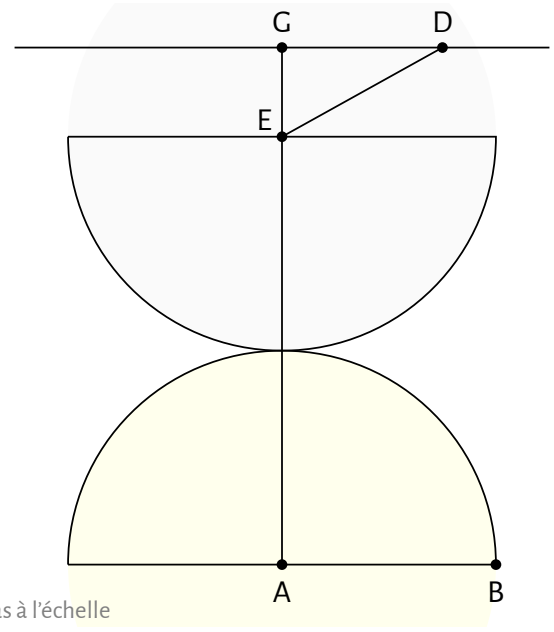
- longitude vraie : 5° 08′ du Lion
- anomalie depuis l'apogée de l'épicycle : 178° 46′
- distance depuis la limite nord sur l'orbite inclinée : 280° 36′

Il est donc clair que, lorsque le centre de la Lune est à 10° 36′ du nœud sur l'orbite inclinée, alors que la Lune est (comme avant) près de sa plus petite distance, et que le centre de l'ombre est à l'intersection de l'écliptique et le grand cercle passant par le centre de la Lune et perpendiculaire à son orbite inclinée, alors un quart du diamètre de la Lune sera immergé dans l'ombre.

Quand le centre de la Lune est à 8⅓° [1] du nœud sur son orbite inclinée, il est de 43⅓₀′ de l'écliptique sur le grand cercle passant par les pôles [de l'orbite inclinée] ; et quand le centre de la Lune est à 10⅗° du nœud sur son orbite inclinée, il est à 54⅝′ de l'écliptique sur le grand cercle passant par les pôles de l'orbite inclinée. Puisque la différence [en magnitude] entre les deux éclipses est du tiers du diamètre de la Lune, et que la différence entre les deux distances de son centre, sur le même grand cercle et depuis le même point de l'écliptique, c'est-à-dire le centre de l'ombre, est de 11′ 47″, il est évident que le diamètre entier de la Lune sous-tend un arc d'environ 35′ 20″ du grand cercle tracé autour du centre du zodiaque au périgée de la Lune [à la syzygie].

Maintenant, lors de la seconde éclipse, au cours de laquelle ¼ du diamètre de la Lune était obscurci, le centre de la Lune était à 54⅝′ du centre de l'ombre et à ¼ du diamètre de la Lune (c'est-à-dire 8⅝′) du point auquel la ligne joignant les centres [de la Lune et de l'ombre] coupe le périmètre de l'ombre, il est clair que [par soustraction] le rayon de l'ombre à la plus petite distance de la Lune est de 46′. Ceci est à peine plus que 2⅗ fois le rayon de la Lune, qui est de 17⅔′. Aussi, le rayon du Soleil sous-tend 15′ 40″ du grand cercle qu'il décrit autour du centre de l'écliptique ; car nous avons démontré que le Soleil couvre la même quantité de son cercle [sous-tend le même angle] que la Lune lorsqu'elle est à sa plus grande distance à la syzygie. Par conséquent, lorsque le centre apparent de la Lune est à [17′ 40″ + 15′ 40″ =] 33′ 20″ du centre du Soleil, de part et d'autre de l'écliptique [à angle droit par rapport à l'orbite lunaire], il sera alors possible que la Lune commence à être en contact apparent avec le Soleil.

Supposons un arc AB de l'écliptique et un arc GD de l'orbite inclinée de la Lune ; ceux-ci sont sensiblement parallèles entre eux, au moins au moment des éclipses. Traçons l'arc AEG du grand cercle passant par les pôles de l'orbite inclinée [de la Lune], et imaginons le demi-cercle du Soleil au centre A, et le demi-cercle de la Lune apparente au centre E, de sorte qu'il touche tout juste le Soleil au point Z. Ainsi l'arc AE, qui est la distance entre E, le centre apparent de la Lune, et A, le centre du Soleil, peut atteindre 0° 33′ 20″, tel qu'établi



Pas à l'échelle

1 Halma a ici, erronément, 8° 03′, résultant d'une mauvaise lecture de γ′ comme 3′ plutôt que comme ⅓.

ci-dessus. Or, dans les régions qui s'étendent de Méroé — où le jour le plus long est de 13 heures équinoxiales — jusqu'aux bouches du Borysthène — où le jour le plus long est de 16 heures équinoxiales —, la plus grande parallaxe lunaire vers le nord, à la distance minimale des syzygies et si nous soustrayons la parallaxe solaire, est d'environ 0° 08', et l'effet maximal vers le sud, dans les mêmes conditions, est de 0° 58'. Lorsque la parallaxe [latitudinale] est de 0° 08' vers le nord, [la Lune] a une parallaxe longitudinale maximale d'environ 0° 30', près du Lion ou des Gémeaux ; et lorsque sa parallaxe [latitudinale] est de 0° 58' vers le sud, elle a une parallaxe longitudinale maximale d'environ 0° 15', près du Scorpion ou des Poissons. Donc, si nous supposons que le vrai centre de la Lune est en D, et que nous traçons la ligne DE, qui représente la parallaxe totale, DG sera à peu près égal à la parallaxe en longitude, et GE à la parallaxe en latitude.

Ainsi, quand la Lune est plus au nord que le Soleil et que sa parallaxe maximale est vers le sud, l'arc DG sera de 0° 15' et l'arc AEG [0° 33' 20" + 0° 58'] ≈ 1° 31'. Le rapport entre l'arc allant du nœud à G et l'arc GA de la distance entre les limites des éclipses est d'environ 11½ : 1 : cela peut facilement être vu à partir de notre démonstration précédente de l'inclinaison de l'orbite lunaire. Ainsi, l'arc allant du nœud à G sera de 17° 26', et avec GD [ajouté], cela donne 17° 41'. Lorsque la Lune est plus au sud que le Soleil et que sa parallaxe maximale est vers le nord, l'arc DG sera de 0° 30', et l'arc entier AEG, de [0° 33' 20" + 0° 08' ≈] 0° 41'. Ainsi, l'arc allant du nœud à G sera de 7° 52', et avec GD, de 8° 22'. Par conséquent, si le centre de la Lune est à une distance vraie de l'un ou l'autre des nœuds de son orbite inclinée de 17° 41' vers le nord ou de 8° 22' vers le sud, alors la Lune pourra sembler être tout juste en contact apparent avec le Soleil, pour les régions ci-dessus mentionnées de notre partie du monde habité.

De plus, puisque l'équation maximale de l'anomalie est de 2° 23' pour le Soleil et de 5° 01' pour la Lune près des syzygies, comme nous l'avons démontré, il sera parfois possible que la vraie distance de la Lune au Soleil aux syzygies moyennes atteigne 7° 24' ; mais pendant que la Lune parcourt cette distance [7° 24'], le Soleil parcourt une distance supplémentaire d'environ ⅓₃ de cette distance, c'est-à-dire 0° 34' ; et encore, pendant que la Lune traverse ce 0° 34' supplémentaire, le Soleil parcourt ⅓₃ supplémentaire, soit environ 0° 03' (dont ensuite ⅓₃ est négligeable). Donc, si nous ajoutons la somme, 0° 37' (qui est ⅓₂ des 7° 24' d'origine) aux 2° 23' de l'anomalie solaire, nous obtenons 3°, qui est la différence maximale approximative en longitude et en [argument de] latitude entre la position moyenne [du Soleil et de la Lune] à la syzygie moyenne et leur position vraie [à la syzygie vraie]. Conséquemment, lorsque la Lune est à 20° 41' au nord, ou 11° 22' au sud d'un ou l'autre des nœuds de son orbite inclinée, elle peut sembler être tout juste en contact avec le Soleil, pour les régions mentionnées ci-dessus. Ainsi donc, ce n'est que lorsque la distance de la Lune à la limite nord correspondant à la syzygie moyenne tombe entre 69° 19' et 101° 22', ou entre 258° 38' et 290° 41', que pourra se produire, pour les lieux précédemment mentionnés, le contact apparent dont nous avons parlé.

Voyons ce qui en est des limites des éclipses lunaires, maintenant. Puisque, comme nous l'avons démontré, le rayon de la Lune à sa plus petite distance [à la syzygie] sous-tend un arc de 0° 17' 40", et que le rayon de l'ombre est environ 2⅗ fois celui-ci (soit 0° 45' 56"), il est donc clair que, lorsque la vraie distance du centre de la Lune est de 1° 03' 36" du centre de l'ombre le long de l'écliptique (telle que mesurée le long du grand cercle passant par les pôles de l'orbite inclinée de la Lune), soit environ 12° 12' de l'un ou l'autre des nœuds sur son orbite inclinée (selon le rapport 1 : 11½), il deviendra possible que la Lune touche tout juste l'ombre. Par le même argument que celui qui vient d'être déduit de l'anomalie, quand le centre moyen de la Lune est à 15° 12' de mouvement moyen d'un ou l'autre

des nœuds de son orbite, alors seulement la Lune pourra-t-elle toucher à l'ombre, c'est-à-dire lorsque la distance [de la Lune moyenne] à la limite nord est entre 74° 48′ et 105° 12′, ou entre 254° 48′ et 285° 12′.

C'est pourquoi nous avons inclus ces nombres pour [l'argument de] latitude de la Lune aux limites solaires et lunaires [d'éclipse] dans le tableau précédent des syzygies, afin de permettre de savoir rapidement si une éclipse est susceptible de se produire.

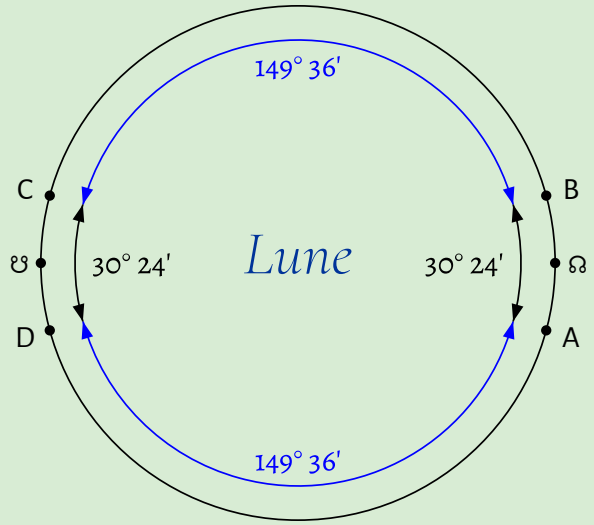
6. De l'intervalle en mois entre les éclipses

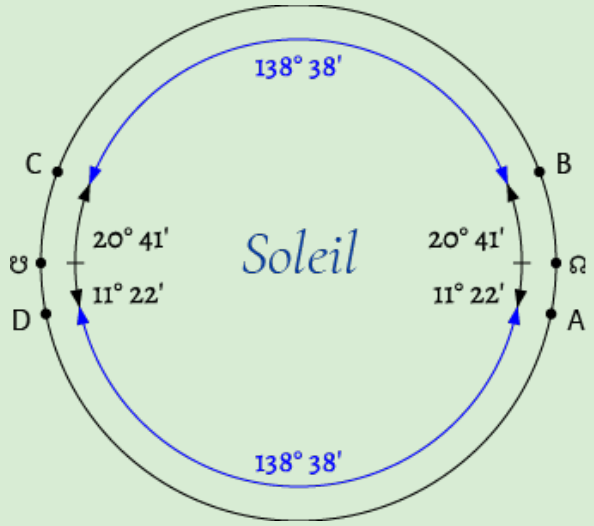
Il sera également utile de discuter de l'intervalle après lequel il est possible que des syzygies se reproduisent pour produire une éclipse, en partant d'une [seule] syzygie écliptique, nous ne prendrons pas toutes les syzygies suivantes, mais seulement celles qui sont séparées [de la première] par un intervalle de mois au cours duquel il est possible qu'une éclipse se reproduise.

Les éclipses de Soleil et de Lune peuvent se reproduire après six mois, puisque l'augmentation du mouvement moyen de la Lune en [argument de] latitude sur six mois est de 184° 01′ 25″, et les arcs entre les limites écliptiques [aux nœuds opposés], tant pour le Soleil que pour la Lune, contiennent moins que cela pour celles qui sont inférieures à un demi-cercle, et plus que cela pour celles qui sont supérieures à un demi-cercle. Dans le cas du Soleil, en effet, les limites écliptiques sont à 20° 41′ (tel que démontré) au nord des deux nœuds sur l'orbite inclinée de la Lune, et 11° 22′ au sud. Ainsi les arcs sur lesquels les éclipses ne peuvent pas se produire mesurent 138° 38′ au nord [des nœuds], et 157° 16′ au sud. Dans le cas de la Lune, les limites de l'écliptique sont à 15° 12′ [au-dessus] des nœuds sur l'orbite inclinée, des deux côtés de l'écliptique. Ainsi, chacun des arcs sur lesquels les éclipses ne peuvent se produire mesure donc 149° 36′.

Je vais prouver que, par conséquent, il est possible que les éclipses lunaires se reproduisent à un intervalle de cinq mois qui est le plus long possible, c'est-à-dire un intervalle dans lequel le

Toomer donne les deux diagrammes suivants pour aider à la compréhension de cette section. Ils illustrent l'orbite apparente de chaque astre vue du pôle nord de cette orbite.





Soleil a le plus de mouvement possible et la Lune le moins. Nous pouvons voir cela comme suit.

- En cinq mois moyens, nous trouvons les mouvements suivants :
    - mouvement moyen en longitude des deux luminaires : 145° 32'
    - mouvement de la Lune sur l'épicycle en anomalie : 129° 05'

Ces 145° 32' du Soleil, lorsque son mouvement [vrai] est le plus grand, [soit] de part et d'autre du périgée, ajoutent 4° 38' au mouvement moyen, et les 129° 05' d'anomalie de la Lune sur son épicycle, lorsque son mouvement [vrai] est le plus faible, [soit] de part et d'autre de l'apogée, enlèvent 8° 40' au mouvement moyen. Par conséquent, sur la période de cinq mois synodiques moyens au cours desquels le Soleil a son plus grand mouvement possible et la Lune son moindre, la Lune sera toujours en avance sur le Soleil de la somme des deux [équations d'] anomalie, c'est-à-dire de 13° 18'. Nous en prenons ½ (pour les raisons démontrées ci-dessus), et nous obtenons environ 1° 06' pour le mouvement supplémentaire du Soleil avant que la Lune ne le rattrape. Ainsi, puisqu'il a un mouvement supplémentaire de 4° 38' à partir de sa propre anomalie, et un autre 1° 06' d'avance en syzygie vraie, le plus grand intervalle possible en 5 mois sera plus grand que le moyen par 5° 44' en longitude. Par conséquent, le mouvement supplémentaire de la Lune en [argument de] latitude sur son orbite inclinée sera d'environ la même quantité [5° 44'] sur le mouvement moyen en latitude sur cinq mois, qui est d'environ 153° 21'. Ainsi, le véritable mouvement en [argument de] latitude sur le plus grand intervalle possible de cinq mois est de 159° 05'.

Mais les limites écliptiques de la Lune, de chaque côté de l'écliptique et pour la distance moyenne de la Lune, sont d'environ 1° du grand cercle passant par les pôles de l'orbite inclinée de la Lune, puisqu'à la plus petite distance de la Lune elles sont de 1° 03' 36", et à sa plus grande distance de 0° 56' 24", et donc [les limites écliptiques sont] de 11° 30' de l'orbite inclinée de part et d'autre des nœuds. L'arc anécliptique [1] entre eux comprend 157° 00', soit 2° 05' de moins que les 159° 05' de l'orbite inclinée [de la Lune] sur le plus grand intervalle de cinq mois possible. Il est donc évident par là que, si nous prenons l'intervalle de cinq mois le plus long possible, la pleine lune peut être éclipsée au début de cet intervalle quand elle s'éloigne de l'un des nœuds, puis être éclipsée à nouveau à l'opposition [pleine lune] à la fin de l'intervalle, alors qu'elle se rapproche du nœud opposé. L'obscurcissement aura lieu du même côté de l'écliptique, et non pas du côté opposé, dans les deux éclipses.

Nous avons donc démontré qu'il peut y avoir deux éclipses lunaires après l'intervalle de cinq mois qui est le plus long possible. Nous allons maintenant prouver qu'il est impossible que cela se produise après sept mois, même si nous supposons l'intervalle de sept mois le plus court possible, à savoir celui dans lequel le Soleil a son moindre mouvement et la Lune son plus grand. Nous pouvons voir cela par la même méthode que ci-dessus.

- Dans l'intervalle moyen de sept mois, les mouvements sont les suivants :
    - mouvement moyen en longitude des deux luminaires: 203° 45'
    - mouvement de la Lune sur l'épicycle : 180° 43'

Les 203° 45' du Soleil, lorsque son mouvement [vrai] est le plus lent et de part et d'autre de l'apogée, enlèvent 4° 42' au mouvement moyen, tandis que les 180° 43' [d'anomalie] de la Lune sur son épicycle, lorsque son mouvement [vrai] est le plus rapide et de part et d'autre du périgée, ajoutent 9° 58' à son mouvement

1 C'est-à-dire l'arc sur lequel les éclipses ne peuvent pas se produire. En grec ancien, ἀνέκλειπτος.

moyen. Il s'ensuit que, sur les sept mois [synodiques] moyens au cours desquels le Soleil a son mouvement le plus lent possible et la Lune son plus rapide, la Lune sera en avance du Soleil par la somme des deux anomalies [ci-dessus], soit 14° 40'. Pour la même raison [que précédemment], nous en prenons 1/12 [soit 1° 13'] et l'ajoutons aux 4° 42' manquants d'anomalie du Soleil : cela nous donne 5° 55', soit la différence approximative en longitude entre l'intervalle de sept mois le plus court possible et l'intervalle moyen de sept mois. De même, le mouvement de la Lune en [argument de] latitude sera inférieur à celui de l'intervalle moyen de sept mois, soit 214° 42', du même montant [soit 5° 53']. Ainsi, dans l'intervalle de sept mois le plus court possible, la Lune aura avancé de 208° 47' en [argument de] latitude sur son orbite inclinée. Mais puisque le plus grand arc entier de l'orbite entre les limites écliptiques de la Lune à distance moyenne [1], c'est-à-dire entre la limite précédant un nœud et la limite suivant l'autre nœud, n'est que de [180° + 2 × 11° 30' =] 203°. Il est donc impossible que la Lune s'éclipse à la première opposition d'un intervalle de sept mois puis s'éclipse à nouveau, de quelque manière que ce soit, à la dernière opposition de cet intervalle, même s'il est le plus court possible.

Il faut maintenant prouver que le Soleil aussi peut s'éclipser deux fois pour les mêmes régions de la Terre quelles qu'elles soient, sur le plus grand intervalle possible de cinq mois. Nous avons en effet démontré que, dans l'intervalle de cinq mois le plus long possible, le mouvement de la Lune en [argument de] latitude est de 159° 05' et que l'arc non écliptique du Soleil, pour la distance moyenne de la Lune, est de 167° 36', parce que les limites écliptiques du Soleil sont de 0° 32' 20" par rapport à l'écliptique, le long du grand cercle passant par ses pôles, et d'environ 6° 12' le long de l'orbite inclinée de la Lune. Il est donc évident que, si la Lune n'a pas de parallaxe, l'éclipse [solaire après cinq mois] sera impossible, puisque l' arc non écliptique est plus grand que le mouvement sur le plus long intervalle possible de cinq mois, de 8° 31' le long de l'orbite inclinée [de la Lune], soit environ 0° 45' sur le cercle perpendiculaire à l'écliptique. Cependant, aux endroits pour lesquels la Lune peut avoir une parallaxe, à l'une des conjonctions extrêmes [de l'intervalle] ou au total des deux à la fois, dépasse 0° 45', il est possible que les conjonctions extrêmes produisent une éclipse pour ces endroits.

Nous avons démontré que, sur les cinq mois pendant lesquels la Lune est à son mouvement le plus lent possible et le Soleil à son plus rapide, soit des deux tiers de la Vierge aux deux tiers du Verseau, la Lune est toujours en avance sur le Soleil de la somme des deux [équations d'] anomalie, soit 13° 18'. Puisqu'il faut à la Lune, pour couvrir cet arc et son douzième [soit 13° 18' + 1/12 × 13° 18'] en mouvement moyen, 1 j 2¼ h, il est donc évident, puisque l'intervalle moyen de cinq mois est d'environ 147 j 15¾ h, que l'intervalle de cinq mois le plus long possible durera 148 j 18 h. Par conséquent, la dernière conjonction, qui a lieu environ aux deux tiers du Verseau, sera plus tôt [dans la journée] que la première (qui a lieu environ aux deux tiers de la Vierge), de six heures [différence entre 148 j 18 h et 149 j exactement]. Nous devons donc chercher où et quand la Lune, dans l'un ou l'autre de ces signes ou dans les deux, a une parallaxe plus grande que les 0° 45' précédemment mentionnés entre sa position dans le Verseau et celle qu'elle avait six heures plus tôt [et 149 j plus tard] dans la Vierge.

La parallaxe de la Lune n'atteint jamais cette valeur vers le nord, pour aucun endroit du monde [considéré comme habitable par Ptolémée]. Il est donc impossible que le Soleil soit éclipsé deux fois dans le plus long intervalle possible de cinq mois lorsque la Lune est au sud de l'écliptique, c'est-à-dire lorsqu'elle

1 Ici, Halma utilise une tournure de phrase quelque peu ambigüe : «Mais le plus grand entier de l'orbite entre les limites des éclipses lors de la plus grande distance de la lune à l'approche d'un des nœuds ou à l'éloignement de l'autre […]»

s'éloigne du nœud descendant à la première conjonction et s'approche du nœud ascendant à la deuxième. Mais elle peut avoir une telle parallaxe vers le sud pour toutes les régions — depuis presque l'équateur jusqu'au nord — dans les deux signes mentionnés ci-dessus avec une différence de 6 heures [de moins que 149 j]. Cela se produit lorsque les deux tiers de la Vierge sont sur le point de se coucher à la première conjonction, et que les deux tiers du Verseau sont au méridien à la seconde conjonction, puisque dans ces positions, nous trouvons les parallaxes approximatives suivantes vers le sud, pour la Lune à distance moyenne (et en faisant abstraction de la parallaxe solaire) :

	Lune en Vierge	Lune en Verseau
à l'équateur	0° 22′	0° 14′
où le jour le plus long dure 12½ h	0° 27′	0° 22′

La somme des parallaxes dépasse déjà les 0° 45′ en question, de 4′. Or, puisque la parallaxe vers le sud est plus grande pour les régions situées plus au nord, il est évident qu'il y aura une possibilité croissante en allant vers le nord que le Soleil soit éclipsé deux fois dans le plus long intervalle de cinq mois possible, mais seulement lorsque la Lune est au nord de l'écliptique, c'est-à-dire lorsqu'elle s'éloigne du nœud ascendant à la première éclipse et s'approche du nœud descendant à la seconde.

J'affirme aussi qu'il est possible que le Soleil soit éclipsé deux fois pour ces mêmes parties du monde dans le plus court intervalle de sept mois. En effet, nous avons montré que le mouvement de la Lune en [argument de] latitude sur l'intervalle le plus court de sept mois est de 208° 47′ et que le plus grand arc de l'orbite inclinée [de la Lune] entre les limites écliptiques (soit entre la limite précédant un nœud et la limite suivant le nœud opposé) est, pour le Soleil lorsque la Lune est à distance moyenne, de 192° 24′, il est évident que, si la Lune n'a pas de parallaxe, il sera impossible que deux éclipses se produisent, parce que l'arc de l'orbite inclinée [de la Lune] parcouru dans l'intervalle le plus court de sept mois est plus grand que le plus grand arc entre les limites écliptiques du Soleil, par 16° 23′ le long de l'orbite inclinée, [soit] 1° 25′ sur le cercle passant par les pôles de l'écliptique. Mais pour les endroits où la parallaxe lunaire est suffisamment grande, à l'une ou l'autre des conjonctions extrêmes ou en combinant les deux parallaxes, pour dépasser 1° 25′, il est possible que les conjonctions extrêmes produisent une éclipse pour ces endroits.

Puisque, tel que nous l'avons démontré, pendant cet intervalle moyen de sept mois au cours duquel la Lune a son mouvement [vrai] le plus rapide, et le Soleil son plus lent, [soit] de la fin du Verseau au milieu de la Vierge, la Lune, en mouvement vrai, a déjà dépassé le Soleil de 14° 40′, et que la Lune parcourt cet angle et son douzième [soit 14° 40′ + ½ × 14° 40′] en 1 j 5 h, il est évident que, puisque l'intervalle moyen de sept mois compte environ 206 j 17 h, l'intervalle de sept mois le plus court possible durera [206 j 17 h − 1 j 5 h =] 205 j 12 h. Par conséquent, la seconde conjonction dans le milieu de la Vierge aura lieu 12 heures plus tard [dans la journée] que la première conjonction à la fin du Verseau. Il faut donc chercher où et quand la parallaxe lunaire peut dépasser 1° 25′, soit dans l'un ou l'autre de ces signes, soit en combinant les deux, lorsque les deux signes sont séparés de 12 heures, c'est-à-dire qu'un se couche et que l'autre se lève — sinon, les deux éclipses ne pourront pas se produire au-dessus de l'horizon.

Il est encore une fois impossible pour la Lune d'avoir une parallaxe nord aussi grande, pour quelque région du monde habité que ce soit — même directement sous l'équateur, la parallaxe

en latitude à la distance moyenne [1] de la Lune ne dépasse jamais 23 minutes. Il est donc impossible que le Soleil soit éclipsé deux fois dans les sept mois les plus courts lorsque la Lune est au sud de l'écliptique, c'est-à -dire quand elle s'approche du nœud ascendant à la première conjonction et qu'elle s'éloigne du nœud descendant à la seconde. Mais nous trouvons qu'une aussi grande parallaxe vers le sud [soit > 1° 25'] se produit à peu près au parallèle de Rhodes [et vers le nord], lorsque la fin du Verseau se lève et que le milieu de la Vierge se couche. En effet, au parallèle de Rhodes, la parallaxe de la Lune à distance moyenne (en faisant abstraction de la parallaxe solaire) est d'environ 0° 46' vers le sud dans l'une et l'autre de ces positions, et la somme des parallaxes aux deux conjonctions est donc supérieure à 1° 25'. Puisque, pour les régions encore plus au nord, la parallaxe sud est plus grande, il est évident que pour ces régions, une éclipse de Soleil peut être observée deux fois dans l'intervalle de sept mois le plus court, mais seulement quand la Lune est au nord de l'écliptique, c'est-à -dire lorsqu'elle s'approche du nœud descendant à la première éclipse et s'éloigne du nœud ascendant à la seconde.

Il nous reste à démontrer qu'il est impossible que le Soleil s'éclipse deux fois à un mois d'intervalle dans notre partie du monde habité, ni pour une même latitude ni pour des latitudes différentes, même si nous supposons une combinaison de facteurs qui ne peuvent pas tous être vrais en même temps, mais qui pourraient être regroupées dans une vaine tentative de rendre l'événement possible. Ces hypothèses sont que la Lune soit à son plus proche (rendant sa parallaxe plus grande) ; que le mois soit le plus court possible (afin que le mouvement en latitude dépasse d'aussi peu que possible la distance entre les limites écliptiques du Soleil) ; et que nous utilisions, sans analyse [pour savoir s'il s'agit d'une situation possible], les heures et les signes du zodiaque dans lesquels la parallaxe apparente de la Lune est la plus grande. Ainsi, dans un mois synodique moyen, les mouvements moyens des corps sont les suivants :

- mouvement en longitude pour les deux luminaires : 29° 06'
- anomalie de la Lune sur son épicycle : 25° 49'

Mais les 29° 06' du mouvement du Soleil, [répartis symétriquement] de part et d'autre de l'apogée, pour produire son mouvement [vrai] le plus lent, enlèvent 1° 08' au mouvement moyen, et les 25° 49' du mouvement de la Lune, [répartis symétriquement] de part et d'autre du périgée, pour produire son mouvement [vrai] le plus rapide, ajoutent 2° 28' au mouvement moyen. Tel que démontré précédemment, nous prenons la somme des deux équations d'anomalie, 3° 36', et y ajoutons ½, soit 0° 18', au retard du Soleil [de 1° 08'], cela nous donne 1° 26' pour le mouvement accompli en longitude pendant le mois le plus court de moins que [l'argument de] latitude en 1 mois synodique moyen. Donc, puisque le mouvement en latitude pendant un mois synodique moyen est de 30° 40', celui du mois le plus court est de 29° 14', ce qui correspond à environ 2° 33' sur le grand cercle perpendiculaire au zodiaque. Mais l'intervalle total des limites écliptiques du Soleil, lorsque la Lune est à sa moindre distance, est de 1° 06', de sorte que le trajet du mois le plus court est plus grand de 1° 27'. Donc, si le Soleil devait s'éclipser deux fois en un mois, il faudrait absolument soit que [a] la Lune n'ait pas de parallaxe à une conjonction et plus de 1° 27' à l'autre, soit que [b] la parallaxe aux deux conjonctions soit dans la même direction et que la différence entre les deux soit de plus de 1° 27', soit que [c] la parallaxe à une conjonction soit vers le nord et la parallaxe à l'autre soit vers le sud, et que leur somme

1 Toomer explique que le μέγιστον ἀπόστημα des manuscrits grecs (et d'Halma) n'a aucun sens et qu'on doit plutôt lire μέσον comme dans les manuscrits de la tradition arabe.

dépasse cette quantité [1° 27']. Mais pour nulle part sur la Terre, la Lune à la syzygie, même à son plus proche, n'a de parallaxe latitudinale de plus de 1° (en faisant abstraction de la parallaxe solaire). Ainsi, il ne sera pas possible qu'une éclipse solaire se produise deux fois en un mois puisque, que la Lune n'ait pas de parallaxe à une conjonction ou que sa parallaxe soit dans la même direction aux deux conjonctions, la différence entre les parallaxes ne dépassera jamais 1°, et il nous faut 1° 27'. L'événement en question ne pourrait donc se produire que si les deux parallaxes sont en sens opposés et que la somme des deux dépasse 1° 27', ce qui pourrait se produire pour des écoumènes situés dans différentes parties de la Terre, puisque la parallaxe sud de la Lune pour les régions de l'hémisphère nord et la parallaxe nord pour les régions de l'hémisphère sud (les soi-disant « antipodes » ou « antichthones » [ἀντιχθόνων]), peuvent [chacune] atteindre jusqu'à 1° (en faisant abstraction de la parallaxe solaire) — mais cela ne pourrait jamais arriver dans le même écoumène, puisque dans une comme l'autre, la parallaxe maximale de la Lune, tant au nord qu'au sud, ne dépasse pas 25' pour les habitants de l'équateur ou 1° pour les écoumènes de l'hémisphère nord ou de l'hémisphère sud, de sorte que même dans ce cas [c'est-à-dire en prenant l'équateur et les limites extrêmes nord ou sud] la somme des parallaxes est toujours inférieure à 1° 27'. Et puisque les deux parallaxes opposées sont de plus en plus petites dans les régions situées entre l'équateur et l'autre extrême [de chaque oikoumene], l'événement devient de plus en plus impossible pour ces régions. Il est donc impossible que le Soleil soit éclipsé deux fois en un mois, que ce soit pour les mêmes observateurs n'importe où sur la Terre, ou que ce soit pour des observateurs différents dans le même écoumène. C'est ce que nous voulions prouver.

7. Construction des tableaux des éclipses

Avec ce qui précède, nous avons vu quels intervalles prendre entre les syzygies pour chercher des éclipses. Maintenant, après avoir déterminé leur temps de mi-éclipse et calculé les positions de la Lune à ce moment (ce qui nous donne les positions apparentes aux synodes ou conjonctions et les positions vraies aux pleines lunes [oppositions]), nous voulons avoir un moyen pratique de déterminer, à partir de la position de la Lune en latitude, quelles syzygies produiront définitivement une éclipse, de même que la magnitude et la durée totale de chaque éclipse. Nous avons donc construit des tableaux, deux pour les éclipses solaires et deux pour les éclipses lunaires ; un [de chaque] pour la plus grande distance de la Lune et un autre pour sa plus petite distance. [L'intervalle entre chaque ligne étant déterminé par] l'obscurcissement mesuré en douzièmes du diamètre éclipsé de chaque luminaire.

Le premier tableau des éclipses solaires, qui comprend les limites des éclipses à la plus grande distance de la Lune, sera de 25 lignes et 4 colonnes ; les deux premières contiendront la position apparente de la Lune en [argument de] latitude sur son orbite inclinée pour chaque [unité d']obscurcissement. Puisque le diamètre du Soleil est de 0° 31' 20", et, comme cela a été prouvé, le diamètre de la Lune à sa plus grande distance est aussi de 0° 31' 20", quand le centre apparent de la Lune est à 0° 31' 20" du centre du Soleil sur le grand cercle passant par leurs deux centres (et qui est à 6° du nœud le long de son orbite inclinée, selon la proportion de 11;30 : 1 précédemment mentionnée), [le disque de] la Lune commence tout juste à toucher le [disque du] Soleil. Nous mettons donc, dans la première ligne de la première colonne, 84°, et dans la première ligne de la deuxième colonne, 276° ; dans la dernière ligne de la première colonne,

96°, et dans la dernière ligne de la deuxième colonne, 264°.

Puisque le douzième du diamètre solaire correspond à environ 0° 30′ du cercle oblique, nous augmenterons ou diminuerons les entrées dans les deux colonnes susmentionnées de cette quantité, en commençant par les lignes aux deux extrémités et en allant vers le milieu, où nous mettons 90° et 270°.

La troisième colonne contiendra l'ampleur de l'obscurcissement. Sur les deux lignes du haut et du bas, nous mettrons 0 pour marquer le [premier ou dernier] contact ; et puisqu'un doigt correspond à un douzième du diamètre, l'incrément des autres lignes sera de 1 doigt jusqu'au milieu, où tombera le nombre de 12 doigts.

La quatrième colonne contiendra le mouvement du centre de la Lune pour chaque obscurcissement, sans toutefois tenir compte du mouvement du Soleil ni de l'épiparallaxe de la Lune [c'est-à-dire le changement de la parallaxe de la Lune].

Le deuxième tableau des éclipses solaires, qui contient leurs limites à la plus petite distance de la Lune, sera dressé de la même manière que le premier, mais sur 27 lignes et 4 colonnes, parce que le rayon de la Lune à sa plus petite distance est, comme nous l'avons démontré, de 0° 17′ 40″ tandis que celui du Soleil est de 0° 15′ 40″. Ainsi, lorsque la Lune commence tout juste à toucher le Soleil, son centre apparent est à 0° 33′ 20″ du centre du Soleil et à 6° 24′ du nœud le long de son cercle incliné. Ainsi, les lignes du haut et du bas pour [l'argument de] latitude sont 83° 36′ et 276° 24′ ainsi que 96° 24′ et 263° 36′ [respectivement], et la ligne du milieu, dans la colonne des doigts, sera de 12⅘, parce que le diamètre de la Lune dépasse celui du Soleil de cette fraction. Pour cette entrée il y aura aussi une durée de totalité [1].

Chacune des tables [des éclipses] lunaires, quant à elles, sera composée de 45 lignes et 5 colonnes. Dans le premier tableau, nous mettrons [l'argument de] la latitude pour la plus grande distance de la Lune ; puisque le rayon de la Lune à sa plus grande distance est, comme nous l'avons démontré, de 0° 15′ 40″, et le rayon de l'ombre, de 0° 40′ 44″, lorsque la Lune commence tout juste à toucher à l'ombre, le centre de la Lune est à 0° 56′ 24″ du centre de l'ombre le long du grand cercle passant par les deux centres, et à 10° 48′ du nœud le long de son orbite inclinée. Nous mettrons donc, sur la première ligne, 79° 12′ [dans la première colonne] et 280° 48′ [dans la deuxième colonne], et sur la dernière ligne, 100° 48′ et 259° 12′ [respectivement]. Par le même raisonnement que précédemment [dans le tableau solaire], nous augmenterons ou diminuerons chaque ligne de 0° 30′, ce qui correspond à un douzième du diamètre lunaire pour cette distance.

Dans le deuxième tableau, nous mettrons l'[argument de] latitude pour la Lune à sa moindre distance où, comme nous l'avons démontré, son rayon est de 0° 17′ 40″ et le rayon de l'ombre est de 0° 45′ 56″. Par conséquent, lorsque la Lune commence tout juste à toucher l'ombre, son centre est, par le même argument que précédemment, à 1° 03′ 36″ du centre de l'ombre, et à 12° 12′ du nœud le long du cercle incliné. Nous mettrons donc, sur la première ligne, 77° 48′ et 282° 12′, et, sur la dernière ligne, 102° 12′ et 257° 48′, et augmenterons ou diminuerons encore les entrées du montant

1 Toomer indique que « L'intervalle de l'argument correspondant à 1 doigt de magnitude de l'éclipse est de 0;30° ailleurs dans le tableau. Puisque l'intervalle est ici de 0;24°, la quantité correspondante en doigts est de ⅘. Un calcul précis [à partir] des rayons 0;17,40° et 0;15,40° donne une magnitude de l'éclipse solaire maximale de 12;46^{p}. La quantité au-delà de 12 doigts représente la "durée de la totalité" (μονή), comme pour les éclipses lunaires. »
La traduction française de μονή est quelque chose comme « séjour ».
Dans ses notes au sujet de la traduction d'Halma, Jean-Baptiste Joseph Delambre [1749–1822] indique que la magnitude maximale réelle est de 13;32^{p}.

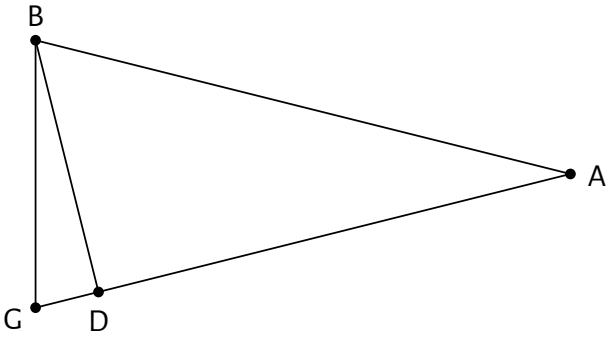
correspondant au douzième du diamètre lunaire pour cette distance, [soit] 0° 34′.

La troisième colonne [de chaque tableau], pour les doigts [d'obscurcissement], sera disposée de la même manière que celle des tableaux solaires. Il en sera de même pour les colonnes suivantes, qui contiennent le mouvement de la Lune pour chaque obscurcissement, à savoir [la quatrième colonne] pour l'immersion et l'émersion, et aussi [la cinquième colonne] pour la moitié de la durée de la totalité.

Nous avons calculé géométriquement le parcours de la Lune tabulé pour chaque obscurcissement, mais [seulement] avec des plans et des lignes droites, puisque de si petits arcs ne diffèrent pas sensiblement des cordes correspondantes et que, de plus, le mouvement de la Lune sur son cercle incliné n'est pas sensiblement différent de son mouvement par rapport à l'écliptique [pendant une éclipse]. Mais ne pensez pas que nous ignorons que le mouvement de la Lune en longitude sur le cercle incliné est généralement différent de celui sur l'écliptique, ni que nous ignorons que le moment de la syzygie n'est pas exactement le même que le moment de la mi-éclipse.

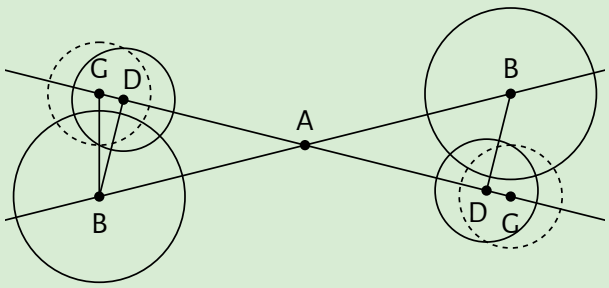
[Pour illustrer cela], prenons depuis le nœud A deux arcs égaux (AB et AG) de ces cercles [l'orbite et écliptique]. Joignons BG et, depuis B, traçons BD perpendiculaire à AG. Il est ainsi évident que, si nous supposons la Lune en B, si nous prenons l'arc AG de l'écliptique au lieu de l'arc AD [de l'orbite], alors, puisque le mouvement par rapport à l'écliptique est déterminé par [le grand cercle] passant par ses pôles pour les mouvements ayant lieu au-dessus de lui, la différence [de longitude] due à l'inclinaison de l'orbite lunaire sera GD. En outre, si nous imaginons le Soleil ou le centre de l'ombre en B, le temps de syzygie se produira lorsque la Lune sera en G (puisque la différence due aux deux cercles [écliptique et orbite] est négligeable), mais le temps du milieu de l'éclipse sera lorsque la Lune est en D, puisque, encore une fois, celui-ci est défini par le cercle passant par les pôles de l'orbite de la Lune, et le moment de la syzygie différera [donc] du moment du milieu de l'éclipse par l'arc GD.

La raison pour laquelle nous n'avons pas pris en compte ces arcs dans nos calculs individuels est que les différences qu'ils provoquent sont petites et imperceptibles. Bien qu'il soit peu raisonnable de les ignorer, ils ont volontairement été omis parce que les calculs seraient rendus très complexes, ce qui n'en vaut pas la peine par rapport à la petitesse de leur effet. Nous avons en effet constaté que l'arc correspondant à GD ne dépasse pas, en général, 0° 05′ — ce qui peut être démontré au moyen du même théorème que nous avons utilisé pour calculer la différence entre les arcs de l'équateur et les arcs [correspondants] de l'écliptique



Pas à l'échelle

Toomer ajoute un diagramme pour aider à la compréhension de cette section. Cependant, dans son diagramme, les côtés AB et AG ne sont pas égaux ; je l'ai donc adapté ici pour refléter le texte.



Pas à l'échelle

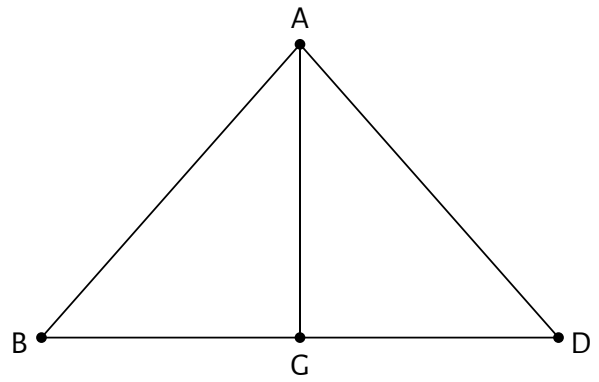
sur un [grand] cercle passant par les pôles de l'équateur. Pour les éclipses, [l'arc correspondant à GD] ne dépasse pas 2' [1] ; en effet, si nous prenons l'arc AB = arc AG = 12°, qui est le trajet maximal de la Lune [depuis le nœud] pendant une éclipse, alors BD mesure environ 1°. Donc, AD vaut environ 11° 58', et, par soustraction, GD vaut 2', soit moins de 1/16 d'heure équinoxiale. S'accrocher à une si petite différence serait un signe de condescendance plutôt que de rigueur d'esprit.

Nous avons donc calculé le mouvement de la Lune pendant les obscurcissements en question comme si les cercles [de l'écliptique et de l'orbite] étaient sensiblement identiques, méthode qui nous est permise par un ou deux exemples que voici.

Soit A le centre du Soleil ou de l'ombre, et BGD l'arc du cercle [incliné] de la Lune. Soit aussi B, le centre de la Lune lorsqu'elle commence tout juste à toucher le Soleil ou l'ombre soient, et D lorsqu'elle finit tout juste d'en sortir. Joignons AB et AD, et traçons, depuis A, la droite AG perpendiculaire à BD.

Maintenant, il est clair que l'obscurcissement moyen et le maximum de l'éclipse se produisent quand le centre de la Lune est en G, parce que AB est égal à AD, donc les distances parcourues, BG et GD, sont également égales, et parce que AG est la plus courte des lignes entre les deux centres [quand la Lune est] sur BD. Il est également clair que AB et AD sont chacune égales à la somme des rayons de la Lune et du Soleil ou [de la Lune et] de l'ombre, et que chacun est plus long qu'AG de la partie du diamètre du corps éclipsé qui est obscurcie.

Cela étant posé, supposons que l'obscurcissement est, par exemple, de trois doigts, et que A représente le centre du Soleil. Par conséquent, quand la Lune est à sa plus grande distance,



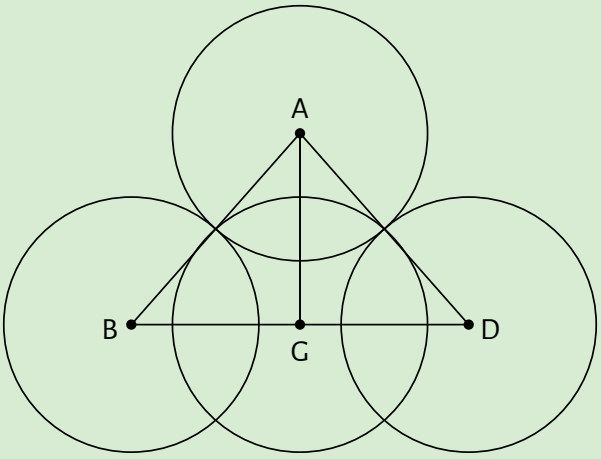
Pas à l'échelle

AB = 31' 20".
Donc AB² = 981;47
Et AG = 23' 30",

puisqu'il est inférieur à AB de 3/12 du diamètre du soleil, c'est-à-dire 7' 50".

Donc AG² = 552;15.
D'où BG² = 429;32,
et BG ≈ 20' 43".

Toomer ajoute le diagramme suivant pour aider à la compréhension de cette section. Le triangle ABD est le même que ci-dessus, et les cercles représentent les disques lunaire (en bas) et solaire (en haut) à divers moments de l'éclipse, comme expliqué dans le texte principal.



Pas à l'échelle

1 Halma indique qu'«il est de 2' 36"». Toomer calcule quant à lui 2' 40", en utilisant 5° comme inclinaison de l'orbite lunaire, comme Ptolémée.

C'est le montant que nous inscrirons dans la quatrième colonne du premier tableau pour les [éclipses] solaires vis-à-vis de « 3 doigts ».

Pour la moindre distance de la Lune,

AB = 33′
Donc AB² = 1 111;07.
Et AG = [0° 33′ 20″ – 0° 07′ 50″ =] 25′ 30″
alors AG² = 650;15.
Et, par soustraction,
BG² = 460; 52,
donc BG = 21′ 28″.

C'est le montant que nous inscrirons dans la quatrième colonne du deuxième tableau pour les [éclipses] solaires en face de « 3 doigts ».

Supposons maintenant que A soit le centre de l'ombre et que l'obscurcissement est [encore] du quart, [mais maintenant] du diamètre lunaire. Ainsi donc, à la plus grande distance de la Lune,

AB = 56′ 24″,
donc AB² = 3 180;58,
et AG = 48′ 34″,

car il est inférieur à AB du quart du diamètre lunaire, c'est-à-dire (à la plus grande distance de la Lune) 7′ 50″.

Donc AG² = 2 358;43.
Ainsi, par soustraction,
BG² = 822;15,
et BG = 28′ 41″.

C'est le montant que nous inscrirons dans la quatrième colonne du premier tableau pour les [éclipses] lunaires en face de « 3 doigts ». Il représente le trajet de l'astre dans l'ombre pendant l'immersion, qui est sensiblement le même que celui pendant l'émersion.

Pour la moindre distance [de la Lune],

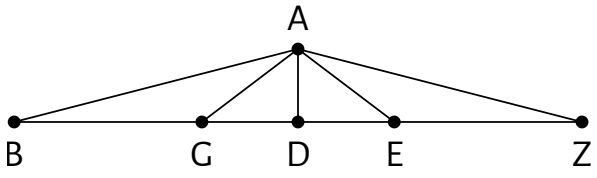
AB= 63′ 36″,
donc AB²= 4 044;58.
Et AG= 54′ 46″,

puisque la différence [entre AB et AG], 8′ 50″, est, encore une fois, du quart du diamètre de la Lune [ici] à la moindre distance.

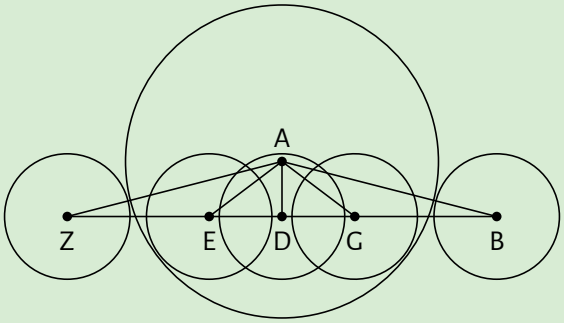
Donc AG² = 2 999;23.
Donc, par soustraction,
BG² = 1 045;35,
et BG = 32′ 20″.

C'est le montant que nous inscrirons en face de « 3 doigts », comme précédemment, dans la quatrième colonne du deuxième tableau des [éclipses] lunaires.

Maintenant, pour représenter les éclipses lunaires comprenant une totalité, soit A le centre de l'ombre, et BGDEZ [une portion de] l'arc du cercle incliné de la Lune. Soit B le lieu du centre de la Lune lorsqu'il commence tout juste à toucher à l'ombre, à l'approche, G lorsqu'il est tout juste au complet dans l'ombre au début de la totalité, E [juste avant qu'il ne commence à sortir de la totalité], et Z lorsqu'il finit tout juste de toucher à l'ombre à la fin [de l'éclipse]. Traçons, à partir de A, la droite AD perpendiculaire à BZ. Les mêmes conclusions que précédemment restent valables, et il est évident que chacune des droites AG et AE comprend la quantité par laquelle le rayon de l'ombre dépasse le rayon de la Lune. Ainsi donc, la droite GD est égale à DE, et chacune représente la moitié de la totalité, tandis que la droite BG, le reste [de BD – GD], qui représente l'immersion, est égale à EZ, le reste [de DZ – DE], qui représente l'émersion. Supposons donc une éclipse de 15 doigts lunaires, c'est-à-dire une dans laquelle D, le centre de la Lune [au milieu de l'éclipse], se trouve à 1¼ diamètre lunaire à l'intérieur des limites écliptiques. C'est-à-dire quand



Toomer ajoute le diagramme suivant pour aider à la compréhension de cette section. Les petits cercles représentent le disque lunaire, et le grand, l'ombre terrestre.



(AB – AD) = (AZ – AD) = 1¼ diamètre lunaire
et
(AG – AD) = (AE – AD) = ¼ de diamètre lunaire.

Ensuite, pour la plus grande distance de la Lune, comme précédemment,

AB = 56′ 24″
et AB^2 = 3 180;58.
Et AG = 25′ 04″,

puisque le diamètre de la Lune à la plus grande distance est de 31′ 20″.

AG^2 = 628;20,
et, par un argument similaire,
AD = [56′ 24 – (31′ 20″ + 7′ 50″)]
= 17′ 14″
AD^2 = 296;59.
Donc, par soustraction [de AD^2 de AB^2],
BD^2 = 2 883;59,
et BD = 53′ 42″.
Et, par soustraction [de AD^2 de AG^2],
GD^2 = 331;21,
et GD = 18′ 12″.
Donc, par soustraction,
BG = 35′ 30″.

Nous mettrons donc, en face de l'entrée « 15 doigts », dans la quatrième colonne du premier tableau des éclipses lunaires, 35′ 30″ pour l'immersion, qui sera la même quantité pour l'émersion, et dans la cinquième colonne, 18′ 12″ pour la moitié de la durée de la totalité [1].

Pour la plus petite distance de la Lune, comme avant,

AB = 63′ 36″
et AB^2 = 4 044;58;
AG = 28′ 16″,

puisque, comme cela a été montré, le diamètre de la Lune à une distance minimale est de 35′ 20″,

et AG^2 = 799;00.
Et, par un argument similaire,
AD = [63′ 36″ – (35′ 20″ + 8′ 50″)]
= 19′ 26″,
donc AD^2 = 377;39.
Par conséquent, par soustraction,
BD^2 = 3 667;19,
et BD = 60′ 34″.
Et, par soustraction,
GD^2 = 421;21
et GD = 20′ 32″.
Donc, par soustraction,
BG = 40′ 02″.

Nous mettrons donc, en face de l'entrée « 15 doigts », dans la quatrième colonne du deuxième tableau des éclipses lunaires, 40′ 02″ pour l'immersion, qui sera encore la même quantité pour l'émersion, et dans la cinquième colonne, 20′ 32″ pour la moitié de la durée de la totalité.

Afin d'avoir sous la main les différences [entre les valeurs des premier et deuxième tableaux] proportionnelles aux positions de la Lune sur son épicycle entre la plus grande et la plus petite distances, [ce que nous faisons] par la méthode des soixantièmes [d'interpolation], nous avons dressé, suite aux tableaux [mentionnés] ci-dessus, un autre petit

1 À noter qu'il s'agit ici de minutes de degrés de temps ; il faut donc multiplier par 15 pour obtenir la durée en minutes de temps (des horloges).

tableau, qui contient, en argument, la position [en anomalie] sur l'épicycle, et [en fonction] le nombre de soixantièmes correspondant à appliquer [en coefficient d'interpolation] à chaque différence [entre les valeurs] dérivée des premier et deuxième tableaux des éclipses. Nous avons calculé tous ces soixantièmes pour le tableau de la parallaxe lunaire : ils sont donc portés dans la septième colonne [de ce tableau], l'épicycle étant supposé à l'apogée de l'excentrique pour les syzygies.

Mais puisque la plupart de ceux qui observent les éclipses mesurent l'obscurcissement, non pas par le diamètre des disques [du Soleil et de la Lune], mais par la surface totale [obscurcie] des disques [1], puisque, quand on aborde le problème grossièrement, l'œil compare la surface visible avec la surface invisible. Pour cette raison, nous avons ajouté aux tableaux [mentionnés] ci-dessus un autre petit tableau, de 12 lignes et 3 colonnes, dans la première desquelles nous mettrons les chiffres de 1 à 12, représentant les douzièmes du diamètre de chaque luminaire, comme dans les tableaux d'éclipses. Les deux autres colonnes contiendront les douzièmes de la surface totale correspondant à ces [chiffres linéaires], ceux du Soleil dans la seconde et ceux de la Lune dans la troisième. Nous n'avons calculé ces quantités que pour les tailles apparentes quand la Lune est à sa distance moyenne, puisqu'il en résultera à peu près le même rapport [à d'autres distances], compte tenu d'une si petite variation des diamètres. De plus, nous avons supposé que le rapport de la circonférence au diamètre est de 3;08,30 : 1, puisque ce rapport est à peu près à mi-chemin entre 3⅐ : 1 et 3¹⁰⁄₇₁ : 1, qu'Archimède utilisait comme limites approximatives [dudit rapport].

Commençons par les éclipses solaires. Soit le disque solaire ABGD de centre E, et le disque de la Lune à sa distance moyenne AZGH et de centre Θ, coupant le disque solaire aux points A et G. Joignons BEΘH, et supposons que le quart du diamètre du Soleil est éclipsé. Ainsi, ZD = 3 où diamètre BD = 12, et le diamètre de la Lune, ZH ≈ 12;20 dans les mêmes unités, selon le rapport 15;40 : 16;40. Il s'ensuit donc que

EΘ = [½(12 + 12;20) − 3 =] 9;10 dans les mêmes unités.

Donc les circonférences des disques sont, selon le rapport 1 : 3;08,30,

- circonférence du Soleil : 37;42^p
- circonférence de la Lune : 38;46^p.

De même, puisque le produit du rayon et de la circonférence est le double de la surface du cercle, les surfaces des disques entiers sont :

- surface du Soleil:113;06^p,
- surface de la Lune:119;32^p.

Ceci donné, nous cherchons la mesure de la surface entourée par ADGZ, où la surface du Soleil est de 12 parties. Joignons d'abord AE, AΘ, GE, et GΘ, et traçons également la perpendiculaire AKG. Maintenant, où EΘ = 9;10^p,

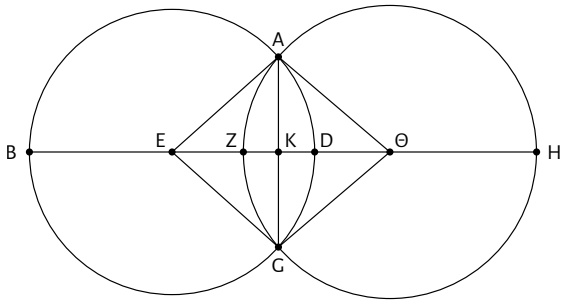
AE = EG = 6^p
et AΘ = ΘG = 6;10^p, par hypothèse.

De plus, l'angle en K est droit.

Par conséquent, si nous divisons (ΘA² − AE²), soit 2;02, par EΘ, nous obtenons

(KΘ − EK) = 0;13⅓^p.
Ainsi EK = 4;28^p
et KΘ = 4;42^p.
Donc AK = KG ≈ 4^p.
Par conséquent, la surface du triangle
AEG = 17;52^p
et la surface du triangle
AΘG = 18;48^p.

1 Toomer indique ne pas connaitre de document antique attestant d'une telle mesure.



De plus, où le diamètre BD = 12^p et ZH = 12;20^p,
AG = 8^p;
donc où le diamètre
BD = 120^p,
AG = 80^p,
et où diamètre ZH = 120^p,
AG = 77;50^p.
Les arcs correspondants sont donc :
arc ADG = 83° 37′ du cercle ABGD
et arc AZG = 80° 52′ du cercle AZGH.

Ainsi, puisque le rapport d'un cercle à l'un de ses arcs est égal au rapport de la surface entière du cercle à la surface du secteur déterminé par cet arc, la surface du secteur AEGD = 26;16^p, où la surface du cercle ABGD = 113;06^p, comme cela a été démontré, et, dans les mêmes unités, la surface du secteur AΘGZ = 26;51^p, où la surface du cercle AZGH = 119;32^p).

Et nous avons démontré que

la surface du triangle
AEG = 17;52^p
et la surface du triangle
AΘG = 18;48^p.
Donc, par soustraction, la surface du segment
ADGK = 8;24^p
et la surface du segment
AZGK = 8;03^p.
Donc, par addition, la surface de
AZGD = 16;27^p
où la surface du cercle
ABGD = 113;6^p.
Donc, où la surface du disque solaire vaut 12^p,
la surface de la ≈ 1¾p.
partie éclipsée

C'est le montant que nous inscrirons dans la seconde colonne du tableau mentionné ci-dessus, sur la ligne « 3 doigts ».

Maintenant, dans le même diagramme, pour représenter les éclipses lunaires, soit ABGD, le disque de la Lune, et AZGH, le disque de l'ombre [terrestre] à la distance [lunaire] moyenne. Comme précédemment, supposons que le quart du diamètre de la Lune soit éclipsé. Donc, où le diamètre BD = 12^p, la section éclipsée, ZD = 3^p et, selon le rapport 2;36 : 1, le diamètre de l'ombre ZH = 31;12^p. Donc EKΘ est égal à [½(12 + 31;12) − 3 =] 18;36^p.

Les circonférences sont donc les suivantes :

- disque de la Lune : 37;42^p
- disque de l'ombre : 98;01^p

Les surfaces sont :

- disque de la Lune : 113;06^p
- disque de l'ombre : 764;32^p.

Maintenant, où EΘ = 18;36^p,

AE = EG = 6^p
et AΘ = ΘG = 15;36^p par hypothèse.
Donc (KΘ − EK) = (ΘA^2 − AE^2)EΘ
= 11;08^p.
Donc EK = 3;44^p
et KΘ = 14;52^p.
D'où AK = KG = 4;42^p
Par conséquent, la surface du triangle
AEG = 17;33^p
et la surface du triangle
AΘG = 69;52^p.
De plus, où le diamètre
BD = 12^p
et ZH = 31;12^p,

AG = 9;24^{p}.
Donc où le diamètre
BD = 120^{p},
AG = 94^{p},
et où le diamètre
ZH = 120^{p},
AG = 36;09^{p}.
Les arcs correspondants sont donc:
arc ADG = 103° 08′ du cercle ABGD
et arc AZG = 35° 04′ du cercle AZGH.
Donc, par l'argument précédent, la surface du secteur
AEGD = 32;24^{p}
où, comme indiqué, la surface du cercle
ABGD = 113;06^{p}
et, dans les mêmes unités,
la surface du secteur
AGΘZ = 74;28^{p},
puisque la surface du cercle
AZGH = 764;32^{p}.

Et, comme nous l'avons démontré, dans les mêmes unités, la surface du triangle
AEG = 17;33^{p}
et la surface du triangle
AΘG = 69;52^{p}.
Donc, par soustraction, la surface du segment
ADGK = 14;51^{p}
et la surface du segment
AZGK = 4;36^{p}.
Ainsi, par addition, la surface délimitée par
AZGD = 19;27^{p}
où la surface du cercle
ABGD = 113;06^{p}.

Par conséquent, où la surface du disque lunaire est de 12^{p}, la surface comprise par sa section éclipsée sera d'environ 2$\frac{1}{15}^{p}$. C'est le montant que nous inscrirons dans la troisième colonne du tableau mentionné ci-dessus, sur la ligne des « 3 doigts » [en argument].

Les tableaux sont les suivants.

8. Tableaux des éclipses de Soleil et de Lune, de la correction, et de la grandeur du Soleil et de la Lune [1]

Tableau pour les éclipses solaires

Plus grande distance							
1		2		3	4		
Arguments de latitude				Doigts	Minutes d'immersion		
°	'	°	'		'	"	" corr.
84	00	276	00	0	00	00	00
84	30	275	30	1	12	32	31
85	00	275	00	2	17	19	19
85	30	274	30	3	20	43	44
86	00	274	00	4	23	27	21
86	30	273	30	5	25	38	27
87	00	273	00	6	27	08	08
87	30	272	30	7	28	29	29
88	00	272	00	8	29	32	32
88	30	271	30	9	30	20	20
89	00	271	00	10	30	54	54
89	30	270	30	11	31	13	13
90	00	270	00	12	31	20	20
90	30	269	30	11	31	13	13
91	00	269	00	10	30	54	54
91	30	268	30	9	30	20	20
92	00	268	00	8	29	32	32
92	30	267	30	7	28	29	29
93	00	267	00	6	27	08	08
93	30	266	30	5	25	38	27
94	00	266	00	4	23	27	21
94	30	265	30	3	20	43	44
95	00	265	00	2	17	19	19
95	30	264	30	1	12	32	31
96	00	264	00	0	00	00	00

Plus petite distance							
1		2		3	4		
Arguments de latitude				Doigts	Minutes d'immersion		
°	'	°	'		'	"	" corr.
83	36	276	24	0	00	00	00
84	06	275	54	1	12	57	56
84	36	275	24	2	17	54	55
85	06	274	54	3	21	28	28
85	36	274	24	4	24	14	14
86	06	273	54	5	26	27	27
86	36	273	24	6	28	16	16
87	06	272	54	7	29	45	44
87	36	272	24	8	30	55	55
88	06	271	54	9	31	51	51
88	36	271	24	10	32	33	32
89	06	270	54	11	33	01	01
89	36	270	24	12	33	16	16
90	00	270	00	12⅘	33	20	20
90	24	269	36	12	33	16	16
90	54	269	06	11	33	01	01
91	24	268	36	10	32	33	32
91	54	268	06	9	31	51	51
92	24	267	36	8	30	55	55
92	54	267	06	7	29	45	44
93	24	266	36	6	28	16	16
93	54	266	06	5	26	27	27
94	24	265	36	4	24	14	14
94	54	265	06	3	21	28	28
95	24	264	36	2	17	54	55
95	54	264	06	1	12	57	56
96	24	263	36	0	00	00	00

1 La rangée et la colonne de couleur crème n'apparaissent ni dans les manuscrits, ni dans les traductions que j'ai consultées ; je les ai ajoutées pour aider à identifier les valeurs présentées. Les valeurs en bleu (avec fond crème) ont été calculées par logiciel suivant la méthode de Ptolémée ; je juge que celles-ci sont assez faibles (et symétriques) pour ne pas mériter de page séparée à leur sujet.
La ligne de 90° du tableau à la plus petite distance a comme minutes d'immersion 33;22 dans la plupart des manuscrits. Toomer explique que le calcul donne bien 33;20, et que 2;00 est la durée de la totalité (μονή «séjour» ; en minutes d'arc de trajectoire de la Lune), et résulte de la différence entre le rayon lunaire à plus petite distance, soit 17' 40", avec le rayon solaire, soit 15' 40".

Tableau pour les éclipses de Lune

Plus grande distance

1		2		3	4			5		
Arguments de latitude				Doigts	Minutes d'immersion			Demi-totalité		
°	'	°	'		'	"	" corr.	'	"	" corr.
79	12	280	48	0	0	00	00			
79	42	280	18	1	16	59	58			
80	12	279	48	2	23	43	42			
80	42	279	18	3	28	41	40			
81	12	278	48	4	32	42	42			
81	42	278	18	5	36	06	05			
82	12	277	48	6	39	01	01			
82	42	277	18	7	41	34	34			
83	12	276	48	8	43	50	49			
83	42	276	18	9	45	48	49			
84	12	275	48	10	47	35	35			
84	42	275	18	11	49	09	08			
85	12	274	48	12	50	31	31			
85	42	274	18	13	40	35	36	11	09	08
86	12	273	48	14	37	28	29	15	20	19
86	42	273	18	15	35	30	30	18	12	12
87	12	272	48	16	34	06	07	20	22	22
87	42	272	18	17	33	07	06	22	00	00
88	12	271	48	18	32	23	22	23	14	14
88	42	271	18	19	31	51	52	24	08	08
89	12	270	48	20	31	32	32	24	43	43
89	42	270	18	21	31	22	22	25	01	01
90	00	270	00	totale	31	20	20	25	04	04
90	18	269	42	21	31	22	22	25	01	01
90	48	269	12	20	31	32	32	24	43	43
91	18	268	42	19	31	51	52	24	08	08
91	48	268	12	18	32	23	22	23	14	14
92	18	267	42	17	33	07	06	22	00	00
92	48	267	12	16	34	06	07	20	22	22
93	18	266	42	15	35	30	30	18	12	12
93	48	266	12	14	37	28	29	15	20	19
94	18	265	42	13	40	35	36	11	09	08
94	48	265	12	12	50	31	31			
95	18	264	42	11	49	09	08			
95	48	264	12	10	47	35	35			
96	18	263	42	9	45	48	49			
96	48	263	12	8	43	50	49			
97	18	262	42	7	41	34	34			
97	48	262	12	6	39	01	01			
98	18	261	42	5	36	06	05			
98	48	261	12	4	32	42	42			
99	18	260	42	3	28	41	40			
99	48	260	12	2	23	43	42			
100	18	259	42	1	16	59	58			
100	48	259	12	0	0	00	00			

Plus petite distance

1		2		3	4			5		
Arguments de latitude				Doigts	Minutes d'immersion			Demi-totalité		
°	'	°	'		'	"	" corr.	'	"	" corr.
77	48	282	12	0	0	00	00			
78	22	281	38	1	19	09	08			
78	56	281	4	2	26	45	44			
79	30	280	30	3	32	20	20			
80	04	279	56	4	36	53	52			
80	38	279	22	5	40	42	42			
81	12	278	48	6	43	59	59			
81	46	278	14	7	46	53	52			
82	20	277	40	8	49	25	25			
82	54	277	06	9	51	40	39			
83	28	276	32	10	53	39	39			
84	02	275	58	11	55	25	25			
84	36	275	24	12	56	59	58			
85	10	274	50	13	45	47	47	12	34	34
85	44	274	16	14	42	15	16	17	17	16
86	18	273	42	15	40	02	02	20	32	32
86	52	273	08	16	38	28	28	22	58	58
87	26	272	34	17	37	20	20	24	49	49
88	00	272	00	18	36	37	30	26	01	12
88	34	271	26	19	35	55	56	27	13	13
89	08	270	52	20	35	34	33	27	52	52
89	42	270	18	21	35	22	22	28	12	13
90	00	270	00	totale	35	20	20	28	16	16
90	18	269	42	21	35	22	22	28	12	13
90	52	269	08	20	35	34	33	27	52	52
91	26	268	34	19	35	55	56	27	13	13
92	00	268	00	18	36	37	30	26	01	12
92	34	267	26	17	37	20	20	24	49	49
93	08	266	52	16	38	28	28	22	58	58
93	42	266	18	15	40	02	02	20	32	32
94	16	265	44	14	42	15	16	17	17	16
94	50	265	10	13	45	47	47	12	34	34
95	24	264	36	12	56	59	58			
95	58	264	02	11	55	25	25			
96	32	263	28	10	53	39	39			
97	06	262	54	9	51	40	39			
97	40	262	20	8	49	25	25			
98	14	261	46	7	46	53	52			
98	48	261	12	6	43	59	59			
99	22	260	38	5	40	42	42			
99	56	260	04	4	36	53	52			
100	30	259	30	3	32	20	20			
101	04	258	56	2	26	45	44			
101	38	258	22	1	19	09	08			
102	12	257	48	0	0	00	00			

Tableau des corrections

1	2	3		
Nombres communs (anomalie)	Nombres communs (anomalie)	Soixantièmes		
°	°	′	″	″ corr.
6	354	0	21	09
12	348	0	42	36
18	342	1	42	21
24	336	2	42	24
30	330	4	01	(3) 43
36	324	5	21	18
42	318	7	18	09
48	312	9	15	15
54	306	11	37	33
60	300	14	00	03
66	294	16	48	45
72	288	19	36	35
78	282	22	36	32
84	276	25	36	35
90	270	28	42	41
96	264	31	48	50
102	258	34	54	58
108	252	38	00	03
114	246	41	00	04
120	240	44	00	(43) 58
126	234	46	45	44
132	228	49	30	18
138	222	51	39	40
144	216	53	48	47
150	210	55	32	38
156	204	57	15	10
162	198	58	18	24
168	192	59	21	17
174	186	59	41	49
180	180	60	00	00

Tableau des grandeurs des [éclipses] solaires et lunaires [1]

1	2		3	
Doigts [linéaires]	Doigts [de surface] du Soleil		Doigts [de surface] de la Lune	
d	d^2	d^2 corr.	d^2	d^2 corr.
1	0⅓	0;21	0½	0;25
2	1	0;58	1⅙	1;09
3	1¾	1;45	2⅒	2;04
4	2⅔	2;39	3⅙	3;08
5	3⅔	3;39	4⅓	4;17
6	4⅔	4;44	5½	5;31
7	5⅚	5;52	6¾	6;46
8	7	7;04	8	8;03
9	8⅓	8;17	9⅙	9;17
10	9⅔	9;33	10⅓	10;26
11	10⅚	10;49	11⅓	11;25
12	12	12;00	12	12;00

9. Calcul des éclipses de Lune

Après avoir exposé ce qui précède, voici comment nous pouvons prédire les éclipses lunaires. Partant des montants en degrés nous avons calculés pour le moment du milieu de la syzygie à Alexandrie, de l'anomalie [comptée] depuis l'apogée de l'épicycle, et de [l'argument de] la latitude [compté] depuis la limite nord, ce dernier corrigé au moyen de la prostaphérèse, nous entrons d'abord avec [l'argument de] la latitude corrigé dans les tableaux des éclipses lunaires. S'il tombe parmi les nombres des deux premières colonnes, nous prenons les montants correspondant à [l'argument de] la latitude dans la colonne du mouvement [lunaire] et celle des doigts, et les notons séparément. Puis, nous entrons dans le tableau de la correction avec l'anomalie comme argument, et nous prenons le nombre de soixantièmes correspondant. Nous

1 Ces valeurs ont été calculées — tant par Ptolémée (valeurs en noir) que par moi (valeurs en bleu, dérivées des formules de Van Brummelen) — avec $r_{Soleil} = r_{Lune} = 6$ pour les éclipses de Soleil et $r_{Lune} = 6$ et $r_{ombre} = 15;36$ pour les éclipses de Lune.

prenons ensuite cette fraction de la différence entre les [deux ensembles de] valeurs, [dérivés] des deux tableaux, que nous avons notés, ainsi que de la différence entre les [deux ensembles de] minutes de trajet, et additionnons les résultats aux montants issus du premier tableau. Si, cependant, l'argument de latitude tombe seulement dans la plage du deuxième tableau, nous en prendrons les soixantièmes des doigts et des degrés correspondants dans le second tableau seul. Le nombre de doigts que nous trouvons à la suite de la correction ci-dessus nous donnera la grandeur de l'obscurcissement, en douzièmes du diamètre lunaire, à mi-éclipse.

Les détours de langage dus à la prose de Ptolémée et aux multiples renvois rendent ce passage difficile à suivre ; pour aider, donc, voici un exemple concret. Nous chercherons donc les circonstances de l'éclipse lunaire des 15/16 mai 2022. Cette date correspond au 28 Thout 2771 de l'ère de Nabonassar. Cela donne donc, dans les tableaux des oppositions (extrapolés), une période de 2 751 ans plus 20 ans. Nous aurons donc :

	Jours de Thout			Longitude solaire			Anomalie lunaire			Argument de latitude lunaire		
2 751 ans	4	52	03	4	38	44	29	59	02	230	21	51
20 ans	23	35	14	18	23	10	282	32	35	46	18	27
2 771 ans	28	27	17	23	01	54	312	31	37	276	40	18

L'opposition moyenne a donc lieu à 27;17 soixantièmes de jour après midi le 28, soit à 22 h 54 min 48 s.

Du tableau de l'équation solaire pour 23° 01' 54", nous trouvons –0° 53' 48" (la valeur est négative puisque la longitude solaire est inférieure à 180°). Du tableau de l'équation lunaire pour 312° 31' 37", nous trouvons 3° 29' 03" (valeur positive vu que l'anomalie lunaire est supérieure à 180°).

La position vraie en argument de latitude est donc de 276° 40' 18" – 3° 29' 03" = 273° 11' 15". La correction en longitude est de –0° 53' 48" – 3° 29' 03" = –4° 22' 51".

Un degré à une anomalie de 312° 31' 37" équivaut à une équation de 3' 35,2". Le mouvement horaire réel de la Lune est donc de 0° 32' 56" – 0° 32' 40" × 3' 35,2" = 0° 30' 59".

La correction de temps est de –4;22,51 × $^{13}/_{12}$ ÷ 0;30,59" = –9 h 11 min 26 s. Puisque la Lune est alors en avance sur le point antisolaire,[à vérifier] on soustrait celle-ci de l'heure de l'opposition moyenne ; l'opposition réelle a donc lieu à 22 h 54 min 48 s – (–9 h 11 min 26 s) = 8 h 06 min 14 s le matin du 29 Thout[1].

Le mouvement de la Lune sur –9 h 11 min 26 s est de –4° 22' 51" × $^{13}/_{12}$ = –4° 44' 45". Nous ajoutons[à vérifier] ce montant de la position en latitude : 273° 11' 15" + (–4° 44' 45") = 268° 26' 30".

En –9 h 11 min 26 s, le mouvement en anomalie est de –5° 02' 45". L'anomalie vraie est donc de 312° 31' 37" + (–5° 02' 45") = 307° 28' 51".

Pour un argument de latitude de 268° 26' 30", le tableau ci-dessus donne une magnitude de 18 doigts et une durée de 0° 32' 23" à distance maximale, et une magnitude de 18 doigts et une durée de 0° 36' 18" à distance minimale.

Le tableau des corrections indique, pour une anomalie de 307° 28' 51", une correction de 11;33 soixantièmes. La différence dans les durées étant de 3 min 55 s, la durée réelle est donc de 0° 32' 23" + 0° 03' 55" × 0° 11' 33,5" = 0° 33' 08". Du début au milieu de l'éclipse, il s'écoule donc 0;33,08 × $^{13}/_{12}$ ÷ 0;30,59 = 1 h 09 min 31 s.

À l'heure d'Alexandrie, l'éclipse débute donc à 6 h 54 min 33 s, le maximum est à 8 h 06 min 14 s, et elle se termine à 9 h 15 min 35 s, le matin du 18 Thout (16 mai).

Ces informations ne concordent pas exactement avec **la réalité observée**, mais la théorie de Ptolémée était erronée, alors on peut dire que les résultats sont tout de même proches.

1 Selon Toomer, le 16 mai, temps solaire moyen d'Alexandrie.

Quant aux minutes [de trajet] résultant de la même correction, nous les augmentons toujours de 1/12, pour tenir compte du mouvement supplémentaire du Soleil [pendant cette phase de l'éclipse], et nous divisons le résultat par le mouvement horaire anomalistique de la Lune à ce point. Le quotient nous donnera la durée de chaque phase de l'éclipse en heures d'équinoxe ; le résultat dérivé de la quatrième colonne donnera la durée de l'immersion (et celle de l'émersion) ; et le résultat dérivé de la cinquième colonne donnera la durée de la moitié de la totalité. Les moments d'entrée et de sortie au début et à la fin [des différentes phases] peuvent être déduits immédiatement en ajoutant ou en soustrayant les durées individuelles au ou depuis le temps du milieu de la totalité, c'est-à-dire, approximativement, le temps de la véritable opposition. Nous pouvons également trouver immédiatement les doigts de surface en entrant avec les doigts de diamètre dans le petit tableau final et en prenant le montant correspondant dans la troisième colonne (et de même pour les éclipses solaires en prenant le montant correspondant dans la deuxième colonne).

Bien sûr, l'intervalle de temps entre le début d'une éclipse et son milieu n'est pas toujours égal à l'intervalle de temps entre le milieu et la fin de l'éclipse, à cause des anomalies solaires et lunaires, dont l'effet est que des distances égales sont parcourues [par les luminaires] en des temps inégaux. Cependant, aucune erreur notable ne résultera de la supposition que ces intervalles sont égaux dans le temps, puisque même quand [les luminaires] sont proches de la vitesse moyenne, où le changement [de vitesse] résultant d'un incrément [égal] [dans l'argument] est plus grand [qu'ailleurs], le mouvement sur le nombre d'heures de la durée totale de l'éclipse, même la plus longue possible, ne présente pas de différence notable [de durée] due au changement [de vitesse].

De plus, nous pouvons [maintenant] voir, en examinant la question sur la base ci-dessus, que nous avions tout à fait raison de rejeter comme erronée la période de [retour en] latitude de la Lune démontrée par Hipparque. [Comme nous l'avons vu,] l'incrément [en argument de latitude] entre les [deux] éclipses qu'il exposait apparaissait plus petit selon son hypothèse, alors que selon nos calculs, il s'avérait plus grand.

Pour sa démonstration, [Hipparque] a choisi deux éclipses espacées de 7 160 mois [synodiques], dans chacune desquelles un quart du diamètre de la Lune a été éclipsé, alors qu'elle était à la même distance du nœud ascendant. La première a été observée dans la deuxième année de Mardokempad et la seconde dans la trente-septième année du troisième cycle callipique. Pour démontrer le retour [en latitude] de la pleine lune, il s'est basé sur le fait que chaque éclipse était à la même position en [argument moyen de] latitude, la première éclipse ayant eu lieu avec la Lune à l'apogée de l'épicycle, et la seconde quand elle était au périgée — en sorte qu'il a pensé que l'anomalie n'avait aucun effet. Cependant, sa première erreur est exactement là, car l'anomalie avait en fait un effet considérable : le mouvement moyen était supérieur au vrai aux deux éclipses, non pas d'une quantité égale, mais d'environ 1° dans la première éclipse, et de 1/8° dans la seconde éclipse. Ainsi, le mouvement en latitude [entre les deux éclipses] est inférieur à un nombre entier de retours de 7/8° de l'orbite inclinée (de 360°) de la Lune.

De plus, il [Hipparque] n'a pas tenu compte de l'effet de la distance lunaire sur la taille de l'obscurcissement, bien qu'elle ait été très grande entre ces éclipses, puisque la première s'est produite lorsque la Lune était à sa plus grande distance, et la seconde lorsqu'elle était à son plus proche — en effet, le même obscurcissement, du quart [du diamètre], a dû arriver à une moindre distance du nœud ascendant dans la première éclipse, et à une plus grande distance dans la seconde. Or, nous avons démontré que la différence entre ces distances

est de 1⅕° ; par conséquent, la période de [retour en] latitude dépasse un nombre entier de retours de ce montant [1⅕°]. Ainsi, par rapport à l'erreur absolue, le retour en latitude aurait été d'environ deux degrés différent du vrai, si l'effet des deux avait été soustractif ou additif ; cependant, puisque l'une avait pour effet de manquer un retour [le rendant plus court] et l'autre de dépasser un retour [le rendant plus long], Hipparque a peut-être supposé que ces effets se contrebalancent quelque peu, et que le [mouvement en latitude] dépassait un retour [exact] de la différence entre les [deux] erreurs, [soit] un tiers de degré, mais son résultat était plus grand que la réalité.

10. Calcul des éclipses de Soleil

Une prédiction correcte des éclipses lunaires ne peut être obtenue, par ce qui précède, qu'en effectuant les calculs avec précision de la manière décrite. Cependant, les éclipses solaires, dont nous traiterons maintenant, sont plus compliquées à prévoir en raison de la parallaxe lunaire. Nous le ferons comme suit.

Nous déterminons le nombre d'heures équinoxiales avant ou après midi de la vraie syzygie à Alexandrie. Ensuite, si le lieu diffère du méridien d'Alexandrie, nous ajoutons ou soustrayons la différence de longitude entre les deux méridiens, exprimée en heures équinoxiales, et déterminons le nombre d'heures avant ou après midi la vraie syzygie s'est produite pour cet endroit aussi. Ensuite, nous déterminons le moment de la syzygie apparente (approximativement le même que celui du milieu de l'éclipse) pour l'emplacement requis, en appliquant la méthode de calcul des parallaxes que nous avons expliquée précédemment.

Nous entrons dans le tableau des angles et le tableau des parallaxes, en utilisant [comme arguments] la latitude appropriée, la distance en heures du méridien, le point de l'écliptique où la conjonction s'est produite, ainsi que la distance de la Lune. Nous trouvons ainsi la parallaxe de la Lune le long du grand cercle passant par son centre et par le zénith. Nous en soustrayons toujours la parallaxe solaire qui est sur la même ligne, et du résultat nous déterminons, comme nous l'avons démontré, la composante de la parallaxe en longitude qui est calculée au moyen de l'angle que nous avons trouvé [dans le tableau] entre l'écliptique et le grand cercle passant par le zénith. Nous ajoutons toujours à cette [parallaxe longitudinale] l'excès d'« épiparallaxe » correspondant au nombre d'heures équinoxiales représentées par la parallaxe en longitude : nous prenons la différence (telle que déterminée à partir du même tableau) entre la parallaxe correspondant à la distance zénithale d'origine et la parallaxe correspondant à la distance zénithale après le passage du nombre d'heures équinoxiales [représentée par la parallaxe en longitude]. Nous prenons la composante en longitude de celle-ci, plus une quantité supplémentaire, si elle est significative, qui est la même proportion de cette dernière que celle-ci est de la parallaxe [en longitude] d'origine [1]. À la parallaxe totale en longitude, calculée ainsi, nous ajoutons 1/12 d'elle-même, pour tenir compte du mouvement supplémentaire du Soleil, et convertissons le total en heures équinoxiales en le divisant par le vrai mouvement horaire de la Lune au moment de la conjonction. Si la parallaxe longitudinale que nous avons trouvée est vers l'arrière [c'est-à-dire dans l'ordre] des signes (nous avons expliqué

1 Toomer explique cette procédure ainsi : « Supposons que la parallaxe en longitude originale est l_1 ; cela nous donne une correction au temps de la conjonction [...], donc une nouvelle distance au zénith, qui nous amène à une nouvelle parallaxe en longitude l_2. La règle de Ptolémée est : calculer $l_2 - l_1 = e$. Puis l'"épiparallaxe" e' est donnée par $e' = e + e\,(e / l_1)$, et la parallaxe en longitude finale par $l = l_1 + e' = l_1 + (l_2 - l_1) + (l_2 - l_1)^2 / l_1$. »

Encore une fois, la prose de Ptolémée et les renvois rendent la procédure difficile à suivre. Puisque celle-ci est longue, voici un exemple, issu de l'Appendice A de la traduction anglaise de l'*Almageste* par Toomer.

VI 10. Compte tenu de l'année, du mois, et du lieu, calculer l'éclipse solaire

Il n'y a pas d'exemple d'éclipse solaire dans l'*Almageste* ; j'ai donc choisi l'éclipse du 16 juin 364, que Théon a observée à Alexandrie, et a donné comme exemple de calcul dans son commentaire sur l'*Almageste*, d'abord d'après l'*Almageste*, puis selon les *Tables faciles* (édition bâloise p. 332–339, cf. Rome). Un calcul quelque peu différent de la même éclipse apparait également dans certains manuscrits du *Petit commentaire de Théon sur les Tables faciles* et a été publié in extenso par Tihon, «Calcul de l'éclipse».

Exemple : Nabonassar 1112, Thout, Alexandrie

À partir du tableau VI 3, calculer la conjonction moyenne.

		Jours de Thout	$\overline{\kappa}$	$\overline{\alpha}$	$\overline{\omega}$
Période :	1101	22;41,45	19;11,56°	222;53,32°	65;41,57°
Année :	111;09,39	358;28,11°	271;04,19°	211;12,03°	
Année :	1112	23;51,24 j	17;40,07°	133;57,51°	276;54,00°.

Heure de conjonction moyenne : 23;51,24 j = 24 Thout à 8;34.

$\overline{\omega}$ se situe dans les limites écliptiques de l'éclipse solaire, qui est donc possible.

Calcul de la conjonction vraie.

D'après le tableau III 6, $c(\overline{\kappa})$: −0;41° équation solaire
D'après le tableau IV 10, $c(\overline{\alpha})$: −3;50° équation lunaire.

Position vraie en latitude : $\omega = \overline{\omega} + c(\overline{\alpha})$ = 273;04° à la conjonction moyenne.

$\Delta\lambda$ = −0;41° + 3;50° = 3;09°.

Mouvement horaire vrai de la Lune en longitude : 0;32,56° + 0;32,40 × 3⅔′ = 0;34,56° (Théon : 0;34,56°).

Δt = 3;09 × ¹³⁄₁₂ ÷ 0;34,56 = 5;52 h.

Heure de la vraie conjonction : 8 h 34 + 5 h 52 = 14 h 26 (Théon : 2 + ⅓ + ⅒ heures après midi).

Mouvement sur Δt : 3;09 × ¹³⁄₁₂ ≈ 3;25°.

Nous *ajoutons* ceci à la position en latitude : ω = 276;29° à la vraie conjonction.

En 5;52 h, le mouvement moyen en anomalie est de 3;12°, donc à la vraie conjonction $\overline{\alpha}$ = 137;10°.

Pour trouver l'heure de la conjonction apparente à Alexandrie, nous devons d'abord trouver l'heure locale vraie, c'est-à-dire appliquer l'équation du temps.

Véritable longitude du soleil à la conjonction moyenne : $\overline{\kappa} + \overline{\lambda}_A + c(\overline{\kappa})$ = 17;40° + 65;30° − 0 41° = 82;29°.

Mouvement du soleil de la conjonction moyenne à la conjonction vraie : $\Delta\lambda/12$ = 0;16°.

Véritable longitude du soleil à la vraie conjonction : 82;45°.

D'où l'équation du temps par rapport à l'ère Nabonassar (cf. [Toomer] exemple 8 pour la méthode) : +24 min.

Heure de conjonction vraie par rapport à midi à Alexandrie : 14 h 50

Calcul de la conjonction apparente.

(1) Calcul de parallaxe (cf. [Toomer] exemple 10).

D'après le tableau II 13, climat III, λ = ♊ 22;45°, 14 h 50 : distance zénithale : 38;28°, angle : 17;35°.

D'après le tableau V 18, ζ = 38;28°, α = 137;10° (latitude de la lune négligée) :

parallaxe totale du soleil :	0;01,45°
parallaxe totale de la lune :	0;39,35°
(à partir des cols. 3 et 4 uniquement)	
différence de parallaxe :	0;37,50°.
Parallaxe longitudinale (pour angle 17;35°) :	p_λ = 0;36°.

Le temps entre la conjonction vraie et la conjonction apparente est trouvé en divisant ce qui précède par la vraie vitesse horaire de la lune : 0;36 ÷ 0;34,56 ≈ 1;02 h.

D'où l'heure de la conjonction apparente (première approximation) : 15 h 52

(2) Deuxième calcul de parallaxe, pour le temps corrigé.

D'après le tableau II 13, climat III, λ = ♊ 22;45°, 15 h 52 : distance zénithale : 51;48°, angle : 18;32°.

En 1 h 02, le mouvement en anomalie est d'environ 0;33°, donc α pour le temps corrigé est de 137;10° + 0;33° = 137;43°.

En négligeant la latitude lunaire, comme précédemment, du tableau V 18, ζ = 51;48°, α = 137;43° :

parallaxe totale du soleil : 0;02,15°
parallaxe totale de la lune : 0;49,47°
différence de parallaxe : 0;47,32°.
Parallaxe longitudinale (pour angle 18;32°) :
$p'_\lambda = 0;45°$.

Calcul de « l'épiparallaxe » :

Différence entre les première et deuxième parallaxes longitudinales,

$d = p'_\lambda - p_\lambda = 0;45° - 0;36° = 0;09°$.

Un incrément supplémentaire, f, est trouvé par f:d = d:p, donc $f = 0,09 \times 0,09 \div 0,36 \approx 0,02$, et épiparallaxe = d + f = 0,11°.

Parallaxe finale en longitude : 0;36° + 0;11° = 0;47°.

Pour tenir compte du mouvement du soleil, on ajoute 1/12 à ceci : $13/12 \times 0,47° \approx 0,51°$.

Temps entre la conjonction vraie et la conjonction apparente : $0;51 \div 0;34,56 \approx 1;28$h.

D'où temps de conjonction apparente :
14 h 50 + 1 h 28 = 16 h 18 (Théon : 16⅓ h)

Position de la lune à cette heure :

λ :	♊ 22;45°	+	0;51°	=	♊ 23;36°
ω :	276;29°	+	0;51°	=	277;20°
α :	137;10°	+	0;51°	=	138;01°

Calcul des circonstances d'éclipse.

Calcul de la parallaxe latitudinale.

D'après le tableau II 13, climat III, λ = ♊ 23;36°, 16 h 18 : distance zénithale : 57;18°, angle : 19;46°.

D'après le tableau V 18, avec ζ = 57;18°, α = 138;01° :

parallaxe totale du soleil : 0;02,24°
parallaxe totale de la lune : 0;53,02°
différence de parallaxe : 0;50,38°.

Parallaxe latitudinale (cf. [Toomer] exemple 10) pour l'angle 19;46° : $p_\beta = 0;17°$.

Nous convertissons cela en une distance le long de l'orbite de la lune en la multipliant par 12 :

$\Delta\omega = 12 \cdot p_\beta = 3;24°$ (Théon utilise le facteur 11½ et obtient 3;19°).

Puisque ω = 277;20°, la lune est juste après le nœud ascendant. L'effet de la parallaxe est vers le sud, donc son effet sur ω est négatif.

Position finale de la lune sur orbite :
277;20° – 3;24° = 273;56°, argument apparent de latitude.

Du tableau VI 8, I, argument 273;56° :

À la plus grande distance		À la plus petite distance	
Magnitude	Durée	Magnitude	Durée
4;08 doigts	23;44,28 minutes de trajet	4;56 doigts	26;18,52 minutes de trajet

Δ : 0;48 doigts et 2;34,24 minutes.

À partir de III, argument α = 138;01° : soixantièmes : 51,39.

Magnitude : 4;08 + 0;48 × 0;51,39 = 4;49 doigts.

Durée : 23;44,28 + 2;34,24 × 0;51,39 = 25;57 minutes de trajet.

On augmente cette dernière de 1/12e, pour tenir compte du mouvement du soleil : 28;07', et on divise par la vitesse horaire de la lune, 0;34,56°, pour obtenir la demi-durée de l'éclipse : $0;28,07 \div 0;34,56 \approx 0;48,18$ h (Théon : ½ + ¼ + 1/20 = 0;48 h).

Ainsi, les circonstances de l'éclipse (en négligeant la variation de la distance zénithale pendant l'éclipse) :

Magnitude : 4;49 doigts (Théon : 4;39 18 doigts)
Pour Alexandrie :
Début de l'éclipse : 15 h 30 (Théon : 15 h 32)
Mi-éclipse : 16 h 18 (Théon : 16 h 20)
Fin de l'éclipse : 17 h 06 (Théon : 17 h 08).

(Théon poursuit en calculant les différences de début et de fin d'éclipse en raison de la variation de la distance zénithale, cf. *Almageste* VI 10. Celles-ci s'élèvent à 12 min plus tôt et 7 min plus tard, respectivement, vérifiant les déclarations de Ptolémée sur l'effet sur les intervalles).

En utilisant des tables modernes (celles de P.V. Neugebauer, *Astronomische Chronologie*), [Toomer] trouve :

phase maximale à Alexandrie : 5,6 doigts
horaires des phases à Alexandrie :
début : 15 h 18
milieu : 16 h 28
fin : 17 h 24.

précédemment comment déterminer cela), nous soustrayons la quantité en degrés que nous avions convertie en heures équinoxiales de la position de la Lune, telle que déterminée précédemment, au moment de la conjonction vraie, en longitude, latitude, et anomalie (chacune séparément). Nous aurons ainsi les vraies positions [correspondantes] de la Lune au moment de la conjonction apparente, et le nombre d'heures [résultant du calcul ci-dessus] nous dira de combien la conjonction apparente précède la vraie. Mais si la parallaxe en longitude que nous avons trouvée est en avance [c'est-à-dire dans l'ordre inverse] des signes, au contraire, nous ajoutons la quantité en degrés à la position, comme précédemment déterminée, au moment de la conjonction vraie, en longitude, latitude, et anomalie (chacune séparément) ; et le nombre d'heures nous dira de combien la conjonction apparente est après la vraie.

Ensuite, en utilisant les mêmes méthodes, nous déterminons d'après la distance en heures équinoxiales de la conjonction apparente au méridien, d'abord, la parallaxe de la Lune mesurée le long du grand cercle passant par la Lune et le zénith. Du résultat, nous soustrayons la parallaxe solaire pour le même argument, et nous utilisons ce résultat pour déterminer, comme précédemment (par l'angle formé entre les cercles [de l'écliptique et vertical] à ce moment), la parallaxe en latitude le long d'un cercle orthogonal à l'écliptique. Nous convertissons le résultat en une distance le long de l'orbite inclinée [de la Lune], c'est-à-dire que nous le multiplions par 12 [1]. Si la parallaxe en latitude est vers le nord par rapport à l'écliptique, nous ajoutons le résultat à la position vraie déterminée précédemment en [argument de] latitude au moment de la conjonction apparente lorsque la Lune est près du nœud ascendant, mais nous la soustrayons lorsque la Lune est près du nœud descendant. Au contraire, si l'effet de la parallaxe latitudinale est vers le sud par rapport à l'écliptique, nous soustrayons la distance dérivée de la parallaxe de la position précédemment déterminée en [argument de] latitude au moment de la conjonction apparente lorsque la Lune est proche du nœud ascendant, mais l'ajoutons lorsque la Lune est proche du nœud descendant.

Nous obtenons ainsi l'[argument de] latitude apparente au moment de la conjonction apparente, que nous entrerons dans les tableaux d'éclipses solaires. S'il tombe parmi les nombres des deux premières colonnes, nous dirons qu'il y aura une éclipse solaire, dont le milieu coïncidera approximativement avec la conjonction apparente. Nous inscrirons donc séparément les montants des doigts et des minutes d'immersion et d'émersion correspondant à l'argument de latitude, obtenus de chacun des deux tableaux, puis nous entrerons la distance en anomalie de la Lune à l'apogée [de l'épicycle] au moment de la conjonction apparente, dans le tableau des corrections, prendrons le nombre de minutes correspondant, et prendrons la fraction correspondante de la différence entre chaque [paire de] résultats que nous avons notés. Dans tous les cas, nous ajouterons le résultat au nombre dérivé du premier tableau. Les chiffres trouvés par cette procédure nous donneront, encore une fois, la quantité approximative, en douzièmes du diamètre du Soleil, qui sera obscurcie au milieu de l'éclipse. Nous augmenterons les minutes de trajet [trouvées ainsi] pour les deux [périodes, c'est-à-dire l'immersion et l'émersion] de ½, pour tenir compte du mouvement supplémentaire du Soleil, et nous convertirons le résultat en heures équinoxiales [en divisant] par le vrai mouvement [horaire] de la Lune. Ainsi, nous avons la durée à la fois d'immersion et d'émersion — en supposant cependant que le [changement de] parallaxe n'a aucun effet sur ces intervalles de temps.

1 Toomer indique que les manuscrits arabes ont ici 11½, mais que la différence est négligeable.

Mais il y a en fait une différence notable dans ces intervalles, due non pas au mouvement en anomalie des luminaires, mais à la parallaxe de la Lune, avec pour résultat de rendre chacun des deux intervalles [immersion et émersion] toujours plus grands que la quantité dérivée par la méthode ci-dessus, et, généralement, inégaux entre eux. Nous ne négligerons pas d'en tenir compte, même si [cette différence] est faible. Ce phénomène est dû au fait que l'effet de la parallaxe sur le mouvement apparent de la Lune est toujours de produire l'apparence d'un mouvement de rétrocession (si nous ne tenons pas compte du mouvement propre de la Lune vers l'arrière [des signes / vers l'est]). Car quand Lune est avant [à l'est du] méridien, à mesure qu'elle s'élève progressivement plus haut [dans le ciel], sa parallaxe vers l'est devient de plus en plus petite, et son mouvement vers l'arrière [dans l'ordre des signes / vers l'est] parait ainsi plus lent. Quand elle est après [à l'ouest du] méridien, à mesure qu'elle descend progressivement [vers l'horizon], sa parallaxe vers l'ouest devient de plus en plus grande, et ainsi, comme auparavant, son mouvement vers l'arrière semble plus lent. C'est pourquoi les intervalles en question sont toujours plus grands que ceux dérivés par la procédure décrite ci-dessus. De plus, la différence entre les parallaxes successives [à intervalles de temps égaux] devient plus grande à mesure que [la Lune] se rapproche du méridien ; par conséquent, les intervalles [d'immersion ou d'émersion] qui sont plus proches du méridien seront nécessairement plus longs. Pour cette raison, le temps d'immersion est approximativement égal au temps d'émersion seulement lorsque le milieu de l'éclipse se produit précisément au méridien [à midi], car l'effet de la parallaxe sera à peu près égal des deux côtés. Mais lorsque le milieu de l'éclipse se produit avant midi, alors l'intervalle d'émersion est plus proche du méridien et [donc] plus long, tandis que si le milieu de l'éclipse se produit après midi, alors l'intervalle d'immersion est plus proche du méridien, donc plus long.

Ainsi, pour corriger les intervalles de temps en conséquence, nous déterminerons, comme expliqué précédemment, la longueur non corrigée de chacun des intervalles en question, et la distance zénithale au milieu de l'éclipse. Supposons que chaque intervalle soit d'une heure équinoxiale et que la distance au zénith soit de 75°. Nous chercherons donc, dans le tableau des parallaxes, les minutes de parallaxe correspondant à 75°. Si la Lune est à sa plus grande distance, nous prendrons les entrées de la troisième colonne, soit, pour 75°, 52'. Puisque nous avons supposé les intervalles de temps d'immersion et d'émersion comme étant une heure équinoxiale en moyenne (15 degrés de temps), nous soustrairons ces 15° des 75° de la distance zénithale, et trouverons les minutes de parallaxe dans la même colonne correspondant au 60° résultant, soit 47'. Ainsi, l'avance résultant de la parallaxe à la position (moyenne) la plus proche du méridien est de [75' – 47' =] 5'. Nous ajouterons également [les 15°] aux 75°, et trouverons les minutes de parallaxe totale correspondant au 90° résultant dans la même colonne, soit 53½'. Le déplacement résultant vers l'horizon est donc de 1½'. Nous en prendrons les composantes en longitude et convertirons chacune en une fraction d'heure équinoxiale par le vrai mouvement de la Lune, tel que décrit, puis nous ajouterons chaque résultat à l'intervalle moyen approprié, calculé simplement, d'immersion ou d'émersion. Nous ajouterons donc le plus grand à l'intervalle de la position la plus proche du méridien, et le plus petit à l'intervalle de la position la plus proche de l'horizon. La différence entre les deux intervalles dans l'exemple ci-dessus est de 3½', soit environ ⅑ heure équinoxiale, qui est le temps mis par la Lune pour parcourir cette distance en mouvement moyen.

Il ne reste plus, si nous voulons, qu'à convertir le temps en heures équinoxiales de chaque intervalle en heures saisonnières particulières [à la latitude et à la date], par la méthode expliquée précédemment.

11. Des angles d'inclinaison des éclipses

Vient maintenant l'examen des inclinaisons [1] formées, pendant les éclipses, par la partie éclipsée [de l'astre] par rapport à l'écliptique ainsi que l'inclinaison de l'écliptique lui-même sur l'horizon. Ces deux angles varient grandement, au cours de chaque phase d'éclipse, suite au changement de position [des corps], de sorte que la tâche de calculer les inclinaisons tout au long toute la durée [de l'éclipse] serait difficile — elle est de toute façon superflue, puisque des prédictions à une telle échelle ne sont nullement nécessaires ni utiles. Car, l'angle de l'écliptique sur l'horizon étant déterminé par la position sur l'horizon de ses points de lever ou de coucher, il doit nécessairement changer continuellement au cours d'une éclipse, puisque les points de l'écliptique qui se lèvent ou se couchent changent aussi continuellement. De même, puisque l'angle de la partie éclipsée [du corps] par rapport à l'écliptique est celle du grand cercle tracé par les deux centres — de la Lune et de l'ombre ou de la Lune et du Soleil —, et puisque le mouvement du centre de la Lune au cours d'une éclipse fait en sorte que le cercle passant par les deux centres change continuellement d'orientation par rapport à l'écliptique, l'angle formé à leur intersection varie donc continuellement. Par conséquent, nous ne nous attarderons qu'aux phases de l'éclipse ayant une certaine signification, et seulement grossièrement pour les inclinaisons par rapport à l'horizon. Les personnes qui observent réellement l'éclipse lorsqu'elle se produit pourraient, simplement à l'œil nu, estimer les directions importantes en observant les positions relatives dans les deux cas [à l'éclipse et à l'horizon], puisque, comme nous l'avons dit, une notion approximative [du montant] est suffisante en pareilles matières. Néanmoins, pour ne pas négliger complètement ce sujet, nous essaierons de donner quelques moyens d'effectuer cette opération aussi facilement que possible.

Les phases de l'éclipse que nous prenons en considération comme méritant d'être considérés comme significatifs sont donc les suivants :

- le début de l'obscurcissement, qui coïncide avec le tout début de toute l'éclipse ;
- la fin de l'obscurcissement, qui coïncide avec le début de la phase de totalité ;
- le plus grand obscurcissement, qui coïncide avec le milieu de la totalité ;
- le début de l'émersion, qui coïncide avec la fin de toute la phase totale ;
- la fin de l'émersion, qui coïncide avec la fin de toute l'éclipse.

Les directions que nous considérons comme plus raisonnables et plus faciles à calculer sont délimitées par le méridien ou par les points de lever et de coucher de l'écliptique aux équinoxes et aux solstices d'été et d'hiver. Les différentes « directions du vent » peuvent être comprises de bien des manières différentes par de nombreuses personnes ; mais nous pouvons les désigner par des angles de l'horizon.

Considérant les intersections du méridien avec l'horizon, donnons les définitions suivantes :

- l'intersection nord est le « point nord » [2] ;
- l'intersection sud est le « point sud » [3].

Considérant le lever et le coucher [des points de l'écliptique, donnons les définitions suivantes]:

1 Selon Toomer : « Ou "directions," προσνεύσεις. Dans une note séparée, Toomer indique que le terme signifie « direction vers laquelle une chose pointe ». Il suppose que l'utilité de leur détermination était liée à la météorologie, puisqu'elle n'a aucun usage réel en astronomie.

2 ἄρκτους, « les ourses ».

3 μεσημβρίαν, « le midi ».

- les intersections du début du Bélier ou de la Balance avec l'horizon sont appelées « lever équinoxial » et « coucher équinoxial » ; elles sont toujours à la même distance d'un quadrant du point où le méridien coupe [l'horizon] ;
- les intersections du début du Cancer sont le « lever estival » et le « coucher estival », et les intersections du début du Capricorne sont le « lever hivernal » et le « coucher hivernal » [1].

Les distances entre ces points varient selon la latitude considérée, mais pour indiquer les directions, il est suffisant de dire vers lesquelles ci-dessus elles pointent ou tendent.

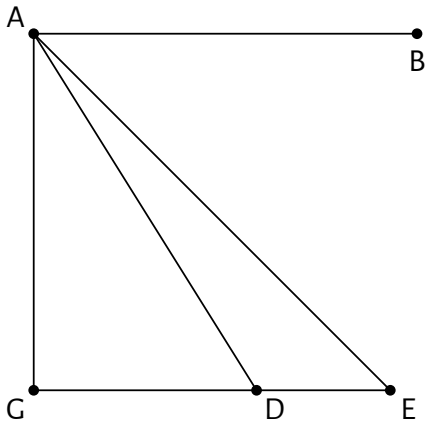
Pour permettre de déterminer en tout temps la position de l'écliptique par rapport à l'horizon, nous avons calculé, par la méthode indiquée dans les premiers livres de ce traité, la distance le long de l'horizon, au lever et au coucher, du début de chaque signe zodiacal à partir des points d'intersection où l'équateur croise [l'horizon, en les calculant] de chaque côté de celui-ci [nord ou sud]. Nous avons fait cela pour chaque latitude de Méroé au Borysthène pour lesquelles nous avons indiqué les angles. Pour mieux les exposer, au lieu d'un tableau, nous avons dessiné 8 cercles concentriques, supposés être dans le plan de l'horizon, et contenant les distances et les noms des 7 climats. Ensuite, nous avons tracé deux droites, perpendiculaires l'une à l'autre, à travers tous ces cercles : une horizontale représentant l'intersection des plans d'horizon et de l'équateur, et une autre verticale représentant l'intersection des plans de l'horizon et du méridien. Sur le cercle intérieur [2], nous avons écrit, aux extrémités de la ligne horizontale « lever équinoxial » et « coucher équinoxial », et aux extrémités de la ligne verticale, « nord » et « sud ». De même, nous avons tracé des droites à travers tous les cercles à des inclinaisons égales de chaque côté de l'équateur [la ligne horizontale], et écrit le long de ceux-ci, dans les sept intervalles, la distance du point solsticial à l'équateur, mesurée sur l'horizon, que nous avons trouvée pour chaque latitude (en degrés dont un quadrant en contient 90°). Aux extrémités où ces lignes rencontrent le cercle interne, nous avons écrit, au sud, « lever hivernal » et « coucher hivernal » ; et au nord, « lever estival » et « coucher estival ». Pour les signes intermédiaires [entre les équinoxes et les solstices], nous avons ajouté deux lignes à chaque segment, et marqué la distance, mesurée sur l'horizon, de l'équateur au [début] de chaque signe ainsi que le nom de chaque signe sur le cercle extérieur. Nous avons également écrit, sur la ligne méridienne, le nom des parallèles, leur longueur [du jour le plus long] en heures, et leur hauteur du pôle [dans le ciel], à partir du plus grand cercle extérieur.

Enfin, pour avoir les directions apparentes des phases d'obscuration par rapport à l'écliptique — ou les angles formés entre l'écliptique et le grand cercle joignant les deux centres mentionnés ci-dessus —, nous avons calculé ceux-ci pour les éclipses de toutes magnitudes de doigt en doigt — mais seulement pour la distance moyenne de la Lune, et supposant que les arcs de l'écliptique et de l'orbite inclinée de la Lune que nous considérons pour les obscurcissements sont sensiblement parallèles entre eux.

Soit par exemple la droite AB représentant l'arc de l'écliptique, avec A comme centre du Soleil ou de l'ombre, et la droite GDE, représentant l'orbite inclinée de la Lune, avec G comme centre de la Lune au milieu de l'éclipse et D lorsqu'elle est tout juste totalement éclipsée ou sur le point de commencer à émerger de la totalité (quand

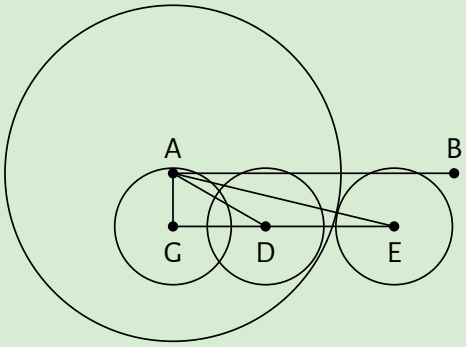
1 Halma et le manuscrit grec 2389 omettent mystérieusement la mention du Cancer (incluant dans la traduction, pour Halma). Heiberg indique que, en plus de 2389, les manuscrits Vatican grec 1594 et Marcianus grec 313 omettent la mention du Cancer, mais qu'elle est présente dans Vatican grec 180.

2 Selon Toomer, les manuscrits grecs ont cela sur le cercle extérieur ; les manuscrits arabes, sur le cercle intérieur. J'ai choisi d'aller avec le texte de Toomer.



Pas à l'échelle

Le diagramme suivant est inspiré de celui ajouté par Toomer pour aider à la compréhension du texte principal. Le grand cercle représente l'ombre de la Terre, et les petits, trois étapes successives d'une éclipse lunaire.



Pas à l'échelle

la Lune est intérieurement tangente au cercle de l'ombre). Soit aussi E, le centre de la Lune lorsque le Soleil ou la Lune commence tout juste à s'éclipser ou vient de terminer son émersion (lorsque les cercles sont extérieurement tangents). Joignons AG, AD, et AE.

Il est évident que les angles BAG et AGE, qui correspondent au milieu de l'éclipse, sont droits, et que l'angle BAE représente les angles au début et à la fin de l'éclipse, tandis que l'angle BAD représente les angles à la fin de [la phase partielle de] l'éclipse et au début de l'émersion. Il est ainsi clair que AE représente la somme des rayons des deux cercles, et AD leur différence.

Prenons alors comme exemple une éclipse au milieu de laquelle la moitié du diamètre du Soleil est obscurcie. Soit A le centre du Soleil ; ainsi, puisqu'on suppose la Lune à distance moyenne, AE vaut [15′ 40″ + 16′ 40″ =] 32′ 20″, et AG, qui est plus petit que cela de la moitié du diamètre du Soleil, mesure 16′ 40″.

Donc, puisque AG = 16;40^{p} où l'hypoténuse EA = 32;20^{p} (pour l'obscurcissement supposé), où l'hypoténuse AE = 120^{p}, nous aurons

AG = 61;51^{p}, et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AGE, l'arc AG = 62° 02′.

Donc l'angle AEG et l'angle BAE = 62;02$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 31° 01′ où quatre angles droits font 360°.

Dans le cas d'une éclipse lunaire, soit A le centre de l'ombre, et nous supposons encore la Lune à distance moyenne ; ainsi, AE sera toujours de [43′ 20″ + 16′ 40″ =] 60′, et AD de [43′ 20″ – 16′ 40″ =] 26′ 40″. [Supposons aussi] que la Lune est éclipsée de 18 doigts. Ainsi, AG est à nouveau inférieur à AD de la moitié du diamètre [de la Lune] et, par soustraction [26′ 40″ – 16′ 40″], AG = 10′. Alors, où l'hypoténuse AE = 120^{p}, AG = 20;0^{p} et, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle AGE, l'arc AG = 19° 12′. Conséquemment, l'angle AEG et l'angle BAE = 19;12$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 9° 36′ où quatre angles droits font 360°. De même, où l'hypoténuse AD = 120^{p}, AG = 45^{p} et, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle AGD, l'arc AG = 44° 02′. Conséquemment, l'angle ADG et l'angle BAD = 44;2$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 22° 01′ où quatre angles droits font 360°.

De la même manière, nous avons calculé les tailles des angles pour les autres doigts, l'angle inférieur à un angle droit de 90°, pour chaque quadrant de l'horizon. Nous avons formé un tableau de 22 lignes et 4 colonnes, dont la

première contient les doigts d'obscurcissement réel, mesurés le long du diamètre, pour le milieu de l'éclipse ; la seconde, les angles formés par les éclipses solaires au début de l'éclipse et à la fin de l'émersion ; la troisième, les angles formés par les éclipses lunaires au début de l'éclipse et à la fin de l'émersion ; et la quatrième, les angles formés par les éclipses lunaires à la fin [de la phase partielle] de l'éclipse et au début de l'émersion. Le tableau et le diagramme sont les suivants.

12. Tableau et diagramme des inclinaisons [1]

1	2		3		4	
Doigts	Soleil Début de l'éclipse et fin de l'émersion		Lune Début de l'éclipse et fin de l'émersion		[Lune] Début de la phase partielle et début de l'émersion	
	°	′	°	′	°	′
0	90	0	90	0		
1	66	50	72	30		
2	56	59	65	10		
3	49	16	59	27		
4	42	36	54	34		
5	36	35	50	14		
6	31	1	46	15		
7	25	46	42	31		
8	20	44	39	2		
9	15	51	35	42		
10	11	6	32	29		
11	6	25	29	23		
12	1	47	26	23	90	0
13			23	28	63	37
14			20	36	52	21
15			17	48	43	26
16			15	1	35	41
17			12	18	28	38
18			9	36	22	1
19			6	55	15	43
20			4	15	9	36
21			1	36	3	35

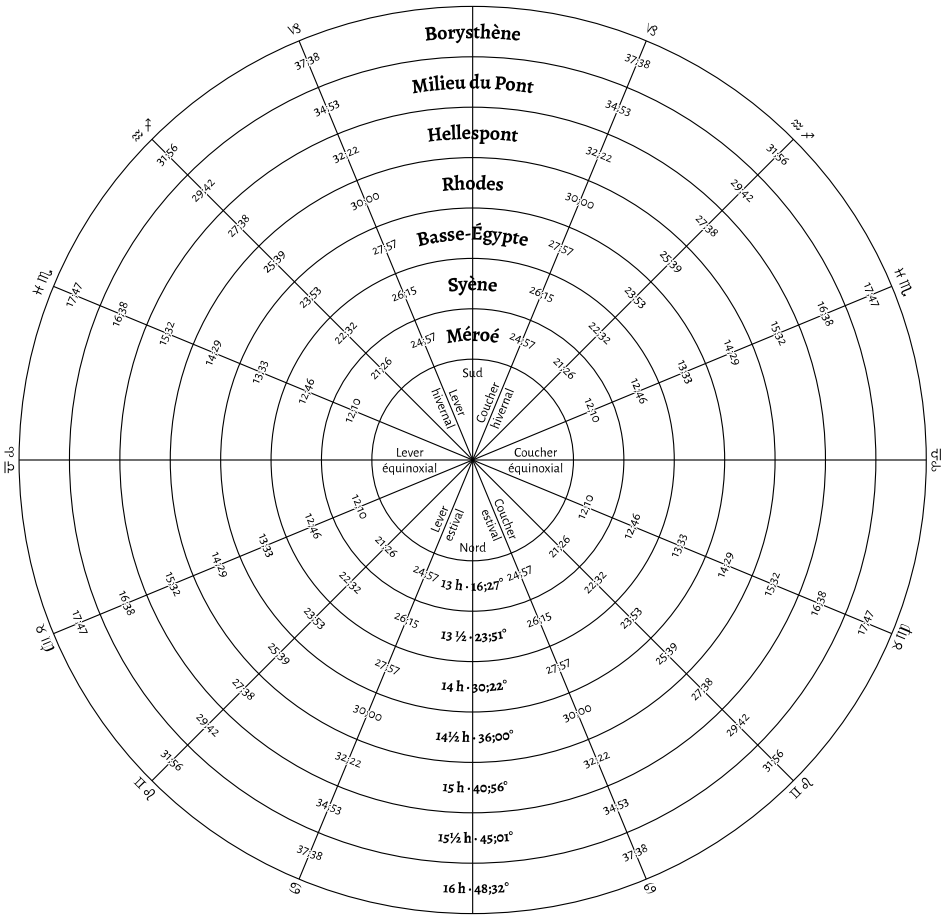
13. Détermination des directions

D'après les temps de chaque phase significative [de l'éclipse] ainsi déterminés, nous pourrons trouver les points de l'écliptique qui se lèvent et se couchent à ces moments, et, d'après le diagramme, leur position par rapport à l'horizon. Ensuite, quand le centre de la Lune (apparent pour les éclipses solaires et vrai pour les éclipses lunaires) est exactement sur l'écliptique, nous obtiendrons la direction du début de l'obscuration pour une éclipse solaire, et la direction [de l'ombre terrestre] pour la fin de l'éclipse partielle et la fin de l'émersion, [à partir] de la direction du point de l'écliptique qui se couchera à l'horizon à ce moment. Nous aurons aussi l'angle de position [du disque lunaire] à la fin d'une éclipse solaire, et celui du début [de l'obscuration] ainsi qu'au début de l'émersion lors d'une éclipse lunaire, à partir du point de l'écliptique qui se lèvera. Toutefois, lorsque le centre de la Lune n'est pas

1 Les erreurs du tableau suivant sont seulement de ± 1′ et sont dues à la façon dont Ptolémée en a arrondi les valeurs.

exactement sur l'écliptique, nous prendrons dans le tableau les angles correspondant à la magnitude en doigts, et appliquerons ces angles à l'intersection de l'horizon et de l'écliptique. Si le centre de la Lune est au nord de l'écliptique, nous appliquerons l'angle au nord du point de coucher pour le début d'une éclipse solaire et pour la fin de la phase partielle d'une éclipse lunaire, et au nord du point de lever pour la fin de l'émersion d'une éclipse solaire et au début de l'émersion d'une éclipse lunaire ; mais nous l'appliquerons au sud du point de lever du début d'une éclipse lunaire, et au sud du point de coucher pour la fin d'une éclipse lunaire. Si le centre de la Lune est au sud de l'écliptique, nous appliquerons l'angle au sud du point de coucher pour le début d'une éclipse solaire et pour la fin de la phase partielle d'une éclipse lunaire, et au sud du point de lever pour la fin d'une éclipse solaire et le début de l'émersion d'une éclipse lunaire ; mais au nord du point de lever pour le début d'une éclipse lunaire, et au nord du point de coucher pour la fin d'une éclipse lunaire. Nous aurons ainsi le point de l'horizon vers lequel (en gros, comme nous l'avons dit) sont dirigés les points des luminaires lors des phases significatives, soit le début et la fin de l'éclipse ainsi que de la phase totale.

Fin du sixième livre.



La Voie lactée, capturée par Mark Caffrey (via Wikimedia Commons).

Livre 7

1. Que les étoiles sont fixes entre elles

Dans les livres précédents de ce traité, ô Syrus, nous avons discuté de ce qui concerne la *sphaera recta* et la *sphaera obliqua*, ainsi que les hypothèses des mouvements du Soleil et de la Lune et des positions qui en résultent. Pour la suite de la théorie, nous allons discuter des étoiles, et d'abord, de celles dites fixes.

Il faut d'abord savoir que, dans la mesure où les étoiles conservent les mêmes distances et les mêmes configurations [entre elles], nous avons tout à fait raison de les appeler « fixes » ; mais dans la mesure où la sphère, prise dans son ensemble, à laquelle elles semblent attachées, comme elles sont emportées, a aussi [comme les autres sphères] un mouvement régulier suivant l'ordre des signes, avec le premier mouvement [diurne], il ne serait pas approprié d'appeler cette [sphère] trop « fixe ». Nous constatons en effet que ces deux déclarations sont vraies, au moins sur la base [d'observation] offerte par tout le temps [qui nous précède] : avant même qu'Hipparque ait soupçonné ces deux notions sur la base des observations dont il disposait, il a conjecturé plutôt que prédit, puisqu'il avait très peu d'observations d'étoiles fixes avant lui — en fait, pratiquement aucune autre que celles laissées par Aristylle [1] et Timocharis [2], et même celles-ci n'étaient ni certaines ni soigneusement avérées. Nous arrivons aux mêmes conclusions en comparant les phénomènes actuels avec ceux de l'époque, mais avec plus d'assurance, à la fois parce que notre examen est mené [avec du matériel pris] à partir d'un intervalle de temps plus long, et parce que les observations d'étoiles fixes laissées par Hipparque, qui sont notre principale source, nous ont été transmises correctement.

Aucun changement n'a donc eu lieu jusqu'à présent dans la position des étoiles entre elles ; les mêmes configurations observées à l'époque d'Hipparque sont identiques encore aujourd'hui. Non seulement est-ce vrai pour les étoiles du zodiaque entre elles, ou pour les étoiles situées en dehors du zodiaque par rapport aux autres étoiles en dehors du zodiaque, ce qui serait arrivé si seules les étoiles du zodiaque avaient un mouvement suivant l'ordre des signes, comme le proposait Hipparque dans sa première hypothèse —, mais c'est aussi vrai des positions des étoiles du zodiaque par rapport à celles à l'extérieur de celui-ci, même aux plus lointaines. Quiconque peut confirmer, en portant les soins nécessaires et par amour de la vérité, que les phénomènes actuels concordent avec ceux enregistrés par Hipparque.

Pour prouver cela, nous examinerons ici quelques-unes de ses observations, soit les plus faciles à voir et celles illustrant le mieux la méthode de comparaison, en montrant que les configurations formées par les étoiles en dehors du zodiaque, à la fois entre elles et avec les étoiles du zodiaque, sont demeurées inchangées.

Parmi les étoiles du Cancer, [Hipparque] indique que l'étoile dans la griffe sud [α Cnc], l'étoile brillante qui est devant cette dernière et [devant] la tête de l'Hydre [β Cnc], et l'étoile brillante dans Procyon [α CMi] se trouvent

1 Ἀρίστυλλος ; fl. v. 261 AÈC.
2 Τιμόχαρις ou Τιμοχάρης, gén. Τιμοχάρους ; v. 320–260 AÈC.

presque en ligne droite. Car celle du milieu est à 1½ doigt au nord et à l'est [1] de la ligne droite joignant les deux extrémités, et les distances [de celle-ci à chacune d'elles] sont égales.

Parmi les étoiles du Lion, [il note] que, des quatre étoiles dans la tête du Lion [μ, ε, ϰ, λ], les deux [μ, ε Lion] les plus à l'est ainsi que l'étoile à la naissance du cou de l'Hydre [ω Hya], forment une ligne droite. Aussi, que la droite passant par la queue du Lion [β] et la dernière étoile de la queue de la Grande Ourse [η UMa] a l'étoile brillante sous la queue de la Grande Ourse [α CVn] 1 doigt à son ouest [la ligne passe 1 doigt à l'est de l'étoile]. De même, que la droite passant par l'étoile sous la queue de la Grande Ourse et la queue du Lion passe par la plus avancée des étoiles de la Chevelure [de Bérénice].

Parmi les étoiles de la Vierge, [il dit] qu'entre le pied nord de la Vierge [μ Vir] et le pied droit du Bouvier [ζ Boo] se trouvent deux étoiles ; celle la plus au sud [109 Boo], aussi brillante que le pied [droit] du Bouvier, est à l'est de la ligne joignant les pieds, tandis que celle au nord [31 Boo], de la moitié de la brillance [de l'autre], est en ligne droite avec les pieds. De plus, cette étoile moins brillante est précédée de deux étoiles brillantes, qui forment avec elle un triangle isocèle dont cette étoile demi-brillante est le sommet. Ces [deux étoiles brillantes] sont sur une ligne droite avec Arcturus [α Boo] et le pied sud de la Vierge [λ Vir]. Aussi, entre Spica [α Vir] et la deuxième étoile du bout de la queue de l'Hydre [γ Hya], se trouvent trois étoiles sur une ligne droite [57, 63, et 69 Vir]. Celle du milieu [63] est [aussi] sur une ligne droite avec Spica et la deuxième étoile du bout de la queue de l'Hydre.

Parmi les étoiles de la Balance, [il note] que l'étoile [μ Ser] qui est presque en ligne droite vers le nord avec les [deux] étoiles brillantes des pinces [α, β Lib] est brillante et triple : car de chaque côté d'elle se trouve une petite étoile simple [36, 30 Ser].

Des étoiles du Scorpion, la droite passant par l'étoile arrière du dard du Scorpion [λ Sco] et le genou droit d'Ophiuchus [η Oph] coupe au milieu l'espace entre les deux étoiles en avant du pied droit d'Ophiuchus [36, θ Oph], et les cinquième et septième articulations [de la queue du Scorpion, θ, ϰ Sco] sont en ligne droite avec l'étoile brillante au milieu de l'Autel [α Ara]. De plus, que l'étoile la plus au nord [σ] des deux dans la base de l'Autel [σ, θ] est presque en ligne droite avec la 5e articulation et l'étoile au milieu de l'Autel, presque à égale distance des deux.

Dans le Sagittaire, à l'est et au sud du Cercle sous le Sagittaire [soit la Couronne Australe] sont deux étoiles brillantes [α, β Sgr], à environ 3 coudées l'une de l'autre. Celle la plus au sud [β] et la plus brillante, au pied du Sagittaire, est presque sur une ligne droite avec celle du milieu [α CrA] des trois étoiles brillantes dans la partie est du Cercle [γ, α, β CrA], et avec la suivante [ζ Sgr] des [deux] étoiles brillantes [ζ, σ Sgr] dans les angles opposés du quadrilatère [dans le Sagittaire, ζ, τ, σ, ϕ] : les deux intervalles [entre les trois] sont égaux, mais la plus au nord [des deux à l'est du Cercle, α Sgr] est à l'est de cette droite, mais sur une droite avec les [deux] étoiles brillantes [ζ, σ] opposées du quadrilatère.

Dans le Verseau, [il note] que les deux étoiles proches de la tête du Cheval [Pégase ; θ, ν Peg] et l'épaule arrière du Verseau [α Aqr] sont presque sur une ligne droite, à laquelle est parallèle la ligne allant de l'épaule avancée du Verseau [β Aqr] à l'étoile de la joue du Cheval [ε Peg]. Aussi, que l'épaule avancée du Verseau [β], l'étoile brillante [ζ Peg] des deux du cou du Cheval [ζ, ξ Peg], et l'étoile du nombril du Cheval [α And] sont sur une ligne droite, avec des intervalles égaux entre elles. Aussi, [il note que] la ligne passant par le museau [ε Peg] du Cheval et la plus orientale [η Aqr] des quatre du seau [du Verseau ; η, ζ, π, γ] coupe en deux, et presque à angle droit, la ligne passant par les deux étoiles [θ, ν] proches de la tête du Cheval.

1 Ça devrait plutôt être au nord et à l'ouest.

Parmi les étoiles des Poisson, [Hipparque note] que l'étoile [β Psc] du nez du poisson le plus au sud [des Poissons], l'étoile brillante des épaules du Cheval [α Peg], et l'étoile brillante de la poitrine du Cheval [β Peg] sont en ligne droite.

Parmi les étoiles du Bélier, [il écrit] que l'étoile à l'ouest ou avancée [β Tri] à la base du Triangle (et sur la queue du Bélier) se trouve à 1 doigt à l'est de la droite allant de l'étoile du museau du Bélier [α Ari] au pied gauche d'Andromède [γ And]. De plus, la plus avancée des étoiles de la tête du Bélier [β, γ Ari [1]] forme une ligne droite avec le milieu de la base du Triangle [c'est-à-dire à mi-chemin entre β et γ Tri].

Dans le Taureau, [il note] que les étoiles les plus à l'est des Hyades [α, ε Tau] et l'étoile [π^1 Ori [2]] dans la peau tenue dans la main gauche d'Orion qui est la sixième, comptée à partir du sud, se trouvent sur une ligne droite. Et que la ligne tracée à travers l'œil avant du Taureau [ε Tau] et la septième étoile du sud dans la peau [o^2 Ori] passe près de l'étoile brillante des Hyades [α Tau], qui est à 1 doigt au nord.

Dans les Gémeaux, [il écrit enfin] que les têtes des Gémeaux [α, β Gem] forment une ligne droite avec une étoile [ζ Cnc] distante de la tête arrière de trois fois l'écart entre les deux têtes, et que cette étoile se trouve aussi sur une droite avec les[deux] plus méridionales [θ, δ Cnc] des quatre [θ, δ, γ, η] autour du petit nuage [Praesepe / la Ruche].

Nous ne voyons jusqu'à aujourd'hui aucun changement dans ces alignements ou dans des alignements similaires ailleurs dans toute la sphère [des étoiles fixes]. Pourtant, des changements notables se seraient produits dans les quelque 260 années [entre Hipparque et nous] si seules les étoiles proches de l'écliptique avaient un mouvement vers l'est.

Afin de fournir à ceux qui viendront après nous une base de comparaison sur un intervalle plus long [qu'il ne nous était possible], et comportant un plus grand nombre de tel alignements, nous ajouterons ici d'autres alignements facilement visibles que nous avons observés, mais qui ne nous ont pas été transmis par les écrits des anciens.

Commençons par les étoiles du Bélier. Les deux étoiles [α, β Ari] les plus au nord des trois de la tête du Bélier [α, β, γ] font une ligne droite avec l'étoile brillante du genou sud de Persée [ε Per] et l'étoile appelée Capella [α Aur].

[Dans le Taureau,] la ligne allant de l'étoile appelée Capella [α Aur] à l'étoile brillante des Hyades [α Tau] rase l'étoile du pied avancé du Cocher [ι Aur], [située] un peu à l'est. Aussi, Capella [α Aur], l'étoile commune au pied arrière du Cocher et à la corne nord du Taureau [β Tau], et l'étoile de l'épaule avant d'Orion [γ Ori] sont en ligne droite.

Les [étoiles] brillantes des têtes des Gémeaux [α, β Gem] et la brillante du cou de l'Hydre [θ Hya] se trouvent presque sur une ligne droite.

[Dans le Cancer,] les deux étoiles proches de la patte avant de la Grande Ourse [ι, κ UMa], l'étoile de la pince nord du Cancer [ι Cnc], et la plus au nord des [deux] Ânes [εἰσίν, en latin *Aselli* ; γ Cnc] se trouve sur une ligne droite. De même, l'Âne du sud [δ Cnc], l'étoile brillante de Procyon [α CMi], et l'étoile brillante entre elles (qui est en avant de la tête de l'Hydre) [β Cnc], sont presque sur une ligne droite.

[Dans le Lion,] la droite allant de l'étoile du milieu [γ Lion] des [trois étoiles] brillantes du cou du Lion [ζ, γ, η] jusqu'à l'étoile brillante de l'Hydre [α Hya] laisse l'étoile du cœur du Lion [α Leo] un peu à l'est. La droite allant de l'étoile brillante de la croupe du Lion [δ Leo] à

1 Halma identifie ces étoiles comme étant λ et β Ari, et les suivantes comme β et (?)υ Tri, mais Toomer indique que «λ Ari n'est pas incluse dans le catalogue de Ptolémée». De plus, je n'ai pas trouvé de trace de l'existence d'une étoile désignée υ Tri (Upsilon Trianguli) ; la base de données SIMBAD ne contient aucune étoile par ce nom…

2 Halma identifie plutôt cette étoile à π^2 Ori.

l'étoile brillante [γ UMa] à l'arrière de la cuisse de la Grande Ourse (la plus au sud à l'arrière du quadrilatère) laisse un peu à l'ouest les deux étoiles proches de la patte arrière de la Grande Ourse [ν, ξ UMa].

[Dans la Vierge,] la ligne allant de l'étoile à l'arrière de sa cuisse [ζ Vir] à la deuxième étoile du bout de la queue de l'Hydre [γ Hya] passe près de l'étoile appelée Spica [l'Épi ; α Vir], [située] un peu à l'ouest. La ligne de Spica à la tête du Bouvier [β Boo] passe près d'Arcturus [α Boo], situé un peu à l'est. Spica et les [deux] étoiles des ailes du Corbeau [δ, γ Crv [1]] sont sur une ligne droite. Spica, l'étoile de l'arrière de la cuisse de la Vierge [ζ Vir], et l'étoile brillante la plus au nord [η Boo] des trois dans le genou avant du Bouvier [η, τ, υ] sont sur une droite.

[Des étoiles de la Balance,] les [deux] étoiles brillantes dans les pinces [α, β Lib] et l'étoile au bout de la queue de l'Hydre [π Hya] sont presque en ligne droite. La brillante de la pince du sud [α Lib], Arcturus [α Boo], et celle du milieu [ζ UMa] des trois étoiles de la queue de la Grande Ourse [ε, ζ, η] forment une droite. L'étoile de la pince nord [β Lib], Arcturus [α Boo], et l'étoile à l'arrière de la cuisse de la Grande Ourse [γ UMa] forment une ligne droite.

[Dans le Scorpion,] de plus, l'étoile du tibia arrière d'Ophiuchus [ξ Oph [2]], l'étoile de la cinquième articulation de la queue du Scorpion [θ Sco], et la plus avancée [υ] des deux étoiles proches l'une de l'autre du dard [λ, υ] sont sur une ligne droite. La plus avancée [σ] des trois étoiles de la poitrine du Scorpion [σ, α, τ] et les deux étoiles des genoux d'Ophiuchus [η, ζ Oph] forment un triangle isocèle dont le sommet est l'étoile la plus avancée des trois étoiles dans la poitrine.

[Des étoiles du Sagittaire,] de plus, l'étoile sur le jarret sud et arrière du Sagittaire, qui est de deuxième magnitude, [β Sgr], l'étoile sur la pointe de la flèche [γ Sgr], et l'étoile sur le genou arrière d'Ophiuchus [η Oph [3]] se trouve sur une ligne droite. L'étoile [α Sgr] dans le genou de la même jambe [avant] du Sagittaire (voisine de la Couronne [Australe]), l'étoile de la pointe de la flèche [γ Sgr], et l'étoile dans le genou avancé d'Ophiuchus [ζ Oph] sont en ligne droite.

[Pour le Capricorne,] la ligne tracée de l'étoile brillante de la Lyre [α Lyr] aux étoiles des cornes du Capricorne [α, β, ν, ξ Cap [4]] coupe l'étoile brillante de l'Aigle [α Aql] un peu à l'est [5]. La ligne allant de celle-ci [α Aql] à celle, de première magnitude, de la bouche du Poisson Austral [α PsA] coupe, presque à la moitié, l'intervalle entre les deux étoiles brillantes de la queue du Capricorne [γ, δ Cap].

[Pour le Verseau,] de plus, la ligne allant de l'étoile de première magnitude de la bouche du Poisson Austral [α PsA] à l'étoile du museau du Cheval [ε Peg] rase presque l'étoile brillante de l'épaule arrière du Verseau [α Aqr], un peu à l'est.

Enfin, [pour les Poissons,] les étoiles des bouches du Poisson Austral [α PsA] et du poisson du sud [des Poissons ; β Psc] et les [deux] étoiles avant du quadrilatère de Pégase [α, β Peg] sont en ligne droite.

Si nous comparons maintenant ces alignements avec les représentations des constellations sur le globe céleste d'Hipparque, nous constaterions que les positions des étoiles sur son globe, résultant des observations faites à ce moment-là [par Hipparque], selon ce qu'il a noté, sont à peu près les mêmes que celles vues de nos jours.

1 Halma a η plutôt que δ Crv.
2 Halma a plutôt ρ Oph.
3 Halma a plutôt ζ Oph.
4 Halma a «l'étoile (β)» au singulier (τοῖς, «le» [astre]), tandis que Toomer indique qu'il faut «Lire τοὺς» («les»).
5 Halma a, erronément, «la brillante du Capricorne» (ἐν τῷ αἰγόκερῳ λαμπρόν). Le manuscrit grec 2389 et Heiberg ont toutefois, tous les deux, ἐν τῷ Ἀετῷ λαμπρόν, «la brillante de l'Aigle». Je n'ai aucune idée comment Halma a pu lire «Capricorne».

2. Que la sphère des étoiles fixes bouge par rapport à l'écliptique

De ces considérations et d'autres semblables, nous pouvons conclure que toutes les étoiles dites fixes conservent entre elles la même position et partagent un seul et même mouvement. En outre, la sphère des étoiles fixes a aussi un mouvement propre, dans le sens opposé à la révolution de l'univers, c'est-à-dire le mouvement du grand cercle passant par les deux pôles, celui de l'équateur et celui de l'écliptique. Nous pouvons constater cela principalement par le changement de position des étoiles, qui n'est plus la même qu'autrefois, par rapport aux points solsticiaux et équinoxiaux. La distance [d'une étoile donnée] vers l'arrière [l'est] par rapport à ces mêmes points est d'autant plus grand que le temps [écoulé] est plus grand.

Hipparque aussi, dans son traité « Sur le déplacement [μεταπτώσεως] des points solsticiaux et équinoxiaux », invoquant des éclipses lunaires observées avec précision par lui-même et d'autres observées antérieurement par Timocharis, calcule que la distance dont Spica est en avance sur le point de l'équinoxe d'automne est d'environ 6° à son époque, mais était d'environ 8° à l'époque de Timocharis. Son raisonnement est le suivant : « Si Spica, par exemple, était jadis 8° de longitude zodiacale en avance sur l'équinoxe d'automne, mais est maintenant en avance de 6° », etc. Il montre aussi que pour presque toutes les autres étoiles fixes qu'il a mesurées, le mouvement vers l'arrière [dans l'ordre des signes] était de la même valeur. En comparant les distances des étoiles fixes aux points solsticiaux et équinoxiaux d'aujourd'hui avec celles observées et décrites par Hipparque, nous constatons aussi que leur mouvement vers l'arrière par rapport aux signes du zodiaque est proportionnellement semblable au précédent. Nous avons mené cette recherche au moyen de l'instrument construit précédemment pour les observations des élongations Lune–Soleil. Ainsi, nous avons réglé l'un des anneaux de l'astrolabe sur la position apparente de la lune (calculée pour le moment de l'observation), puis nous avons ajusté l'autre anneau de l'astrolabe pour l'aligner avec l'étoile observée, de sorte que nous puissions voir la Lune et l'étoile simultanément dans les positions appropriées ; nous avons ainsi obtenu la position de chacune des étoiles brillantes à partir de sa distance par rapport à la Lune.

Voici un exemple [pour illustrer cette procédure]. La deuxième année d'Antonin, le 9 du mois égyptien de Pharmouti [1], alors que le Soleil était sur le point de se coucher à Alexandrie, et que la dernière partie du Taureau [culminait] au méridien — soit 5½ heures équinoxiales après midi le 9, nous avons observé la distance apparente de la Lune au Soleil, qui était alors à environ 3° des Poissons, comme étant de 92⅛°. Une demi-heure plus tard, le Soleil étant maintenant couché, et le [premier] quartier des Gémeaux [7° 30' des Gémeaux] [culminant] au méridien, la Lune étant toujours vue dans la même position [par rapport à] l'anneau de l'astrolabe, et l'étoile du cœur du Lion [α Lion, Regulus] était, dans l'autre anneau de l'astrolabe, à 57⅙° vers l'arrière [l'est] le long de l'écliptique.

Lors de la première [observation], la vraie position du Soleil était très proche de 3⅓₀° des Poissons. Ainsi la position apparente de la Lune, qui était à 92⅛° vers l'arrière [l'est] [du Soleil], était d'environ 5⅙° des Gémeaux, position qu'elle devait effectivement occuper selon nos hypothèses. Une demi-heure plus tard, la lune devrait s'être déplacée d'environ ¼° vers l'arrière [l'est], et sa parallaxe [par rapport à la première observation] était d'environ ₁/₁₂° vers l'avant [l'ouest]. Par conséquent, la position apparente de la Lune une demi-heure plus tard était de 5⅓°

1 Selon Toomer, le 23 février 139.

des Gémeaux. Par conséquent, l'étoile du cœur [du Lion], puisqu'elle était à 57⅙° à l'arrière [l'est] de la Lune, avait une position de 2½° du Lion, et à 32½° du tropique [solstice] d'été.

Mais dans la 50e année du troisième cycle callipique [–128/7], comme le rapporte Hipparque dans ses propres rapports d'observations, [cette étoile] était à l'arrière [l'est] du tropique [solstice] d'été de 29⅚°. Par conséquent, [l'étoile du cœur du Lion] s'est déplacée de 2⅔° vers l'arrière sur le cercle mitoyen du zodiaque [l'écliptique] pendant les quelque 265 années depuis l'observation d'Hipparque jusqu'au début [du règne] d'Antonin [137/8], époque où nous avons fait la plupart de nos observations des positions des étoiles fixes. D'après cela, nous avons constaté qu'un mouvement vers l'arrière [l'est] a eu lieu, d'environ 1° par 100 ans, comme Hipparque semble également l'avoir soupçonné, selon cet extrait de son ouvrage « Sur la longueur de l'année » : « Car si les solstices et les équinoxes se déplaçaient, de ce fait, d'au moins 1/100 degré en avance [contre les signes / vers l'ouest], dans les 300 ans ils auraient dû se déplacer [dans ce sens] d'au moins 3° ».

De cette manière, nous avons observé de Spica et certaines des plus brillantes étoiles proches de l'écliptique, par rapport à [la position de] la Lune, puis nous avons trouvé que leurs distances entre elles étaient à peu près les mêmes que celles observées par Hipparque, mais que leur distance individuelle des points tropiques (solsticiaux) ou équinoxiaux sont dans chaque cas d'environ 2⅔° plus loin vers l'arrière [l'est] que celles qu'Hipparque a notées.

3. Que le mouvement de la sphère des étoiles fixes se fait par rapport aux pôles de l'écliptique

Par ce qui précède, nous comprenons que la sphère des étoiles fixes effectue un mouvement vers l'arrière [selon l'ordre des signes] le long de l'écliptique, d'environ la même vitesse. Nous devons maintenant déterminer le type de ce mouvement, c'est-à-dire s'il a lieu autour des pôles de l'équateur ou autour des pôles du cercle incliné de l'écliptique. Nous pourrions le trouver à partir du mouvement en longitude, puisque les grands cercles passant par les pôles de l'un ou l'autre des cercles [équateur ou écliptique] ci-dessus coupent des arcs inégaux de l'autre, à moins que le mouvement en longitude pendant ce temps [entre les observations] soit tellement petit que la différence due à l'effet ci-dessus serait imperceptible. Toutefois, cela se détectera beaucoup mieux par [la comparaison] des positions [des étoiles] en latitude [1] dans les temps anciens et maintenant. Car celui des deux cercles, équateur ou écliptique, auquel on peut montrer que les étoiles gardent une distance constante en latitude, est évidemment celui autour des pôles duquel leur sphère se meut.

Hipparque a jugé que ce mouvement se produit autour des pôles de l'écliptique ; dans son traité « Sur le déplacement des points solsticiaux et équinoxiaux », il déduit, des observations de Timocharis et de lui-même, que Spica a gardé la même distance en latitude, non par rapport à l'équateur mais par rapport à l'écliptique, soit 2° au sud de celui-ci tant avant qu'après [lui]. C'est pourquoi, dans son traité « Sur la longueur de l'année », il suppose que le mouvement se produit autour des pôles de l'écliptique, bien qu'il en doute encore, comme il le déclare lui-même, parce que les observations de l'école de Timocharis ne sont pas fiables, ayant été faites très grossièrement, et parce

1 Toomer indique que le terme « latitude » peut ici porter à confusion, puisqu'il signifie aussi bien latitude écliptique que déclinaison. Le sens ici est le second.

que la différence de temps entre [Timocharis et lui] n'est pas suffisante pour en arriver à une conclusion certaine. Mais nous pouvons affirmer que le mouvement se fait autour des pôles de l'écliptique, sur la base d'observations faites sur un intervalle beaucoup plus long, sur pratiquement toutes les étoiles fixes ; lorsque nous observons la latitude d'une étoile par rapport à l'écliptique, telle que mesurée le long du grand cercle passant par ses pôles, nous constatons qu'elle est pratiquement la même que celle dérivée des observations d'Hipparque — s'il y a un écart, il est faible et peut être expliqué par des erreurs d'observation. Mais nous constatons que les distances à l'équateur, mesurées le long de grands cercles passant par ses pôles, ne concordent ni avec celles notées par Hipparque, ni avec celles notées bien plus tôt par l'école de Timocharis ; au contraire, la constance de leurs latitudes par rapport à l'écliptique est encore plus confirmée par ces mêmes observations, puisque les distances à l'équateur des étoiles situées dans l'hémisphère allant du solstice d'hiver au solstice d'été et comprenant l'équinoxe de printemps sont plus au nord qu'elles l'étaient avant, tandis que les étoiles situées dans l'autre hémisphère sont plus au sud. Aussi, les différences sont plus grandes pour les étoiles proches des points équinoxiaux, et moindre pour les étoiles proches des solstices, et ces différences sont à peu près proportionnelles à la quantité par laquelle la section de l'écliptique à l'arrière [vers l'est, depuis la première longitude d'une étoile particulière] définie par le mouvement correspondant en longitude [au cours de la période en question] produit un déplacement vers le nord ou vers le sud de l'équateur.

Afin d'illustrer ce point pour quelques étoiles facilement reconnaissables, nous indiquerons, pour chacun des deux hémisphères, leur distance verticale à l'équateur, mesurée le long du grand cercle passant par les pôles de l'équateur, telles que notées par l'école de Timocharis, par Hipparque, et par nous-mêmes.

	Nord ou sud de l'équateur	Notée par [Aristylle ou] Timocharis	Notée par Hipparque	Notée par nous
[1] L'étoile brillante dans l'Aigle	nord	5⅘°	5⅘°	5⅚°
[2] Le milieu des Pléiades	nord	14½°	15⅙°	16¼°
[3] La brillante dans les Hyades	nord	8¾°	9¾°	11°
[4] La brillante dans le Cocher, appelée Capella	nord	40° (Aristylle)	40⅔°	41⅙°
[5] L'étoile dans l'épaule avant d'Orion	nord	1⅗°	1⅘°	2½°
[6] L'étoile dans l'épaule arrière d'Orion	nord	3⅚°	4⅓°	5¼°
[7] L'étoile brillante dans la gueule du Grand Chien	sud	16⅓°	16°	15¾°
[8] La plus avant des [deux] étoiles brillantes dans les têtes des Gémeaux	nord	33° (Aristylle)	33⅙°	33⅔°
[9] La plus arrière [des étoiles brillantes dans les têtes des Gémeaux]	nord	30° (Aristylle)	30°	30⅙°

Cela prouve que pour les étoiles situées dans l'hémisphère mentionné ci-dessus qui contient l'équinoxe de printemps, les distances verticales à l'équateur plus récentes sont toutes plus au nord qu'avant ; de très peu pour les étoiles très proches des points solsticiaux, mais de beaucoup pour celles proches des équinoxes — en accord avec un mouvement vers l'arrière [l'est / suivant l'ordre des signes] autour des pôles de l'écliptique, parce que les sections successives de celui-ci [l'écliptique] vers l'arrière [l'est] sont toujours plus au nord que les précédentes, de beaucoup aux environs des équinoxes et de peu aux environs des solstices.

Dans l'hémisphère opposé :

	Nord ou sud de l'équateur	Notée par [Aristylle ou] Timocharis	Notée par Hipparque	Notée par nous
[1] L'étoile du cœur du Lion	nord	21⅓°	20⅔°	19⅚°
[2] L'étoile appelée Spica	nord	1⅗°	seulement ⅗° au nord	½° au sud
Des trois étoiles de la queue de la Grande Ourse :				
[3] celle au bout	nord	61½° (Aristylle)	60¾°	59⅔°
[4] la seconde [à partir] du bout, au milieu de la queue	nord	67¼° (Aristylle)	66½°	67⅗° [1]
[5] la troisième [à partir] du bout, près d'où la queue rejoint [le corps]	nord	68½° (Aristylle)	65°	66¼°
[6] Arcturus	nord	31½°	31°	29⅚°
Des étoiles brillantes dans les pinces du Scorpion [la Balance] :				
[7] celle au bout de la pince du sud	sud	5°	5⅗°	7⅙°
[8] celle du bout de la pince du nord	nord	1⅕°	seulement ⅖° au sud	1° au sud
[9] L'étoile brillante dans la poitrine du Scorpion, appelée Antarès	sud	18⅓°	19°	20¼°

Ainsi, pour ces étoiles, l'inverse [de ce qui précède] est vrai ; les distances verticales récentes à partir de l'équateur sont plus au sud que les plus anciennes, toutes proportions gardées.

Nous pouvons donc conclure de ces données que le recul en longitude de la sphère des étoiles fixes est, comme nous l'avons dit précédemment, 1° en 100 ans environ, ou 2⅔° en 265 ans entre les observations d'Hipparque et les nôtres. Cela se prouve surtout par les différences de [déclinaison] trouvées pour les étoiles proches des points équinoxiaux.

En effet, le milieu des Pléiades a été observé par Hipparque à 15⅙° au nord de l'équateur, et à 16¼° par nous ; il s'est donc déplacé de 1 1/12° vers le nord entretemps : c'est à peu près la différence en déclinaison relative à l'équateur entre les [deux extrémités des] ⅔° de l'écliptique près de l'extrémité du Bélier qui représente le mouvement vers l'arrière en longitude sur cet intervalle. Et l'étoile appelée la Chèvre [Capella], qui se trouvait à 40⅖° au nord de l'équateur à l'époque d'Hipparque, est à 41⅙° à notre époque ; elle s'est [ainsi] déplacée vers le nord de ⅘° : c'est encore la différence de déclinaison par rapport à l'équateur due au mouvement de 2⅔° de l'écliptique près du milieu du Taureau. En outre, l'étoile sur l'épaule avancée [ouest] d'Orion, qui était à 1⅘° au nord de l'équateur à l'époque d'Hipparque, est aujourd'hui à 2½° ; elle s'est [donc] déplacée vers le nord d'environ ⅔°, ce qui est environ la différence en déclinaison relative à l'équateur causée par le mouvement en longitude de 2⅔° pour les étoiles placées aux deux tiers du Taureau.

La situation est similaire dans l'hémisphère opposé. Spica, qu'Hipparque a observée à ⅗° au nord de l'équateur, est à ½° au sud ; elle s'est donc déplacée de 1/10° vers le sud, ce qui correspond, encore une fois, à la différence de déclinaison relative à l'équateur proportionnelle aux 2⅔° de mouvement en longitude pour les étoiles près de la fin de la Vierge. Et l'étoile à l'extrémité de la queue de la Grande Ourse, qui se trouvait à 60¾° au nord de l'équateur à l'époque d'Hipparque, est à 59⅔° à notre époque ; elle s'est donc déplacée vers le sud de 1/12°, soit la différence en déclinaison relative à l'équateur correspondant au 2⅔° de mouvement de l'écliptique pour les étoiles situées près du début des Serres [la Balance]. De plus, Arcturus, qui se trouvait à 31° au nord de l'équateur à l'époque d'Hipparque, est à 29⅚° à notre époque ; elle s'est donc déplacée vers le sud de 1⅙, ce qui correspond approximativement à la différence en déclinaison relative à l'équateur des 2⅔° de mouvement l'écliptique pour les étoiles situées au début des Serres [la Balance].

1 Selon Toomer, «Certains manuscrits ont 67⅔, qui pourrait être bon.»

Ce mouvement nous apparaitra encore plus clairement par les observations suivantes.

[Premièrement] Timocharis a observé à Alexandrie, dans la 47e année de la première période callipique de 76 ans, le huitième jour du mois [attique] d'Anthestérion [1], qui est le 29 du mois égyptien d'Athyr, vers la fin de la troisième heure [de nuit], la moitié sud de la Lune couvrir exactement le tiers ou la moitié est des Pléiades. Ce moment correspond au 29/30 Athyr de la 465e année de Nabonassar [2], à 3 heures saisonnières avant minuit ou 3⅓ heures équinoxiales (puisque le Soleil était environ à 7° du Verseau). L'intervalle compté en jours solaires moyens revient à peu près au même nombre d'heures d'équinoxe [3⅓] avant minuit. À ce moment, selon les hypothèses que nous avons démontrées précédemment, la position de la Lune était la suivante :

longitude vraie :	0° 20' du Taureau	
(donc, distance à l'équinoxe de printemps :	30° 20')	
[latitude] :	3° 45' au nord de l'écliptique	
longitude apparente :	29° 20'	à Alexandrie
[latitude] apparente :	3° 35' au nord de l'écliptique	

(car le point culminant était aux ⅔ des Gémeaux)

Par conséquent, à ce moment-là, l'extrémité arrière [est] des Pléiades était à environ 29½° de l'équinoxe de printemps suivant l'ordre des signes, vu que le centre de la Lune était encore en avance sur elle et à environ 3⅔° au nord de l'écliptique, car cette extrémité était alors un peu au nord que le centre de la Lune.

[Deuxièmement] Agrippa, qui a observé en Bithynie, rapporte que dans la douzième année de Domitien, le 7 du mois de métroös [3] selon le calendrier de cette région, au début de la troisième heure de la nuit, la Lune a occulté la partie sud-est des Pléiades avec sa corne sud. Ce moment était dans la 840e année de Nabonassar, le 2/3 Tybi du calendrier égyptien [4], 4 heures saisonnières avant minuit, ou 5 heures équinoxiales (puisque le Soleil était environ à 6° du Sagittaire). Ainsi, ramenée au méridien d'Alexandrie, l'observation a eu lieu 5⅓ heures équinoxiales avant minuit, soit 5 heures ¾ par rapport aux jours solaires moyens. À ce moment, la position du centre de la Lune était la suivante :

longitude vraie :	3° 07' du Taureau	
[latitude] :	4⅚° au nord de l'écliptique	
longitude apparente :	3° 15' du Taureau	en Bithynie
[latitude] apparente :	4° au nord de l'écliptique	

(car le point culminant était aux deux tiers des Poissons)

Par conséquent, à ce moment-là, la section arrière des Pléiades était à 33¼° de longitude [à l'est] de l'équinoxe de printemps et à 3⅔° au nord de l'écliptique. Il est donc clair que la partie arrière des Pléiades était, tant alors que maintenant, à la même distance en latitude, soit 3⅔° au nord de l'écliptique, telle que mesurée le long du grand cercle passant par les pôles de l'écliptique, tandis qu'en longitude elle s'est déplacée de 3° 45' vers l'arrière [l'est] par rapport à l'équinoxe de printemps, puisqu'elle était à 29½° de l'équinoxe à la première observation et à 33¼° à la seconde, dans l'intervalle de 375 ans compris entre les deux observations. Ainsi, en 100 ans la partie arrière des Pléiades s'est déplacée de 1° dans l'ordre des signes.

Timocharis a aussi observé, à Alexandrie, dans la 36e année du premier cycle callipique, le 15 du

1 Les mois du calendrier attique étaient, depuis le solstice d'été, ἑκατομβαιών / *hekatombaiôn*, μεταγειτνιών / *metageitniôn*, βοηδρομιών / *boêdromiôn*, πυανεψιών / *pyanépsiôn*, μαιμακτηριών / *maimakteriôn*, ποσειδεών / *poseideôn*, γαμηλιών / *gameliôn*, ἀνθεστηριών / *anthestêriôn*, ἐλαφηβολιών / *elaphêboliôn*, μουνιχιών / *mounikhiôn*, θαργηλιών / *thargêliôn*, et σκιροφοριών / *skirophoriôn*.

2 Selon Toomer, le 29/30 janvier –282.

3 Les mois bithyniens étaient, depuis l'équinoxe d'automne : Héraïos, Hermaïos, Métroös, Dionysios, Hérakléios, Dios, Bedidaios, Stratios, Périepios, Aréios, Aphrodisios, et Démétrios.

4 Selon Toomer, le 29/30 novembre 92.

mois [attique] d'Élaphébolion, qui est le 5 [du mois égyptien] de Tybi, au début de la troisième heure, la Lune couvrir Spica avec le milieu du bord de son disque qui est vers le point montant équinoxial [l'est], et que Spica, en passant derrière [la Lune], a coupé le tiers nord du diamètre [de la Lune].

Ce moment était dans la 454e année de Nabonassar, le 5/6 du mois égyptien de Tybi [1], 4 heures saisonnières avant minuit, qui est aussi 4 heures équinoxiales environ, puisque le Soleil était environ à 15° des Poissons, et que le calcul des jours solaires moyens est environ le même nombre d'heures. À ce moment, la position du centre de la Lune était la suivante :

longitude vraie :	21° 21' de la Vierge
(donc, distance au solstice d'été	81° 21' vers l'arrière [l'est])
[latitude] vraie :	1⅚° au sud de l'écliptique
longitude apparente :	82½° du solstice d'été
[latitude] apparente :	environ 2° au sud de l'écliptique

(car le milieu du Cancer culminait)

D'après ce qui précède, Spica était donc à ce moment à 82⅓° de longitude du solstice d'été, et à peu près à 2° au sud de l'écliptique.

De même, dans la 48e année du même [premier] cycle [callipique], [Timocharis] dit que, le sixième jour à partir de la fin du dernier tiers de pyanépsion, qui est le 7[e jour de] Thout, à 10½ h passées, la Lune s'est levée [de l'horizon], et Spica en touchait exactement la pointe nord. Ce moment est dans la 466e année de Nabonassar, les 7/8 du mois égyptien de Thout [2] ; selon Timocharis lui-même, 3½ heures saisonnières après minuit, soit environ 3⅜ heures équinoxiales, puisque le Soleil était près du milieu du Scorpion — mais logiquement, [il devait être] 2½ h après minuit. Car à ce moment, 22½° des Gémeaux culminait, 22½° de la Vierge (environ) se levait, et [22½° de la Vierge] était la longitude de la Lune au moment où, selon lui, elle se levait. En calculant par rapport aux jours solaires moyens, nous constatons que seulement 2 heures équinoxiales s'étaient écoulées depuis minuit. À ce moment, la position du centre de la Lune était la suivante :

[longitude] vraie :	distance au solstice d'été : 81° 30'
[latitude] vraie :	2⅛° au sud de l'écliptique
longitude apparente :	82½° [depuis le solstice d'été]
[latitude] apparente :	2¼° au sud [de l'écliptique]

Selon cette observation, donc, Spica était à la même distance d'environ 2° au sud de l'écliptique, et à 82½° du solstice d'été. Ainsi, dans les 12 années entre les deux observations, elle s'est déplacée d'environ ⅙° vers l'arrière [l'est] depuis le solstice d'été.

Le géomètre Ménélas dit qu'il a observé, à Rome, dans la première année de Trajan, dans la nuit du 15 au 16 [du mois égyptien] de Méchir, lorsque la dixième heure [de la nuit] fut achevée, Spica être occultée par la Lune (car elle ne pouvait pas être vue). Vers la fin de la onzième heure, toutefois, elle a été vue en avant [à l'ouest] du centre de la Lune, à égale distance des [deux] cornes, d'une quantité inférieure au diamètre de la Lune.

Ce moment était dans la 845e année de Nabonassar, le 15/16 du mois égyptien de Méchir [3], vers 4 heures saisonnières après minuit lorsque le centre de la Lune couvrait Spica, soit 5 heures équinoxiales, puisque le Soleil était à environ 20° du Capricorne ; au méridien par Alexandrie, c'est donc à 6⅓ heures équinoxiales, ou 6¼ heures (ou un peu plus) par rapport aux jours solaires moyens. À ce moment, la position du centre de la Lune était la suivante :

[longitude] vraie :	85¾° du solstice d'été
[latitude] vraie :	environ 1⅓° au sud de l'écliptique
longitude apparente :	86¼° [du solstice d'été]
[latitude] apparente :	2° au sud [de l'écliptique]

1 Selon Toomer, le 9/10 mars –293.
2 Selon Toomer, le 8/9 novembre –282.
3 Selon Toomer, le 10/11 janvier 98.

(car le point culminant était à environ un quart de la Balance)

C'était donc aussi la position de Spica à ce moment-là.

Il est clair que Spica était donc à la même distance au sud de l'écliptique, à savoir 2°, tant à l'époque de Timocharis qu'à notre époque, et que son mouvement vers l'arrière [l'est] en longitude était de 3° 55′ pendant les 391 années d'intervalle entre l'observation faite [par Ménélas] pendant la 36e année [du premier cycle callipique], et de 3° 45′ pendant les 379 ans depuis l'observation faite pendant la 48e année. Par conséquent, à partir de ces données, nous concluons encore que le mouvement de Spica vers l'arrière [l'est] est d'environ 1° en 100 ans.

Timocharis a aussi observé, à Alexandrie, dans la 36e année du premier cycle callipique, le 25 Poséidéon, qui est le 16 Phaophi, au début de la dixième heure, le bord nord de la Lune occulter l'étoile la plus boréale du front du Scorpion.

Ce moment était dans la 454e année de Nabonassar, les 16/17 du mois égyptien de Phaophi [1], 3 heures saisonnières après minuit, ou 3⅖ heures équinoxiales, puisque le Soleil était à environ 26° du Sagittaire. En jours solaires moyens, cela correspond à 3⅛ heures. À ce moment, la position du centre de la Lune était la suivante :

[longitude] vraie :	31¼° de l'équinoxe d'automne [vers l'est]
[latitude vraie] :	1⅓ au nord de l'écliptique
longitude apparente :	32° [de l'équinoxe d'automne]
[latitude] apparente :	1½° au nord de l'écliptique

(car le point culminant était le milieu du Lion)

Par conséquent, à ce moment-là, l'étoile la plus boréale du front du Scorpion était à la même distance, 32°, de l'équinoxe d'automne en longitude, et à environ 1⅓° au nord de l'écliptique [en latitude].

Ménélas, qui a aussi observé à Rome, dit que dans la première année de Trajan, le 18/19 Méchir, vers la fin de la onzième heure, la corne sud de la Lune était en ligne droite avec l'étoile du milieu et celle la plus au sud du front du Scorpion, et son centre était à l'arrière [à l'est] de cette ligne droite, à la même distance de l'étoile du milieu que l'étoile du milieu était de l'étoile la plus au sud. Elle a semblé occulter la plus boréale des étoiles du front, puisque [cette étoile] était invisible.

Ce moment était dans la 845e année de Nabonassar, les 18/19 du mois égyptien de Méchir [2], 5 heures saisonnières après minuit, ou 6⅛ heures équinoxiales, puisque le Soleil était à environ 23° du Capricorne. Pour le méridien d'Alexandrie, cela donne 7½ heures équinoxiales, et à peu près la même chose par rapport aux jours solaires moyens. À ce moment, la position du centre de la Lune était la suivante :

[longitude] vraie :	35⅓° de l'équinoxe d'automne [vers l'est]
[latitude] vraie :	2⅛° au nord de l'écliptique
longitude apparente :	35° 55′ [de l'équinoxe d'automne]
[latitude] apparente :	1⅓° nord [de l'écliptique]

(car le point culminant était la fin de la Balance)

Par conséquent, la plus boréale des étoiles du front du Scorpion avait à peu près la même position à ce moment.

Il est donc clair que la distance en latitude par rapport à l'écliptique de cette étoile était la même autrefois qu'à notre époque, tandis qu'en longitude, elle s'est éloignée de l'équinoxe d'automne vers l'arrière [l'est] de 3° 55′ dans l'intervalle de temps entre les observations, soit 391 ans : ainsi, en 100 ans, le mouvement de l'étoile vers l'arrière [l'est] était de 1°.

1 Selon Toomer, le 20/21 décembre –294.

2 Selon Toomer, le 13/14 janvier 98.

4. De la méthode pour décrire la position des étoiles

À partir de nos observations et comparaisons des étoiles ci-dessus et d'autres étoiles brillantes, et du fait que nous avons trouvé les distances des autres étoiles par rapport aux [étoiles brillantes] que nous avions établies comme étant en accord [avec les résultats de nos prédécesseurs], nous avons constaté que la sphère des étoiles fixes a, elle aussi, un mouvement vers l'arrière [l'est] par rapport aux points solsticiaux et équinoxiaux de la quantité déterminée (pour autant que le temps [entre les observations] disponibles le permet) ; de plus, [nous avons confirmé] que leur mouvement a lieu autour des pôles de l'écliptique, et non de ceux de l'équateur (ceux du premier mouvement [d'est en ouest]). Nous avons donc pensé qu'il était approprié, en rapportant nos observations de ces étoiles fixes et des autres, de donner leur position telle qu'observée à notre époque en termes de longitude et de latitude écliptiques, et non par rapport à l'équateur, donc tel que déterminé par le grand cercle passant par les pôles de l'écliptique et par chaque étoile individuelle. Ainsi, d'après l'hypothèse du mouvement que j'ai énoncée ci-dessus, leur position en latitude par rapport à l'écliptique doit nécessairement rester la même, tandis que leur position en longitude doit toujours parcourir des arcs égaux vers l'arrière [l'est] en des temps égaux.

Par conséquent, en utilisant à nouveau le même instrument [que nous avons utilisé pour la Lune], (parce que les anneaux de l'astrolabe sont construits pour tourner autour des pôles de l'écliptique), nous avons observé autant d'étoiles que nous pouvions en voir jusqu'à la sixième grandeur. Nous avons toujours disposé le premier des anneaux de l'astrolabe mentionnés ci-dessus vers une étoile brillante dont nous avons précédemment déterminé la position au moyen de la Lune, en réglant l'anneau à la bonne graduation sur l'[anneau] écliptique [pour cette étoile], puis réglé l'autre anneau, qui était gradué sur toute sa longueur et pouvait également être tourné en latitude vers les pôles de l'écliptique, sur l'étoile requise, de sorte qu'en même temps que l'étoile de contrôle était vue [dans sa position appropriée], cette étoile était également vue à travers les pinnules de son propre [deuxième] anneau. Ainsi, nous avons facilement obtenu les deux coordonnées de chaque étoile en même temps au moyen de l'anneau [de cette étoile] sur l'astrolabe : la position en longitude était définie par l'intersection de cet anneau et de l'écliptique [anneau], et la position en latitude par l'arc de l'anneau de l'astrolabe compris entre cette même intersection et la pinnule supérieure.

Afin de rapporter la position des étoiles sur un globe solide selon cette méthode, nous avons composé un tableau en quatre colonne. Pour chaque étoile d'une constellation, nous donnons, dans la première colonne, la description de sa position dans la constellation ; dans la deuxième colonne, sa position en longitude par rapport aux signes du zodiaque, telle que dérivée de l'observation, pour le début du règne d'Antonin, le zodiaque étant, comme auparavant, partagé en quatre parties égales commençant aux points solsticiaux ou équinoxiaux ; dans la troisième colonne, nous donnons la distance en latitude par rapport à l'écliptique, au nord ou au sud, selon le cas, de l'étoile ; et dans la quatrième, l'ordre de grandeur [magnitude] de l'étoile. Les distances latitudinales restant toujours les mêmes, les positions en longitude pourront facilement être calculées pour d'autres époques, en calculant la distance en degrés entre l'époque et le temps en question à raison de 1° en 100 ans, et en la soustrayant de la position d'origine pour les temps antérieurs, ou en l'ajoutant à la position d'origine pour les temps ultérieurs.

Nous avons décrit les positions relatives dans les constellations d'après la méthode précédemment exposée concernant la disposition des étoiles, selon les pôles de

l'écliptique. Ainsi, quand nous parlons d'une étoile comme « en avant » [précédant] ou « en arrière » [suivant] d'une autre, nous voulons dire qu'elle occupe une position relative à l'écliptique qui est en avance [pour une étoile « en avant » d'une autre], ou une position relative à l'écliptique qui est vers l'arrière ; et par « plus au sud » ou « plus au nord », nous entendons plus près du pôle de l'écliptique (sud ou nord, selon le cas). De plus, nous ne suivons pas exactement les mêmes descriptions que celles utilisées par nos prédécesseurs — tout comme leurs descriptions diffèrent de celles de leurs prédécesseurs. Nos descriptions nous semblaient habituellement plus naturelles et plus adaptées aux figures décrites. Par exemple, les étoiles qu'Hipparque place « sur les épaules de la Vierge » sont décrites par nous comme étant « sur les côtés » [de celle-ci], puisque leur distance par rapport aux étoiles de la tête semble plus grande que leur distance par rapport aux étoiles des mains, ce qui correspond à [un emplacement] « sur son côté », mais pas du tout à [un emplacement] « sur ses épaules ». Il sera toutefois facile d'identifier les étoiles décrites différemment [par d'autres], simplement en comparant les positions notées.

Le catalogue est donc le suivant.

5. Tableaux des constellations de l'hémisphère nord [1]

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
	I · Ἄρκτος μικρά · Ursa Minor · UMi · Petite Ourse					
	7 + 1 étoiles					
1	L'étoile au bout de la queue	♊	0⅙	+66	3	1 α UMi
2	Celle d'à côté sur la queue	♊	2½	+70	4	23 δ UMi
3	Celle d'à côté, avant l'endroit où la queue rejoint [le corps]	♊	10⅙	+74⅓	4	22 ε UMi
4	La plus méridionale des étoiles du côté avancé du rectangle	♊	29⅔	+75⅔	4	16 ζ UMi
5	La plus au nord de [celles du] même côté	♋	3⅔	+77⅔	4	21 η UMi
6	L'étoile du sud à l'arrière	♋	17½	+72⅚	2	7 β UMi
7	Celle du nord du même côté	♋	26⅙	+74⅚	2	13 γ UMi
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
8	*L'étoile qui est sur une ligne droite avec les étoiles à l'arrière [du rectangle] et au sud d'elles*	♋	13	+71⅙	4	5 UMi
	II · Ἄρκτος μεγάλη · Ursa Major · UMa · Grande Ourse					
	27 + 8 étoiles					
1	L'étoile au bout du museau	♊	25⅓	+39⅚	4	1 ο UMa
2	La plus avancée des étoiles dans les deux yeux	♊	25⅚	+43	5	2 UMa
3	Celle à l'arrière	♊	26⅓	+43	5	4 π^2 UMa
4	La plus avancée des deux étoiles du front	♊	26⅙	+47⅙	5	8 ρ UMa
5	Celle à l'arrière	♊	26⅔	+47	5	13 σ^2 UMa
6	L'étoile sur le bout de l'oreille avancée	♊	28⅙	+50½	5	24 UMa
7	La plus avancée des deux étoiles dans le cou	♋	0½	+43⅚	4	14 τ UMa
8	Celle à l'arrière	♋	2½	+44⅓	4	23 UMa
9	La plus septentrionale des deux étoiles dans la poitrine	♋	9	+42	4	29 υ UMa
10	La plus méridionale d'entre elles	♋	11	+44	< 4	30 φ UMa

1 Les constellations de l'hémisphère sud sont à la Section 1 du Livre 8. Les constellations et les étoiles n'étaient pas numérotées dans l'*Almageste* original ; je reprends ici l'usage de Toomer dans sa traduction. Les désignations modernes sont de Toomer, avec quelques mises à jour, et proviennent de la base de données d'Ernie Wright, avec quelques petites corrections.

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
11	L'étoile sur le genou gauche	♋	10⅔	+35	3	25 θ UMa
12	La plus au nord des [deux] dans la patte avant gauche	♋	5½	+29⅓	3	9 ι UMa
13	La plus méridionale d'entre elles	♋	6⅓	+28⅓	3	12 κ UMa
14	L'étoile au-dessus du genou droit	♋	5⅔	+36	4	18 UMa
15	L'étoile sous le genou droit	♋	5⅚	+33	4	15 UMa
16	Les étoiles du quadrilatère : celle du dos	♋	17⅔	+49	2	50 α UMa
17	Celle du flanc	♋	22⅙	+44½	2	48 β UMa
18	Celle à l'endroit où la queue rejoint [le corps]	♌	3⅙	+51	3	69 δ UMa
19	La restante, sur la cuisse arrière gauche	♌	3	+46½	2	64 γ UMa
20	La plus avancée des [deux étoiles] dans la patte arrière gauche	♋	22⅔	+29⅓	3	33 λ UMa
21	Celle à l'arrière	♋	24⅙	+28¼	3	34 μ UMa
22	L'étoile sur le genou gauche	♌	1⅔	+35¼	>4	52 ψ UMa
23	La plus septentrionale des [deux étoiles] dans la patte arrière droite	♌	9⅚	+25⅚	3	54 ν UMa
24	La plus méridionale d'entre elles	♌	10⅓	+25	3	53 ξ UMa
25	La première des trois étoiles sur la queue à côté de l'endroit où elle rejoint [le corps]	♌	12⅙	+53½	2	77 ε UMa
26	Celle du milieu	♌	18	+55⅔	2	79 ζ UMa
27	La troisième, au bout de la queue	♌	29⅚	+54	2	85 η UMa
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
28	*L'étoile sous la queue, à quelque distance vers le sud*	♌	27⅚	+39¾	3	12 α² CVn
29	*L'étoile plutôt faible devant elle*	♌	20⅙	+41⅓	5	8 β CVn
30	*La plus méridionale des [deux] étoiles entre les pattes avant de [la Grande] Ourse et la tête du Lion*	♋	15	+17¼	4	40 α Lyn
31	*Celle au nord*	♋	13⅓	+19⅙	4	38 Lyn
32	*La dernière des trois étoiles faibles restantes*	♋	16⅙	+20	f.	10 LMi
33	*Celle qui précède celle-ci*	♋	12⅙	+22½	f.	HR 3809
34	*Celle en avance encore sur cette dernière*	♋	11⅙	+20⅓	f.	HR 3612
35	*L'étoile entre les pattes avant [de la Grande Ourse] et les Gémeaux*	♋	0	+22¼	f.	31 Lyn
	III · Δράκων · Draco · Dra · Dragon					
	31 étoiles					
1	L'étoile sur la langue	♎	26⅔	+76½	4	21 μ Dra
2	L'étoile dans la bouche	♏	11⅚	+78½	>4	24 ν¹ Dra
3	L'étoile au dessus de l'œil	♏	13⅙	+75⅔	3	23 β Dra
4	L'étoile sur la mâchoire	♏	27⅓	+80⅓	4	32 ξ Dra
5	L'étoile au-dessus de la tête	♏	29⅔	+75½	3	33 γ Dra
6	La plus septentrionale des trois étoiles en ligne droite dans le premier pli du cou	♐	24⅔	+82⅓	4	39 Dra
7	La plus méridionale d'entre elles	♑	2⅓	+78¼	4	46 Dra
8	Celle du milieu	♐	28⅚	+80⅓	4	45 Dra
9	L'étoile à l'arrière et à l'est de cette dernière	♑	19½	+81½	4	47 o Dra
10	L'étoile australe des [deux] formant le côté avancé du quadrilatère dans le pli suivant	♓	8	+81⅔	4	58 π Dra
11	L'étoile la plus septentrionale du côté avancé	♓	20½	+83	4	57 δ Dra
12	L'étoile du nord de la face arrière [du quadrilatère]	♈	7⅔	+78⅚	4	63 ε Dra
13	L'étoile du sud de la face arrière	♓	22⅚	+77⅚	4	67 ρ Dra
14	L'étoile du sud de [celles qui forment] le triangle dans le pli suivant	♈	10⅔	+80½	5	61 σ Dra
15	La plus avancée des deux autres étoiles du triangle	♈	21⅔	+81⅓	5	52 υ Dra
16	Celle à l'arrière	♈	26⅙	+80¼	5	60 τ Dra
17	La plus avancée des trois étoiles du triangle suivant, qui est en avance [sur la dernière]	♊	13⅓	+84½	4	31 ψ¹ Dra
18	La plus au sud des deux autres formant le triangle	♉	20⅓	+83½	4	44 χ Dra
19	La plus septentrionale des deux autres	♉	11⅚	+84⅚	4	43 φ Dra

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
20	La dernière des deux petites étoiles à l'ouest du triangle	♋	28⅔	+87½	6	27 Dra
21	Celle en avance	♋	21⅔	+86⅚	6	28 ω Dra
22	La plus méridionale des trois prochaines étoiles en ligne droite	♍	9	+81¼	5	18 Dra
23	Celle du milieu des trois	♍	9⅓	+83	5	19 Dra
24	La plus septentrionale d'entre eux	♍	8⅓	+84⅚	3	22 ζ Dra
25	La plus au nord des deux suivantes à l'ouest	♍	10	+78	3	14 η Dra
26	La plus méridionale d'entre elles	♍	13	+74⅔	>4	13 θ Dra
27	L'étoile à l'ouest de celles-ci, dans le pli près de la queue	♍	12⅔	+70	3	12 ι Dra
28	L'étoile avancée des deux assez éloignées de cette dernière	♌	7⅓	+64⅔	4	10 Dra
29	L'étoile arrière de ces [deux]	♌	11⅙	+65½	3	11 α Dra
30	L'étoile près de celle-ci, près de la queue	♋	19⅙	+61¼	3	5 κ Dra
31	L'étoile restante, sur le bout de la queue	♋	13⅙	+56¼	3	1 λ Dra
	IV · Κηφεύς · Cepheus · Cep · Céphée					
	11 + 2 étoiles					
1	L'étoile sur la jambe droite	♉	5	+75⅔	4	1 κ Cep
2	Celle sur la jambe gauche	♉	3	+64¼	4	35 γ Cep
3	L'étoile sous la ceinture côté droit	♈	7⅓	+71⅙	4	8 β Cep
4	L'étoile sur l'épaule droite, qui la touche	♓	16⅔	+69	3	5 α Cep
5	L'étoile sur le coude droit, qui la touche	♓	9⅓	+72	4	3 η Cep
6	Celle sous ce coude, qui le touche aussi	♓	10	+74	4	2 θ Cep
7	L'étoile dans la poitrine	♓	28½	+65½	5	17 ξ Cep
8	L'étoile sur le bras gauche	♈	7½	+62½	>4	32 ι Cep
9	La plus méridionale des trois étoiles sur le diadème	♓	16⅓	+60¼	5	23 ε Cep
10	Celle du milieu des trois	♓	17⅓	+61¼	4	21 ζ Cep
11	La plus septentrionale des trois	♓	19	+61⅓	5	22 λ Cep
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
12	*Celle qui précède le diadème*	♓	13⅔	+64	5	μ Cep
13	*Celle à l'arrière du diadème*	♓	21⅓	+59½	4	27 δ Cep
	V · Βοώτης · Boötes · Boo · Bouvier					
	22 + 1 étoiles					
1	La plus avancée des trois dans le bras gauche	♍	2⅓	+58⅔	5	17 κ^2 Boo
2	Celle au milieu et la plus au sud des trois	♍	4⅙	+58⅓	5	21 ι Boo
3	La plus en arrière des trois	♍	5⅔	+60⅙	5	23 θ Boo
4	L'étoile sur le coude gauche	♍	9⅔	+54⅔	5	19 λ Boo
5	L'étoile sur l'épaule gauche	♍	19⅔	+49	3	27 γ Boo
6	L'étoile sur la tête	♍	26⅔	+53⅚	>4	42 β Boo
7	L'étoile sur l'épaule droite	♎	5⅔	+48⅔	>4	49 δ Boo
8	Celle au nord de celle-ci, sur le bâton	♎	5⅔	+53¼	4	51 μ^1 Boo
9	Celle plus au nord encore de celle-ci, sur la pointe du bâton	♎	5	+57½	4	52 ν^1 Boo
10	La plus septentrionale des deux étoiles en dessous de l'épaule, dans le bâton	♎	7⅔	+46½	>4	2 η CrB
11	La plus méridionale d'entre elles	♎	8½	+45½	5	1 ο CrB
12	L'étoile au bout du bras droit	♎	8⅙	+41⅓	5	45 Boo
13	La plus avancée des deux étoiles au poignet	♎	6⅔	+41⅔	5	43 ψ Boo
14	La plus en arrière d'entre elles	♎	7	+42½	5	46 Boo
15	L'étoile au bout du manche du bâton	♎	7⅓	+40⅓	5	41 ω Boo
16	L'étoile sur la cuisse droite, dans le tablier	♎	0	+40¼	3	36 ε Boo
17	La dernière des deux étoiles de la ceinture	♍	25⅔	+41⅔	4	28 σ Boo

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
18	La plus avancée d'entre elles	♍	25	+42⅙	>4	25 ρ Boo
19	L'étoile sur le talon droit	♎	5⅓	+28	3	30 ζ Boo
20	La plus septentrionale des trois étoiles dans le bas de la jambe gauche	♍	21⅓	+28	3	8 η Boo
21	Celle du milieu des trois	♍	20½	+26½	4	4 τ Boo
22	La plus méridionale d'entre elles	♍	21⅓	+25	4	5 υ Boo
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
23	*L'étoile entre les cuisses, appelée «Arcturus», rougeâtre*	♍	27	+31½	1	16 α Boo
	VI · Στέφανος · Corona Borealis · CrB · Couronne Boréale					
	8 étoiles					
1	L'étoile brillante dans la couronne	♎	14⅔	+44½	>2	5 α CrB
2	L'étoile la plus en avance de toutes	♎	11⅔	+46½	>4	3 β CrB
3	Celle à l'arrière et au nord de celle-ci	♎	11⅚	+48	5	4 θ CrB
4	Celle à l'arrière et au nord encore de celle-ci	♎	13⅔	+50½	6	9 π CrB
5	Celle à l'arrière de l'étoile brillante du sud	♎	17⅙	+44¾	4	8 γ CrB
6	Celle à l'arrière encore de cette dernière, à proximité	♎	19⅙	+44⅝	4	10 δ CrB
7	Celle à l'arrière de celles-ci	♎	21⅓	+46⅙	4	13 ε CrB
8	L'étoile à l'arrière de toutes [les autres] dans la couronne	♎	21⅔	+49⅓	4	14 ι CrB
	VII · Ἐν γόνᾰσῐν · Hercules · Her · Hercule					
	28 + 1 étoiles					
1	L'étoile sur la tête	♏	17⅔	+37½	3	64 α¹ Her
2	L'étoile sur l'épaule droite près de l'aisselle	♏	3⅔	+43	3	27 β Her
3	L'étoile sur le haut du bras droit	♏	1⅔	+40⅙	3	20 γ Her
4	L'étoile sur le coude droit	♎	28	+37⅙	4	7 κ Her
5	L'étoile sur l'épaule gauche	♏	16⅔	+48	3	65 δ Her
6	L'étoile sur le haut du bras gauche	♏	22	+49½	>4	76 λ Her
7	L'étoile sur le coude gauche	♏	27⅔	+52	>4	86 μ Her
8	La plus reculée des trois étoiles au poignet gauche	♐	5½	+52⅝	>4	103 o Her
9	La plus septentrionale des deux autres	♐	1⅔	+54	>4	94 ν Her
10	La plus méridionale d'entre elles	♐	1½	+53	4	92 ξ Her
11	L'étoile du côté droit	♏	3⅝	+53⅙	3	40 ζ Her
12	L'étoile du côté gauche	♏	10⅙	+53½	>4	58 ε Her
13	Celle au nord de cette dernière, sur la fesse gauche	♏	10	+56½	5	59 Her
14	Celle à l'endroit où la cuisse rejoint la même [fesse]	♏	11⅙	+58½	5	HR 6377
15	La plus avancée des trois au niveau de la cuisse gauche	♏	14	+59⅝	3	67 π Her
16	Celle à l'arrière de celle-ci	♏	15⅓	+60⅓	4	69 Her
17	Celle encore plus à l'arrière de celle-ci	♏	16⅓	+61¼	>4	75 ρ Her
18	L'étoile sur le genou gauche	♐	0⅝	+61	4	91 θ Her
19	L'étoile sur le tibia gauche	♏	22⅙	+69⅓	4	85 ι Her
20	La plus avancée des trois étoiles du pied gauche	♏	15⅓	+70¼	6	77 Her
21	Celle du milieu des trois	♏	16⅝	+71¼	6	82 Her
22	La plus en arrière d'entre elles	♏	19⅔	+72¼	6	88 Her
23	L'étoile à l'endroit où la cuisse droite rejoint [la fesse]	♏	0⅔	+60¼	>4	44 η Her
24	L'étoile au nord dans la même cuisse	♎	25⅓	+63	4	35 σ Her
25	L'étoile sur le genou droit	♎	15⅔	+65½	>4	22 τ Her
26	La plus méridionale des deux étoiles sous le genou droit	♎	13⅔	+63⅔	4	11 φ Her
27	La plus septentrionale d'entre elles	♎	10⅙	+64¼	4	6 υ Her
28	L'étoile dans le bas de la jambe droite	♎	11⅙	+60	4	1 χ Her

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
29	*L'étoile au bout de la jambe droite est la même que celle au bout du bâton [du Bouvier, V 9]*	♎	5	+57½	4	52 ν¹ Boo
30	*L'étoile au sud de celle du bras supérieur droit*	♏	2⅔	+38⅙	5	24 ω Her
	VIII · Λύρα · Lyra · Lyr · Lyre					
	10 étoiles					
1	L'étoile brillante sur la coquille, appelée la Lyre	♐	17⅓	+62	1	3 α Lyr
2	La plus septentrionale des deux étoiles se situant près de cette dernière, proches l'une de l'autre	♐	20⅓	+62⅔	>4	4 ε¹ Lyr
3	La plus méridionale d'entre elles	♐	20⅓	+61	>4	6 ζ¹ Lyr
4	Celle à l'arrière de celles-ci, entre les points où les cornes [de la lyre] sont attachées	♐	23⅔	+60	4	12 δ² Lyr
5	La plus septentrionale des deux étoiles rapprochées dans la région à l'est de la coquille	♑	2	+61⅓	4	20 η Lyr
6	La plus méridionale d'entre elles	♑	1⅔	+60⅓	4	21 θ Lyr
7	La plus septentrionale des deux étoiles avancées dans le pont	♐	21	+56⅙	3	10 β Lyr
8	La plus méridionale d'entre elles	♐	20⅚	+55	<4	9 ν² Lyr
9	La plus septentrionale des deux étoiles arrière du pont	♐	24⅙	+55⅓	3	14 γ Lyr
10	La plus méridionale d'entre elles	♐	24⅙	+54¾	<4	15 λ Lyr
	IX · Ὄρνις · Cygnus · Cyg · Cygne					
	17 + 2 étoiles					
1	L'étoile sur le bec	♑	4½	+49	3	6 β¹ Cyg
2	Celle à l'arrière de celle-ci, sur la tête	♑	9	+50½	5	12 φ Cyg
3	L'étoile au milieu du cou	♑	16⅓	+54½	>4	21 η Cyg
4	L'étoile dans la poitrine	♑	28½	+57⅓	3	37 γ Cyg
5	L'étoile brillante dans la queue	♒	9⅙	+60	2	50 α Cyg
6	L'étoile dans le pli de l'aile droite	♑	19⅓	+64⅔	3	18 δ Cyg
7	La plus méridionale des trois dans les plumes de l'aile droite	♑	22½	+69⅔	4	13 θ Cyg
8	Celle du milieu des trois	♑	21⅙	+71½	>4	10 ι² Cyg
9	La plus septentrionale d'entre elles, au bout des plumes des ailes	♑	16⅔	+74	>4	1 κ Cyg
10	L'étoile au pli de l'aile gauche	♒	0⅚	+49½	3	53 ε Cyg
11	L'étoile au nord de celle-ci, au milieu de la même aile	♒	3⅚	+52⅙	>4	54 λ Cyg
12	L'étoile au bout des plumes de l'aile gauche	♒	6⅔	+44	3	64 ζ Cyg
13	L'étoile sur la jambe gauche	♒	10	+55⅙	>4	58 ν Cyg
14	L'étoile sur le genou gauche	♒	14½	+57	>4	62 ξ Cyg
15	La plus avancée des deux étoiles dans la jambe droite	♒	1⅙	+64	4	31 Cyg
16	Celle à l'arrière	♒	2⅔	+64½	4	32 Cyg
17	L'étoile nébuleuse sur le genou droit	♒	12⅙	+64¾	5	46 ω² Cyg
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
18	*La plus méridionale des deux étoiles sous l'aile gauche*	♒	10⅔	+49⅔	>4	65 τ Cyg
19	*La plus septentrionale d'entre elles*	♒	13⅚	+51⅔	>4	67 σ Cyg
	X · Κασσιέπεια · Cassiopeia · Cas · Cassiopée					
	13 étoiles					
1	L'étoile sur la tête	♈	7⅚	+45⅓	>4	17 ζ Cas
2	L'étoile dans la poitrine	♈	10⅚	+46¾	3	18 α Cas
3	Celle au nord de celle-ci, sur la ceinture	♈	13	+47⅚	4	24 η Cas
4	L'étoile au-dessus du trône, juste au-dessus des cuisses	♈	16⅔	+49	>3	27 γ Cas
5	L'étoile dans les genoux	♈	20⅔	+45½	3	37 δ Cas
6	L'étoile sur le tibia	♈	27	+47¾	4	45 ε Cas
7	L'étoile au bout de la jambe	♉	1⅔	+47⅓	4	ι Cas
8	L'étoile sur le haut du bras gauche	♈	14⅔	+44⅓	4	33 θ Cas

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
9	L'étoile sous le coude gauche	♈	17⅔	+45	5	34 φ Cas
10	L'étoile sur l'avant-bras droit	♈	2⅓	+50	6	8 σ Cas
11	L'étoile au-dessus du pied du trône	♈	15	+52⅔	<4	15 κ Cas
12	L'étoile au milieu du dos du trône	♈	7⅚	+51⅔	3	11 β Cas
13	L'étoile au sommet du dossier du trône	♈	3⅔	+51⅔	6	7 ρ Cas
	XI · Περσεύς · Perseus · Per · Persée					
	26 + 3 étoiles					
1	La masse nébuleuse sur la main droite	♈	26⅔	+40½	néb.	NGC 869/884
2	L'étoile sur le coude droit	♉	1⅙	+37½	4	15 η Per
3	L'étoile sur l'épaule droite	♉	2⅔	+34½	<3	23 γ Per
4	L'étoile sur l'épaule gauche	♈	27½	+32⅓	4	13 θ Per
5	L'étoile sur la tête	♉	0⅔	+34½	4	18 τ Per
6	L'étoile à l'endroit entre les épaules	♉	1½	+31⅙	4	ι Per
7	L'étoile brillante du côté droit	♉	4⅚	+30	2	33 α Per
8	La plus avancée des trois étoiles à côté de celle du côté	♉	5⅓	+27⅚	4	35 σ Per
9	Celle du milieu des trois	♉	7	+27⅔	4	37 ψ Per
10	La plus en arrière d'entre elles	♉	7⅔	+27⅓	3	39 δ Per
11	L'étoile sur le coude gauche	♉	0½	+27	4	27 κ Per
12	Des étoiles dans la tête de Gorgone, la brillante	♈	29⅔	+23	2	26 β Per
13	Celle à l'arrière de celle-ci	♈	29⅙	+21	4	28 ω Per
14	Celle qui précède l'étoile brillante	♈	27⅔	+21	4	25 ρ Per
15	La restante, encore une fois en avance sur celle-ci	♈	26⅚	+22¼	4	22 π Per
16	L'étoile dans le genou droit	♉	14⅚	+28	4	HR 1324
17	Celle en avant de celle-ci, sur le genou	♉	13	+28⅙	4	47 λ Per
18	La plus avancée des deux étoiles au-dessus du pli du genou	♉	12⅓	+25	4	48 Per
19	La plus en arrière d'entre elles, juste au-dessus du pli du genou	♉	14	+26¼	4	51 μ Per
20	L'étoile sur le mollet droit	♉	14⅙	+24½	5	53 Per
21	L'étoile sur la cheville droite	♉	16⅓	+18¾	5	58 Per
22	L'étoile dans la cuisse gauche	♉	6⅚	+21⅚	>4	41 ν Per
23	L'étoile sur le genou gauche	♉	8⅔	+19¼	3	45 ε Per
24	L'étoile sur le bas de la jambe gauche	♉	8⅓	+14¾	4	46 ξ Per
25	L'étoile sur le talon gauche	♉	4⅙	+12	<3	38 ο Per
26	Celle à l'arrière de celle-ci, sur le pied gauche	♉	6⅓	+11	>3	44 ζ Per
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
27	L'étoile à l'est de celle sur le genou gauche	♉	11⅚	+18	5	52 Per
28	L'étoile au nord de celle du genou droit	♉	15	+31	5	HR 1314
29	L'étoile devant celles dans la tête de Gorgone	♈	24⅔	+20⅔	f.	16 Per
	XII · Ἡνίοχος · Auriga · Aur · Cocher					
	14 étoiles					
1	La plus au sud des deux sur la tête	♊	2½	+30	4	33 δ Aur
2	La plus au nord [de celles-ci], au-dessus de la tête	♊	2⅓	+31⅚	4	30 ξ Aur
3	L'étoile sur l'épaule gauche, appelée Capella	♉	25	+22½	1	13 α Aur
4	L'étoile sur l'épaule droite	♊	2⅚	+20	2	34 β Aur
5	L'étoile sur le coude droit	♊	1⅙	+15¼	4	32 ν Aur
6	L'étoile au poignet droit	♊	2⅚	+13⅓	>4	37 θ Aur
7	L'étoile sur le coude gauche	♉	22	+20⅔	>4	7 ε Aur
8	La dernière des deux étoiles sur le poignet gauche, qui s'appelle «Haedi»	♉	22⅙	+18	>4	10 η Aur

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
9	La plus avancée d'entre elles	♉	22	+18	4	8 ζ Aur
10	L'étoile sur la cheville gauche	♉	19⅝	+10⅛	<3	3 ι Aur
11	L'étoile sur la cheville droite, qui est commune à la corne [du Taureau]	♉	25⅔	+5	>3	112 β Tau
12	Celle au nord de cette dernière, dans l'ourlet inférieur [du vêtement]	♉	26	+8½	5	25 χ Aur
13	Celle au nord encore de celle-ci, sur la fesse	♉	26⅓	+12⅛	5	24 φ Aur
14	La petite étoile au-dessus du pied gauche	♉	20⅔	+10⅓	6	14 Aur
	XIII · Ὀφιοῦχος · Ophiuchus · Oph · Serpentaire					
	24 + 5 étoiles					
1	L'étoile sur la tête	♏	24⅝	+36	>3	55 α Oph
2	La plus avancée des deux étoiles sur l'épaule droite	♏	28	+27¼	>4	60 β Oph
3	La plus en arrière d'entre elles	♏	29	+26½	4	62 γ Oph
4	La plus avancée des deux étoiles sur l'épaule gauche	♏	13⅓	+33	4	25 ι Oph
5	La plus en arrière d'entre elles	♏	14⅔	+31⅝	4	27 κ Oph
6	L'étoile sur le coude gauche	♏	8⅓	+23¾	4	10 λ Oph
7	La plus avancée des deux étoiles dans la main gauche	♏	5	+17	3	1 δ Oph
8	La plus en arrière d'entre elles	♏	6	+16½	3	2 ε Oph
9	L'étoile sur le coude droit	♏	26⅔	+15	4	57 μ Oph
10	La plus avancée des deux étoiles dans la main droite	♐	2⅓	+13⅔	<4	64 ν Oph
11	La plus en arrière d'entre elles	♐	3⅓	+14⅓	4	69 τ Oph
12	L'étoile sur le genou droit	♏	21⅙	+7½	3	35 η Oph
13	L'étoile sur le bas de la jambe droite	♏	23⅔	+2¼	>4	40 ξ Oph
14	La plus avancée des quatre étoiles du pied droit	♏	23	−2¼	4	36 Oph
15	Celle à l'arrière de celle-ci	♏	24⅓	−1½	>4	42 θ Oph
16	Celle à l'arrière encore de celle-ci	♏	25	−0⅓	4	44 Oph
17	La dernière et la plus en arrière des quatre	♏	25⅝	−0¼	5	51 Oph
18	L'étoile à l'arrière de celles-ci, qui touche le talon	♏	27⅙	+1	5	58 Oph
19	L'étoile dans le genou gauche	♏	12⅙	+11⅝	3	13 ζ Oph
20	La plus septentrionale des trois étoiles en ligne droite dans le bas de la jambe gauche	♏	11⅔	+5⅓	>5	8 φ Oph
21	Celle du milieu d'entre elles	♏	10⅔	+3⅙	5	7 χ Oph
22	La plus méridionale des trois	♏	9⅝	+1⅔	>5	4 ψ Oph
23	L'étoile sur le talon gauche	♏	12⅓	+0⅔	5	9 ω Oph
24	L'étoile touchant le creux du pied gauche	♏	10⅔	−0¾	4	5 ρ Oph
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
25	*La plus au nord des trois à l'est de l'épaule droite*	♐	2	+28⅙	4	66 Oph
26	*Celle du milieu des trois*	♐	2⅔	+26⅓	4	67 Oph
27	*La plus méridionale d'entre elles*	♐	3	+25	4	68 Oph
28	*L'étoile à l'arrière de ces 3, approximativement au-dessus de celle du milieu*	♐	3⅔	+27	4	70 Oph
29	*L'étoile solitaire au nord de [ces] 4 [nos. 25-28]*	♐	4⅔	+33	4	72 Oph
	XIV · Ὄφις · Serpens · Ser · Serpent					
	18 étoiles					
1	Des étoiles sur le quadrilatère dans la tête, celle au bout de la mâchoire	♎	18⅝	+38	4	21 ι Ser
2	Celle qui touche les narines	♎	21⅔	+40	4	38 ρ Ser
3	Celle de la tempe	♎	24⅓	+36	3	41 γ Ser
4	Celle où le cou rejoint [la tête]	♎	22	+34¼	3	28 β Ser
5	Celle au milieu du quadrilatère, dans la bouche	♎	21⅓	+37¼	4	35 κ Ser
6	L'étoile à l'extérieur de la tête, au nord de celle-ci	♎	23⅙	+42½	4	44 π Ser
7	Celle après le premier pli du cou	♎	21⅔	+29¼	3	13 δ Ser

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
8	La plus septentrionale des trois suivantes	♎	24⅝	+26½	4	27 λ Ser
9	Celle du milieu des trois	♎	24⅓	+25⅓	3	24 α Ser
10	La plus méridionale d'entre elles	♎	26⅓	+24	3	37 ε Ser
11	L'étoile après le pli suivant, qui est en avance sur la main gauche d'Ophiuchus	♎	28⅝	+16½	4	32 μ Ser
12	L'étoile derrière celles qui sont dans la main [d'Ophiuchus, XIII 7–8]	♏	8⅛	+13¼	5	3 υ Oph
13	Celle après l'arrière de la cuisse droite d'Ophiuchus	♏	23⅔	+10½	4	53 ν Ser
14	La plus au sud des deux à l'arrière de cette dernière	♏	27	+8½	>4	55 ξ Ser
15	La plus septentrionale d'entre elles	♏	27⅝	+10⅝	4	56 ο Ser
16	Celle après la main droite [d'Ophiuchus], sur le coude de la queue	♐	3⅔	+20	4	57 ζ Ser
17	Celle à l'arrière de celle-ci, de même sur la queue	♐	8⅔	+21⅛	>4	58 η Ser
18	L'étoile au bout de la queue	♐	18⅓	+27	4	63 θ¹ Ser
	XV · Ὀιστός · Sagitta · Sge · Flèche					
	5 étoiles					
1	L'étoile solitaire sur la pointe de la flèche	♑	10⅛	+39⅓	4	12 γ Sge
2	La dernière des trois étoiles dans la tige	♑	6⅔	+39⅛	6	8 ζ Sge
3	Celle du milieu	♑	5⅝	+39½	5	7 δ Sge
4	La plus avancée des trois	♑	4⅔	+39	5	5 α Sge
5	L'étoile au bout de l'encoche	♑	3⅓	+38⅔	5	6 β Sge
	XVI · Ἀετός · Aquila · Aql · Aigle					
	9 + 6 étoiles					
1	L'étoile au milieu de la tête	♑	7⅛	+26⅝	4	63 τ Aql
2	Celle qui précède celle-ci, sur le cou	♑	4⅝	+27⅛	3	60 β Aql
3	L'étoile brillante sur l'endroit entre les épaules, appelée Aquila	♑	3⅝	+29⅛	>2	53 α Aql
4	Celle près de celle-ci vers le nord	♑	4⅔	+30	<3	54 ο Aql
5	La plus avancée des deux dans l'épaule gauche	♑	3⅛	+31½	3	50 γ Aql
6	La plus en arrière d'entre elles	♑	6	+31½	5	61 φ Aql
7	La plus avancée des deux à l'épaule droite	♐	29⅔	+28⅔	5	38 μ Aql
8	La plus en arrière d'entre elles	♑	1⅛	+26⅔	>5	44 σ Aql
9	L'étoile à quelque distance sous la queue d'Aquila, touchant la Voie lactée	♐	22⅛	+36⅔	3	17 ζ Aql
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
10	*Des étoiles autour d'Aquila, auxquelles le nom «Antinoüs» est donné, la plus avancée des deux étoiles au sud de la tête d'Aquila*	♑	3⅔	+21⅔	3	55 η Aql
11	*La plus en arrière d'entre elles*	♑	8⅝	+19⅛	3	65 θ Aql
12	*L'étoile au sud et à l'ouest de l'épaule droite d'Aquila*	♐	26	+25	>4	30 δ Aql
13	*Celle au sud de celle-ci*	♐	28½	+20	3	41 ι Aql
14	*Celle au sud encore de cette dernière*	♐	29⅔	+15½	5	39 κ Aql
15	*L'étoile la plus en avance sur toutes*	♐	21⅛	+18⅛	3	16 λ Aql
	XVII · Δελφίν · Delphinus · Del · Dauphin					
	10 étoiles					
1	La plus avancée des trois étoiles dans la queue	♑	17⅔	+29⅛	<3	2 ε Del
2	La plus septentrionale des deux autres	♑	18⅔	+29	<4	5 ι Del
3	La plus méridionale d'entre elles	♑	18⅔	+27¾	4	7 κ Del
4	Des étoiles dans le quadrilatère rhomboïde, la plus méridionale du côté avancé	♑	18½	+32	<3	6 β Del
5	La plus au nord du côté avancé	♑	20⅛	+33⅝	<3	9 α Del
6	La plus au sud sur la face arrière du losange	♑	21⅓	+32	<3	11 δ Del
7	La plus au nord sur la face arrière	♑	23⅛	+33⅛	<3	12 γ² Del
8	La plus méridionale des trois étoiles entre la queue et le losange	♑	17½	+30¼	6	3 η Del

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
9	La plus avancée des deux autres au nord	♑	17½	+31⅚	6	4 ζ Del
10	La restante, la plus en arrière	♑	19	+31½	6	8 θ Del
	XVIII · Ἵππου προτομή · Equuleus · Equ · Petit Cheval					
	4 étoiles					
1	La plus avancée des deux étoiles dans la tête	♑	26⅓	+20½	f.	8 α Equ
2	La plus en arrière d'entre elles	♑	28	+20⅔	f.	10 β Equ
3	La plus avancée des deux étoiles dans la bouche	♑	26⅓	+25½	f.	5 γ Equ
4	La plus en arrière d'entre elles	♑	27⅔	+25	f.	7 δ Equ
	XIX · Ἵππος · Pegasus · Peg · Pégase					
	20 étoiles					
1	L'étoile sur le nombril, qui est commune à la tête d'Andromède	♓	17⅝	+26	< 2	21 α And
2	L'étoile sur la croupe et le bout de l'aile	♓	12⅛	+12½	< 2	88 γ Peg
3	L'étoile sur l'épaule droite et l'endroit où la jambe [la] rejoint	♓	2⅛	+31	< 2	53 β Peg
4	L'étoile à l'endroit entre les épaules et l'épaule de l'aile	♒	26⅔	+19⅔	< 2	54 α Peg
5	La plus septentrionale des deux étoiles dans le corps sous l'aile	♓	4½	+25½	4	62 τ Peg
6	La plus méridionale d'entre elles	♓	5	+25	4	68 υ Peg
7	La plus septentrionale des deux étoiles dans le genou droit	♒	29	+35	3	44 η Peg
8	La plus méridionale d'entre elles	♒	28½	+34½	5	43 ο Peg
9	La plus avancée des deux étoiles rapprochées dans la poitrine	♒	26⅛	+29	4	47 λ Peg
10	La plus en arrière d'entre elles	♒	27	+29½	4	48 μ Peg
11	La plus avancée des deux étoiles rapprochées dans le cou	♒	18⅝	+18	3	42 ζ Peg
12	La plus en arrière d'entre elles	♒	20½	+19	4	46 ξ Peg
13	La plus méridionale des deux étoiles sur la crinière	♒	21⅓	+15	5	50 ρ Peg
14	La plus septentrionale d'entre elles	♒	20½	+16	5	49 σ Peg
15	La plus septentrionale des deux étoiles rapprochées sur la tête	♒	9⅓	+16½	3	26 θ Peg
16	La plus méridionale d'entre elles	♒	8	+16	4	22 ν Peg
17	L'étoile dans le museau	♒	5⅓	+22½	> 3	8 ε Peg
18	L'étoile dans le jarret droit	♒	23⅓	+41⅙	> 4	29 π² Peg
19	L'étoile sur le genou gauche	♒	17⅓	+34¼	> 4	24 ι Peg
20	L'étoile dans le jarret gauche	♒	12⅓	+36⅝	> 4	10 κ Peg
	XX · Ἀνδρομέδα · Andromeda · And · Andromède					
	23 étoiles					
1	L'étoile à la place entre les épaules	♓	25⅓	+24½	3	31 δ And
2	L'étoile dans l'épaule droite	♓	26⅓	+27	4	29 π And
3	L'étoile dans l'épaule gauche	♓	24⅓	+23	4	30 ε And
4	La plus méridionale des trois étoiles sur le bras supérieur droit	♓	23⅔	+32	4	25 σ And
5	La plus septentrionale d'entre elles	♓	24⅔	+33½	4	24 θ And
6	Celle du milieu des trois	♓	25	+32⅓	5	27 ρ And
7	La plus méridionale des trois étoiles à droite	♓	19⅔	+41	4	17 ι And
8	Celle du milieu d'entre elles	♓	20⅔	+42	4	19 κ And
9	La plus septentrionale des trois	♓	22⅙	+44	4	16 λ And
10	L'étoile sur le haut du bras gauche	♓	24⅙	+17½	4	34 ζ And
11	L'étoile sur le coude gauche	♓	25⅔	+15⅝	4	38 η And
12	La plus méridionale des trois étoiles au-dessus de la ceinture	♈	3⅝	+26⅓	3	43 β And
13	Celle du milieu d'entre elles	♈	1⅝	+30	4	37 μ And
14	La plus septentrionale des trois	♈	2	+32½	4	35 ν And
15	L'étoile sur le pied gauche	♈	16⅝	+28	3	57 γ¹ And

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
16	L'étoile dans le pied droit	♈	17⅙	+37⅓	< 4	φ Per
17	Celle au sud de cette dernière	♈	15⅙	+35⅔	> 4	51 And
18	La plus septentrionale des deux étoiles sur le genou gauche	♈	12⅓	+29	4	50 υ And
19	La plus méridionale d'entre elles	♈	12	+28	4	53 τ And
20	L'étoile sur le genou droit	♈	10⅙	+35½	5	42 φ And
21	La plus septentrionale des deux étoiles dans l'ourlet inférieur [du vêtement]	♈	12⅔	+34½	5	49 And
22	La plus méridionale d'entre elles	♈	14⅙	+32½	5	52 χ And
23	L'étoile devant les trois dans la main droite, à l'extérieur [de celle-ci]	♓	11⅔	+44	3	1 ο And
	XXI · Τρίγωνον · Triangulum · Tri · Triangle					
	4 étoiles					
1	L'étoile au sommet du triangle	♈	11	+16½	3	2 α Tri
2	La plus avancée des trois sur la base	♈	16	+20⅔	3	4 β Tri
3	Celle du milieu d'entre elles	♈	16⅓	+19⅔	4	8 δ Tri
4	La plus en arrière des trois	♈	16⅚	+19	3	9 γ Tri
	XXII · Κριός · Aries · Ari · Bélier					
	13 + 5 étoiles					
1	La plus avancée des deux étoiles sur la corne	♈	6⅔	+7⅓	< 3	5 γ^2 Ari
2	La plus en arrière d'entre elles	♈	7⅔	+8⅓	3	6 β Ari
3	La plus septentrionale des deux étoiles sur le museau	♈	11	+7⅔	5	17 η Ari
4	La plus méridionale d'entre elles	♈	11½	+6	5	22 θ Ari
5	L'étoile sur le cou	♈	6½	+5½	5	8 ι Ari
6	L'étoile sur la croupe	♈	17⅔	+6	6	32 ν Ari
7	L'étoile à l'endroit où la queue rejoint [le corps]	♈	21⅓	+4⅚	5	48 ε Ari
8	La plus avancée des trois étoiles dans la queue	♈	23⅚	+1⅔	4	57 δ Ari
9	Celle du milieu des trois	♈	25⅓	+2½	4	58 ζ Ari
10	La plus en arrière d'entre elles	♈	27	+1⅚	4	63 τ^2 Ari
11	L'étoile à l'arrière de la cuisse	♈	19⅔	+1½	5	46 ρ^3 Ari
12	L'étoile sous le genou	♈	18	−1½	5	43 σ Ari
13	L'étoile sur le sabot arrière	♈	15	−5¼	> 4	87 μ Cet
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
14	*L'étoile au-dessus de la tête, qu'Hipparque [appelle] «celle sur le museau»*	♈	10⅔	+10	> 3	13 α Ari
15	*Des 4 étoiles au-dessus de la croupe, la plus en arrière, qui est plus brillante [que les autres]*	♈	21⅔	+10⅙	4	41 Ari
16	*La plus septentrionale des trois autres étoiles plus faibles*	♈	21⅓	+12⅔	5	39 Ari
17	*Celle du milieu de ces trois*	♈	19⅔	+11⅙	5	35 Ari
18	*La plus méridionale d'entre elles*	♈	19⅙	+10⅔	5	33 Ari
	XXIII · Ταῦρος · Taurus · Tau · Taureau					
	32 + 11 étoiles					
1	La plus septentrionale des quatre étoiles de [l'endroit où le Taureau est] coupé	♈	26⅓	−6	4	5 Tau
2	Celle à côté	♈	26	−7¼	4	4 Tau
3	Celle qui se rapproche à nouveau de cette dernière	♈	24⅓	−8½	4	2 ξ Tau
4	La plus méridionale des quatre	♈	24⅓	−9¼	4	1 ο Tau
5	Celle à l'arrière de celles-ci, sur l'omoplate droite	♈	29⅔	−9½	5	30 Tau
6	L'étoile dans la poitrine	♉	3⅔	−8	3	35 λ Tau
7	L'étoile sur le genou droit	♉	6⅔	−12⅔	4	49 μ Tau
8	L'étoile sur le jarret droit	♉	3	−14⅝	4	38 ν Tau
9	L'étoile sur le genou gauche	♉	12⅙	−10	4	90 Tau
10	L'étoile sur le bas de la jambe gauche	♉	13	−13	4	88 Tau

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
11	Des étoiles dans le visage, appelées « les Hyades », celle sur les narines	♉	9	−5¾	<3	54 γ Tau
12	Celle entre celle-ci et l'œil du nord	♉	10⅓	−4¼	<3	61 δ¹ Tau
13	Celle entre celle-ci [sur les narines] et l'œil sud	♉	10⅚	−5⅚	<3	77 θ¹ Tau
14	L'étoile brillante des Hyades, celle rougeâtre de l'œil sud	♉	12⅔	−5⅙	1	87 α Tau
15	Celle qui reste, sur l'œil nord	♉	11⅚	−3	<3	74 ε Tau
16	L'étoile à l'endroit où la corne sud et l'oreille rejoignent [la tête]	♉	17⅙	−4	4	97 Tau
17	La plus méridionale des deux étoiles de la corne sud	♉	20⅓	−5	5	104 Tau
18	La plus septentrionale d'entre elles	♉	20	−3½	5	106 Tau
19	L'étoile au bout de la corne sud	♉	27⅔	−2½	3	123 ζ Tau
20	L'étoile à l'endroit où la corne nord rejoint [la tête]	♉	15⅔	−0¼	4	94 τ Tau
21	L'étoile sur la pointe de la corne nord, qui est la même que celle sur le pied droit d'Auriga [XII 11]	♉	25⅔	+5	3	112 β Tau
22	La plus septentrionale des deux étoiles proches l'une de l'autre dans l'oreille nord	♉	12	+0½	5	69 υ Tau
23	La plus méridionale d'entre elles	♉	11⅔	+0¼	5	65 κ¹ Tau
24	La plus avancée des deux petites étoiles dans le cou	♉	7	+0⅔	5	37 Tau
25	La plus en arrière d'entre elles	♉	9	−1	6	50 ω² Tau
26	Du quadrilatère dans le cou, l'étoile la plus méridionale du côté avancé	♉	8	+5	5	44 Tau
27	L'étoile la plus septentrionale du côté avancé	♉	8½	+7⅓	5	42 ψ Tau
28	L'étoile la plus méridionale à l'arrière	♉	12	+3	5	59 χ Tau
29	La plus au nord sur la face arrière	♉	11⅔	+5	5	52 φ Tau
30	[Dans] les Pléiades, l'extrémité nord du côté avancé	♉	2⅙	+4½	5	19 Tau
31	L'extrémité sud du côté avancée [des Pléiades]	♉	2½	+3⅔	5	23 Tau
32	L'extrémité la plus reculée et la plus étroite des Pléiades	♉	3⅔	+3⅓	5	27 Tau
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
33	*La petite étoile à l'extérieur des Pléiades, vers le nord*	♉	3⅔	+5	4	HR 1188
34	*L'étoile sous le pied droit et l'omoplate*	♈	25	−17½	4	10 Tau
35	*La plus avancée des trois étoiles sur la corne sud*	♉	20	−2	5	102 ι Tau
36	*Celle du milieu des trois*	♉	24	−1¾	5	109 Tau
37	*La plus en arrière d'entre elles*	♉	26	−2	5	114 Tau
38	*La plus septentrionale des deux étoiles sous la pointe de la corne sud*	♉	29	−6⅓	5	126 Tau
39	*La plus méridionale d'entre elles*	♉	29	−7⅔	5	129 Tau
40	*Des 5 étoiles sous et à l'arrière de la corne nord, la plus avancée*	♉	27	+0⅔	5	121 Tau
41	*Celle à l'arrière de celle-ci*	♉	29	+1	5	125 Tau
42	*Celle à l'arrière de cette dernière*	♊	1	+1⅓	5	132 Tau
43	*La plus au nord des deux autres les plus en arrière*	♊	2⅓	+3⅓	5	136 Tau
44	*La plus méridionale de ces deux*	♊	3⅓	+1¼	5	139 Tau
	XXIV · Δίδυμοι · Gemini · Gem · Gémeaux					
	18 + 17 étoiles					
1	L'étoile sur la tête du jumeau avancé	♊	23⅓	+9½	2	66 α Gem
2	L'étoile rougeâtre sur la tête du jumeau arrière	♊	26⅔	+6¼	2	78 β Gem
3	L'étoile dans l'avant-bras gauche du jumeau avancé	♊	16⅔	+10	4	34 θ Gem
4	L'étoile dans le même bras [gauche]	♊	18⅔	+7⅓	4	46 τ Gem
5	Celle à l'arrière de celle-ci, juste au-dessus de la place entre les épaules	♊	22	+5½	4	60 ι Gem
6	Celle à l'arrière de celle-ci, sur l'épaule droite du même jumeau [avancé]	♊	24	+4⅝	4	69 υ Gem
7	L'étoile sur l'épaule arrière du jumeau arrière	♊	26⅔	+2⅔	4	77 κ Gem
8	L'étoile sur le côté droit du jumeau avancé	♊	21⅔	+2⅔	5	57 Gem
9	L'étoile sur le côté gauche du jumeau arrière	♊	23⅙	+0⅓	5	58 Gem
10	L'étoile sur le genou gauche du jumeau avancé	♊	13	+1½	3	27 ε Gem

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
11	L'étoile sous le genou gauche du jumeau arrière	♊	18⅙	−2½	3	43 ζ Gem
12	L'étoile dans l'aine gauche du jumeau arrière	♊	21⅔	−0½	3	55 δ Gem
13	L'étoile au-dessus du pli du genou droit du même jumeau [arrière]	♊	21⅔	−6	3	54 λ Gem
14	L'étoile sur le pied avant du jumeau avancé	♊	6½	−1½	>4	7 η Gem
15	Celle à l'arrière de celle-ci sur le même pied	♊	8½	−1¼	>4	13 μ Gem
16	L'étoile sur le pied droit du jumeau avancé	♊	10⅙	−3½	>4	18 ν Gem
17	L'étoile sur le pied gauche du jumeau arrière	♊	12	−7½	3	24 γ Gem
18	L'étoile sur le pied droit du jumeau arrière	♊	14⅔	−10½	4	31 ξ Gem
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
19	*L'étoile devant le pied avant du jumeau avancé*	♊	4⅙	−0⅔	4	1 Gem
20	*L'étoile brillante devant le genou avancé*	♊	6½	+5⅚	>4	44 κ Aur
21	*L'étoile devant le genou gauche du jumeau arrière*	♊	15⅙	−2¼	5	36 Gem
22	*La plus septentrionale des trois étoiles en ligne droite à l'arrière du bras droit du jumeau arrière*	♊	28⅓	−1⅓	5	85 Gem
23	*Celle du milieu des trois*	♊	26⅓	−3⅓	5	81 Gem
24	*La plus méridionale d'entre elles, près de l'avant-bras du bras [droit]*	♊	26	−4½	5	74 Gem
25	*L'étoile brillante à l'arrière des trois mentionnés ci-dessus*	♋	0⅔	−2⅔	4	16 ζ¹ Cnc
	XXV · Καρκίνος · Cancer · Cnc · Cancer					
	9 + 4 étoiles					
1	Le milieu de la masse nébuleuse dans la poitrine, appelée Praesepe	♋	10⅓	+0⅓	néb.	Messier 44
2	[Dans] le quadrilatère contenant la nébuleuse [précédente], la plus septentrionale des deux étoiles en avance	♋	7⅔	+1¼	<4	33 η Cnc
3	La plus méridionale des deux étoiles en avance	♋	8	−1⅙	<4	31 θ Cnc
4	La plus septentrionale des deux étoiles arrière sur le quadrilatère, appelées «Aselli»	♋	10⅓	+2⅔	>4	43 γ Cnc
5	La plus méridionale de ces deux	♋	11⅓	−0⅙	>4	47 δ Cnc
6	L'étoile sur la pince sud	♋	16½	−5½	4	65 α Cnc
7	L'étoile sur la pince nord	♋	8⅓	+11⅚	4	48 ι Cnc
8	L'étoile sur la patte arrière nord	♋	2⅔	+1	5	10 μ² Cnc
9	L'étoile sur la patte arrière sud	♋	7⅙	−7½	>4	17 β Cnc
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
10	*L'étoile au-dessus de l'articulation dans la pince sud*	♋	19⅔	−2⅓	<4	82 π² Cnc
11	*L'étoile à l'arrière de la pointe de la pince sud*	♋	21⅙	−5⅔	<4	76 κ Cnc
12	*La plus avancée des deux étoiles au-dessus de la nébuleuse et à l'arrière de celle-ci*	♋	14	+7¼	5	69 ν Cnc
13	*La dernière de ces [deux]*	♋	17	+4⅝	5	77 ξ Cnc
	XXVI · Λέων · Leo · Leo · Lion					
	27 + 8 étoiles					
1	L'étoile au bout des naseaux	♋	18⅓	+10	4	1 κ Leo
2	L'étoile dans les mâchoires béantes	♋	21⅙	+7½	4	4 λ Leo
3	La plus septentrionale des deux étoiles dans la tête	♋	24⅓	+12	3	24 μ Leo
4	La plus méridionale d'entre elles	♋	24⅙	+9½	>3	17 ε Leo
5	La plus septentrionale des trois étoiles dans le cou	♌	0⅙	+11	3	36 ζ Leo
6	Celle près de celle-ci, celui du milieu des trois	♌	2⅙	+8½	2	41 γ¹ Leo
7	La plus méridionale d'entre elles	♌	0⅔	+4½	3	30 η Leo
8	L'étoile dans le cœur, appelée «Regulus»	♌	2½	+0⅙	1	32 α Leo
9	Celle au sud de celle-ci, à peu près sur la poitrine	♌	3½	−1⅝	4	31 Leo
10	L'étoile un peu en avance sur l'étoile dans le cœur [Regulus]	♌	0	−0¼	5	27 ν Leo
11	L'étoile sur le genou droit	♋	27⅓	+0	5	16 ψ Leo
12	L'étoile à la connexion de la griffe avant droite	♋	24⅙	−3⅔	5	5 ξ Leo

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
13	L'étoile à la connexion de la griffe avant gauche	♋	27⅓	−4⅙	4	14 o Leo
14	L'étoile sur le genou gauche [avant]	♌	2½	−4¼	4	29 π Leo
15	L'étoile sur l'aisselle gauche	♌	9⅙	−0⅙	4	47 ρ Leo
16	La plus avancée des trois étoiles dans le ventre	♌	7	+4	6	46 Leo
17	La plus au nord de l'autre, la plus en arrière 2	♌	10⅓	+5⅓	6	52 Leo
18	La plus au sud de ces [deux]	♌	12⅙	+2⅓	6	53 Leo
19	La plus avancée des deux étoiles sur la croupe	♌	11⅓	+12¼	6	60 Leo
20	La plus en arrière d'entre elles	♌	14⅙	+13⅔	< 2	68 δ Leo
21	La plus septentrionale des deux étoiles aux fesses	♌	14⅓	+11⅙	5	81 Leo
22	La plus méridionale d'entre elles	♌	16⅓	+9⅔	3	70 θ Leo
23	L'étoile dans l'arrière des cuisses	♌	20⅓	+5⅚	3	78 ι Leo
24	L'étoile dans les flexions des pattes arrière	♌	21⅔	+1¼	4	77 σ Leo
25	Celle au sud de celle-ci, à peu près dans le bas des jambes	♌	24⅔	−0⅚	4	84 τ Leo
26	L'étoile sur les griffes postérieures	♌	27½	−3⅙	5	91 υ Leo
27	L'étoile au bout de la queue	♌	24½	+11⅚	< 1	94 β Leo
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
28	*La plus avancée des deux sur le dos*	♌	6	+13⅓	5	41 LMi
29	*La plus en arrière d'entre elles*	♌	8⅙	+15½	5	54 Leo
30	*La plus au nord des trois sous le flanc*	♌	17½	+1⅙	< 4	63 χ Leo
31	*Celle du milieu d'entre elles*	♌	17⅙	−0½	5	59 Leo
32	*La plus méridionale d'entre elles*	♌	18	−2⅔	5	58 Leo
33	*La partie la plus septentrionale de la masse nébuleuse entre les bords du Lion et de la [Grande] Ourse, appelée la Chevelure [de Bérénice]*	♌	24⅚	+30	f.	15 γ Com + Melotte 111
34	*La plus avancée des [étoiles] éparses au sud de la Chevelure*	♌	24⅓	+25	f.	7 Com
35	*La dernière d'entre elles, en forme de feuille de lierre*	♌	28½	+25½	f.	23 Com
	XXVII · Παρθένος · Virgo · Vir · Vierge					
	26 + 6 étoiles					
1	La plus méridionale des deux étoiles au sommet du crâne	♌	26⅓	+4¼	5	3 ν Vir
2	La plus septentrionale d'entre elles	♌	27	+5⅔	5	2 ξ Vir
3	La plus septentrionale des deux étoiles à l'arrière de celles-ci, en face	♍	0⅔	+8	5	9 ο Vir
4	La plus méridionale d'entre elles	♍	0½	+5½	5	8 π Vir
5	L'étoile au bout de l'aile sud gauche	♌	29	+0⅙	3	5 β Vir
6	La plus avancée des quatre étoiles dans l'aile gauche	♍	815	+1⅙	3	15 η Vir
7	Celle à l'arrière de celle-ci	♍	13⅙	+2⅚	3	29 γ Vir
8	Celle à l'arrière encore de celle-ci	♍	17½	+2⅚	5	46 Vir
9	La dernière et la plus en arrière des quatre	♍	21	+1⅔	4	51 θ Vir
10	L'étoile du côté droit sous la ceinture	♍	14⅓	+8½	3	43 δ Vir
11	La plus avancée des trois étoiles dans l'aile droite nord	♍	8⅙	+13½	5	30 ρ Vir
12	La plus au sud des deux autres	♍	10⅙	+11⅔	6	32 Vir
13	La plus septentrionale d'entre elles, appelée «Vindemiatrix»	♍	12⅙	+15⅙	> 3	47 ε Vir
14	L'étoile sur la main gauche, appelée «Spica»	♍	26⅔	−2	1	67 α Vir
15	L'étoile sous le tablier juste au dessus de la fesse droite	♍	24⅚	+8⅔	3	79 ζ Vir
16	[Dans] le quadrilatère de la cuisse gauche, l'étoile du nord du côté avancé	♍	26⅓	+3⅓	5	74 Vir
17	L'étoile du sud du côté avancé	♍	2715	+0⅙	6	76 Vir
18	La plus septentrionale des deux étoiles à l'arrière	♎	0	+1½	< 4	82 Vir
19	L'étoile la plus méridionale à l'arrière	♍	28	−3	5	68 Vir
20	L'étoile sur le genou gauche	♎	1⅔	−1½	5	86 Vir

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
21	L'étoile à l'arrière de la cuisse droite	♍	28	+8½	5	90 Vir
22	L'étoile du milieu des trois dans l'ourlet du vêtement autour des pieds	♎	6⅔	+7½	4	99 ι Vir
23	La plus méridionale d'entre elles	♎	7⅓	+2⅔	4	98 κ Vir
24	La plus septentrionale des trois	♎	8⅓	+11⅔	4	105 φ Vir
25	L'étoile sur le pied gauche sud	♎	10	+0½	4	100 λ Vir
26	L'étoile sur le pied droit nord	♎	12⅔	+9⅚	4	107 μ Vir
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
27	*La plus avancée des trois en ligne droite sous l'avant-bras gauche*	♍	14⅔	−3½	5	26 χ Vir
28	*Celle du milieu d'entre elles*	♍	19	−3½	5	40 ψ Vir
29	*La plus en arrière des trois*	♍	22[15]	−3⅓	5	49 Vir
30	*La plus avancée des trois étoiles quasiment en ligne droite sous Spica*	♍	27⅙	−7⅙	6	53 Vir
31	*Celle du milieu, qui est une étoile double*	♍	28⅙	−8⅓	5	61 Vir
32	*La plus en arrière des trois*	♎	5	−7⅝	6	89 Vir

Fin du septième livre.

Ptolémée réfère les longitudes aux signes du zodiaque. La conversion est la suivante :

♈	0°	.	♉	30°	.	♊	60°	.	♋	90°	.	♌	120°	.	♍	150°
♎	180°	.	♏	210°	.	♐	240°	.	♑	270°	.	♒	300°	.	♓	330°

ainsi, la première étoile est à une longitude de ♊ 0⅙, ce qui donne une longitude de 60° + 0⅙° = 60⅙° = 60° 10′.

Dans la colonne « Mag. » (magnitude), « f. » signifie une étoile « faible », et « néb. » une étoile « nébuleuse ». Ces dernières sont au nombre de sept — étrangement, la nébuleuse d'Orion (Messier 42) n'y figure pas.

Const.	#	Description	Identification moderne	Type
Cyg	17	L'étoile nébuleuse sur le genou droit	ω¹ et ω² Cyg	Étoiles faibles
Per	1	La masse nébuleuse sur la main droite	NGC 869 + NGC 884 (parfois désignées h et χ Per, à tort [1])	Amas ouvert double
Cnc	1	Le milieu de la masse nébuleuse dans la poitrine, appelée Praesepe	NGC 2632 / Messier 44	Amas ouvert
Leo	33	La partie la plus septentrionale de la masse nébuleuse entre les bords du Lion et de la [Grande] Ourse, appelée la Chevelure [de Bérénice]	15 Com et Melotte 111	Amas ouvert
Sco	22	L'étoile nébuleuse à l'arrière du dard	Messier 7	Amas ouvert
Sgr	8	L'étoile sur l'œil, qui est nébuleuse et double	ν¹ et ν² Sgr	Étoiles faibles
Ori	1	L'étoile nébuleuse dans la tête d'Orion	Collinder 69 (dont λ Ori, φ¹ Ori, et φ² Ori)	Amas ouvert

Peters et Knobel identifient aussi Sco 21 (G Scorpii) comme « nébuleuse », du fait de sa proximité à l'amas globulaire NGC 6441.

1 O'Meara, S.J., et D.W.E. Green. « The Mystery of the Double Cluster. » Sky & Telescope, Vol. 116, N° 2 (2003) : 116–119.

Les 48 constellations de Ptolémée

Grec	Latin nominatif	Latin génitif	Abréviation	Français
Ἀετός	Aquila	Aquilae	Aql	L'Aigle
Αἰγόκερως	Capricornus	Capricorni	Cap	Le Capricorne
Ἀνδρομέδα	Andromeda	Andromedae	And	Andromède
Ἀργώ	Argo Navis	Argus Navis	Arg	Le Navire Argo
Subdivisé depuis en :	Subdivisé depuis en :	Subdivisé depuis en :	Subdivisé depuis en :	Subdivisé depuis en :
Ιστία	Vela	Velorum	Vel	Les Voiles
Πρύμνη	Puppis	Puppis	Pup	La Poupe
Τρόπις	Carina	Carinae	Car	La Carène
Ἄρκτος μεγάλη	Ursa Major	Ursae Majoris	UMa	La Grande Ourse
Ἄρκτος μικρά	Ursa Minor	Ursae Minoris	UMi	La Petite Ourse
Βοώτης	Boötes	Bootis	Boo	Le Bouvier
Δελφίν	Delphinus	Delphini	Del	Le Dauphin
Δίδυμοι	Gemini	Geminorum	Gem	Les Gémeaux
Δράκων	Draco	Draconis	Dra	Le Dragon
Ἐν γόνᾰσῐν [1]	Hercules	Herculis	Her	Hercule
Ἡνίοχος	Auriga	Aurigae	Aur	Le Cocher
Θηρίον (animal sauvage)	Lupus	Lupi	Lup	Le Loup
Θυμιατήριον (encensoir)	Ara	Arae	Ara	L'Autel
Ἵππος (cheval)	Pegasus	Pegasi	Peg	Pégase
Ἵππου προτομή (buste du cheval)	Equuleus	Equulei	Equ	Le Petit Cheval
Ἰχθύες	Pisces	Piscium	Psc	Les Poissons
Ἰχθύς νότιος	Piscis Austrinus	Piscis Austrini	PsA	Le Poisson austral
Καρκίνος	Cancer	Cancri	Cnc	Le Cancer
Κασσιέπεια	Cassiopeia	Cassiopeiae	Cas	Cassiopée
Κένταυρος	Centaurus	Centauri	Cen	Le Centaure
Κῆτος	Cetus	Ceti	Cet	La Baleine
Κηφεύς	Cepheus	Cephei	Cep	Céphée
Κόραξ	Corvus	Corvi	Crv	Le Corbeau
Κρατήρ	Crater	Crateris	Crt	La Coupe
Κριός	Aries	Arietis	Ari	Le Bélier
Κύων (chien)	Canis Major	Canis Majoris	CMa	Le Grand Chien
Λαγωός	Lepus	Leporis	Lep	Le Lièvre
Λέων	Leo	Leonis	Leo	Le Lion
Λύρα	Lyra	Lyrae	Lyr	La Lyre
Ὀιστός	Sagitta	Sagittae	Sge	La Flèche
Ὄρνις (oiseau)	Cygnus	Cygni	Cyg	Le Cygne
Ὀφιοῦχος	Ophiuchus	Ophiuchi	Oph	Ophiuchus
Ὄφις	Serpens	serpentis	Ser	Le Serpent
Παρθένος	Virgo	Virginis	Vir	La Vierge
Περσεύς	Perseus	Persei	Per	Persée
Ποταμός (rivière)	Eridanus	Eridani	Eri	L'Éridan
Προκύων (chien avant)	Canis Minor	Canis Minoris	CMi	Le Petit Chien
Σκορπίος	Scorpius	Scorpii	Sco	Le Scorpion
Στέφανος	Corona Borealis	Coronae Borealis	CrB	La Couronne boréale
Στέφανος νότιος	Corona Australis	Coronae Australis	CrA	La Couronne australe
Ταῦρος	Taurus	Tauri	Tau	Le Taureau
Τοξότης (archer)	Sagittarius	Sagitarii	Sgr	Le Sagittaire
Τρίγωνον	Triangulum	Trianguli	Tri	Le Triangle
Ὕδρος	Hydra	Hydrae	Hya	L'Hydre
Ὑδροχόος	Aquarius	Aquarii	Aqr	Le Verseau
Χηλαί (pinces)	Libra	Librae	Lib	La Balance
Ὠρίων	Orion	Orionis	Ori	Orion

1 Abréviation de ὁ ἐν γόνασι καθήμενος ἀνήρ, « l'homme agenouillé ».

La Voie lactée, capturée par Paul Stewart (via Flickr).

Livre 8

1. Tableaux des constellations de l'hémisphère sud

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
	XXVIII · Χηλαί / Ζυγός · Libra · Lib · Balance					
	8 + 9 étoiles					
1	[Des] étoiles sur la pointe de la griffe sud, la brillante	♎	18	+0⅔	2	9 α² Lib
2	L'étoile au nord de ceci et plus faible qu'elle	♎	17	+2½	5	7 μ Lib
3	[Des] étoiles sur la pointe de la griffe nord, la brillante	♎	22⅙	+8⅚	2	27 β Lib
4	L'étoile faible avant celle-ci	♎	17⅔	+8½	5	19 δ Lib
5	L'étoile au milieu de la griffe sud	♎	24	−1⅔	4	24 ι¹ Lib
6	Celle qui précède celle-ci sur la même griffe	♎	21⅓	+1¼	4	21 ν Lib
7	L'étoile au milieu de la griffe nord	♎	27⅚	+4¾	4	38 γ Lib
8	Celle à l'arrière de celle-ci sur la même griffe	♏	3	+3½	< 4	46 θ Lib
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
9	*La plus avancée des trois étoiles au nord de la griffe nord*	♎	26⅙	+9	5	37 Lib
10	*La plus au sud des deux les plus en arrière [de celles-ci]*	♏	3⅔	+6⅔	< 4	48 Lib
11	*La plus septentrionale d'entre elles*	♏	4⅓	+9¼	< 4	ξ Sco
12	*La dernière des trois étoiles entre les griffes*	♏	3½	+0½	6	45 λ Lib
13	*La plus au nord des deux autres devant [cette dernière]*	♏	0⅔	+0⅓	5	43 κ Lib
14	*La plus méridionale d'entre elles*	♏	1⅙	−1½	4	HR 5810
15	*La plus avancée des trois étoiles au sud de la griffe sud*	♎	23	−7½	3	20 σ Lib
16	*La plus au nord des deux autres à l'arrière*	♏	1⅙	−8½	4	39 υ Lib
17	*La plus méridionale d'entre elles*	♏	2	−9⅔	4	40 τ Lib
	XXIX · Σκορπίος · Scorpio · Sco · Scorpion					
	21 + 3 étoiles					
1	La plus septentrionale des trois étoiles brillantes du front	♏	6⅓	+1⅓	3	8 β¹ Sco
2	Celle du milieu d'entre elles	♏	5⅔	−1⅔	3	7 δ Sco
3	La plus méridionale des trois	♏	5⅔	−5	3	6 π Sco
4	L'étoile encore plus au sud, sur une des jambes	♏	6	−7⅚	3	5 ρ Sco
5	La plus septentrionale des deux étoiles adjacente à la plus au nord des trois brillantes [n° 1]	♏	7	+1⅔	4	14 ν Sco
6	La plus méridionale d'entre elles	♏	6⅓	+0½	4	9 ω¹ Sco
7	La plus avancée des trois étoiles brillantes du corps	♏	10⅔	−3¾	3	20 σ Sco
8	Celle du milieu d'entre elles, qui est rougeâtre et appelée «Antares»	♏	12⅔	−4	2	21 α Sco
9	La plus en arrière des trois	♏	14½	−5½	3	23 τ Sco
10	L'étoile avancée des deux sous celles-ci, environ sur la dernière patte	♏	9⅓	−6½	5	13 Sco
11	La plus en arrière de celles-ci	♏	10⅔	−6⅔	5	HR 6070
12	L'étoile dans la première articulation [de la queue] au corps	♏	18½	−11	3	26 ε Sco
13	Celle d'après, dans la 2ᵉ articulation	♏	18⅚	−15	3	μ¹ Sco
14	L'étoile septentrionale de l'étoile double dans la 3ᵉ articulation	♏	20	−18⅔	4	ζ¹ Sco
15	L'étoile australe de l'étoile double	♏	20⅙	−18	4	ζ² Sco
16	Celle qui suit, à la 4ᵉ articulation	♏	23⅙	−19½	3	η Sco

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
17	Celle d'après, dans la 5e articulation	♏	28⅙	−18⅝	3	θ Sco
18	Le prochain encore, dans la 6e articulation	♐	0½	−16⅔	3	ι¹ Sco
19	L'étoile dans la 7e articulation, l'articulation à côté du dard	♏	29	−15⅙	3	κ Sco
20	La dernière des deux étoiles dans le dard	♏	27½	−13⅓	3	35 λ Sco
21	La plus avancée d'entre elles	♏	27	−13½	4	34 υ Sco
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
22	*L'étoile nébuleuse à l'arrière du dard*	♐	1⅙	−13¼	néb.	Messier 7
23	*La plus avancée des deux étoiles au nord du dard*	♏	25½	−6⅙	>5	45 Oph
24	*La plus en arrière d'entre elles*	♏	29½	−4⅙	5	3 Sgr
	XXX · Τοξότης · Sagittarius · Sgr · Sagittaire					
	31 étoiles					
1	L'étoile sur la pointe de la flèche	♐	4½	−6½	3	10 γ² Sgr
2	L'étoile dans la poignée [de l'arc] tenue par la main gauche	♐	7⅔	−6½	3	19 δ Sgr
3	L'étoile dans la partie sud de l'arc	♐	8	−10⅝	3	20 ε Sgr
4	La plus méridionale des [2] étoiles dans la partie nord de l'arc	♐	9	−1½	3	22 λ Sgr
5	La plus septentrionale d'entre elles, sur la pointe de l'arc	♐	6⅔	+2⅝	4	13 μ Sgr
6	L'étoile sur l'épaule gauche	♐	15⅓	−3⅛	3	34 σ Sgr
7	Celle qui précède celle-ci, juste au-dessus de la flèche	♐	13	−3½	4	27 φ Sgr
8	L'étoile sur l'œil, qui est nébuleuse et double	♐	15⅙	+0¾	néb.	32 ν¹ Sgr
9	La plus avancée des trois étoiles dans la tête	♐	15⅔	+2⅛	4	37 ξ² Sgr
10	Celle du milieu d'entre elles	♐	17⅔	+1½	4	39 ο Sgr
11	La plus en arrière des trois	♐	19⅙	+2	4	41 π Sgr
12	La plus méridionale des trois étoiles dans l'attachement nord de la cape	♐	21⅓	+2⅝	5	43 Sgr
13	Celle du milieu d'entre elles	♐	22⅓	+4½	4	44 ρ¹ Sgr
14	La plus septentrionale des trois	♐	22⅝	+6½	4	46 υ Sgr
15	La faible étoile à l'arrière de ces trois	♐	25⅔	+5½	6	55 Sgr
16	La plus septentrionale des deux étoiles sur l'attache sud de la cape	♐	29½	+5⅝	5	61 Sgr
17	La plus méridionale d'entre elles	♐	27⅔	+2	6	57 Sgr
18	L'étoile sur l'épaule droite	♐	22⅔	−1⅝	5	47 χ¹ Sgr
19	L'étoile sur le coude droit	♐	24⅝	−2⅝	4	51 Sgr
20	Des trois étoiles dans le dos, celle juste au-dessus de l'endroit entre les épaules	♐	20	−2½	5	42 ψ Sgr
21	Celle du milieu, juste au-dessus de l'omoplate	♐	17⅔	−4½	>4	40 τ Sgr
22	L'autre, sous l'aisselle	♐	16⅓	−6¾	3	38 ζ Sgr
23	L'étoile sur le jarret avant gauche	♐	17⅔	−23	2	β¹ Sgr
24	Celle sur le genou de la même jambe	♐	17	−18	<2	α Sgr
25	L'étoile sur le jarret avant droit	♐	6⅔	−13	3	η Sgr
26	L'étoile sur la cuisse gauche	♐	27⅓	−13½	3	θ¹ Sgr
27	L'étoile sur le bas de la patte arrière droite	♐	26⅝	−20⅙	3	ι Sgr
28	Des quatre étoiles [formant un quadrilatère] à l'endroit où la queue rejoint [le corps], l'étoile avancée du côté nord	♐	27⅔	−4⅝	5	58 ω Sgr
29	L'étoile arrière du côté nord	♐	28⅝	−4⅝	5	60 Sgr
30	L'étoile avancée du côté sud	♐	28⅝	−5⅝	5	59 Sgr
31	L'étoile arrière du côté sud	♐	29⅔	−6½	5	62 Sgr

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
	XXXI · Αἰγόκερως · Capricornus · Cap · Capricorne					
	28 étoiles					
1	La plus septentrionale des trois étoiles dans la corne arrière	♑	7⅓	+7⅓	3	5 α² Cap
2	Celle du milieu d'entre elles	♑	7⅔	+6⅔	6	8 ν Cap
3	La plus méridionale des trois	♑	7⅓	+5	3	9 β Cap
4	L'étoile au bout de la corne avancée	♑	5	+8	6	2 ξ² Cap
5	La plus méridionale des trois étoiles dans le museau	♑	9	+0¾	6	12 ο Cap
6	La plus avancée des deux autres	♑	8⅔	+1¾	6	10 π Cap
7	La plus en arrière de celles-ci	♑	8⅚	+1½	6	11 ρ Cap
8	L'étoile devant les 3 [ci-dessus], sous l'œil droit	♑	6⅙	+0⅔	5	7 σ Cap
9	La plus septentrionale des deux étoiles dans le cou	♑	11⅔	+3⅚	6	14 τ Cap
10	La plus méridionale d'entre elles	♑	11⅚	+0⅚	5	15 υ Cap
11	L'étoile sur le genou gauche, plié	♑	11⅔	−8⅔	4	18 ω Cap
12	L'étoile sous le genou droit	♑	10⅚	−6½	4	16 ψ Cap
13	L'étoile sur l'épaule gauche	♑	16⅔	−7⅔	4	24 Cap
14	La plus avancée des deux étoiles rapprochées sous le ventre	♑	20⅙	−6⅚	4	34 ζ Cap
15	La plus en arrière de celles-ci	♑	20⅓	−6	5	36 Cap
16	La plus en arrière des trois étoiles au milieu du corps	♑	18½	−4¼	5	28 φ Cap
17	La plus au sud des deux autres en avant	♑	16⅔	−4	5	25 χ Cap
18	La plus septentrionale d'entre elles	♑	16⅔	−2⅚	5	22 η Cap
19	La plus avancée des deux étoiles à l'arrière	♑	16⅔	+0	4	23 θ Cap
20	La plus en arrière d'entre elles	♑	21	−0⅚	4	32 ι Cap
21	La plus avancée des deux étoiles de la colonne vertébrale sud	♑	23⅓	−4¾	4	39 ε Cap
22	La plus en arrière d'entre elles	♑	25	−4½	4	43 κ Cap
23	La plus avancée des deux étoiles dans la section [du corps] à côté de la queue	♑	24⅚	−2⅙	3	40 γ Cap
24	La plus en arrière d'entre elles	♑	26⅓	−2	3	49 δ Cap
25	La plus avancée des quatre étoiles sur la partie nord de la queue	♑	26⅚	+0⅓	4	42 Cap
26	La plus au sud des trois autres	♑	28⅔	+0	5	51 μ Cap
27	Celle du milieu d'entre elles	♑	27⅔	+2⅚	5	48 λ Cap
28	La plus septentrionale d'entre elles, à l'extrémité de la nageoire caudale	♑	28⅔	+4⅓	5	46 Cap
	XXXII · Ὑδροχόος · Aquarius · Aqr · Verseau					
	42 + 3 étoiles					
1	L'étoile sur la tête du Verseau	♒	0⅓	+15¾	5	25 Aqr
2	La plus brillante des deux étoiles dans l'épaule droite	♒	6⅓	+11	3	34 α Aqr
3	La plus faible, en dessous	♒	5⅙	+9⅔	5	31 ο Aqr
4	L'étoile dans l'épaule gauche	♑	26½	+8⅚	3	22 β Aqr
5	Celle en dessous, dans le dos, à peu près sous l'aisselle	♑	27⅓	+6¼	5	23 ξ Aqr
6	La dernière des trois étoiles dans le bras gauche, sur le manteau	♑	17⅔	+5½	3	13 ν Aqr
7	Celle du milieu d'entre elles	♑	16⅙	+8	4	6 μ Aqr
8	La plus avancée des trois	♑	14⅔	+8⅔	3	2 ε Aqr
9	L'étoile dans l'avant-bras droit	♒	9½	+8¾	3	48 γ Aqr
10	La plus septentrionale des trois étoiles sur la droite	♒	11⅔	+10¾	3	52 π Aqr
11	La plus avancée des deux autres au sud	♒	12	+9	3	55 ζ² Aqr
12	La plus en arrière d'entre elles	♒	13⅓	+8½	3	62 η Aqr
13	La plus avancée des deux étoiles rapprochées dans le creux de la droite [hanche]	♒	6⅙	+3	4	43 θ Aqr
14	La plus en arrière d'entre elles	♒	7	+3⅙	5	46 ρ Aqr
15	L'étoile sur la fesse droite	♒	8⅔	−0⅚	4	57 σ Aqr

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
16	La plus méridionale des deux étoiles dans la fesse gauche	♒	1⅔	−1⅔	4	33 ι Aqr
17	La plus septentrionale d'entre elles	♒	3⅙	+0¼	6	38 Aqr
18	La plus méridionale des deux étoiles dans le bas de la jambe droite	♒	11⅔	−7½	3	76 δ Aqr
19	La plus septentrionale d'entre elles, sous le pli du genou	♒	11⅓	−5	4	71 τ² Aqr
20	L'étoile à l'arrière de la cuisse gauche	♒	4⅔	−5⅔	5	53 Aqr
21	La plus méridionale des deux étoiles dans le bas de la jambe gauche	♒	8⅓	−10	5	68 Aqr
22	La plus septentrionale d'entre elles, sous le genou	♒	7⅚	−9	5	66 Aqr
23	Des étoiles dans l'écoulement de l'eau, la plus avancée en commençant par la main	♒	15	+2	4	63 κ Aqr
24	Celle à côté de cette dernière vers le sud	♒	14⅚	+0⅙	4	73 λ Aqr
25	Celle d'à côté, après [le début] du pli	♒	17⅔	−1⅙	4	83 Aqr
26	Celle à l'arrière encore de celle-ci	♒	20	−0½	4	90 φ Aqr
27	Celle dans le pli au sud de celle-ci	♒	20½	−1⅔	4	92 χ Aqr
28	La plus septentrionale des deux étoiles au sud de celle-ci	♒	19	−3½	4	91 ψ¹ Aqr
29	La plus méridionale des deux	♒	19⅚	−4⅙	4	95 ψ³ Aqr
30	L'étoile solitaire à quelque distance de ces [deux] vers le sud	♒	17⅚	−8¼	5	94 Aqr
31	La plus avancée des deux étoiles rapprochées après cette dernière	♒	22⅔	−11	5	102 ω¹ Aqr
32	La plus en arrière d'entre elles	♒	23⅙	−10⅚	5	105 ω² Aqr
33	La plus septentrionale des trois étoiles du groupe suivant	♒	21⅔	−14	5	104 Aqr
34	Celle du milieu des trois	♒	22⅙	−14¾	5	106 Aqr
35	La plus en arrière d'entre elles	♒	23⅙	−15⅔	5	108 Aqr
36	La plus au nord des trois suivantes [arrangées] de même	♒	17	−14⅙	4	98 Aqr
37	La plus méridionale des trois	♒	18⅓	−15¾	4	101 Aqr
38	Celle du milieu des trois	♒	17½	−15	4	99 Aqr
39	La plus avancée des trois étoiles du groupe restant	♒	11⅚	−14¾	4	86 Aqr
40	La plus au sud des deux autres	♒	12⅓	−15⅓	4	89 Aqr
41	La plus septentrionale d'entre elles	♒	13⅙	−14	4	88 Aqr
42	L'étoile au bout de l'eau et sur l'embouchure du Poisson Austral	♒	7	−20⅓	1	24 α PsA
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
43	*La plus avancée des trois étoiles à l'arrière du pli dans l'eau*	♒	26⅔	−15½	>4	2 Cet
44	*La plus septentrionale des deux autres*	♒	29⅔	−14⅔	>4	6 Cet
45	*La plus méridionale d'entre elles*	♒	29	−18¼	>4	7 Cet
	XXXIII · Ἰχθύες · Pisces · Psc · Poissons					
	34 + 4 étoiles					
1	L'étoile dans la bouche du poisson avancé	♒	21⅔	+9¼	4	4 β Psc
2	La plus méridionale des deux étoiles au sommet de sa tête	♒	24⅙	+7½	4	6 γ Psc
3	La plus septentrionale d'entre elles	♒	26	+9⅓	4	7 Psc
4	La plus avancée des deux étoiles à l'arrière	♒	28⅙	+9½	4	10 θ Psc
5	La plus en arrière d'entre elles	♓	0⅔	+7½	4	17 ι Psc
6	La plus avancée des deux étoiles au ventre	♒	26	+4½	4	8 κ Psc
7	La plus en arrière d'entre elles	♒	29⅔	+3½	4	18 λ Psc
8	L'étoile dans la queue du même poisson [avancé]	♓	6	+6⅓	4	28 ω Psc
9	Des étoiles formant sa ligne de pêche, la première après la queue	♓	11	+5¾	6	41 Psc
10	Celle à l'arrière	♓	13	+3¾	6	51 Psc
11	La plus avancée des trois étoiles brillantes suivantes	♓	17⅙	+2¼	4	63 δ Psc
12	Celle du milieu d'entre elles	♓	20½	+1⅙	4	71 ε Psc
13	La plus en arrière des trois	♓	23	−0⅙	4	86 ζ Psc
14	La plus septentrionale des deux petites étoiles sous celles-ci, dans le pli	♓	22⅓	−2	6	80 Psc

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
15	La plus méridionale d'entre elles	♓	23	−5	6	89 Psc
16	La plus avancée des trois étoiles après le pli	♓	26½	−2⅓	4	98 μ Psc
17	Celle du milieu d'entre elles	♓	28⅔	−4⅔	4	106 ν Psc
18	La plus en arrière des trois	♈	0⅔	−7¾	4	111 ξ Psc
19	L'étoile sur le nœud joignant les 2 lignes de pêche	♈	2½	−8½	3	113 α Psc
20	[Des] étoiles dans la ligne de pêche du nord, la première dans la section commençant au nœud	♈	0½	−1⅔	4	110 ο Psc
21	La plus méridionale des trois étoiles qui suivent après celle-ci	♈	0⅙	+1⅚	5	102 π Psc
22	Celle du milieu d'entre elles	♈	0⅔	+5⅓	3	99 η Psc
23	La plus septentrionale des trois, qui se trouve également au bout de la queue	♈	0½	+9	4	93 ρ Psc
24	La plus septentrionale des deux étoiles dans la bouche du poisson arrière	♈	2	+21¾	5	82 Psc
25	La plus méridionale d'entre elles	♈	1⅔	+21⅔	5	83 τ Psc
26	La dernière des trois petites étoiles dans la tête	♓	28⅔	+20	6	68 Psc
27	Celle du milieu d'entre elles	♓	27⅔	+19⅚	6	67 Psc
28	La plus avancée des trois	♓	27	+20⅓	6	65 Psc
29	La plus avancée des trois étoiles sur la colonne vertébrale dans le dos, suivant [c'est-à-dire à l'arrière de] l'étoile sur le coude d'Andromède [XX 11]	♓	25⅔	+14⅓	4	74 ψ¹ Psc
30	Celle du milieu des trois	♓	26⅓	+13¼	4	79 ψ² Psc
31	La plus en arrière des trois	♓	27⅔	+12	4	84 χ Psc
32	La plus septentrionale des deux étoiles dans le ventre	♈	2⅙	+17	4	90 υ Psc
33	La plus méridionale d'entre elles	♓	29⅚	+15⅓	4	85 φ Psc
34	L'étoile dans la colonne vertébrale arrière, près de la queue	♈	0	+11¾	4	81 ψ³ Psc
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
35	*Du quadrilatère sous le poisson avancé, la plus avancée des deux étoiles du nord*	♓	1⅙	−2⅔	4	27 Psc
36	*La plus en arrière d'entre elles*	♓	215	−2½	4	29 Psc
37	*L'étoile la plus avancée du côté sud*	♓	0⅔	−5½	4	30 Psc
38	*La plus en arrière du côté sud*	♓	2⅓	−5½	4	33 Psc
	XXXIV · Κῆτος · Cetus · Cet · Baleine					
	22 étoiles					
1	L'étoile au bout des narines	♈	17⅔	−7¾	4	91 λ Cet
2	Les trois étoiles dans le museau : la plus en arrière, au bout de la mâchoire	♈	17⅔	−12⅓	3	92 α Cet
3	Celle du milieu, au milieu de la bouche	♈	12⅔	−11½	3	86 γ Cet
4	La plus avancée des trois, sur la joue	♈	10½	−14	3	82 δ Cet
5	L'étoile sur le sourcil et l'œil	♈	10⅙	−8⅙	4	78 ν Cet
6	Celle au nord de celle-ci, à peu près sur les cheveux	♈	12⅔	−6⅓	4	73 ξ² Cet
7	Celle qui précède celles-ci, à peu près sur la crinière	♈	7⅔	−4⅙	4	65 ξ¹ Cet
8	Du quadrilatère dans la poitrine, l'étoile la plus septentrionale du côté avancé	♈	3	−24½	4	72 ρ Cet
9	La plus au sud du côté avancé	♈	3⅓	−28	4	76 σ Cet
10	La plus au nord sur la face arrière	♈	6⅔	−25⅙	4	83 ε Cet
11	La plus au sud sur la face arrière	♈	7	−27½	3	89 π Cet
12	Le milieu des trois étoiles dans le corps	♓	22	−25⅓	3	52 τ Cet
13	La plus méridionale d'entre elles	♓	23	−30⅝	4	59 υ Cet
14	La plus septentrionale des trois	♓	25	−20	3	55 ζ Cet
15	La plus en arrière des deux étoiles par la section à côté de la queue	♓	19⅔	−15⅔	3	45 θ Cet
16	La plus avancée d'entre elles	♓	15	−15⅔	3	31 η Cet
17	Du quadrilatère dans la section à côté de la queue, l'étoile la plus au nord sur la face arrière	♓	11	−13⅔	5	19 φ² Cet
18	La plus au sud sur la face arrière	♓	10⅔	−14⅔	5	HR 227
19	La plus au nord du côté avancé	♓	9⅓	−13	>5	17 φ¹ Cet

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
20	La plus au sud du côté avancé	♓	9	−14	>5	HR 190
21	Des 2 étoiles aux extrémités des nageoires caudales, celle sur la [nageoire caudale] nord	♓	4⅓	−9⅔	<3	8 ι Cet
22	Celle à l'extrémité de la nageoire caudale sud	♓	5⅔	−20⅓	3	16 β Cet
	XXXV · Ὡρίων · Orion · Ori · Orion					
	38 étoiles					
1	L'étoile nébuleuse dans la tête d'Orion	♉	27	−13½	néb.	39 λ, 37 φ¹, et 40 φ² Ori
2	L'étoile brillante et rougeâtre sur l'épaule droite	♊	2	−17	<1	58 α Ori
3	L'étoile sur l'épaule gauche	♉	24	−17½	>2	24 γ Ori
4	Celle en dessous à l'arrière	♉	25	−18	<4	32 Ori
5	L'étoile sur le coude droit	♊	4⅓	−14½	4	61 μ Ori
6	L'étoile sur l'avant-bras droit	♊	6⅓	−11⅚	6	74 Ori
7	Le quadrilatère dans la main droite : l'arrière, double étoile du côté sud	♊	6½	−10	4	70 ξ Ori
8	L'étoile avancée du côté sud	♊	6	−9¾	4	67 ν Ori
9	L'arrière du côté nord	♊	7⅓	−8¼	6	72 Ori
10	L'avancée du côté nord	♊	6⅔	−8¼	6	69 Ori
11	La plus avancée des deux étoiles dans le bâton	♊	1⅔	−3¾	5	54 χ¹ Ori
12	La plus en arrière d'entre elles	♊	4⅔	−4¼	5	62 χ² Ori
13	La plus en arrière des quatre étoiles presque en ligne droite juste au-dessus du dos	♉	27⅚	−19⅔	4	47 ω Ori
14	Celle qui précède celle-ci	♉	26⅓	−20	6	38 Ori
15	Celle plus en avant de celle-ci	♉	25⅓	−20⅓	6	33 Ori
16	La dernière et la plus avancée des quatre	♉	24⅙	−20⅔	5	30 ψ² Ori
17	[Des] étoiles dans la toison sur le bras gauche, la plus septentrionale	♉	20½	−8	4	15 Ori
18	Le 2ᵉ en partant du nord	♉	19⅓	−8⅙	4	11 Ori
19	Le 3ᵉ en partant du nord	♉	18	−10¼	4	9 o² Ori
20	Le 4ᵉ en partant du nord	♉	16⅓	−12⅝	4	7 π¹ Ori
21	Le 5ᵉ en partant du nord	♉	15⅙	−14¼	4	2 π² Ori
22	Le 6ᵉ en partant du nord	♉	14⅝	−15⅝	3	1 π³ Ori
23	Le 7ᵉ en partant du nord	♉	14⅝	−17⅙	3	3 π⁴ Ori
24	Le 8ᵉ en partant au nord	♉	15⅓	−20⅓	3	8 π⁵ Ori
25	La dernière et la plus au sud de celles de la toison	♉	16⅓	−21½	3	10 π⁶ Ori
26	La plus avancée des trois étoiles sur la ceinture	♉	25⅓	−24⅙	2	34 δ Ori
27	Celle du milieu	♉	27⅓	−24⅝	2	46 ε Ori
28	La plus en arrière des trois	♉	28⅙	−25⅔	2	50 ζ Ori
29	L'étoile près du manche de l'épée	♉	23⅝	−25⅝	3	28 η Ori
30	La plus septentrionale des trois étoiles réunies à la pointe de l'épée	♉	26½	−28⅓	4	42 Ori
31	Celle du milieu	♉	26⅔	−29⅙	<3	43 θ² Ori
32	La plus méridionale des trois	♉	27	−29⅝	3	44 ι Ori
33	La dernière des deux étoiles sous la pointe de l'épée	♉	27⅔	−30⅔	4	49 Ori
34	La plus avancée d'entre elles	♉	26½	−30⅝	4	36 υ Ori
35	L'étoile brillante dans le pied gauche, qui est commune à l'eau [d'Eridanus]	♉	19⅝	−31½	1	19 β Ori
36	L'étoile au nord de celle-ci dans le bas de la jambe, au-dessus de l'articulation de la cheville	♉	21	−30¼	>4	20 τ Ori
37	L'étoile sous le talon gauche, à l'extérieur	♉	23⅓	−31⅙	4	29 Ori
38	L'étoile sous le genou arrière droit	♊	0⅙	−33½	>3	53 κ Ori
	XXXVI · Ποταμός · Eridanus · Eri · Éridan					
	34 étoiles					
1	L'étoile après celle du pied d'Orion [XXXV 35], au début du fleuve	♉	18⅓	−31⅝	>4	69 λ Eri

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
2	Celle au nord de celle-ci, dans la courbe près du tibia d'Orion	♉	18½	−28¼	4	67 β Eri
3	La dernière des deux étoiles suivant dans l'ordre après celle-ci	♉	18	−29⅝	4	65 ψ Eri
4	La plus avancée d'entre elles	♉	14⅔	−28¼	4	61 ω Eri
5	La dernière des deux suivantes dans l'ordre à nouveau	♉	13⅛	−25⅝	4	57 μ Eri
6	La plus avancée d'entre elles	♉	10⅛	−25⅓	4	48 ν Eri
7	La dernière des trois étoiles après celle-ci	♉	6⅓	−26	5	42 ξ Eri
8	Celle du milieu d'entre elles	♉	5½	−27	4	40 o^2 Eri
9	La plus avancée des trois	♉	2⅝	−27⅝	4	38 o^1 Eri
10	La dernière des quatre étoiles dans l'intervalle suivant	♈	27	−32⅝	3	34 γ Eri
11	Celle qui précède celle-ci	♈	24⅓	−31	4	26 π Eri
12	Celle d'avance à nouveau de celle-ci	♈	24⅛	−28⅝	3	23 δ Eri
13	La plus avancée des quatre	♈	22	−28	3	18 ε Eri
14	La plus en arrière des quatre étoiles dans le prochain intervalle à nouveau	♈	17⅛	−25½	3	13 ζ Eri
15	Celle qui précède celle-ci	♈	14⅝	−23⅝	4	10 $ρ^3$ Eri
16	Celle d'avance à nouveau de celle-ci	♈	12⅛	−23½	3	3 η Eri
17	La plus avancée des quatre	♈	10½	−23¼	4	HR 859
18	La première étoile dans la courbe de la rivière, qui [l'étoile] touche la poitrine de Cetus	♈	5⅛	−32⅛	4	1 $τ^1$ Eri
19	Celle à l'arrière de celle-ci	♈	5⅝	−34⅝	4	2 $τ^2$ Eri
20	La plus avancée [du groupe] des trois suivantes	♈	8⅝	−38½	4	11 $τ^3$ Eri
21	Celle du milieu d'entre elles	♈	13⅝	−38⅛	4	16 $τ^4$ Eri
22	La plus en arrière des trois	♈	17½	−39	4	19 $τ^5$ Eri
23	Des quatre étoiles suivantes, formant presque un trapèze, celle du nord du côté avancé	♈	21⅓	−41⅓	4	27 $τ^6$ Eri
24	La plus au sud du côté avancé	♈	21½	−42½	5	28 $τ^7$ Eri
25	La plus avancée à l'arrière	♈	22⅛	−43¼	4	33 $τ^8$ Eri
26	La dernière des quatre, celle de derrière de ce côté	♈	24⅔	−43⅓	4	36 $τ^9$ Eri
27	La plus septentrionale des deux étoiles rapprochées à une certaine distance à l'est	♉	4⅛	−50⅓	4	50 $υ^1$ Eri
28	La plus méridionale d'entre elles	♉	5	−51¾	4	52 $υ^2$ Eri
29	La dernière des deux étoiles suivantes après la courbe	♈	28⅛	−53⅝	4	43 Eri
30	La plus avancée d'entre elles	♈	25⅝	−53⅛	4	41 $υ^4$ Eri
31	La dernière des trois étoiles dans le prochain intervalle	♈	17⅝	−53	4	HR 1214
32	Celle du milieu	♈	14⅝	−53½	4	HR 1195
33	La plus avancée des trois	♈	11⅝	−52½	4	HR 1143
34	La dernière étoile du fleuve, la brillante	♈	0⅛	−53½	1	$θ^1$ Eri
	XXXVII · Λαγωός · Lepus · Lep · Lièvre					
	12 étoiles					
1	Du quadrilatère juste au-dessus des oreilles, l'étoile du nord du côté avancé	♉	19⅔	−35	5	3 ι Lep
2	L'étoile du sud du côté avancé	♉	19⅝	−36½	5	4 κ Lep
3	L'étoile du nord à l'arrière	♉	21⅓	−35⅔	5	7 ν Lep
4	L'étoile du sud à l'arrière	♉	21⅓	−36⅔	5	6 λ Lep
5	L'étoile dans la joue	♉	19⅛	−39¼	>4	5 μ Lep
6	L'étoile sur le pied avant gauche	♉	16⅛	−45¼	>4	2 ε Lep
7	L'étoile au milieu du corps	♉	25⅝	−41½	3	11 α Lep
8	L'étoile sous le ventre	♉	24⅝	−44⅓	3	9 β Lep
9	La plus septentrionale des deux étoiles aux pattes postérieures	♊	1	−44	>4	15 δ Lep
10	La plus méridionale d'entre elles	♉	29	−45⅝	>4	13 γ Lep
11	L'étoile sur la croupe	♊	0	−38⅓	>4	14 ζ Lep
12	L'étoile au bout de la queue	♊	2⅔	−38⅛	>4	16 η Lep

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
	XXXVIII · Κύων · Canis Major · CMa · Grand Chien					
	18 + 11 étoiles					
1	L'étoile dans la bouche, la plus brillante, qui s'appelle «le chien» et est rougeâtre [1]	♊	17⅔	−39⅙	1	9 α CMa
2	L'étoile sur les oreilles	♊	19⅔	−35	4	14 θ CMa
3	L'étoile sur la tête	♊	21⅓	−36½	5	18 μ CMa
4	La plus septentrionale des deux étoiles dans le cou	♊	23⅓	−37¾	4	23 γ CMa
5	La plus méridionale d'entre elles	♊	25⅓	−40	4	20 ι CMa
6	L'étoile sur la poitrine	♊	20½	−42⅔	5	19 π CMa
7	La plus septentrionale des deux étoiles sur le genou droit	♊	16⅙	−41¼	5	8 ν^3 CMa
8	La plus méridionale d'entre elles	♊	16	−42½	5	7 ν^2 CMa
9	L'étoile au bout de la jambe avant	♊	11	−41⅓	3	2 β CMa
10	La plus avancée des deux étoiles au genou gauche	♊	14⅔	−46½	5	4 ξ^1 CMa
11	La plus en arrière d'entre elles	♊	16⅙	−45⅚	5	5 ξ^2 CMa
12	La plus en arrière des deux étoiles dans l'épaule gauche	♊	24⅔	−46⅙	4	24 o^2 CMa
13	La plus avancée d'entre elles	♊	21⅔	−47	5	16 o^1 CMa
14	L'étoile à l'endroit où la cuisse gauche rejoint [le corps]	♊	26⅔	−48¾	<3	25 δ CMa
15	L'étoile sous le ventre, au milieu des cuisses	♊	23⅔	−51½	3	21 ε CMa
16	L'étoile sur l'articulation de la jambe droite	♊	23	−55⅙	4	13 κ CMa
17	L'étoile au bout de la jambe droite	♊	9⅔	−53¾	3	1 ζ CMa
18	L'étoile sur la queue	♋	2⅙	−50⅔	<3	31 η CMa
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
19	*L'étoile au nord du sommet du Chien*	♊	19½	−25¼	4	19 Mon
20	*La plus méridionale des quatre étoiles presque en ligne droite sous les pattes postérieures*	♊	10	−61½	4	θ Col
21	*Celle au nord de celle-ci*	♊	11⅓	−58¾	4	κ Col
22	*Celle au nord encore de celle-ci*	♊	13	−57	4	δ Col
23	*La dernière et la plus septentrionale des quatre*	♊	14⅙	−56	4	λ CMa
24	*La plus avancée des trois étoiles presque en ligne droite à l'ouest des quatre [ci-dessus]*	♉	28	−55½	4	μ Col
25	*Celle du milieu*	♊	0⅓	−57⅔	4	λ Col
26	*La plus en arrière des trois*	♊	2⅓	−59⅚	4	γ Col
27	*La dernière des deux étoiles brillantes sous celles-ci*	♉	29	−59⅔	2	β Col
28	*La plus avancée d'entre elles*	♉	26	−57⅔	2	α Col
29	*La dernière étoile, au sud de la précédente*	♉	22⅙	−59½	4	ε Col
	XXXIX · Προκύων · Canis Minor · CMi · Petit Chien					
	2 étoiles					
1	L'étoile dans le cou	♊	25	−14	4	3 β CMi
2	L'étoile brillante juste au-dessus de l'arrière-train, appelée Procyon	♊	29⅙	−16⅙	1	10 α CMi
	XL · Ἀργώ · Argo · Arg · Navire					
	45 étoiles					
1	La plus avancée des deux étoiles dans l'ornement de poupe	♋	10⅓	−42½	5	11 Pup
2	La plus en arrière d'entre elles	♋	14⅓	−43⅓	3	15 ρ Pup
3	La plus septentrionale des deux étoiles rapprochées sur le petit bouclier dans la poupe	♋	8⅝	−45	4	7 ξ Pup
4	La plus méridionale d'entre elles	♋	8⅔	−46	4	o Pup

1 Il s'agit de Sirius, qui n'est pas rougeâtre. La question de savoir pourquoi les astronomes de l'Antiquité — et même jusqu'au Moyen Âge — décrivaient Sirius comme rougeâtre a fait couler beaucoup d'encre et n'est toujours pas résolue avec certitude. L'évolution d'une étoile est considérée comme trop lente pour expliquer le phénomène, et l'approche linguistique, supposant un vocable unique pour «rougeâtre» et pour «brillante», ne semble pas mieux.

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
5	L'étoile en avance sur celles-ci	♋	5⅓	−45½	4	HR 2944
6	L'étoile brillante au milieu du petit bouclier	♋	6⅓	−47¼	4	HR 2948
7	La plus avancée des trois étoiles sous le petit bouclier	♋	5⅓	−49½	4	HR 2922
8	La plus en arrière d'entre elles	♋	9⅓	−49½	4	3 Pup
9	Celle du milieu des trois	♋	8½	−49¼	4	1 Pup
10	L'étoile sur [le cou de] l'oie	♋	14	−49⅝	4	HR 3113
11	La plus septentrionale des deux étoiles dans la poupe-quille	♋	4	−53	4	HR 2834
12	La plus méridionale d'entre elles	♋	4	−58⅔	3	π Pup
13	Des étoiles de la dunette, la plus septentrionale	♋	10⅙	−55½	5	HR 2937
14	La plus avancée des trois suivantes	♋	12⅙	−58⅔	5	HR 2961
15	Celle du milieu	♋	13⅔	−57¼	4	HR 3017
16	La plus en arrière des trois	♋	16½	−57¾	4	HR 3084
17	L'étoile brillante sur le pont à l'arrière de celles-ci	♋	21⅙	−58⅔	2	ζ Pup
18	La plus avancée des deux étoiles faibles sous la brillante	♋	18⅙	−60	5	HR 3080
19	La plus en arrière d'entre elles	♋	21	−59⅓	5	HR 3162
20	La plus avancée des deux étoiles sur la brillante mentionnée ci-dessus	♋	23⅙	−56⅔	5	HR 3225
21	La plus en arrière d'entre elles	♋	24⅓	−57⅔	5	HR 3243
22	La plus septentrionale des trois étoiles sur les petits boucliers, environ sur le porte-mât	♌	5⅔	−51½	>4	HR 3535
23	Celle du milieu	♌	6⅙	−55⅔	>4	HR 3477
24	La plus méridionale des trois	♌	4	−57⅙	>4	HR 3426
25	La plus septentrionale des deux étoiles se rapproche sous celles-ci	♌	9⅙	−60	>4	HR 3487
26	La plus méridionale d'entre elles	♌	9	−61¼	>4	HR 3445
27	La plus méridionale des deux étoiles au milieu du mât	♌	0⅙	−51⅝	3	β Pyx
28	La plus septentrionale d'entre elles	♋	29⅓	−49	3	α Pyx
29	La plus avancée des deux étoiles par le bout du mât	♋	28	−43⅓	4	γ Pyx
30	La plus en arrière d'entre elles	♋	29	−43½	4	δ Pyx
31	L'étoile sous le 3e et le plus en arrière des petits boucliers	♌	14⅙	−54½	2	λ Vel
32	L'étoile où le pont est coupé	♌	17½	−51¼	<2	ψ Vel
33	L'étoile entre les avirons de direction dans la quille	♋	11⅙	−63	4	σ Pup
34	La faible étoile à l'arrière de celle-ci	♋	19	−64½	6	HR 3055
35	L'étoile brillante à l'arrière de celle-ci, sous le pont	♌	0	−63⅝	2	γ^2 Vel
36	L'étoile brillante au sud de celle-ci, sur la partie inférieure [de la] quille	♌	8½	−69⅔	2	χ Car
37	La plus avancée des trois étoiles à l'arrière de celle-ci	♌	15⅙	−65⅔	3	HR 3447
38	Celle du milieu	♌	21⅓	−65⅝	3	δ Vel
39	La plus en arrière des trois	♌	26	−67⅓	2	HR 3498
40	La plus avancée des deux étoiles à l'arrière de celles-ci, près de la coupure	♍	1	−62⅝	3	κ Vel
41	La plus en arrière d'entre elles	♍	8	−62¼	3	HR 3803
42	La plus avancée des deux étoiles du nord, l'aviron de direction avancée	♊	4	−65⅝	>4	η Col
43	La plus en arrière d'entre elles	♊	20⅙	−65⅔	>3	ν Pup
44	La plus avancée des deux étoiles dans l'autre aviron de direction, appelée Canopus	♊	17⅙	−75	1	α Car
45	L'autre étoile la plus en arrière	♊	29	−71¾	>3	τ Pup
	XLI · Ὕδρος · Hydra · Hya · Hydre [Femelle]					
	25 + 2 étoiles					
1	Des 5 étoiles dans la tête, la plus au sud des deux avancées, qui se trouve sur les narines	♋	14	−15	4	5 σ Hya
2	La plus septentrionale d'entre elles, qui est au-dessus de l'œil	♋	13⅓	−13⅙	4	4 δ Hya
3	La plus au nord des deux à l'arrière de celles-ci, qui est à peu près sur le crâne	♋	15⅓	−11½	4	11 ε Hya
4	La plus méridionale d'entre elles, sur les mâchoires béantes	♋	15½	−14¼	4	7 η Hya

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
5	La plus en arrière de tous, à peu près sur la joue	♋	17½	−12¼	4	16 ζ Hya
6	La plus avancée des deux étoiles à l'endroit où le cou rejoint [la tête]	♋	20⅓	−11⅚	5	18 ω Hya
7	La plus en arrière d'entre elles	♋	23⅓	−13⅔	4	22 θ Hya
8	L'étoile du milieu des trois suivantes dans le pli du cou	♋	28⅚	−15⅓	4	32 τ² Hya
9	La plus en arrière des trois	♌	0⅔	−14⅝	4	35 ι Hya
10	La plus méridionale d'entre elles	♋	28½	−17⅙	4	31 τ¹ Hya
11	La faible étoile la plus septentrionale des deux proches l'une de l'autre au sud	♋	29⅙	−19¾	6	HR 3750
12	La brillante de ces deux étoiles proches	♌	0	−20½	2	30 α Hya
13	La plus avancée des trois étoiles à l'arrière, après le pli [dans le cou]	♌	6	−26½	4	38 κ Hya
14	Celle du milieu	♌	8⅔	−26	4	39 υ¹ Hya
15	La plus en arrière des trois	♌	11⅙	−23¼	4	40 υ² Hya
16	La plus avancée des trois étoiles suivantes quasiment en ligne droite	♌	18	−24⅔	3	42 μ Hya
17	Celle du milieu	♌	20	−23¼	4	φ³ Hya
18	La plus en arrière des trois	♌	23	−22⅙	3	ν Hya
19	La plus septentrionale des deux étoiles après [c'est-à-dire à l'arrière de] la base de la Coupe	♍	1½	−25¾	>4	11 β Crt
20	La plus méridionale d'entre elles	♍	2⅓	−30⅙	4	χ¹ Hya
21	La plus avancée des trois étoiles après celles-ci, comme dans un triangle	♍	12⅙	−31⅙	4	ξ Hya
22	Celle du milieu et la plus au sud	♍	14½	−33⅙	4	ο Hya
23	La plus en arrière des trois	♍	16⅙	−31⅓	3	β Hya
24	L'étoile après Corvus, dans la section près de la queue	♎	0	−13⅔	>4	46 γ Hya
25	L'étoile au bout de la queue	♎	13½	−17⅔	>4	49 π Hya
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					
26	*L'étoile au sud de la tête*	♋	12½	−23¼	3	HR 3314
27	*L'étoile à une certaine distance à l'arrière de celles du cou [n° 6–15]*	♌	11	−16⅓	3	22 ε Sex
	XLII · Κρατήρ · Crater · Crt · Coupe					
	7 étoiles					
1	L'étoile à la base du bol, qui est commune à l'Hydre	♌	26⅓	−23	4	7 α Crt
2	La plus méridionale des deux étoiles au milieu du bol	♍	2½	−19½	4	15 γ Crt
3	La plus septentrionale d'entre elles	♍	0	−18	4	12 δ Crt
4	L'étoile sur le bord sud de la bouche	♍	7	−18½	>4	27 ζ Crt
5	L'étoile sur la rive nord	♌	29⅓	−13⅔	4	14 ε Crt
6	L'étoile sur la poignée sud	♍	9⅙	−16⅙	<4	30 η Crt
7	L'étoile sur la poignée nord	♍	1⅔	−11½	4	21 θ Crt
	XLIII · Κόραξ · Corvus · Crv · Corbeau					
	7 étoiles					
1	L'étoile dans le bec, qui est commune à l'Hydre	♍	15⅓	−21⅔	3	1 α Crv
2	L'étoile dans le cou, près de la tête	♍	14⅓	−19⅔	3	2 ε Crv
3	L'étoile dans la poitrine	♍	16⅔	−18⅙	5	5 ζ Crv
4	L'étoile à l'aile droite avancée	♍	13½	−14⅝	3	4 γ Crv
5	La plus avancée des deux étoiles dans l'aile arrière	♍	16⅔	−12½	3	7 δ Crv
6	La plus en arrière d'entre elles	♍	17	−11¾	4	8 η Crv
7	L'étoile au bout de la jambe, qui est commune à l'Hydre	♍	20½	−18⅙	3	9 β Crv
	XLIV · Κένταυρος · Centaurus · Cen · Centaure					
	37 étoiles					
1	La plus méridionale des quatre étoiles dans la tête	♎	10½	−21⅔	>5	2 Cen
2	La plus septentrionale d'entre elles	♎	10	−18⅝	>5	4 Cen
3	La plus avancée des deux autres du milieu	♎	9⅙	−20½	>4	1 Cen

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
4	La dernière d'entre elles, la dernière des quatre	♎	10	−20	>5	3 Cen
5	L'étoile de l'épaule avancée gauche	♎	6⅙	−25⅔	3	ι Cen
6	L'étoile sur l'épaule droite	♎	15⅔	−22½	3	5 θ Cen
7	L'étoile sur l'omoplate gauche	♎	9⅙	−27½	4	HR 5089
8	Des 4 étoiles dans le thyrse [sceptre], la plus septentrionale des deux avancées	♎	18⅙	−22⅓	4	ψ Cen
9	La plus méridionale d'entre elles	♎	19⅙	−23¾	4	HR 5378
10	Celle des deux autres qui est à la pointe du thyrse	♎	22	−18¼	4	HR 5485
11	La dernière, au sud de cette dernière	♎	22½	−20⅝	4	HR 5471
12	La plus avancée des trois étoiles du côté droit	♎	13⅓	−28⅓	>4	ν Cen
13	Celle du milieu	♎	14	−29⅓	>4	μ Cen
14	La plus en arrière des trois	♎	15⅙	−28	>4	φ Cen
15	L'étoile sur le haut du bras droit	♎	16⅓	−26½	>4	χ Cen
16	L'étoile sur l'avant-bras droit	♎	22⅝	−25¼	3	η Cen
17	L'étoile dans la main droite	♎	27½	−24¼	4	κ Cen
18	L'étoile brillante à l'endroit où le corps humain rejoint [le cheval]	♎	18	−33½	>3	ζ Cen
19	La dernière des deux étoiles faibles au nord de celle-ci	♎	17⅔	−31	5	υ² Cen
20	La plus avancée d'entre elles	♎	16⅝	−30⅓	5	υ¹ Cen
21	L'étoile à l'endroit où le dos rejoint [le corps du cheval]	♎	12⅙	−34⅝	5	ω Cen / NGC 5139
22	L'étoile devant celle-ci, sur le dos du cheval	♎	9	−37⅔	5	HR 4940
23	La dernière des étoiles sur la croupe	♎	5⅝	−40	3	γ Cen
24	Celle du milieu	♎	5	−40⅓	4	τ Cen
25	La plus avancée des trois	♎	2⅔	−41	5	σ Cen
26	La plus avancée des deux étoiles rapprochées sur la cuisse droite	♎	2⅔	−46⅙	3	δ Cen
27	La plus en arrière d'entre elles	♎	3½	−46¾	4	ρ Cen
28	L'étoile dans la poitrine, sous l'aisselle du cheval	♎	18⅓	−40¾	4	HR 5172
29	La plus avancée des deux étoiles sous le ventre	♎	16⅓	−43	2	ε Cen
30	La plus en arrière d'entre elles	♎	17⅔	−43¾	3	HR 5141
31	L'étoile sur le genou de la patte droite [arrière]	♎	10	−51⅙	2	γ Cru
32	L'étoile dans le jarret de la même patte	♎	15⅓	−51⅔	2	β Cru
33	L'étoile sous le pli du genou de la patte gauche [arrière]	♎	6⅓	−55⅙	4	δ Cru
34	L'étoile sur la fourchette du sabot sur la même patte	♎	11⅙	−55⅓	2	α¹ Cru
35	L'étoile au bout de la patte avant droite	♏	8⅓	−41⅙	1	α Cen
36	L'étoile sur le genou de la patte gauche [avant]	♎	24⅙	−45⅓	2	β Cen
37	L'étoile à l'extérieur, sous la patte arrière droite	♎	14⅔	−49⅙	4	μ¹ Cru
	XLV · Θηρίον · Lupus · Lup · Loup					
	19 étoiles					
1	L'étoile au bout de la patte arrière, près de la main [droite] du Centaure	♎	28	−24⅝	3	β Lup
2	L'étoile sur le pli dans la même jambe	♎	25⅝	−29⅙	3	α Lup
3	La plus avancée des deux étoiles juste au-dessus de l'omoplate	♏	1	−21¼	4	δ Lup
4	La plus en arrière d'entre elles	♏	4⅙	−21	4	γ Lup
5	L'étoile au milieu du corps du Loup	♏	3	−25⅙	4	ε Lup
6	L'étoile dans le ventre, sous le flanc	♏	0⅙	−27	5	λ Lup
7	L'étoile sur la cuisse	♏	0½	−29	5	π Lup
8	La plus septentrionale des deux étoiles près de l'endroit où la cuisse rejoint [le corps]	♏	4⅔	−28½	5	μ Lup
9	La plus méridionale d'entre elles	♏	3⅔	−30⅙	5	κ¹ Lup
10	L'étoile au bout de la croupe	♏	5⅔	−33⅙	5	ζ Lup

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
11	La plus méridionale des trois étoiles au bout de la queue	♎	22	−31⅓	5	ρ Lup
12	Celle du milieu des trois	♎	21⅚	−30½	4	ι Lup
13	La plus septentrionale d'entre elles	♎	23	−29⅓	>4	τ² Lup
14	La plus méridionale des deux étoiles dans le cou	♏	8⅝	−17	4	η Lup
15	La plus septentrionale d'entre elles	♏	9⅓	−15⅓	>4	θ Lup
16	La plus avancée des deux étoiles dans le museau	♏	5⅔	−13⅓	4	5 χ Lup
17	La plus en arrière d'entre elles	♏	6⅔	−11⅝	4	ξ¹ Lup
18	La plus méridionale des deux étoiles dans la patte avant	♎	27⅛	−11⅝	>4	1 Lup
19	La plus septentrionale d'entre elles	♎	26½	−10	>4	2 Lup
	XLVI · Θυμιατήριον · Ara · Ara · Autel					
	7 étoiles					
1	La plus septentrionale des deux étoiles de la base	♏	27⅔	−22⅔	5	1 σ Ara
2	La plus méridionale d'entre elles	♐	3	−25¾	4	θ Ara
3	L'étoile au milieu du petit autel	♏	26⅛	−26½	>4	α Ara
4	La plus septentrionale des trois étoiles du brasero	♏	20⅔	−30⅓	5	ε¹ Ara
5	La plus au sud des deux autres qui sont proches l'un de l'autre	♏	25⅛	−34⅛	>4	γ Ara
6	La plus septentrionale d'entre elles	♏	25	−33⅓	4	β Ara
7	L'étoile au bout du brasero	♏	20⅝	−34¼	4	ζ Ara
	XLVII · Στέφανος νότιος · Corona Australis · CrA · Couronne Australe					
	13 étoiles					
1	La plus avancée des étoiles sur le bord sud, à l'extérieur [de la couronne]	♐	9⅛	−21½	4	α Tel
2	L'étoile à l'arrière de ceci sur la couronne	♐	11⅔	−21	5	η¹ CrA
3	Celle à l'arrière de celle-ci	♐	13⅛	−20⅓	5	HR 7122
4	Celle encore plus à l'arrière de celle-ci	♐	14⅝	−20	4	ζ CrA
5	Celle d'après, avant le genou du Sagittaire	♐	16⅛	−18½	5	δ CrA
6	Celle après celle-ci, qui est au nord de l'étoile brillante dans le genou [du Sagittaire, XXX 24]	♐	17	−17⅛	4	β CrA
7	L'étoile au nord de celle-ci	♐	16⅝	−16	4	α CrA
8	Celle encore plus au nord de celle-ci	♐	16½	−15⅛	4	γ CrA
9	La plus en arrière des deux étoiles après celle-ci, en avance, dans le rebord nord	♐	15⅛	−15⅓	6	ε CrA
10	La plus avancée de ces 2 étoiles faibles	♐	14⅔	−14⅝	6	HR 7129
11	L'étoile assez loin devant cela	♐	11⅝	−14⅔	5	λ CrA
12	Celle encore plus devant celle-ci	♐	9⅔	−15⅝	5	HR 6942
13	La dernière, qui est au sud de l'étoile susmentionnée	♐	9⅛	−18½	5	θ CrA
	XLVIII · Ἰχθύς νότιος · Piscis Austrinus · PsA · Poisson Austral					
	11 + 6 étoiles					
1	L'étoile dans la bouche, qui est la même que le début de l'eau [XXXII 42]	♒	7	−20⅓	1	24 α PsA
2	La plus avancée des trois étoiles sur le bord sud de la tête	♒	0⅔	−20⅓	4	17 β PsA
3	Celle du milieu	♒	4⅛	−22¼	4	22 γ PsA
4	La plus en arrière des trois	♒	5⅓	−22½	4	23 δ PsA
5	L'étoile près des branchies	♒	4⅓	−16¼	>4	18 ε PsA
6	L'étoile sur le dos la plus au sud de la colonne vertébrale	♑	25⅛	−19½	5	14 μ PsA
7	La dernière des deux étoiles dans le ventre	♒	1⅛	−15⅛	5	ζ PsA
8	La plus avancée d'entre elles	♑	28⅝	−14⅔	4	16 λ PsA
9	La dernière des trois étoiles sur la colonne vertébrale nord	♑	25⅛	−15	4	12 η PsA
10	Celle du milieu	♑	21⅝	−16½	4	10 θ PsA
11	La plus avancée des trois	♑	21	−18⅛	4	9 ι PsA
	Étoile(s) voisine(s) ne faisant pas partie de la constellation :					

[#]	Description	Longitude (°)		Latitude (°)	Mag.	[Désignation moderne]
12	*L'étoile au bout de la queue*	♑	20⅙	−22¼	4	γ Gru
13	*La plus avancée des trois étoiles brillantes devant le Poisson [Austral]*	♑	8	−22⅓	<3	η Mic
14	Celle du milieu	♑	11⅙	−22⅙	<3	θ¹ Mic
15	La plus en arrière des trois	♑	14	−21⅙	<3	ξ Gru
16	La faible étoile avant cela	♑	12	−20⅚	5	θ² Mic
17	La plus méridionale des deux étoiles restantes au nord	♑	13⅚	−17	4	α Mic
18	La plus septentrionale d'entre elles	♑	13⅚	−14⅚	4	γ Mic

2. De la situation du cercle de la Voie lactée [1]

Tel est donc la manière dont nous pouvons établir l'ordre des étoiles fixes. À cela nous joindrons, comme l'exige l'ordre logique, notre discussion de la disposition du cercle lacté [la Voie lactée], au mieux de nos possibilités, avec nos observations de chacune de ses sections : nous essaierons de décrire les diverses apparences que ses parties semblent prendre.

En fait, la Voie lactée n'est pas à proprement parler un cercle, mais plutôt une ceinture d'une sorte de couleur globalement laiteuse, d'où son nom ; de plus, cette zone n'est ni uniforme ni régulière partout, mais varie en largeur, en nuances de couleur, en densité, et en position. En quelques endroits, elle se partage aussi en deux bras. [Tout] cela est facile à voir, même sans porter attention. Voici ce que nous pouvons voir par un examen plus attentif et qui mérite d'être observé.

La partie double de la ceinture a l'une de ses jonctions, près de l'Autel, et l'autre dans l'Oiseau [le Cygne]. De ces deux, la ceinture occidentale ou précédente ne touche pas à l'autre partie, puisqu'elles sont séparées à l'Autel et à l'Oiseau [le Cygne [2]]. La partie arrière, toutefois, est jointe au reste de la Voie lactée et forme [avec elle] une seule zone, au milieu de laquelle on pourrait tracer un grand cercle. C'est cette ceinture que nous décrirons d'abord, en commençant par sa partie sud.

Nous commençons donc aux pattes du Centaure, par des zones moins denses et moins brillantes [que le reste]. L'étoile dans l'articulation de la patte arrière droite [XLIV 31 / γ Cru] est un peu plus au sud que la ligne nord de la zone lactée, de même que l'étoile du genou avant gauche [XLIV 36 / β Cen] et l'étoile sous le jarret arrière droit [XLIV 32 / β Cru]. Mais l'étoile du bas de la patte arrière gauche [XLIV 33 / δ Cru] est au milieu de la partie laiteuse, et les étoiles du sabot de la même jambe [XLIV 34 / α^1 Cru] et du sabot avant droit [XLIV 35 / α Cen] sont au nord de son bord sud, d'environ 2° (où le grand cercle est de 360°). [La Voie lactée] est légèrement plus dense dans la région près des pattes postérieures.

Ensuite, le bord nord de la zone lactée est à environ 1½° de la croupe du Loup [XLV 10 / ζ Lup [3]], et le bord sud enferme l'étoile du foyer de l'Autel [XLVI 7 / ζ Ara], et touche la plus

1 Toomer ajoute au texte de Ptolémée, entre crochets, la désignation des étoiles dans la liste ci-dessus — constellations numérotées en chiffres romains, et étoiles en chiffres arabes. Je l'inclus, et j'ajoute aussi la désignation moderne, extraite des sections précédentes.

2 Halma appelle cette constellation «la poule», l'ancien grec ὄρνις signifiant à la fois «oiseau» en général et «poule» ; Ptolémée n'utilise pas Κύκνος.

3 Halma traduit simplement par «animal», le terme grec θηρίον signifiant «animal sauvage» en général. Les anciens Grecs n'utilisaient pas λύκος «loup» pour la constellation ; ce n'est qu'au douzième ou treizième siècle que Lupus apparut, dans la traduction latine de l'*Almageste* ainsi que dans les *Tables Alphonsines*. De plus, Halma traduit par «cet animal», ce qui porte à confusion avec le Centaure du paragraphe précédent ; en fait, la constellation du Loup a longtemps été considérée comme une partie du Centaure, par exemple comme une peau ou une carcasse d'animal aux pieds du Centaure.

au nord des deux étoiles rapprochées dans le foyer [XLVI 6 / β Ara] ainsi que la plus au sud des deux étoiles dans la base [XLVI 2 / θ Ara]. L'étoile du nord du foyer et celle au milieu du foyer [XLVI 4 et 3 / ε¹ Ara et α Ara] sont dans la Voie lactée comme tel ; ces sections sont aussi beaucoup plus transparentes.

Ensuite, la partie nord de la Voie lactée renferme les trois articulations avant le dard du Scorpion [XXIX 17, 18, et 19 / θ Sco, ι¹ Sco, et κ Sco] et l'amas nébuleux à l'arrière du dard [XXIX 22 / Messier 7], tandis que le bord sud touche le talon droit avant du Sagittaire [XXX 25 / η Sgr [1]], et enferme l'étoile sur sa main gauche [XXX 2 / δ Sgr [2]]. L'étoile sur la partie sud de l'arc [XXX 3 / ε Sgr] est en dehors de la zone lactée, mais l'étoile sur la pointe de la flèche [XXX 1 / γ² Sgr] en est au milieu, tout comme les étoiles de la partie nord de l'arc [XXX 4 et 5 / λ Sgr et μ Sgr], étant chacune à un peu plus de 1° de l'un des bords — l'étoile du sud du bord sud, l'étoile du nord du bord opposé. Ce qui [de la Voie lactée] entoure ces trois articulations [du Scorpion] est un peu plus dense, mais ce qui entoure la pointe de la flèche [du Sagittaire] est en effet très dense et semble faite de fumée.

La section suivante est un peu moins dense et s'étend le long de l'Aigle, conservant à peu près la même largeur partout. L'étoile du bout de la queue du Serpent [XIV 18 / θ¹ Ser] tenu par Ophiuchus se trouve dans l'air pur, à un peu plus d'un degré du bord avancé [ouest] de la zone laiteuse, tandis que les deux plus avancées [ouest] des étoiles brillantes dessous elle sont en plein dans la zone laiteuse : celle du sud [XVI 15 / λ Aql] est à 1° du bord arrière, et celle du nord [XVI 12 / δ Aql] à 2°. La plus en arrière [à l'est] des [deux] étoiles de l'épaule droite de l'Aigle [XVI 8 / σ Aql] touche le même bord, tandis que la plus avancée [occidentale] [XVI 7 / μ Aql] est à l'intérieur, tout comme l'étoile brillante la plus avancée de celles de l'aile gauche [XVI 5 / γ Aql]. L'étoile brillante du dos [entre les épaules] [XVI 3 / α Aql] et les deux qui sont sur une ligne droite avec elle touchent presque le même bord. Ensuite, la Flèche est entièrement située dans la zone laiteuse ; l'étoile de sa pointe [XV 1 / γ Sge] se trouve à un degré du bord est, tandis que l'étoile sur l'empennage [XV 5 / β Sge] se trouve à deux degrés du bord ouest. La section autour de l'Aigle est légèrement plus dense et le reste légèrement moins dense.

Ensuite le lait s'étend vers l'Oiseau [le Cygne] : son bord nord-ouest est défini par l'étoile de l'épaule sud du Cygne [IX 11 / λ Cyg], l'étoile située en dessous dans la même aile [sud] [IX 10 / ε Cyg], et les deux étoiles de la patte sud [IX 13 et 14 / ν Cyg et ξ Cyg] ; et son bord sud-est est défini par l'étoile au bout de l'aile sud [τἄρσῳ ; IX 12 / ζ Cyg] et contient les deux étoiles sous la même aile à l'extérieur de la constellation [ἀμορφώτους ; IX 18 et 19 / τ Cyg et σ Cyg], qui en sont à environ 2°. Cette région autour de l'aile est légèrement plus dense, mais la section suivante [à l'est], qui appartient à cette zone, est beaucoup plus dense et semble amorcer une autre partie, car elle pointe vers les extrémités de l'autre ceinture, mais laisse un vide entre elles. Sur son côté sud, elle touche la zone que nous décrivons présentement, qui est très raréfiée à la jonction ; mais après cette interruption de densité avec l'autre partie, elle recommence depuis l'étoile brillante de la queue de l'Oiseau [le Cygne ; IX 5 / α Cyg] et la masse nébuleuse du genou nord [IX 17 / ω² Cyg]. Elle se courbe ensuite un peu jusqu'à l'étoile du genou sud [IX 14 / ξ Cyg] puis [continue] en diminuant peu à peu de densité jusqu'au diadème de Céphée. Le côté nord se termine à la plus au sud des trois étoiles du diadème [IV 9 / ε Cep] et l'étoile à l'arrière de ces trois [IV 13 / δ Cep], où elle forme deux extensions, l'une vers le nord et l'est, l'autre vers le sud et l'est.

1 Halma traduit par « le talon droit de derrière », mais la version grecque est bien δεξιώ ἐμπροσθίω « droit avant ».

2 Halma a ici « la main droite », mais la version grecque est bien εὐώνυμος, « gauche ». La seule raison que je peux voir pour cette inversion et celle de l'étoile précédente est qu'il aurait regardé un globe céleste — dessiné tel que vu de l'extérieur plutôt que de l'intérieur…

Ensuite, la Voie lactée embrasse Cassiopée au complet, sauf pour l'étoile au bout de sa jambe [X 7 / ι Cas]. Le bord sud va jusqu'à l'étoile de la tête de Cassiopée [X 1 / ζ Cas], et le bord nord jusqu'à l'étoile au pied du trône [X 11 / κ Cas [1]] et à celle du tibia de Cassiopée [X 6 / ε Cas]. Les autres étoiles [de Cassiopée] autour sont toutes dans la zone lactée ; les zones près des bords sont plus minces, mais celles au milieu de Cassiopée sont dans une longue zone dense.

Ensuite, les parties droites [2] de Persée sont enfermées dans la zone laiteuse. L'étoile solitaire à l'extérieur du genou droit de Persée [XI 28 / HR 1314] limite son bord nord, très raréfié ; son bord sud, très dense, [est limité] par l'étoile brillante sur le côté droit [de Persée ; XI 7 / α Per] et par les deux étoiles les plus en arrière [à l'est] des trois au sud [de la précédente ; XI 9 et 10 / ψ Per et δ Per]. La masse nébuleuse sur la poignée [XI 1 / NGC 869 et NGC 884 — l'amas double de Persée, parfois appelé, à tort, h et χ Per (voir O'Meara et Green 2003)], l'étoile de la tête [XI 5 / τ Per], l'étoile de l'épaule droite [XI 3 / γ Per], et l'étoile du coude droit [XI 2 / η Per] sont aussi dans cette zone [laiteuse]. Le quadrilatère du genou droit [XI 16, 17, 18, et 19 / HR 1324, λ Per, 48 Per, et μ Per, respectivement] ainsi que l'étoile du même mollet [droit] [XI 20 / 53 Per] sont au milieu de la zone lactée, mais que l'étoile de la cheville droite [XI 21 / 58 Per] est légèrement à l'intérieur et du côté sud.

Ensuite, la ceinture du Cocher est moins dense. L'étoile de l'épaule gauche, appelée la Chèvre [Capella ; XII 3 / α Aur], et les deux étoiles de l'avant-bras droit [XII 5 et 6 / ν Aur et θ Aur] tombent juste avant de toucher le bord nord-est de la zone lactée, tandis que la petite étoile du pied gauche autour des pieds [XII 14, 14 Aur] définit le bord sud-ouest, et celle à un demi-degré au-dessus du pied droit [XII 12] est dans ce côté. Les deux étoiles près de l'avant-bras gauche, appelées les Chevreaux [Haedi ; XII 8 et 9 / η Aur et ζ Aur], se trouvent au milieu de la zone lactée.

Ensuite, la zone lactée traverse les pattes des Gémeaux, étant assez dense et étendue autour des étoiles aux extrémités des pieds. La dernière [à l'est] des trois étoiles en ligne droite sous le pied droit du Cocher [XXIV 19 / 1 Gem], l'étoile la plus arrière [à l'est] des deux dans le bâton d'Orion [XXXV 12 / χ^2 Ori], et les [deux] plus au nord des quatre étoiles de la main [d'Orion] [XXXV 9 et 10 / 72 Ori et 69 Ori] limitent l'extrémité ouest de la zone lactée. L'étoile brillante de la main droite du Cocher [XXIV 20 / κ Aur] et l'étoile du pied arrière [à l'est] du jumeau arrière [à l'est ; XXIV 18 / ξ Gem] sont à environ 1° à l'intérieur du bord arrière [à l'est] ; les autres dans les pieds [XXIV 14, 15, 16, et 17 / η Gem, μ Gem, ν Gem, et γ Gem, respectivement] sont au milieu de la zone lactée.

De là, elle passe par le Chien Avancé [le Petit Chien, Προκύνα [3]] et le [Grand] Chien ; il laisse tout le [Petit Chien] à l'extérieur du lait juste à l'est [4], et laisse le [Grand] Chien presque tout à l'extérieur à l'ouest ; car il en émane une sorte de nuage qui touche l'étoile des oreilles [XXXVIII 2 / θ CMa [5]] et touche presque les trois étoiles du cou du [Grand] Chien à côté d'elle vers l'arrière [XXXVIII 3, 4, et 5 / μ CMa, γ CMa, et ι CMa]. L'étoile solitaire au-dessus de la tête du [Grand] Chien, en dehors et plus loin [XXXVIII 19 / 19 Mon], est à environ 2½° dans la courbure vers l'est, où la zone lactée est plus mince.

1 Étrangement, Toomer traduit ici par « dans le pied du trône », mais par « au-dessus du pied du trône » dans la liste.

2 Halma a « la portion droite » au singulier, mais le grec est bien μέρη, au pluriel.

3 Le mot grec Προκύων signifie « avant le chien », puisque cette constellation se lève avant le Grand Chien. Aujourd'hui, le mot Procyon désigne seulement son étoile la plus brillante.

4 Halma a ici « assez loin », mais l'original grec ὀλίγῳ ἐκτὸς ne laisse aucun doute quant au contraire.

5 Toomer indique qu'il faut « [l]ire ἐπὶ τῶν ὤτων [plutôt que] ἐπὶ τῷ νώτῳ […] La correction a été faite par Kunitzsch […]. Elle est confirmée par tout le contexte, et spécialement par la position de l'étoile, θ CMa. » Halma a « le dos » (νώτῳ), sa version étant plus ancienne.

La Voie lactée passe ensuite par le navire Argo. Le bord ouest de la ceinture est défini par les étoiles les plus septentrionales et les plus avancées du bouclier de la Poupe [XL 5 / HR 2944]. L'étoile au milieu de ce bouclier [XL 6 / HR 2948], les deux étoiles rapprochées en dessous [XL 8 et 9 / 3 Pup et 1 Pup], l'étoile brillante au début du pont près du gouvernail [XL 17 / ζ Pup], et celle au centre des trois étoiles de la Carène [XL 38 / δ Vel] effleurent le même bord [ouest]. La plus au nord des trois étoiles au pied du mât [XL 22 / HR 3535] est au bord oriental ; l'étoile brillante de l'ornement de la Poupe [XL 2 / ρ Pup] est à 1° à l'intérieur du même bord ; et l'étoile brillante sous le bouclier de la Poupe [XL 31 / λ Vel] est de la même distance, 1°, en dehors du même côté. La plus au nord des deux brillantes au milieu du mât [XL 27 / β Pyx] touche le même bord, et les deux brillantes au point où la Carène est coupée [XL 35 et 36 / γ^2 Vel et χ Car] sont à environ 2° à l'intérieur du bord avancé [précédent / à l'ouest]. De là, la zone laiteuse rejoint la bande qui passe par les pattes du Centaure. Elle est plutôt mince dans le navire Argo ; mais ce qui est autour du bouclier, autour du pied du mât, et où la Carène est coupée, est plus dense.

La ceinture dont nous venons de parler forme, comme nous l'avons dit, un espace entre [elle et] celle près de l'Autel, où elle recommence. De là, elle englobe les trois articulations [de la queue] du Scorpion les plus proches du corps [XXIX 12, 13, 14 / ε Sco, μ^1 Sco, ζ^1 Sco], mais l'étoile la plus en arrière [à l'est] des trois dans le corps [XXIX 9 / τ Sco] est à 1° à l'extérieur du bord ouest. L'étoile de la quatrième articulation [XXIX 16, η Sco] se trouve dans l'espace vide entre les deux zones, à peu près à la même distance de chacune, soit un peu plus de 1°.

Après cela, la zone avancée s'éloigne vers l'est, en arc de cercle, et constitue le bord avancé [ouest] de la zone laiteuse avec l'étoile du genou droit d'Ophiuchus [XIII 12 / η Oph] ainsi que le bord arrière [est] avec l'étoile du même tibia [XIII 13 / ξ Oph]. La plus à l'ouest des étoiles de l'extrémité de la même jambe [droite ; XIII 14 / 36 Oph] touche ce même bord [est]. Ensuite, le bord ouest est limité par l'étoile du coude droit d'Ophiuchus [XIII 9 / μ Oph], et le bord est par la plus à l'ouest des deux étoiles de la même main [droite ; XIII 10 / ν Oph]. Depuis ce point, il y a un grand espace vide, dans lequel se trouvent les deux étoiles de la queue du Serpent [XIV 16 et 17 / ζ Ser et η Ser] à côté de celle du bout [de la queue ; XIV 18 / θ^1 Ser]. Toute la section mince et sinueuse de cette zone est extrêmement mince et presque éthérée, à l'exception de la zone entourant les trois articulations [du Scorpion], qui est plus dense.

Après ce manque, la Voie lactée recommence à nouveau aux quatre étoiles à l'arrière de l'épaule droite d'Ophiuchus [XIII 25, 26, 27, et 28 / 66 Oph, 67 Oph, 68 Oph, et 70 Oph, respectivement], et l'étoile brillante solitaire sous la queue de l'Aigle [XVI 9, ζ Aql] rase le bord est de cette portion, tandis que le bord opposé [ouest] est défini par l'étoile qui se trouve à une certaine distance au nord des quatre qui viennent d'être mentionnées [XIII 29 / 72 Oph [1]]. Depuis ce point, la Voie lactée, en plus d'être raréfiée, se contracte également en avant [à l'ouest] de l'étoile du bec du Cygne [IX 1 / β^1 Cyg], faisant une sorte de trou. Mais le reste, depuis le bec jusqu'à l'étoile de la poitrine du Cygne [IX 4 / γ Cyg], est plus large et plus dense ; l'étoile du cou du Cygne [IX 3 / η Cyg] est au milieu de la section dense. Une section raréfiée part de l'étoile de la poitrine vers le nord jusqu'à l'étoile de l'épaule de l'aile droite [IX 6 / δ Cyg] et les deux étoiles rapprochées du pied droit [IX 15 et 16 / 31 Cyg et 32 Cyg]. À partir de là, comme nous l'avons dit, il y a une rupture nette avec l'autre partie [laiteuse], depuis les étoiles du Cygne susmentionnées jusqu'à l'étoile brillante de sa queue [IX 5 / α Cyg].

1 Halma a ici « la plus éloignée des quatre » ; Manitius a « la plus au nord » ; et Toomer a la version que j'ai retenue, puisqu'elle semble plus conforme à la réalité.

3. De la construction d'un globe solide

Telles sont donc les dispositions des parties remarquables de la Voie lactée. Mais nous voulons aussi construire une représentation de la sphère des fixes sur un globe solide conformément aux hypothèses que nous avons démontrées, selon lesquelles, comme nous l'avons vu, cette sphère aussi, comme celles des planètes, est emportée par le premier mouvement [quotidien] d'est en ouest autour des pôles de l'équateur, en même temps qu'elle a un mouvement en sens contraire autour des pôles du zodiaque et du cercle mitoyen du zodiaque [l'écliptique] [1]. Nous procéderons comme suit à la construction de cette sphère et pour y placer les constellations.

Nous la ferons d'une couleur foncée, pour qu'elle ne ressemble pas au ciel diurne mais plutôt au ciel nocturne, où nous voyons les étoiles. Nous y prendrons deux points diamétralement opposés, et de ces pôles, nous dessinerons un grand cercle qui sera à tout moment dans le plan de l'écliptique. Perpendiculairement à ce dernier et par ses pôles, nous en dessinerons un autre et, à partir d'une de ses intersections avec le premier cercle, nous diviserons l'écliptique en 360 degrés, subdivisés en autant de portions qu'il semblera utile. Ensuite, nous fabriquons, avec un matériau dur et non déformé, deux anneaux de section rectangulaire, tourné avec précision dans toutes les dimensions ; l'un d'eux épousera parfaitement le globe sur toute sa surface intérieure, tandis que l'autre un peu plus grand. Au milieu de la face courbe [convexe] de chacun, nous traçerons une ligne le divisant en deux largeurs égales ; en utilisant ces lignes comme guides, nous diviserons la circonférence en deux moitiés, puis diviserons chaque section en de ces demi-cercles en 180°. Ceci fait, nous ferons du plus petit de ces anneaux la représentation du cercle passant par les pôles de l'équateur et de l'écliptique, de même que par les points tropiques [solsticiaux] ; puis, après avoir percé des trous au milieu de sa largeur en deux points diamétralement opposés, nous passerons des chevilles dans ces trous puis aux pôles de l'écliptique du globe, de sorte que [cet anneau] puisse tourner librement sur toute la surface sphérique.

Nous devrons choisir un point de départ pour les étoiles fixes ; puisqu'il ne serait pas raisonnable de marquer les points solsticiaux et équinoxiaux sur le zodiaque du globe, parce que la distance des étoiles à ces points n'est pas constante, nous marquerons donc la plus brillante étoile, soit celle de la gueule du [Grand] Chien [Sirius], sur le cercle [grand] perpendiculaire à l'écliptique, au point où commence cette division : cette étoile sera marquée à la distance appropriée en latitude depuis l'écliptique vers son pôle sud. Nous marquerons ensuite chacune des autres étoiles fixes du catalogue dans l'ordre, en faisant tourner le globe sur les pôles de l'écliptique, jusqu'à ce que le point du globe qui est à la même distance du début de la graduation numérotée [Sirius] que l'étoile en question est du Chien [Sirius] en longitude dans le catalogue ; puis, de ce point de la face graduée que nous avons [ainsi] positionnée, et à la même distance de l'écliptique que l'étoile est dans le catalogue — soit vers le nord, soit vers le sud, de l'écliptique, selon le cas —, nous marquerons la position de l'étoile d'une marque de couleur jaune, ou de la couleur qu'elles sont notées [dans le catalogue], d'une taille appropriée à la magnitude de chaque étoile.

Nous simplifierons le plus possible les configurations de chaque constellation, reliant les étoiles de chacune par des lignes, qui ne seront que très légèrement différentes en couleur du fond général du globe, de manière à conserver les avantages de ce genre de

1 Étrangement, Toomer ajoute ici «du Soleil», mais cela n'est pas présent dans les autres sources.

description picturale ; de rendre les étoiles distinctes ; et de ne pas détruire, d'une variété de couleurs, la ressemblance de l'image [qu'est le globe] avec la vérité, mais plutôt pour rendre facile à faire et à mémoriser, en transposant sur la sphère, l'apparence sans fioritures des étoiles telle qu'elle est à nos sens.

Nous ajouterons également l'emplacement de la Voie lactée, conformément à ses positions, formes, densités, et interruptions décrites ci-dessus, puis nous attacherons le plus grand des anneaux (représentant un méridien) au plus petit anneau qui épouse le globe, sur les pôles de l'équateur, diamétralement [opposés] sur le méridien, aux extrémités du côté divisé et gradué qui sera [la section du méridien] au-dessus de la terre, mais sur le plus petit anneau, qui passe par les pôles du zodiaque et de l'écliptique, ils seront fixés aux extrémités diamétralement opposées des arcs qui couvrent les 23° 51′ d'obliquité à partir de chacun des pôles de l'écliptique. Nous laisserons de petites pièces pleines dans les parties perforées des anneaux, pour recevoir les trous des attaches [des chevilles représentant les pôles].

Ensuite, nous placerons le côté divisé du plus petit anneau, toujours le même que le méridien passant par les points tropiques, sur le point de la graduation de l'écliptique dont la distance au point de départ défini par Sirius est égale à la distance de Sirius au solstice d'été au moment en question (p. ex., 12⅓° d'avance [contre l'ordre des signes / vers l'ouest] pour le début du règne d'Antonin). Nous placerons l'anneau méridien perpendiculairement à l'horizon défini par le support [du globe ; ce support fixe n'est pas décrit], de telle manière qu'il soit partagé en deux par la surface visible de ce dernier et qu'il puisse être déplacé dans son propre plan : ainsi, nous pourrons en tout temps élever le pôle nord de l'horizon de l'arc approprié pour la latitude en question, en utilisant la graduation du méridien [pour placer l'anneau correctement].

Nous ne pourrons pas placer sur notre sphère l'équateur ou les tropiques [solstices], mais ceux-ci seront tout de même reconnus, puisque les points du côté gradué du méridien, qui est à 90° du quadrant des deux pôles, seront équivalents à ceux de l'équateur, tandis que les points distants de 23° 51′ de ce point seront équivalents aux points tropiques [solstices], celui au nord [de l'écliptique] pour le solstice d'été, et celui au sud pour le solstice d'hiver. Ainsi, en tournant [le globe de sorte que les] étoiles se meuvent dans le sens du premier mouvement (d'est en ouest), sous le côté gradué du méridien, nous pourrons, par cette même graduation, déterminer sa distance à l'équateur ou aux [cercles] solsticiaux, telle que mesurée sur le grand cercle passant par les pôles de l'équateur.

4. Des configurations propres aux étoiles fixes

Maintenant que nous avons montré comment représenter les étoiles fixes sur une sphère, il reste à discuter de leurs configurations. Outre les configurations fixes entre elles — par exemple, qu'elles se trouvent sur une ligne droite, forment un triangle, etc. —, les configurations impliquant les étoiles fixes sont celles par rapport aux planètes, au Soleil, et à la Lune, ou aux parties du zodiaque ; celles par rapport à la terre seule ; et celles par rapport à la terre et en même temps aux planètes, au Soleil, à la Lune, ou aux parties du zodiaque.

Les configurations des étoiles fixes avec les planètes et les parties du zodiaque sont lorsque l'étoile fixe et la planète se trouvent sur le même cercle passant par les pôles de l'écliptique, ou sur des cercles différents, mais faisant des triangles, des quadrilatères, ou des hexagones par leur écart angulaire, c'est-à-dire qui forment un angle droit ou un tiers d'angle droit ou plus

ou moins ; et pour les étoiles sous lesquelles une des planètes peut passer (celles-ci sont incluses dans cette bande étroite du zodiaque contenant les distances des planètes en latitude) : pour celles-ci, [les configurations] avec les cinq planètes concernent leurs **appulses** ou leurs occultations ; et avec le Soleil et la Lune, leurs dernières visibilités, conjonctions, et premières visibilités. Nous appelons « dernière visibilité » la situation où une étoile entre dans les rayons [d'un] des luminaires et commence à devenir invisible ; « conjonction », quand elle passe sous le centre de ces astres ; et « première visibilité », lorsqu'elle sort de leurs rayons et recommence à être visible.

Les configurations des étoiles fixes avec la terre seule sont au nombre de quatre : certaines personnes les appellent du même nom de « centres »[1] ; ce sont en fait l'« ascendant », le « point culminant au-dessus de la terre », le « descendant », et le « point culminant sous la terre ». Pour les lieux où l'équateur [céleste] est au zénith, toutes les étoiles fixes se lèvent et se couchent et passent une fois par révolution au méridien supérieur, et une fois au méridien inférieur ; car les pôles [de l'équateur] sont alors à l'horizon et ne rendent aucun des cercles parallèles toujours visible ou toujours invisible. Pour les lieux où un pôle est au zénith, aucune des étoiles fixes ne se lève ni ne se couche, car l'équateur prend alors la position de l'horizon, et l'un des hémisphères [dans lesquels il divise le ciel] tourne toujours au-dessus de la terre, tandis que l'autre tourne toujours au-dessous de la terre ; ainsi, chaque étoile passe deux fois au méridien en une révolution, les unes au-dessus de la terre, les autres au-dessous de la terre. Aux autres latitudes entre ces extrêmes, certains cercles [parallèles] sont toujours visibles, d'autres toujours invisibles : ainsi, les étoiles comprises [entre ceux-ci et] les pôles ne se lèvent jamais ou ne se couchent jamais et effectuent deux culminations à chaque révolution ; les étoiles toujours visibles [culminent deux fois] au-dessus de la terre, et celles toujours invisibles [culminent deux fois] sous la terre. Les autres étoiles, qui se trouvent sur des parallèles plus grands [que les parallèles toujours visibles ou toujours invisibles], se lèvent et se couchent, et culminent une fois au-dessus de la terre et une fois au-dessous de la terre à chaque révolution. Pour ces étoiles, le temps [de voyage] de l'un des centres au même est toujours le même, puisqu'il comprend sensiblement une révolution. Le temps depuis un centre à celui diamétralement opposé, par rapport au méridien, est toujours le même, puisqu'il comporte une demi-révolution, et relativement à l'horizon, [le temps de passage] est encore le même où l'équateur est au zénith : chacun des deux intervalles [du lever au coucher et du coucher au lever] comporte alors un demi-tour, puisque dans ce cas tous les cercles parallèles sont coupés en deux, non seulement par le méridien, mais aussi par l'horizon. Cependant, aux autres latitudes terrestres, si l'on prend séparément le temps passé [par un astre] au-dessus de la terre et le temps passé au-dessous de la terre, il n'est pas le même pour toutes les étoiles [à une latitude donnée], et le temps passé au-dessus de la terre pour une étoile particulière n'est pas non plus égal au temps qu'elle passe au-dessous de la terre, sauf pour les étoiles qui se trouvent précisément sur l'équateur, car ce dernier est le seul cercle qui est coupé en deux [parties égales] par l'horizon à *sphaera obliqua* aussi, tandis que tous les autres [parallèles] sont divisés [par l'horizon] en arcs qui ne sont ni semblables ni égaux. Par conséquent, le temps [pris par un astre] depuis le lever ou le coucher jusqu'à l'un ou l'autre des passages au méridien est égal au temps depuis le même passage au méridien jusqu'au coucher ou au lever, puisque le méridien coupe en deux portions égales les arcs de parallèles au-dessus et au-dessous de la terre ; mais le temps [allant] du lever au méridien supérieur et [celui allant] du coucher au méridien inférieur sont inégaux

1 En latin, *cardo*, pl. *cardines*.

à *sphaera obliqua*, mais égaux à *sphaera recta*, car ce n'est que pour cette dernière que les arcs [des cercles parallèles] au-dessus de la terre sont égaux à ceux au-dessous de la terre. C'est pourquoi, à la *sphaera recta*, les astres qui passent simultanément au méridien se lèvent et se couchent simultanément aussi (puisque leur mouvement [de précession] autour des pôles de l'écliptique est imperceptible en un si court laps de temps) mais, pour la *sphaera obliqua*, les astres qui passent simultanément au méridien ne se lèvent pas et ne se couchent pas simultanément : les plus au sud se lèvent toujours plus tard et se couchent plus tôt que ceux plus au nord.

Les configurations des étoiles fixes considérées par rapport à la terre en même temps qu'aux planètes ou qu'aux parties du zodiaque sont leurs levers, passages au méridien, ou couchers simultanés avec ceux d'une des planètes ou avec quelque partie du zodiaque ; mais particulièrement par rapport au Soleil, qui sont de neuf types. Le premier aspect est appelé « Levant du matin » [ἀπηλιώτης ; « vent de l'est »], lorsque l'astre est à l'horizon est avec le Soleil : les variétés sont le « lever invisible après l'aube », lorsque l'étoile, qui est tout juste en fin de visibilité, se lève immédiatement après le soleil ; le « lever simultané à l'aube », lorsque l'astre est à l'horizon est exactement en même temps que le soleil ; et le « lever visible avant l'aube » [lever héliaque], lorsque l'étoile, qui est à sa toute première visibilité, se lève avant le soleil.

La seconde configuration est le « passage méridien matinal », lorsque le Soleil est à l'horizon est alors que l'étoile est au méridien, que soit au-dessus ou au-dessous de la terre. Les variétés sont : le « passage méridien invisible après l'aube », lorsque l'étoile passe au méridien immédiatement après le lever du soleil ; le « passage méridien matinal simultané », lorsque l'astre passe au méridien en même temps que le soleil se lève ; et le « passage méridien avant l'aube », lorsque l'étoile passe au méridien juste avant le lever du soleil. Lorsque cela se produit au-dessus de la terre, le phénomène est visible.

Le troisième aspect est le « coucher matinal », lorsque le Soleil est à l'horizon est quand l'étoile se couche à l'ouest. Les variétés sont : le « coucher invisible après l'aube », lorsque l'étoile se couche immédiatement après le lever du soleil ; le « coucher simultané à l'aube », lorsque l'étoile se couche exactement en même temps que le soleil se lève ; et le « coucher visible avant l'aube », lorsque le soleil se lève immédiatement après le coucher de l'étoile.

Le quatrième aspect est le « lever méridien est », lorsque le soleil est au méridien quand l'étoile est à l'horizon est : l'un a lieu pendant la journée et est invisible, alors que le soleil passe au méridien au-dessus de la terre quand l'étoile se lève ; l'autre a lieu pendant la nuit et est visible, alors que le soleil passe au méridien au-dessous de la terre quand l'étoile se lève.

Le cinquième aspect est le « passage méridien [1], lorsque le soleil et l'étoile sont au méridien en même temps : deux variétés sont diurnes et invisibles, lorsque le soleil est au méridien au-dessus de la terre et que l'étoile est soit au méridien au-dessus de la terre avec lui, soit au méridien au-dessous de la terre à l'opposé de lui ; et deux autres sont pendant la nuit, quand le soleil est au méridien au-dessous de la terre — de celles-ci, lorsque l'étoile est au méridien au-dessous de la terre avec le soleil, cela est invisible, mais lorsque l'étoile est au méridien au-dessus de la terre à l'opposé du soleil, cela est visible.

Le sixième aspect est le « coucher méridien ouest », quand le soleil est au méridien et que l'étoile est à l'horizon ouest. Les variétés sont :

1 Ce nom fait redondant, mais reflète le grec « μεσημβρινόν μεσουράνημα », dont la traduction la plus proche serait « culmination méridienne », mais le terme « culmination » a généralement une connotation de hauteur ou d'altitude, j'ai préféré utiliser « passage méridien », bien qu'il existe une culmination inférieure…

un pendant le jour et invisible, quand le soleil est au méridien au-dessus de la terre quand l'étoile se couche ; et l'autre, pendant la nuit et visible, quand le soleil est au méridien au-dessous de la terre quand l'étoile se couche.

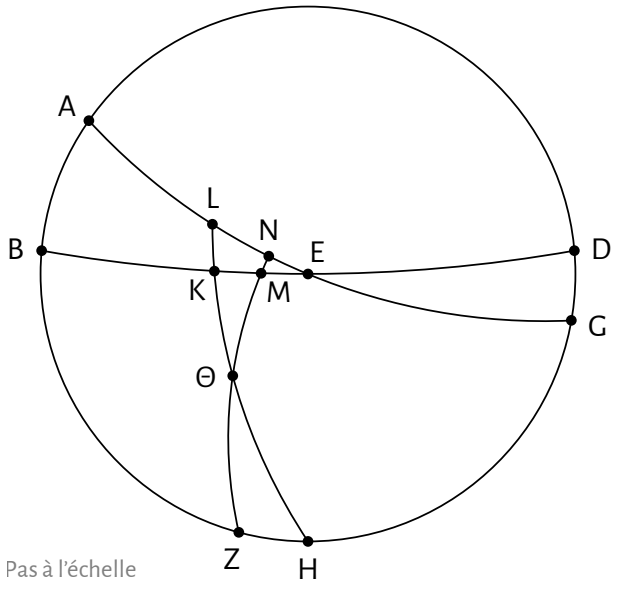
Le septième aspect est le « lever du soir », quand le soleil est à l'horizon ouest et l'étoile à l'est. Les variétés sont le « lever du soir visible postérieur », quand l'étoile se lève immédiatement après le coucher du soleil ; le « lever du soir simultané », lorsque l'astre se lève en même temps que le soleil se couche ; et le « lever du soir invisible antérieur », quand le soleil se couche immédiatement après que l'étoile se soit levée.

La huitième configuration est le « passage méridien du soir », quand le soleil est à l'horizon ouest et que l'étoile est au méridien, soit au-dessus, soit au-dessous de la terre. Les variétés sont le « passage méridien du soir visible postérieur », quand l'étoile passe au méridien immédiatement après le coucher du soleil (quand le passage méridien est au-dessus de la terre, cela est visible) ; le « passage méridien simultané du soir », lorsque l'astre culmine en même temps que le soleil se couche ; et le « passage méridien du soir invisible antérieur », lorsque le soleil se couche immédiatement après que l'étoile a culminé.

Le neuvième aspect est le « Couchant occidental » [λὶψ ; « vent de l'ouest »], lorsque l'étoile est à l'horizon ouest avec le soleil. Les variétés sont le « Couchant occidental visible postérieur », lorsque l'étoile, qui commence tout juste à être visible, se couche immédiatement après le soleil ; le « Couchant occidental simultané », lorsque l'étoile se couche exactement en même temps que le soleil ; et le « Couchant occidental invisible antérieur », lorsque l'étoile, qui arrive tout juste à sa première visibilité, se couche [juste] avant le soleil.

5. Des levers, passages, et couchers des étoiles fixes

Après ces définitions des aspects des étoiles fixes, les heures des levers, culminations, et couchers simultanés, par rapport au centre du soleil, peuvent être trouvées géométriquement à partir de la position [des étoiles en question] dans la délimitation des étoiles [sur le globe solide], puisque les points de l'écliptique avec lesquels chaque étoile se lève, culmine, et se couche peuvent être déduits géométriquement par les théorèmes suivants [1].



Pas à l'échelle

Soit, pour démontrer les culminations [simultanées], le cercle ABGD passant par les pôles de l'équateur et de l'écliptique ; AEG, un demi-cercle de l'équateur autour du pôle Z ; et BED, un demi-cercle de l'écliptique autour du pôle H. Traçons par les pôles de l'écliptique l'arc de grand cercle HΘKL, sur lequel le point

1 Toomer a plutôt « les théorèmes déjà établis » (citant les sections I 13, I 16, et II 7–8), mais le terme grec ὑποκειμένων signifie « ci-dessous » ou « suivants ». J'ai préféré demeurer le plus proche du texte grec.

Θ représentera l'étoile d'intérêt — car c'est par rapport à ces cercles [les grands cercles passant par les pôles de l'écliptique] que nous avons observé et noté dans le catalogue la position des étoiles fixes. Traçons également par les pôles de l'équateur et l'étoile Θ l'arc de grand cercle ZΘMN.

Il est évident que l'étoile Θ passe au méridien simultanément avec les points M et N de l'équateur et de l'écliptique ; mais ces points et l'arc ΘN sont donnés, parce que, d'après ce que nous avons démontré au début de notre traité, puisque les arcs de grand cercle HL et NZ ont été tracés à partir des arcs AH et AN, aussi de grands cercles,

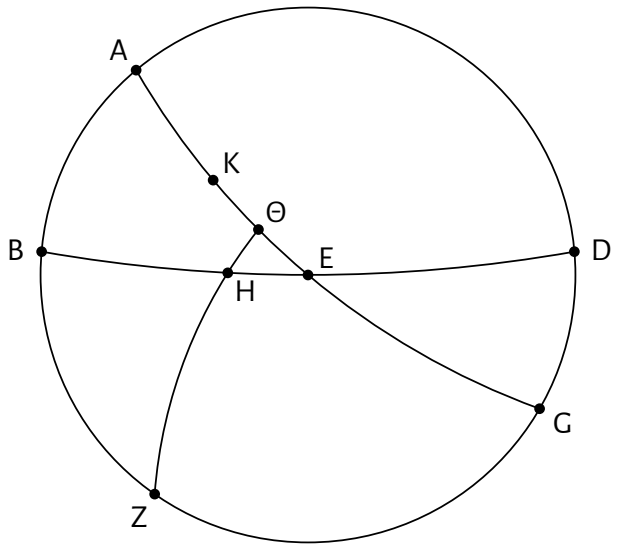
$$\frac{\text{Crd arc 2HA}}{\text{Crd arc 2AZ}} = \frac{\text{Crd arc 2HL}}{\text{Crd arc 2LΘ}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2NΘ}}{\text{Crd arc 2ZN}}$$

Mais nous avons supposé chacun des arcs AZ, ZN, et HK égaux à un quart de cercle, et par la position de l'étoile, l'arc KΘ est sa latitude et l'arc KB sa longitude, sont donnés [par le catalogue] ; et par l'obliquité de l'écliptique, les arcs ZH et KL sont aussi donnés. Il est donc clair que, de ces arcs, l'arc HA [= arc AZ + arc ZH], l'arc AZ, l'arc HL [= arc HK + arc KL], l'arc LΘ [= arc KL + arc KΘ], et l'arc NZ seront donnés, ce qui nous permettra de connaitre, l'arc restant, NΘ.

Maintenant, puisque

$$\frac{\text{Crd arc 2ZH}}{\text{Crd arc 2HA}} = \frac{\text{Crd arc 2ZΘ}}{\text{Crd arc 2ΘN}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2XL}}{\text{Crd arc 2LA}}$$

et que, tel qu'énoncé ci-dessus, des arcs en question, ZH et HA, ainsi que l'arc ZΘ [= arc ZN – arc NΘ] et l'arc ΘN sont donnés, par les coascensions [des arcs de] l'équateur [qui se lèvent avec ceux] de l'écliptique à *sphaera recta*, l'arc LA est donné par [l'arc donné] KB et l'arc restant NL sera également donnés. Par ces moyens [des temps de lever à *sphaera recta*] l'arc MB de l'écliptique sera donné à partir de



Pas à l'échelle

l'arc NA[1], [qui est] la somme [de l'arc NL et de l'arc LA].

De plus, les points de l'équateur et de l'écliptique qui se lèvent ou se couchent simultanément avec une étoile fixe peuvent être facilement trouvés de la manière suivante. Soit le cercle méridien ABGD, le demi-cercle AEG de l'équateur autour du pôle Z, et le demi-cercle BED de l'horizon. Supposons que l'étoile se lève au point H de l'horizon, et traçons le quart de grand cercle[2] ZHΘ passant par les points Z et H. Puisque les arcs ZΘ et EB ont été tracés sur les arcs de grand cercle AZ et AE,

$$\frac{\text{Crd arc 2ZB}}{\text{Crd arc 2BA}} = \frac{\text{Crd arc 2ZH}}{\text{Crd arc 2HΘ}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2ΘE}}{\text{Crd arc 2AE}}$$

Mais de tous ces arcs, l'arc ZA, l'arc ZΘ, et l'arc EA sont chacun d'un quart de circonférence de cercle ; d'ailleurs, l'arc ZB [et donc l'arc BA = arc ZA – arc ZB] est donné à partir de l'élévation du pôle, et le point Θ de l'équateur et l'arc ΘH [et donc arc HZ = arc ZΘ – arc ΘH] [est donné] par le passage simultané au méridien. Donc, l'[arc] restant ΘE sera donné.

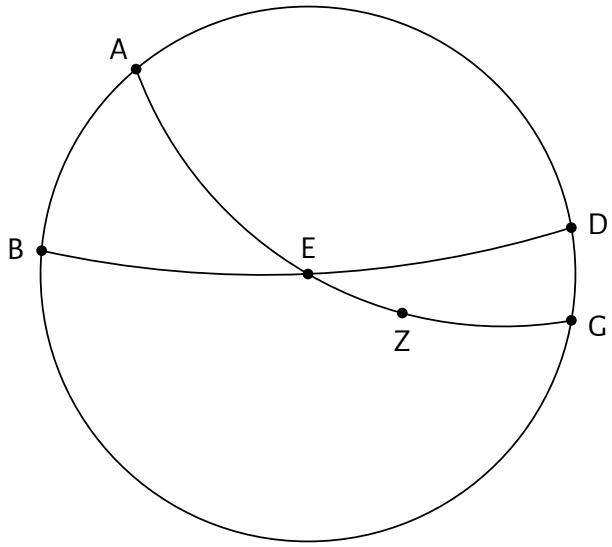
1 Halma a ici AH plutôt que NA ; pourtant, la version grecque dit bien NA.
2 Le terme approprié est « orthodromique », mais il n'est pas employé par Ptolémée.

Il est facile de voir que pour les couchers simultanés aussi, si nous prenons, à partir de Θ, un arc égal à l'arc ΘE, soit l'arc ΘK, l'astre se couchera avec le point K de l'équateur, parce qu'alors, le coucher a lieu sur un arc [de l'horizon, mesuré à partir du méridien] égal à l'arc BH, et que l'angle avec le méridien à l'arrière [contre l'ordre des signes] [de celui-ci] est égal à [l'angle] formé par l'arc AZ et l'arc ZΘ à l'avant [selon l'ordre des signes].

De plus, à partir des arcs de l'équateur et de l'écliptique qui se lèvent et se couchent simultanément, que nous avons calculés pour chaque climat, nous connaitrons le point de l'écliptique qui se lève avec le point E de l'équateur et avec l'astre, et le point qui se couche avec le point K et l'astre. Il est évident que, au moment où le soleil sera exactement en ces points de l'écliptique, se produiront aussi les levers, passages au méridien, et couchers de l'astre fixe [en question] par rapport au centre [du soleil] et qu'on appelle « relations simultanées vraies des centres ».

6. Des première et dernière visibilités des étoiles fixes

Nous ne croyons pas que la méthode qui explique les première et dernière visibilités [des étoiles fixes] de manière géométrique [exposée ci-dessus], n'utilisant que leur position [en latitude et longitude], soit suffisante. Car, bien qu'on démontre, par exemple, qu'un astre se lève avec un certain point de l'écliptique, il n'est pas possible de trouver la taille de l'arc dont le Soleil doit être éloigné de l'horizon, sous la terre, pour qu'une étoile donnée ait sa première ou sa dernière visibilité ; car cet arc [l'*arcus visionis*] ne peut pas être le même pour toutes les étoiles ni le même pour une étoile donnée en tous lieux [sur la Terre], mais varie selon la magnitude de l'étoile, sa distance en latitude au Soleil, et les différentes inclinaisons de l'écliptique [par rapport à l'horizon].



Pas à l'échelle

Car si nous imaginons un cercle méridien ABGD, un demi-cercle de l'écliptique AEZG [1], et un demi-cercle de l'horizon BED autour du pôle H, il est clair que, des étoiles se levant simultanément avec le point E de l'écliptique, l'[étoile de] plus grande [magnitude] a sa première visibilité quand le Soleil est à une distance, par exemple, égale à l'arc EZ sous la terre, [mais] l'[étoile de] moindre [magnitude], même à la même distance en latitude du Soleil, aura sa première visibilité lorsque le Soleil sera plus loin que l'arc EZ, et [donc] que l'effet de ses rayons sera moins fort. Quant aux étoiles de même magnitude [entre elles], si celle qui est plus proche en latitude du point E [2] a sa première visibilité à une distance [du Soleil à

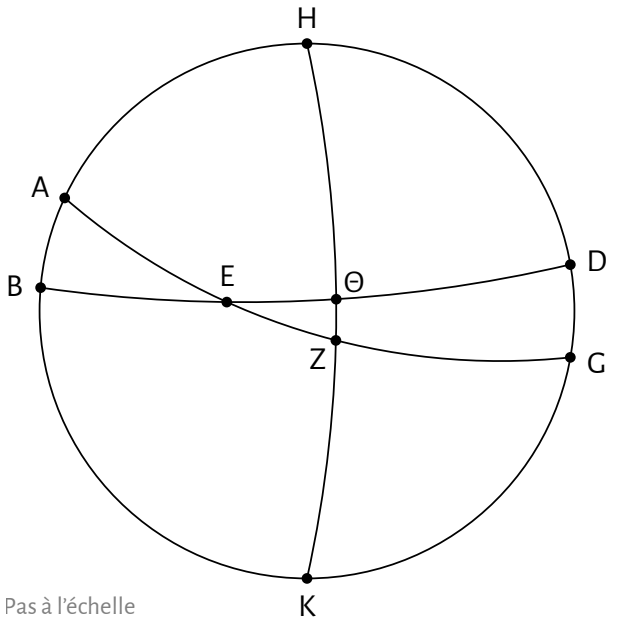
1 Halma et Manitius ont seulement AEG. Le manuscrit grec 2389 a AE**GZ**. Heiberg a AEZG, d'où ce qu'a Toomer. La présence ou l'absence du Z ne change rien.

2 Halma a, étrangement, Z dans la version française, mais E dans la version grecque.

l'horizon] de l'arc EZ en latitude, celle qui est plus éloignée aura sa première visibilité à une distance [solaire] moindre ; car, à distance égale du Soleil sous l'horizon, les rayons au voisinage de l'écliptique et du Soleil lui-même sont plus denses [1] que ceux plus éloignés. Pour les étoiles d'égale magnitude qui se lèvent à la même distance en latitude [que le Soleil], plus l'écliptique est incliné sur l'horizon, rendant ainsi l'angle DEZ plus petit, plus grande sera la distance EZ à laquelle l'étoile aura sa première visibilité.

Car si, comme dans la figure, nous traçons le demi-cercle HΘZK perpendiculaire à l'horizon et passant par ses pôles et le Soleil (en Z), la distance [verticale] du Soleil sous l'horizon restera toujours égale à ZΘ pour le même astre, puisque, à distance égale, l'[effet des] rayons au-dessus de l'horizon sera le même. Mais l'arc ΘZ restant le même, comme nous l'avons dit, l'arc EZ diminuera si le zodiaque est plus droit sur l'horizon, et augmentera s'il est plus incliné.

Nous avons donc besoin d'observations spécifiques à chaque étoile fixe si nous voulons déterminer la distance [requise] du soleil sous l'horizon telle que mesurée le long de l'écliptique. Si la distance sur le cercle perpendiculaire à l'horizon, comme ZΘ dans notre schéma, n'est pas la même pour les mêmes étoiles à tous les endroits de la Terre, parce que les rayons de densité similaire n'ont pas le même effet dans l'air épais des climats boréaux, nous aurons besoin d'observations, non seulement à une latitude terrestre, mais également à chacune des autres. Cependant, si l'arc correspondant à ZΘ reste constant partout sur Terre pour les mêmes étoiles — ce qui semble vraisemblable, puisque si les rayons solaires sont affectés par la variation de l'atmosphère, les [rayons des] étoiles doivent l'être aussi —, les distances observées à une seule latitude terrestre seront suffisantes pour déterminer celles des autres latitudes par des méthodes géométriques, que l'inclinaison



Pas à l'échelle

de l'écliptique change selon la latitude, ou qu'elle change suite au mouvement démontré de la sphère des étoiles fixes suivant l'ordre des signes [la précession].

Dans le schéma précédent, soit la distance EZ donnée par une observation à n'importe quelle latitude terrestre. Puisque les arcs [de grands cercles] BΘ et ZA ont été menés sur les arcs de grands cercles HB et HZ,

$$\frac{\text{Crd arc } 2AB}{\text{Crd arc } 2BH} = \frac{\text{Crd arc } 2AE}{\text{Crd arc } 2EZ} \cdot \frac{\text{Crd arc } 2Z\Theta}{\text{Crd arc } 2\Theta H}$$

Mais de ces arcs, l'arc BH et l'arc ΘH sont [immédiatement donnés, étant] chacun un quart de cercle, et le point E étant [donné] par hypothèse celui avec lequel l'étoile se lève, et le point A du méridien est donné par les tableaux des ascensions ; conséquemment, l'arc AE est aussi donné par ces [tableaux], et l'arc EZ par l'observation, l'arc AH [et arc AB = arc BH – arc AH] est donc donné, par la distance du point A à l'équateur (qui est donnée par le tableau d'inclinaison) et par la distance de l'équateur au zénith sur le même méridien (égale à l'élévation du pôle). Par conséquent, l'autre arc ZΘ sera donné.

1 Toomer note : « Littéralement "plus nombreux" ».

Une fois cet arc [ZΘ] trouvé et restant toujours le même, nous pourrons connaitre par les mêmes moyens la taille de l'arc EZ à [toutes] les autres latitudes terrestres. Puisque

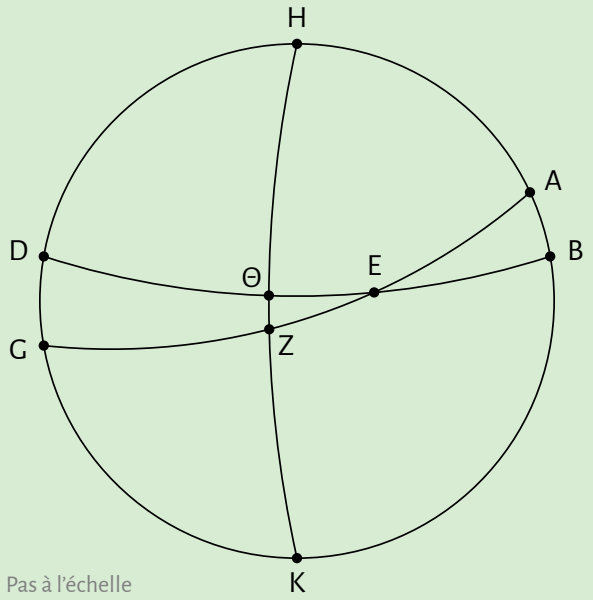
$$\frac{\text{Crd arc 2HB}}{\text{Crd arc 2AB}} = \frac{\text{Crd arc 2HΘ}}{\text{Crd arc 2ZΘ}} \cdot \frac{\text{Crd arc 2ZE}}{\text{Crd arc 2EA}}$$

De ces arcs, l'arc ZΘ est supposé connu [par hypothèse] ; et puisque le point E, avec lequel l'astre se lève à la latitude terrestre en question, est donné par la procédure démontrée ci-dessus, et que les arcs EA et BA sont aussi donnés, l'arc restant EZ de l'écliptique est également donné.

Cette méthode nous servira également pour les dernières visibilités, qui se produisent près du point de coucher ; la seule différence sera que, dans la même figure, l'écliptique sera dessiné de l'autre côté [de BED], conformément à la façon dont il est incliné lorsque l'arc BD de l'horizon est pris comme étant à l'ouest.

Nous n'avons pas voulu négliger ce sujet, mais nous croyons que ce qui précède suffit comme théorie. Les conclusions obtenues ne seront qu'approximatives, cependant, puisque le calcul de ce genre de prédiction est d'une grande complexité, non seulement à cause des latitudes terrestres différentes et des inclinaisons de l'écliptique, mais aussi à cause du grand nombre d'étoiles fixes. Aussi, en ce qui concerne les observations réelles des phases, elles sont laborieuses et incertaines, puisque le temps de la première apparition ou de la disparition est difficile à préciser, à cause [des différences entre] les observateurs eux-mêmes et à cause de l'atmosphère, comme cela est devenu clair suite à ma propre expérience et aux différences des résultats [que j'ai obtenus]. En outre, à cause du mouvement [de précession] de la sphère des étoiles fixes, même pour les latitudes terrestres individuelles, les [temps des] levers, culminations, et couchers simultanés

Le diagramme suivant n'est pas dans l'*Almageste,* mais Toomer l'ajoute à titre indicatif pour montrer la situation à l'horizon ouest plutôt qu'à l'horizon est comme dans le schéma précédent.



Pas à l'échelle

ne peuvent pas rester à jamais identiques à ceux actuellement calculés, ni être calculés par les mêmes [valeurs] numériques et les mêmes lignes [géométriques] à calculer, nous avons décidé de ne pas perdre notre temps à tenter cette opération. Pour le moment, nous nous contenterons des approximations pouvant être dérivées des positions de notre catalogue et de la description que nous avons donnée du globe, pour n'importe quelle étoile. Nous voyons aussi que les informations que nous pouvons obtenir, à partir des premières ou dernières visibilités des étoiles, au sujet de l'état de l'atmosphère (si nous voulons assigner à celui-ci la cause [des changements de temps], et non pas à la position [du Soleil] sur l'écliptique), ne sont ni régulières ni invariables, mais sont presque toujours des approximations : ce facteur n'a pas d'application générale, et n'est pas confirmé par les moments réels de la première ou de la dernière visibilité, au contraire des configurations par rapport au Soleil ou à la Lune ainsi qu'à leurs variations.

Fin du huitième livre.

Livre 9

Livre 9

1. De l'ordre des sphères du Soleil, de la Lune, et des cinq planètes

Nous avons vu ce que nous pouvons déterminer au sujet des étoiles fixes, selon ce que les phénomènes [observés] jusqu'à présent ont pu nous apprendre. Il reste, pour compléter notre traité, le traitement des cinq [astres] errants [πλανωμένων] ; pour éviter les répétitions, nous expliquerons ce qu'elles ont de commun, autant que possible, au moyen d'un exposé unique.

D'abord, l'ordre de leurs sphères, [leurs pôles] coïncidant presque toutes avec les pôles du cercle écliptique incliné : tous [1] s'accordent pour dire qu'elles sont plus proches de la Terre que les étoiles fixes, et plus loin de la Terre que la Lune, et que trois — Saturne, la plus grande ; Jupiter ensuite, plus près de la Terre ; et Mars en dessous — sont plus éloignées de la Terre et du Soleil que les autres. Au contraire, les sphères de Vénus et de Mercure, bien qu'elles soient placées par les anciens au-dessous de celle du Soleil, sont plutôt placées au-dessus [du Soleil] par certains de leurs successeurs, pour la raison que le Soleil n'a jamais été obscurci par elles [Vénus et Mercure] non plus. Cependant, une telle raison nous semble être faible, puisqu'il est possible que certaines planètes soient inférieures au Soleil, sans pour autant passer devant, puisqu'elles peuvent être dans un plan qui ne passe pas par nos yeux, et donc ne pas nous paraitre passer devant lui — tout comme, dans le cas de la plupart des synodes de la Lune [nouvelles lunes], aucune éclipse ne se produit.

Il n'y a pas de manière de prouver quelle est la véritable distance des astres [autres que le Soleil et la Lune], puisqu'aucun n'a de parallaxe notable, qui serait le seul moyen de déduire les distances. L'ordre établi par les anciens nous apparait le plus plausible, car en mettant le Soleil au milieu, il sépare plus naturellement les planètes qui peuvent se trouver à n'importe quelle distance angulaire du Soleil de celles qui ne s'en écartent pas ; de plus, il place aussi les planètes assez loin du Soleil pour que, dans leur périgée, elles n'aient pas de parallaxe détectable [2].

2. Du fondement des hypothèses des planètes

Voilà donc ce que nous pouvons dire sur l'ordre et l'arrangement des sphères. Nous nous proposons maintenant de démontrer, comme nous l'avons fait pour le Soleil et la Lune, que toutes les anomalies apparentes des cinq planètes peuvent être représentées par des mouvements circulaires uniformes, puisque ceux-ci sont propres à la nature des êtres divins, étrangers par leur nature au désordre et à l'irrégularité. Alors il est juste que nous pensions que le succès dans ce but était une grande chose, et vraiment la fin appropriée de

1 Halma et Toomer ajoutent ici, respectivement, «les géomètres» ou «les astronomes» ; Manitius a même «les premiers astronomes». Toutefois, rien dans le texte grec n'indique à quel genre de personnes «tous» fait référence — bien qu'on se doute qu'il s'agisse des astronomes ou des géomètres, en effet.

2 Le problème avec cette affirmation est que Mercure et Vénus, étant plus près de la Terre que le Soleil, auraient alors une parallaxe détectable, ce que Ptolémée semble faire abstraction de.

la théorie mathématique qui fait partie de la philosophie. Mais cette recherche est difficile à bien des égards : d'abord, personne avant nous n'a réussi [à l'expliquer proprement]. Car la moindre erreur dans les observations que nous comparerons sera, lorsqu'elle s'accumulera sur une longue période, amplifiée et sensible, d'autant plus tôt lorsque l'intervalle [entre les observations] est court, et plus tard lorsqu'il est plus long. Aussi, nous n'avons de rapports d'observations planétaires que depuis un temps récent par rapport à un si grand projet ; cela induit à long terme une incertitude dans les résultats. Aussi, une confusion considérable provient du fait qu'il est évident que chaque planète présente deux anomalies, inégales tant en grandeur que dans les périodes de leur retour — et, bien que l'une soit liée au Soleil et l'autre à la position sur l'écliptique, les deux anomalies se combinent si intimement qu'il en est difficile de distinguer ce qui est propre à chacune d'elles ; surtout que la plupart des anciennes observations n'ont été enregistrées ni avec minutie, ni avec précision. Les séries d'observations les plus continues concernent les stations et les [première et dernière] visibilités, deux phénomènes impossibles à déterminer avec précision : les stations ne peuvent pas être fixées à un moment précis, parce que le changement de position de la planète est trop faible pour être observable pendant plusieurs jours avant et après la station réelle ; et pour les apparitions, non seulement les lieux [des planètes] sont immédiatement invisibles avec l'astre que nous venons de voir pour la première ou la dernière fois, mais aussi parce qu'on peut se tromper sur le moment à cause des différences atmosphériques ou dans la [qualité de la] vision des observateurs. En général, les observations faites par rapport à une étoile fixe, lorsqu'elles sont prises sur une distance relativement grande, requièrent beaucoup de soin et d'habileté, faute de quoi les résultats seront douteux, non seulement parce que les lignes joignant les astres observés forment des angles variables (et pas toujours droits) avec l'écliptique, qui peuvent être de n'importe quelle taille — on peut donc s'attendre, à cause de l'inclinaison variable de l'écliptique [par rapport à l'horizon], à une erreur considérable dans la détermination de la position en latitude et longitude — mais aussi parce que le même écart angulaire [entre l'étoile et la planète] semble plus grand près de l'horizon, et moindre au milieu du ciel [à la culmination] : il est donc évident que les intervalles en question peuvent être mesurés tantôt comme plus grands, tantôt moins, qu'ils ne le sont en réalité.

C'est pourquoi je pense qu'Hipparque a ardemment recherché la vérité par rapport à ce sujet, mais, puisqu'il n'a pas reçu des anciens d'observations aussi précises que celles qu'il nous a lui-même fourni, il n'a étudié que les théories du Soleil et de la Lune, et il a démontré, au mieux de ses capacités et avec tous les moyens à sa disposition, qu'elles sont basées sur des mouvements circulaires uniformes, et rien dans ce qu'il nous a transmis n'indique il ait commencé à établir de théorie sur les cinq planètes. Ainsi, il a seulement compilé les observations disponibles d'une manière plus utile, et il a montré, par celles-ci, que les phénomènes ne concordent pas avec les hypothèses de ses prédécesseurs [1]. Il devait non seulement penser qu'il fallait démontrer que chaque planète ait une double anomalie, ou que chacune ait des arcs rétrogrades inégaux et inconstants (tandis que les autres ont construit leurs modèles avec une seule anomalie et une seule rétrogradation) ; et il disait que ces anomalies ne pouvaient pas être représentées par des cercles excentriques ou par des cercles concentriques à l'écliptique et portant des épicycles, ou même, par Zeus !, en combinant les deux — l'anomalie écliptique ayant une telle taille et une telle anomalie liée au Soleil

1 Manitius et Toomer ont ici «des mathématiciens», et Halma «des astronomes», deux termes qui n'existaient pas à l'époque de Ptolémée ; c'est pourquoi je préfère simplement traduire par «ceux».

[synodique] (car c'est sur quoi s'appuyaient ceux qui voulaient montrer le mouvement circulaire uniforme au moyen des tables « perpétuelles », mais ils ont échoué et se sont trompés, certains n'ayant rien démontré, d'autres seulement dans une mesure limitée) ; mais aussi, il devait estimer que celui qui a atteint un tel degré d'exactitude et d'amour de la vérité, simplement par les mathématiques, ne peut pas en rester là, comme les autres qui n'ont pas poussé plus loin [pour éliminer les imperfections], mais que pour se convaincre soi-même et autrui, il fallait démontrer la taille et la période de chaque anomalie au moyen de phénomènes évidents et non contestés et, en les combinant, trouver la position et l'ordre des cercles par lesquels ils se produisent, de même que le type de leur mouvement, et ainsi expliquer tous les phénomènes par l'arrangement des cercles de son hypothèse. Et je soupçonne que cela lui a semblé difficile.

Cela n'est pas dit par vantardise [de notre propre réussite], mais au contraire, pour indiquer que, si nous sommes contraints par la nature de notre sujet d'utiliser de moyens qui ne sont pas strictement démontrés (comme lorsque nous utilisons, sans autre qualification, des cercles décrits dans les sphères planétaires et que nous supposons que ces cercles sont dans le plan de l'écliptique, c'est pour simplifier la preuve) ; ou si nous faisons des hypothèses de base non pas à partir d'une évidence, mais comme la longue expérience et l'étude nous l'auront fait découvrir, ou de supposer un mode de mouvement ou d'inclinaison des cercles qui n'est pas le même et inchangé [pour toutes les planètes] ; nous croyons donc qu'une telle licence est justifiée, puisque nous savons que ce genre de procédure inexacte n'affectera pas le but recherché, pourvu qu'elle n'entraine aucune erreur notable ; et nous savons aussi que des hypothèses faites sans preuve, du moment qu'elles sont en accord avec les phénomènes, n'ont pas pu être trouvées sans une certaine méthodologie et une certaine connaissance, même s'il est difficile d'expliquer comment elles sont apparues. En effet, il est en général difficile, voire impossible, de trouver la cause des premiers principes, et nous ne serons pas surpris et ne considérerons pas comme absurde une telle multitude de cercles [des planètes], considérant la variété et l'irrégularité des phénomènes planétaires ; car nous verrons que le mouvement circulaire et uniforme est conservé et représente les phénomènes individuels selon un principe plus fondamental et plus général que celui de la similitude des hypothèses [planétaires].

Les observations que nous avons choisies pour les différentes démonstrations sont celles qui nous semblent les plus fiables ; elles ont été faites lors d'une conjonction ou d'un rapprochement très étroit avec une étoile ou avec la Lune, et surtout celles faites au moyen de l'astrolabe, dans lequel la vue de l'observateur est dirigée par des pinnules opposées sur les anneaux, ce qui permet de mesurer des distances égales sous forme d'arcs égaux dans toutes les directions, et au moyen duquel nous pouvons déterminer avec précision la position de la planète en question en latitude et longitude par rapport à l'écliptique, en faisant tourner l'anneau écliptique de l'astrolabe jusqu'à ce que les pinnules diamétralement opposées sur les anneaux soient alignées avec l'objet observé.

3. Des retours périodiques des cinq planètes

Suite à ces notions préliminaires, nous définirons d'abord la moindre période de révolution [anomalistique] de chacune des 5 planètes, telle que calculée par Hipparque et corrigée d'après nos recherches sur leurs anomalies, comme nous l'expliquerons plus loin. Nous les plaçons ici afin d'avoir les mouvements moyens en longitude et en anomalie de chaque planète sous une forme commode pour les calculs des anomalies — mais l'emploi des

mouvements moyens a cela d'avantageux qu'il ne ferait aucune différence notable dans ces calculs si nous utilisions des mouvements moyens moins précisément calculés. Nous définissons généralement le « mouvement en longitude » comme étant celui du centre de l'épicycle sur le cercle excentrique, et l'« anomalie » comme étant le mouvement du corps sur son épicycle.

Nous trouvons alors :

- pour Saturne, 57 retours en anomalie correspondent à 59 de nos années solaires (qui commencent et finissent au même solstice ou équinoxe), plus environ 1¾ jour, et à 2 révolutions [en longitude] plus 1;43° [1] — car d'ans le cas des trois planètes moins rapides que le Soleil, le nombre de révolutions de celui-ci pendant la période de retour [de la planète] est égal à la somme des révolutions de la planète en longitude et du nombre de ses retours en anomalie) ;
- pour Jupiter, 65 retours en anomalie correspondent à 71 des mêmes années solaires [que ci-dessus] moins environ 4⁹⁄₁₀ [2] jours, et à 6 révolutions de la planète depuis un point tropique [solstice] jusqu'au même moins 4⅝° ;
- pour Mars, 37 retours en anomalie correspondent à 79 de nos années solaires plus environ 3;13 jours [3], et à 42 révolutions de la planète depuis un point tropique [solstice] jusqu'au même solstice, plus 3⅛° ;
- pour Vénus, 5 retours en anomalie correspondent à 8 de nos années solaires moins environ 2;18 jours [4], et à 8 révolutions [en longitude] — de la planète comme du Soleil — moins 2¼° ; et
- pour Mercure, enfin, 145 retours en anomalie correspondent à 46 des mêmes années solaires plus environ 1⅓₀ jours, et à 46 révolutions [en longitude] —encore égal à celui du Soleil — plus 1°.

Mais si, pour chaque planète, nous réduisons la période de retour en jours, conformément à la durée que nous avons démontrée pour longueur de l'année, et les anomalies en degrés dont le cercle en contient 360, nous obtiendrons :

pour Saturne : 21 551;18 jours
et 20 520° d'anomalie ;
pour Jupiter : 25 927;37 jours
et 23 400° d'anomalie ;
pour Mars : 28 857;43 jours
et 13 320° d'anomalie ;
pour Vénus : 2 919;40 jours
et 1 800° d'anomalie ; et
pour Mercure : 16 802;24 jours
et 52 200° d'anomalie.

Divisons donc les degrés d'anomalie de chacune par le nombre de ses jours ; le mouvement quotidien moyen en anomalie sera donc environ :

pour Saturne : 0;57,07,43,41,43,40° ;
pour Jupiter : 0;54,09,02,46,26,00° ;
pour Mars : 0;27,41,40,19,20,58° ;
pour Vénus : 0;36,59,25,53,11,28° ; et
pour Mercure : 3;06,24,06,59,35,50°.

Pour chacun de ces nombres, nous prenons la vingt-quatrième partie pour obtenir le mouvement horaire moyen en anomalie :

pour Saturne : 0;02,22,49,19,14,19,10° ;
pour Jupiter : de 0;02,15,22,36,56,05° ;
pour Mars : de 0;01,09,14,10,48,22,25° ;

1 καὶ μοίρᾳ ᾱ καὶ ∠′ καὶ διμοίρῳ καὶ εἰκοστῷ dans le manuscrit grec 2389 et Heiberg ; καὶ μοίρᾳ ᾱ καὶ γ°″ καὶ κ″ dans Halma ; dans chaque cas, cela se traduit par «1 jour plus ⅔ plus ⅒».

2 ½ et ⅓ et 1⁄15.

3 3 et ⅛ et ⅒.

4 2 et ¼ et ⅒.

pour Vénus : de 0;01,32,28,34,42,58,40° ; et
pour Mercure : de 0;07,46,00,17,28,59,35°.

Ensuite, nous multiplions le mouvement quotidien de chacune par 30 pour obtenir le mouvement mensuel moyen en anomalie :

pour Saturne : 28;33,51,50,51,50,00° ;
pour Jupiter : 27;04,31,23,13,00,00° ;
pour Mars : 13;50,50,09,40,29,00° ;
pour Vénus : 18;29,42,56,35,44,00° ; et
pour Mercure : 93;12,03,29,47,55,00°.

En multipliant le mouvement quotidien par les 365 jours dans une année égyptienne, nous obtenons le mouvement annuel moyen en anomalie :

pour Saturne : 347;32,00,48,50,38,20° ;
pour Jupiter : 329;25,01,52,28,10,00° ;
pour Mars : 168;28,30,17,42,32,50° ;
pour Vénus : 225;01,32,28,34,39,15° ; et
pour Mercure : 53;56,42,32,32,59,10°, en plus des circonférences [complètes].

Multiplions maintenant chaque mouvement annuel par 18, comme nous l'avons fait pour les tableaux des luminaires [1], pour obtenir l'anomalie moyenne en plus des circonférences complètes pour 18 années égyptiennes :

pour Saturne : 135;36,14,39,11,30,00° ;
pour Jupiter : 169;30,33,44,27,00,00° ;
pour Mars : 152;33,05,18,45,51,00° ;
pour Vénus : 90;27,44,34,23,46,30° ; et
pour Mercure : 251;00,45,45,53,45,00°.

Nous pouvons également trouver les mouvements moyens en longitude correspondant à ce qui précède sans avoir à diviser le nombre de révolutions [en longitude] en degrés par sa période [en jours] indiquée ci-dessus pour chaque planète. Pour Vénus et dans Mercure, il est évident que nous pouvons prendre les mêmes valeurs que celles du tableau pour le Soleil ; pour les trois autres planètes, en faisant la différence entre [le mouvement moyen en] anomalie [de la planète] et celui du Soleil. Nous obtiendrons ainsi le mouvement moyen en longitude [pour chaque planète] :

Journalier :
Saturne : 0;02,00,33,31,28,51° ;
Jupiter : 0;04,59,14,26,46,31° ; et
Mars : 0;31,26,36,53,51,33°.

Horaire :
Saturne : 0;00,05,01,23,48,42,07,30° ;
Jupiter : 0;00,12,28,06,06,56,17,30° ; et
Mars : 0;01,18,36,32,14,38,52,30°.

Mensuel :
Saturne : 1;00,16,45,44,25,30° ;
Jupiter : 2;29,37,13,23,15,30° ; et
Mars : 15;43,18,26,55,46,30°.

Annuel :
Saturne : 12;13,23,56,30,30,15° ;
Jupiter : 30;20,22,52,52,58,35° ; et
Mars : 191;16,54,27,38,35,45°.

Pour 18 ans :
Saturne : 220;01,10,57,09,04,30° en mouvement moyen ;
Jupiter : 186;06,51,51,53,34,30° en plus [des cercles complets]
Mars : 203;04,20,17,34,43,30°.

Pour encore une fois rendre l'utilisation de ces quantités plus facile, nous dresserons, pour chaque planète dans l'ordre, des tableaux des mouvements moyens ci-dessus. Comme les autres [tableaux de mouvement moyen], ceux-ci seront de 45 lignes et 3 colonnes : la première contiendra les mouvements pour les périodes de 18 ans ; la seconde contiendra ceux des années simples et des heures ; et la troisième, ceux des mois et des jours. Les tableaux sont les suivants.

1 Voir III 2, III 6, IV 4, IV 10, V 8, et V 18.

4. Tableaux des mouvements moyens de longitude et d'anomalie des cinq planètes [1]

1 Ptolémée n'a fait aucune erreur dans ces tableaux, ce qui n'est pas étonnant, puisqu'il s'agit simplement de faire des additions, les multiplications et divisions ayant déjà été faites — encore une fois, sans erreur. Toutefois, certains scribes ont commis des erreurs de copie, les manuscrits n'étant pas tous identiques.
Afin de garder chaque tableau sur une seule page, les tableaux commencent à la page suivante.

Saturne

Position [moyenne] en longitude [à l'époque] : Capricorne 26° 43'
Position en anomalie [à l'époque] : 0° 34' 02"
Position de l'apogée [à l'époque] : Scorpion 14° 10'

Par période de 18 ans

Périodes de 18 ans[1]	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	"""	""""	°	'	"	"'	""	"""	""""
18	220	01	10	57	09	04	30	135	36	14	39	11	30	00
36	80	02	21	54	18	09	00	271	12	29	18	23	00	00
54	300	03	32	51	27	13	30	46	48	43	57	34	30	00
72	160	04	43	48	36	18	00	182	24	58	36	46	00	00
90	20	05	54	45	45	22	30	318	01	13	15	57	30	00
108	240	07	05	42	54	27	00	93	37	27	55	09	00	00
126	100	08	16	40	03	31	30	229	13	42	34	20	30	00
144	320	09	27	37	12	36	00	4	49	57	13	32	00	00
162	180	10	38	34	21	40	30	140	26	11	52	43	30	00
180	40	11	49	31	30	45	00	276	02	26	31	55	00	00
198	260	13	00	28	39	49	30	51	38	41	11	06	30	00
216	120	14	11	25	48	54	00	187	14	55	50	18	00	00
234	340	15	22	22	57	58	30	322	51	10	29	29	30	00
252	200	16	33	20	07	03	00	98	27	25	08	41	00	00
270	60	17	44	17	16	07	30	234	03	39	47	52	30	00
288	280	18	55	14	25	12	00	9	39	54	27	04	00	00
306	140	20	06	11	34	16	30	145	16	09	06	15	30	00
324	0	21	17	08	43	21	00	280	52	23	45	27	00	00
342	220	22	28	05	52	25	30	56	28	38	24	38	29	59
360	80	23	39	03	01	30	00	192	04	53	03	50	00	00
378	300	24	50	00	10	34	30	327	41	07	43	01	30	00
396	160	26	00	57	19	39	00	103	17	22	22	13	00	00
414	20	27	11	54	28	43	30	238	53	37	01	24	29	59
432	240	28	22	51	37	48	00	14	29	51	40	36	00	00
450	100	29	33	48	46	52	30	150	06	06	19	47	30	00
468	320	30	44	45	55	57	00	285	42	20	58	59	00	00
486	180	31	55	43	05	01	30	61	18	35	38	10	29	59
504	40	33	06	40	14	06	00	196	54	50	17	22	00	00
522	260	34	17	37	23	10	30	332	31	04	56	33	30	00
540	120	35	28	34	32	15	00	108	07	19	35	45	00	00
558	340	36	39	31	41	19	30	243	43	34	14	56	29	59
576	200	37	50	28	50	24	00	19	19	48	54	08	00	00
594	60	39	01	25	59	28	30	154	56	03	33	19	30	00
612	280	40	12	23	08	33	00	290	32	18	12	31	00	00
630	140	41	23	20	17	37	30	66	08	32	51	42	29	59
648	0	42	34	17	26	42	00	201	44	47	30	54	00	00
666	220	43	45	14	35	46	30	337	21	02	10	05	30	00
684	80	44	56	11	44	51	00	112	57	16	49	16	59	59
702	300	46	07	08	53	55	30	248	33	31	28	28	29	59
720	160	47	18	06	03	00	00	24	09	46	07	40	00	00
738	20	48	29	03	12	04	30	159	46	00	46	51	30	00
756	240	49	40	00	21	09	00	295	22	15	26	03	00	00
774	100	50	50	57	30	13	30	70	58	30	05	14	29	59
792	320	52	01	54	39	18	00	206	34	44	44	26	00	00
810	180	53	12	51	48	22	30	342	10	59	23	37	30	00

1 Lire «années».

Par année

Années	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	12	13	23	56	30	30	15	347	32	00	48	50	38	20
2	24	26	47	53	01	00	30	335	04	01	37	41	16	40
3	36	40	11	49	31	30	44	322	36	02	26	31	54	59
4	48	53	35	46	02	01	00	310	08	03	15	22	33	20
5	61	06	59	42	32	31	15	297	40	04	04	13	11	40
6	73	20	23	39	03	01	29	285	12	04	53	03	49	59
7	85	33	47	35	33	31	44	272	44	05	41	54	28	19
8	97	47	11	32	04	02	00	260	16	06	30	45	06	40
9	110	00	35	28	34	32	15	247	48	07	19	35	45	00
10	122	13	59	25	05	02	30	235	20	08	08	26	23	20
11	134	27	23	21	35	32	45	222	52	08	57	17	01	40
12	146	40	47	18	06	02	59	210	24	09	46	07	39	59
13	158	54	11	14	36	33	15	197	56	10	34	58	18	20
14	171	07	35	11	07	03	29	185	28	11	23	48	56	39
15	183	20	59	07	37	33	45	173	00	12	12	39	35	00
16	195	34	23	04	08	04	00	160	32	13	01	30	13	20
17	207	47	47	00	38	34	14	148	04	13	50	20	51	39
18	220	01	10	57	09	04	30	135	36	14	39	11	30	00
19	232	14	34	53	39	34	44	123	08	15	28	02	08	19
20	244	27	58	50	10	05	00	110	40	16	16	52	46	40
21	256	41	22	46	40	35	15	98	12	17	05	43	24	59
22	268	54	46	43	11	05	30	85	44	17	54	34	03	20
23	281	08	10	39	41	35	45	73	16	18	43	24	41	40
24	293	21	34	36	12	05	59	60	48	19	32	15	19	59
25	305	34	58	32	42	36	14	48	20	20	21	05	58	20
26	317	48	22	29	13	06	30	35	52	21	09	56	36	40
27	330	01	46	25	43	36	45	23	24	21	58	47	14	59
28	342	15	10	22	14	06	59	10	56	22	47	37	53	19
29	354	28	34	18	44	37	14	358	28	23	36	28	31	40
30	6	41	58	15	15	07	30	346	00	24	25	19	10	00
31	18	55	22	11	45	37	45	333	32	25	14	09	48	19
32	31	08	46	08	16	08	00	321	04	26	03	00	26	40
33	43	22	10	04	46	38	14	308	36	26	51	51	05	00
34	55	35	34	01	17	08	29	296	08	27	40	41	43	19
35	67	48	57	57	47	38	45	283	40	28	29	32	21	39
36	80	02	21	54	18	09	00	271	12	29	18	23	00	00
37	92	15	45	50	48	39	15	258	44	30	07	13	38	20
38	104	29	09	47	19	09	29	246	16	30	56	04	16	39
39	116	42	33	43	49	39	45	233	48	31	44	54	55	00
40	128	55	57	40	20	10	00	221	20	32	33	45	33	20
41	141	09	21	36	50	40	15	208	52	33	22	36	11	39
42	153	22	45	33	21	10	30	196	24	34	11	26	49	59
43	165	36	09	29	51	40	45	183	56	35	00	17	28	20
44	177	49	33	26	22	11	00	171	28	35	49	08	06	40
45	190	02	57	22	52	41	15	159	00	36	37	58	44	59

Par heure

Heures	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	0	00	05	01	23	48	42	0	02	22	49	19	14	19
2	0	00	10	02	47	37	24	0	04	45	38	38	28	38
3	0	00	15	04	11	26	06	0	07	08	27	57	42	57
4	0	00	20	05	35	14	48	0	09	31	17	16	57	16
5	0	00	25	06	59	03	30	0	11	54	06	36	11	35
6	0	00	30	08	22	52	12	0	14	16	55	55	25	55
7	0	00	35	09	46	40	54	0	16	39	45	14	40	14
8	0	00	40	11	10	29	36	0	19	02	34	33	54	33
9	0	00	45	12	34	18	19	0	21	25	23	53	08	52
10	0	00	50	13	58	07	01	0	23	48	13	12	23	11
11	0	00	55	15	21	55	43	0	26	11	02	31	37	30
12	0	01	00	16	45	44	25	0	28	33	51	50	51	50
13	0	01	05	18	09	33	07	0	30	56	41	10	06	09
14	0	01	10	19	33	21	49	0	33	19	30	29	20	28
15	0	01	15	20	57	10	31	0	35	42	19	48	34	47
16	0	01	20	22	20	59	13	0	38	05	09	07	49	06
17	0	01	25	23	44	47	56	0	40	27	58	27	03	25
18	0	01	30	25	08	36	38	0	42	50	47	46	17	45
19	0	01	35	26	32	25	20	0	45	13	37	05	32	04
20	0	01	40	27	56	14	02	0	47	36	26	24	46	23
21	0	01	45	29	20	02	44	0	49	59	15	44	00	42
22	0	01	50	30	43	51	26	0	52	22	05	03	15	01
23	0	01	55	32	07	40	08	0	54	44	54	22	29	20
24	0	02	00	33	31	28	51	0	57	07	43	41	43	40
25	0	02	05	34	55	17	33	0	59	30	33	00	57	59
26	0	02	10	36	19	06	15	1	01	53	22	20	12	18
27	0	02	15	37	42	54	57	1	04	16	11	39	26	37
28	0	02	20	39	06	43	39	1	06	39	00	58	40	56
29	0	02	25	40	30	32	21	1	09	01	50	17	55	15
30	0	02	30	41	54	21	03	1	11	24	39	37	09	35
31	0	02	35	43	18	09	45	1	13	47	28	56	23	54
32	0	02	40	44	41	58	27	1	16	10	18	15	38	13
33	0	02	45	46	05	47	10	1	18	33	07	34	52	32
34	0	02	50	47	29	35	52	1	20	55	56	54	06	51
35	0	02	55	48	53	24	34	1	23	18	46	13	21	10
36	0	03	00	50	17	13	16	1	25	41	35	32	35	30
37	0	03	05	51	41	01	58	1	28	04	24	51	49	49
38	0	03	10	53	04	50	40	1	30	27	14	11	04	08
39	0	03	15	54	28	39	22	1	32	50	03	30	18	27
40	0	03	20	55	52	28	04	1	35	12	52	49	32	46
41	0	03	25	57	16	16	47	1	37	35	42	08	47	05
42	0	03	30	58	40	05	29	1	39	58	31	28	01	25
43	0	03	36	00	03	54	11	1	42	21	20	47	15	44
44	0	03	41	01	27	42	53	1	44	44	10	06	30	03
45	0	03	46	02	51	31	35	1	47	06	59	25	44	22

Par mois égyptien (30 jours)

Mois	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1 (30 jours)	1	00	16	45	44	25	30	28	33	51	50	51	50	00
2 (60 jours)	2	00	33	31	28	51	00	57	07	43	41	43	40	00
3 (90 jours)	3	00	50	17	13	16	30	85	41	35	32	35	30	00
4 (120 jours)	4	01	07	02	57	42	00	114	15	27	23	27	20	00
5 (150 jours)	5	01	23	48	42	07	30	142	49	19	14	19	10	00
6 (180 jours)	6	01	40	34	26	33	00	171	23	11	05	11	00	00
7 (210 jours)	7	01	57	20	10	58	30	199	57	02	56	02	50	00
8 (240 jours)	8	02	14	05	55	24	00	228	30	54	46	54	40	00
9 (270 jours)	9	02	30	51	39	49	30	257	04	46	37	46	29	59
10 (300 jours)	10	02	47	37	24	15	00	285	38	38	28	38	20	00
11 (330 jours)	11	03	04	23	08	40	30	314	12	30	19	30	10	00
12 (360 jours)	12	03	21	08	53	06	00	342	46	22	10	22	00	00
13 (390 jours)	13	03	37	54	37	31	30	11	20	14	01	13	50	00
14 (420 jours)	14	03	54	40	21	57	00	39	54	05	52	05	40	00
15 (450 jours)	15	04	11	26	06	22	30	68	27	57	42	57	30	00
16 (480 jours)	16	04	28	11	50	48	00	97	01	49	33	49	20	00
17 (510 jours)	17	04	44	57	35	13	30	125	35	41	24	41	10	00
18 (540 jours)	18	05	01	43	19	39	00	154	09	33	15	32	59	59
19 (570 jours)	19	05	18	29	04	04	30	182	43	25	06	24	50	00
20 (600 jours)	20	05	35	14	48	30	00	211	17	16	57	16	40	00
21 (630 jours)	21	05	52	00	32	55	30	239	51	08	48	08	30	00
22 (660 jours)	22	06	08	46	17	21	00	268	25	00	39	00	20	00
23 (690 jours)	23	06	25	32	01	46	30	296	58	52	29	52	09	59
24 (720 jours)	24	06	42	17	46	12	00	325	32	44	20	44	00	00
25 (750 jours)	25	06	59	03	30	37	30	354	06	36	11	35	50	00
26 (780 jours)	26	07	15	49	15	03	00	22	40	28	02	27	40	00
27 (810 jours)	27	07	32	34	59	28	30	51	14	19	53	19	30	00
28 (840 jours)	28	07	49	20	43	54	00	79	48	11	44	11	20	00
29 (870 jours)	29	08	06	06	28	19	30	108	22	03	35	03	10	00
30 (900 jours)	30	08	22	52	12	45	00	136	55	55	25	55	00	00
31 (930 jours)	31	08	39	37	57	10	30	165	29	47	16	46	50	00
32 (960 jours)	32	08	56	23	41	36	00	194	03	39	07	38	40	00
33 (990 jours)	33	09	13	09	26	01	30	222	37	30	58	30	30	00
34 (1 020 jours)	34	09	29	55	10	27	00	251	11	22	49	22	20	00
35 (1 050 jours)	35	09	46	40	54	52	30	279	45	14	40	14	10	00
36 (1 080 jours)	36	10	03	26	39	18	00	308	19	06	31	05	59	59
37 (1 110 jours)	37	10	20	12	23	43	30	336	52	58	21	57	50	00
38 (1 140 jours)	38	10	36	58	08	09	00	5	26	50	12	49	40	00
39 (1 170 jours)	39	10	53	43	52	34	30	34	00	42	03	41	30	00
40 (1 200 jours)	40	11	10	29	37	00	00	62	34	33	54	33	20	00
41 (1 230 jours)	41	11	27	15	21	25	30	91	08	25	45	25	09	59
42 (1 260 jours)	42	11	44	01	05	51	00	119	42	17	36	17	00	00
43 (1 290 jours)	43	12	00	46	50	16	30	148	16	09	27	08	50	00
44 (1 320 jours)	44	12	17	32	34	42	00	176	50	01	18	00	40	00
45 (1 350 jours)	45	12	34	18	19	07	30	205	23	53	08	52	30	00

Par jour

Jours	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	0	02	00	33	31	28	51	0	57	07	43	41	43	39
2	0	04	01	07	02	57	42	1	54	15	27	23	27	19
3	0	06	01	40	34	26	32	2	51	23	11	05	10	59
4	0	08	02	14	05	55	24	3	48	30	54	46	54	39
5	0	10	02	47	37	24	15	4	45	38	38	28	38	19
6	0	12	03	21	08	53	05	5	42	46	22	10	21	59
7	0	14	03	54	40	21	57	6	39	54	05	52	05	39
8	0	16	04	28	11	50	48	7	37	01	49	33	49	19
9	0	18	05	01	43	19	39	8	34	09	33	15	32	59
10	0	20	05	35	14	48	30	9	31	17	16	57	16	39
11	0	22	06	08	46	17	21	10	28	25	00	39	00	19
12	0	24	06	42	17	46	11	11	25	32	44	20	43	59
13	0	26	07	15	49	15	02	12	22	40	28	02	27	39
14	0	28	07	49	20	43	54	13	19	48	11	44	11	19
15	0	30	08	22	52	12	45	14	16	55	55	25	54	59
16	0	32	08	56	23	41	36	15	14	03	39	07	38	39
17	0	34	09	29	55	10	26	16	11	11	22	49	22	19
18	0	36	10	03	26	39	18	17	08	19	06	31	05	59
19	0	38	10	36	58	08	09	18	05	26	50	12	49	39
20	0	40	11	10	29	37	00	19	02	34	33	54	33	19
21	0	42	11	44	01	05	50	19	59	42	17	36	16	59
22	0	44	12	17	32	34	42	20	56	50	01	18	00	39
23	0	46	12	51	04	03	33	21	53	57	44	59	44	19
24	0	48	13	24	35	32	23	22	51	05	28	41	27	59
25	0	50	13	58	07	01	15	23	48	13	12	23	11	39
26	0	52	14	31	38	30	05	24	45	20	56	04	55	19
27	0	54	15	05	09	58	57	25	42	28	39	46	38	59
28	0	56	15	38	41	27	48	26	39	36	23	28	22	39
29	0	58	16	12	12	56	39	27	36	44	07	10	06	19
30	1	00	16	45	44	25	30	28	33	51	50	51	49	59
31	1	02	17	19	15	54	21	29	30	59	34	33	33	39
32	1	04	17	52	47	23	12	30	28	07	18	15	17	19
33	1	06	18	26	18	52	02	31	25	15	01	57	00	59
34	1	08	18	59	50	20	53	32	22	22	45	38	44	39
35	1	10	19	33	21	49	45	33	19	30	29	20	28	19
36	1	12	20	06	53	18	36	34	16	38	13	02	11	59
37	1	14	20	40	24	47	27	35	13	45	56	43	55	39
38	1	16	21	13	56	16	17	36	10	53	40	25	39	19
39	1	18	21	47	27	45	09	37	08	01	24	07	22	59
40	1	20	22	20	59	14	00	38	05	09	07	49	06	39
41	1	22	22	54	30	42	51	39	02	16	51	30	50	19
42	1	24	23	28	02	11	41	39	59	24	35	12	33	59
43	1	26	24	01	33	40	32	40	56	32	18	54	17	39
44	1	28	24	35	05	09	24	41	53	40	02	36	01	19
45	1	30	25	08	36	38	15	42	50	47	46	17	44	59

Jupiter

Position [moyenne] en longitude [à l'époque] : Balance 4° 41′
Position en anomalie [à l'époque] : 146° 04′ 00″
Position de l'apogée [à l'époque] : Vierge 2° 09′

Par période de 18 ans

Périodes de 18 ans[1]	Longitude							Anomalie						
	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗″	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗″
18	186	06	51	51	53	34	29	169	30	33	44	26	59	59
36	12	13	43	43	47	08	59	339	01	07	28	53	59	59
54	198	20	35	35	40	43	29	148	31	41	13	20	59	59
72	24	27	27	27	34	17	59	318	02	14	57	47	59	59
90	210	34	19	19	27	52	30	127	32	48	42	14	59	59
108	36	41	11	11	21	26	59	297	03	22	26	41	59	59
126	222	48	03	03	15	01	29	106	33	56	11	08	59	59
144	48	54	54	55	08	35	59	276	04	29	55	35	59	59
162	235	01	46	47	02	10	29	85	35	03	40	02	59	59
180	61	08	38	38	55	45	00	255	05	37	24	29	59	59
198	247	15	30	30	49	19	30	64	36	11	08	56	59	59
216	73	22	22	22	42	53	59	234	06	44	53	23	59	59
234	259	29	14	14	36	28	29	43	37	18	37	50	59	59
252	85	36	06	06	30	02	59	213	07	52	22	17	59	59
270	271	42	57	58	23	37	29	22	38	26	06	44	59	59
288	97	49	49	50	17	11	59	192	08	59	51	11	59	59
306	283	56	41	42	10	46	29	1	39	33	35	38	59	59
324	110	03	33	34	04	20	59	171	10	07	20	05	59	59
342	296	10	25	25	57	55	29	340	40	41	04	32	59	59
360	122	17	17	17	51	30	00	150	11	14	48	59	59	59
378	308	24	09	09	45	04	30	319	41	48	33	26	59	59
396	134	31	01	01	38	39	00	129	12	22	17	53	59	59
414	320	37	52	53	32	13	30	298	42	56	02	20	59	59
432	146	44	44	45	25	47	59	108	13	29	46	47	59	59
450	332	51	36	37	19	22	30	277	44	03	31	14	59	59
468	158	58	28	29	12	56	59	87	14	37	15	41	59	59
486	345	05	20	21	06	31	30	256	45	11	00	08	59	59
504	171	12	12	13	00	05	59	66	15	44	44	35	59	59
522	357	19	04	04	53	40	30	235	46	18	29	02	59	59
540	183	25	55	56	47	14	59	45	16	52	13	29	59	59
558	9	32	47	48	40	49	30	214	47	25	57	56	59	59
576	195	39	39	40	34	23	59	24	17	59	42	23	59	59
594	21	46	31	32	27	58	29	193	48	33	26	50	59	59
612	207	53	23	24	21	32	59	3	19	07	11	17	59	59
630	34	00	15	16	15	07	29	172	49	40	55	44	59	59
648	220	07	07	08	08	41	59	342	20	14	40	11	59	59
666	46	13	59	00	02	16	29	151	50	48	24	38	59	59
684	232	20	50	51	55	50	59	321	21	22	09	05	59	59
702	58	27	42	43	49	25	29	130	51	55	53	32	59	59
720	244	34	34	35	43	00	00	300	22	29	37	59	59	59
738	70	41	26	27	36	34	29	109	53	03	22	26	59	59
756	256	48	18	19	30	09	00	279	23	37	06	53	59	59
774	82	55	10	11	23	43	29	88	54	10	51	20	59	59
792	269	02	02	03	17	18	00	258	24	44	35	47	59	59
810	95	08	53	55	10	52	30	67	55	18	20	14	59	59

1 Lire «années».

Par année

Années	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	30	20	22	52	52	58	34	329	25	01	52	28	10	00
2	60	40	45	45	45	57	09	298	50	03	44	56	20	00
3	91	01	08	38	38	55	44	268	15	05	37	24	30	00
4	121	21	31	31	31	54	19	237	40	07	29	52	40	00
5	151	41	54	24	24	52	54	207	05	09	22	20	50	00
6	182	02	17	17	17	51	29	176	30	11	14	49	00	00
7	212	22	40	10	10	50	04	145	55	13	07	17	10	00
8	242	43	03	03	03	48	39	115	20	14	59	45	20	00
9	273	03	25	55	56	47	14	84	45	16	52	13	30	00
10	303	23	48	48	49	45	49	54	10	18	44	41	40	00
11	333	44	11	41	42	44	24	23	35	20	37	09	50	00
12	4	04	34	34	35	42	59	353	00	22	29	38	00	00
13	34	24	57	27	28	41	34	322	25	24	22	06	10	00
14	64	45	20	20	21	40	09	291	50	26	14	34	20	00
15	95	05	43	13	14	38	44	261	15	28	07	02	30	00
16	125	26	06	06	07	37	19	230	40	29	59	30	40	00
17	155	46	28	59	00	35	54	200	05	31	51	58	50	00
18	186	06	51	51	53	34	29	169	30	33	44	27	00	00
19	216	27	14	44	46	33	04	138	55	35	36	55	10	00
20	246	47	37	37	39	31	39	108	20	37	29	23	20	00
21	277	08	00	30	32	30	14	77	45	39	21	51	30	00
22	307	28	23	23	25	28	49	47	10	41	14	19	40	00
23	337	48	46	16	18	27	24	16	35	43	06	47	50	00
24	8	09	09	09	11	25	59	346	00	44	59	16	00	00
25	38	29	32	02	04	24	34	315	25	46	51	44	10	00
26	68	49	54	54	57	23	09	284	50	48	44	12	20	00
27	99	10	17	47	50	21	44	254	15	50	36	40	30	00
28	129	30	40	40	43	20	19	223	40	52	29	08	40	00
29	159	51	03	33	36	18	54	193	05	54	21	36	50	00
30	190	11	26	26	29	17	29	162	30	56	14	05	00	00
31	220	31	49	19	22	16	04	131	55	58	06	33	10	00
32	250	52	12	12	15	14	39	101	20	59	59	01	20	00
33	281	12	35	05	08	13	14	70	46	01	51	29	30	00
34	311	32	57	58	01	11	49	40	11	03	43	57	40	00
35	341	53	20	50	54	10	24	9	36	05	36	25	50	00
36	12	13	43	43	47	08	59	339	01	07	28	54	00	00
37	42	34	06	36	40	07	34	308	26	09	21	22	10	00
38	72	54	29	29	33	06	09	277	51	11	13	50	20	00
39	103	14	52	22	26	04	44	247	16	13	06	18	30	00
40	133	35	15	15	19	03	19	216	41	14	58	46	40	00
41	163	55	38	08	12	01	54	186	06	16	51	14	50	00
42	194	16	01	01	05	00	29	155	31	18	43	43	00	00
43	224	36	23	53	57	59	04	124	56	20	36	11	10	00
44	254	56	46	46	50	57	39	94	21	22	28	39	20	00
45	285	17	09	39	43	56	14	63	46	24	21	07	30	00

Par heure

Heures	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	0	00	12	28	06	06	56	0	02	15	22	36	56	04
2	0	00	24	56	12	13	52	0	04	30	45	13	52	09
3	0	00	37	24	18	20	48	0	06	46	07	50	48	14
4	0	00	49	52	24	27	45	0	09	01	30	27	44	19
5	0	01	02	20	30	34	41	0	11	16	53	04	40	24
6	0	01	14	48	36	41	37	0	13	32	15	41	36	29
7	0	01	27	16	42	48	34	0	15	47	38	18	32	34
8	0	01	39	44	48	55	30	0	18	03	00	55	28	39
9	0	01	52	12	55	02	26	0	20	18	23	32	24	44
10	0	02	04	41	01	09	22	0	22	33	46	09	20	49
11	0	02	17	09	07	16	19	0	24	49	08	46	16	54
12	0	02	29	37	13	23	15	0	27	04	31	23	12	59
13	0	02	42	05	19	30	11	0	29	19	54	00	09	04
14	0	02	54	33	25	37	08	0	31	35	16	37	05	09
15	0	03	07	01	31	44	04	0	33	50	39	14	01	14
16	0	03	19	29	37	51	00	0	36	06	01	50	57	19
17	0	03	31	57	43	57	56	0	38	21	24	27	53	24
18	0	03	44	25	50	04	53	0	40	36	47	04	49	29
19	0	03	56	53	56	11	49	0	42	52	09	41	45	34
20	0	04	09	22	02	18	45	0	45	07	32	18	41	39
21	0	04	21	50	08	25	42	0	47	22	54	55	37	44
22	0	04	34	18	14	32	38	0	49	38	17	32	33	49
23	0	04	46	46	20	39	34	0	51	53	40	09	29	54
24	0	04	59	14	26	46	30	0	54	09	02	46	25	59
25	0	05	11	42	32	53	27	0	56	24	25	23	22	04
26	0	05	24	10	39	00	23	0	58	39	48	00	18	09
27	0	05	36	38	45	07	19	1	00	55	10	37	14	14
28	0	05	49	06	51	14	16	1	03	10	33	14	10	19
29	0	06	01	34	57	21	12	1	05	25	55	51	06	24
30	0	06	14	03	03	28	08	1	07	41	18	28	02	29
31	0	06	26	31	09	35	05	1	09	56	41	04	58	34
32	0	06	38	59	15	42	01	1	12	12	03	41	54	39
33	0	06	51	27	21	48	57	1	14	27	26	18	50	44
34	0	07	03	55	27	55	53	1	16	42	48	55	46	49
35	0	07	16	23	34	02	50	1	18	58	11	32	42	54
36	0	07	28	51	40	09	46	1	21	13	34	09	38	59
37	0	07	41	19	46	16	42	1	23	28	56	46	35	04
38	0	07	53	47	52	23	39	1	25	44	19	23	31	09
39	0	08	06	15	58	30	35	1	27	59	42	00	27	14
40	0	08	18	44	04	37	31	1	30	15	04	37	23	19
41	0	08	31	12	10	44	27	1	32	30	27	14	19	24
42	0	08	43	40	16	51	24	1	34	45	49	51	15	29
43	0	08	56	08	22	58	20	1	37	01	12	28	11	34
44	0	09	08	36	29	05	16	1	39	16	35	05	07	39
45	0	09	21	04	35	12	13	1	41	31	57	42	03	44

Par mois égyptien (30 jours)

Mois	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1 (30 jours)	2	29	37	13	23	15	29	27	04	31	23	13	00	00
2 (60 jours)	4	59	14	26	46	30	59	54	09	02	46	26	00	00
3 (90 jours)	7	28	51	40	09	46	30	81	13	34	09	39	00	00
4 (120 jours)	9	58	28	53	33	01	59	108	18	05	32	52	00	00
5 (150 jours)	12	28	06	06	56	17	29	135	22	36	56	05	00	00
6 (180 jours)	14	57	43	20	19	33	00	162	27	08	19	18	00	00
7 (210 jours)	17	27	20	33	42	48	29	189	31	39	42	30	59	59
8 (240 jours)	19	56	57	47	06	03	59	216	36	11	05	44	00	00
9 (270 jours)	22	26	35	00	29	19	30	243	40	42	28	57	00	00
10 (300 jours)	24	56	12	13	52	34	59	270	45	13	52	10	00	00
11 (330 jours)	27	25	49	27	15	50	29	297	49	45	15	22	59	59
12 (360 jours)	29	55	26	40	39	06	00	324	54	16	38	36	00	00
13 (390 jours)	32	25	03	54	02	21	29	351	58	48	01	49	00	00
14 (420 jours)	34	54	41	07	25	36	59	19	03	19	25	01	59	59
15 (450 jours)	37	24	18	20	48	52	30	46	07	50	48	15	00	00
16 (480 jours)	39	53	55	34	12	07	59	73	12	22	11	28	00	00
17 (510 jours)	42	23	32	47	35	23	29	100	16	53	34	41	00	00
18 (540 jours)	44	53	10	00	58	39	00	127	21	24	57	54	00	00
19 (570 jours)	47	22	47	14	21	54	29	154	25	56	21	07	00	00
20 (600 jours)	49	52	24	27	45	09	59	181	30	27	44	20	00	00
21 (630 jours)	52	22	01	41	08	25	30	208	34	59	07	32	59	59
22 (660 jours)	54	51	38	54	31	40	59	235	39	30	30	45	59	59
23 (690 jours)	57	21	16	07	54	56	29	262	44	01	53	59	00	00
24 (720 jours)	59	50	53	21	18	12	00	289	48	33	17	12	00	00
25 (750 jours)	62	20	30	34	41	27	29	316	53	04	40	25	00	00
26 (780 jours)	64	50	07	48	04	42	59	343	57	36	03	38	00	00
27 (810 jours)	67	19	45	01	27	58	29	11	02	07	26	51	00	00
28 (840 jours)	69	49	22	14	51	13	59	38	06	38	50	03	59	59
29 (870 jours)	72	18	59	28	14	29	30	65	11	10	13	17	00	00
30 (900 jours)	74	48	36	41	37	45	00	92	15	41	36	30	00	00
31 (930 jours)	77	18	13	55	01	00	29	119	20	12	59	43	00	00
32 (960 jours)	79	47	51	08	24	15	59	146	24	44	22	56	00	00
33 (990 jours)	82	17	28	21	47	31	29	173	29	15	46	09	00	00
34 (1 020 jours)	84	47	05	35	10	46	59	200	33	47	09	22	00	00
35 (1 050 jours)	87	16	42	48	34	02	29	227	38	18	32	34	59	59
36 (1 080 jours)	89	46	20	01	57	18	00	254	42	49	55	48	00	00
37 (1 110 jours)	92	15	57	15	20	33	30	281	47	21	19	01	00	00
38 (1 140 jours)	94	45	34	28	43	48	59	308	51	52	42	14	00	00
39 (1 170 jours)	97	15	11	42	07	04	29	335	56	24	05	27	00	00
40 (1 200 jours)	99	44	48	55	30	19	59	3	00	55	28	40	00	00
41 (1 230 jours)	102	14	26	08	53	35	29	30	05	26	51	52	59	59
42 (1 260 jours)	104	44	03	22	16	51	00	57	09	58	15	05	59	59
43 (1 290 jours)	107	13	40	35	40	06	30	84	14	29	38	18	59	59
44 (1 320 jours)	109	43	17	49	03	21	59	111	19	01	01	31	59	59
45 (1 350 jours)	112	12	55	02	26	37	29	138	23	32	24	45	00	00

Par jour

Jours	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	0	04	59	14	26	46	30	0	54	09	02	46	25	59
2	0	09	58	28	53	33	01	1	48	18	05	32	51	59
3	0	14	57	43	20	19	32	2	42	27	08	19	17	59
4	0	19	56	57	47	06	03	3	36	36	11	05	43	59
5	0	24	56	12	13	52	34	4	30	45	13	52	10	00
6	0	29	55	26	40	39	05	5	24	54	16	38	36	00
7	0	34	54	41	07	25	36	6	19	03	19	25	01	59
8	0	39	53	55	34	12	07	7	13	12	22	11	27	59
9	0	44	53	10	00	58	38	8	07	21	24	57	53	59
10	0	49	52	24	27	45	09	9	01	30	27	44	20	00
11	0	54	51	38	54	31	40	9	55	39	30	30	45	59
12	0	59	50	53	21	18	11	10	49	48	33	17	12	00
13	1	04	50	07	48	04	42	11	43	57	36	03	37	59
14	1	09	49	22	14	51	13	12	38	06	38	50	03	59
15	1	14	48	36	41	37	44	13	32	15	41	36	29	59
16	1	19	47	51	08	24	15	14	26	24	44	22	55	59
17	1	24	47	05	35	10	46	15	20	33	47	09	22	00
18	1	29	46	20	01	57	17	16	14	42	49	55	47	59
19	1	34	45	34	28	43	48	17	08	51	52	42	13	59
20	1	39	44	48	55	30	19	18	03	00	55	28	40	00
21	1	44	44	03	22	16	50	18	57	09	58	15	05	59
22	1	49	43	17	49	03	21	19	51	19	01	01	31	59
23	1	54	42	32	15	49	52	20	45	28	03	47	57	59
24	1	59	41	46	42	36	23	21	39	37	06	34	24	00
25	2	04	41	01	09	22	54	22	33	46	09	20	49	59
26	2	09	40	15	36	09	25	23	27	55	12	07	15	59
27	2	14	39	30	02	55	56	24	22	04	14	53	42	00
28	2	19	38	44	29	42	27	25	16	13	17	40	07	59
29	2	24	37	58	56	28	58	26	10	22	20	26	33	59
30	2	29	37	13	23	15	29	27	04	31	23	12	59	59
31	2	34	36	27	50	02	00	27	58	40	25	59	26	00
32	2	39	35	42	16	48	31	28	52	49	28	45	51	59
33	2	44	34	56	43	35	02	29	46	58	31	32	17	59
34	2	49	34	11	10	21	33	30	41	07	34	18	44	00
35	2	54	33	25	37	08	04	31	35	16	37	05	09	59
36	2	59	32	40	03	54	35	32	29	25	39	51	35	59
37	3	04	31	54	30	41	06	33	23	34	42	38	01	59
38	3	09	31	08	57	27	37	34	17	43	45	24	27	59
39	3	14	30	23	24	14	08	35	11	52	48	10	53	59
40	3	19	29	37	51	00	39	36	06	01	50	57	20	00
41	3	24	28	52	17	47	10	37	00	10	53	43	46	00
42	3	29	28	06	44	33	41	37	54	19	56	30	11	59
43	3	34	27	21	11	20	12	38	48	28	59	16	37	59
44	3	39	26	35	38	06	43	39	42	38	02	03	03	59
45	3	44	25	50	04	53	14	40	36	47	04	49	29	59

Mars

Position [moyenne] en longitude [à l'époque] : Bélier 3° 32'
Position en anomalie [à l'époque] : 327° 13' 00"
Position de l'apogée [à l'époque] : Cancer 16° 40'

Par période de 18 ans

Périodes de 18 ans[1]	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
18	203	04	20	17	34	43	30	152	33	05	18	45	51	00
36	46	08	40	35	09	27	00	305	06	10	37	31	42	00
54	249	13	00	52	44	10	30	97	39	15	56	17	33	00
72	92	17	21	10	18	54	00	250	12	21	15	03	24	00
90	295	21	41	27	53	37	30	42	45	26	33	49	15	00
108	138	26	01	45	28	21	00	195	18	31	52	35	06	00
126	341	30	22	03	03	04	30	347	51	37	11	20	57	00
144	184	34	42	20	37	48	00	140	24	42	30	06	48	00
162	27	39	02	38	12	31	30	292	57	47	48	52	39	00
180	230	43	22	55	47	15	00	85	30	53	07	38	30	00
198	73	47	43	13	21	58	30	238	03	58	26	24	21	00
216	276	52	03	30	56	42	00	30	37	03	45	10	12	00
234	119	56	23	48	31	25	30	183	10	09	03	56	03	00
252	323	00	44	06	06	09	00	335	43	14	22	41	54	00
270	166	05	04	23	40	52	30	128	16	19	41	27	45	00
288	9	09	24	41	15	36	00	280	49	25	00	13	36	00
306	212	13	44	58	50	19	30	73	22	30	18	59	27	00
324	55	18	05	16	25	03	00	225	55	35	37	45	18	00
342	258	22	25	33	59	46	30	18	28	40	56	31	09	00
360	101	26	45	51	34	30	00	171	01	46	15	17	00	00
378	304	31	06	09	09	13	30	323	34	51	34	02	51	00
396	147	35	26	26	43	57	00	116	07	56	52	48	42	00
414	350	39	46	44	18	40	30	268	41	02	11	34	33	00
432	193	44	07	01	53	24	00	61	14	07	30	20	24	00
450	36	48	27	19	28	07	30	213	47	12	49	06	15	00
468	239	52	47	37	02	51	00	6	20	18	07	52	06	00
486	82	57	07	54	37	34	30	158	53	23	26	37	57	00
504	286	01	28	12	12	18	00	311	26	28	45	23	48	00
522	129	05	48	29	47	01	30	103	59	34	04	09	39	00
540	332	10	08	47	21	45	00	256	32	39	22	55	30	00
558	175	14	29	04	56	28	30	49	05	44	41	41	21	00
576	18	18	49	22	31	12	00	201	38	50	00	27	12	00
594	221	23	09	40	05	55	30	354	11	55	19	13	03	00
612	64	27	29	57	40	39	00	146	45	00	37	58	54	00
630	267	31	50	15	15	22	30	299	18	05	56	44	45	00
648	110	36	10	32	50	06	00	91	51	11	15	30	36	00
666	313	40	30	50	24	49	30	244	24	16	34	16	27	00
684	156	44	51	07	59	33	00	36	57	21	53	02	18	00
702	359	49	11	25	34	16	30	189	30	27	11	48	09	00
720	202	53	31	43	09	00	00	342	03	32	30	34	00	00
738	45	57	52	00	43	43	30	134	36	37	49	19	51	00
756	249	02	12	18	18	27	00	287	09	43	08	05	42	00
774	92	06	32	35	53	10	30	79	42	48	26	51	33	00
792	295	10	52	53	27	54	00	232	15	53	45	37	24	00
810	138	15	13	11	02	37	30	24	48	59	04	23	15	00

1 Lire «années».

Par année

Années	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	191	16	54	27	38	35	45	168	28	30	17	42	32	50
2	22	33	48	55	17	11	30	336	57	00	35	25	05	40
3	213	50	43	22	55	47	15	145	25	30	53	07	38	30
4	45	07	37	50	34	23	00	313	54	01	10	50	11	20
5	236	24	32	18	12	58	45	122	22	31	28	32	44	09
6	67	41	26	45	51	34	30	290	51	01	46	15	17	00
7	258	58	21	13	30	10	15	99	19	32	03	57	49	50
8	90	15	15	41	08	46	00	267	48	02	21	40	22	40
9	281	32	10	08	47	21	45	76	16	32	39	22	55	29
10	112	49	04	36	25	57	30	244	45	02	57	05	28	19
11	304	05	59	04	04	33	15	53	13	33	14	48	01	10
12	135	22	53	31	43	09	00	221	42	03	32	30	34	00
13	326	39	47	59	21	44	45	30	10	33	50	13	06	49
14	157	56	42	27	00	20	30	198	39	04	07	55	39	40
15	349	13	36	54	38	56	15	7	07	34	25	38	12	29
16	180	30	31	22	17	32	00	175	36	04	43	20	45	20
17	11	47	25	49	56	07	45	344	04	35	01	03	18	10
18	203	04	20	17	34	43	30	152	33	05	18	45	50	59
19	34	21	14	45	13	19	15	321	01	35	36	28	23	50
20	225	38	09	12	51	55	00	129	30	05	54	10	56	39
21	56	55	03	40	30	30	45	297	58	36	11	53	29	30
22	248	11	58	08	09	06	30	106	27	06	29	36	02	20
23	79	28	52	35	47	42	15	274	55	36	47	18	35	09
24	270	45	47	03	26	18	00	83	24	07	05	01	08	00
25	102	02	41	31	04	53	45	251	52	37	22	43	40	49
26	293	19	35	58	43	29	30	60	21	07	40	26	13	39
27	124	36	30	26	22	05	15	228	49	37	58	08	46	30
28	315	53	24	54	00	41	00	37	18	08	15	51	19	20
29	147	10	19	21	39	16	45	205	46	38	33	33	52	10
30	338	27	13	49	17	52	30	14	15	08	51	16	24	59
31	169	44	08	16	56	28	15	182	43	39	08	58	57	49
32	1	01	02	44	35	04	00	351	12	09	26	41	30	40
33	192	17	57	12	13	39	45	159	40	39	44	24	03	30
34	23	34	51	39	52	15	30	328	09	10	02	06	36	20
35	214	51	46	07	30	51	15	136	37	40	19	49	09	09
36	46	08	40	35	09	27	00	305	06	10	37	31	41	59
37	237	25	35	02	48	02	45	113	34	40	55	14	14	50
38	68	42	29	30	26	38	30	282	03	11	12	56	47	40
39	259	59	23	58	05	14	15	90	31	41	30	39	20	30
40	91	16	18	25	43	50	00	259	00	11	48	21	53	19
41	282	33	12	53	22	25	45	67	28	42	06	04	26	09
42	113	50	07	21	01	01	30	235	57	12	23	46	59	00
43	305	07	01	48	39	37	14	44	25	42	41	29	31	50
44	136	23	56	16	18	13	00	212	54	12	59	12	04	40
45	327	40	50	43	56	48	45	21	22	43	16	54	37	30

Par heure

Heures	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	0	01	18	36	32	14	38	0	01	09	14	10	48	22
2	0	02	37	13	04	29	17	0	02	18	28	21	36	44
3	0	03	55	49	36	43	56	0	03	27	42	32	25	07
4	0	05	14	26	08	58	35	0	04	36	56	43	13	29
5	0	06	33	02	41	13	14	0	05	46	10	54	01	52
6	0	07	51	39	13	27	53	0	06	55	25	04	50	14
7	0	09	10	15	45	42	32	0	08	04	39	15	38	36
8	0	10	28	52	17	57	10	0	09	13	53	26	26	59
9	0	11	47	28	50	11	49	0	10	23	07	37	15	21
10	0	13	06	05	22	26	28	0	11	32	21	48	03	44
11	0	14	24	41	54	41	07	0	12	41	35	58	52	06
12	0	15	43	18	26	55	46	0	13	50	50	09	40	29
13	0	17	01	54	59	10	25	0	15	00	04	20	28	51
14	0	18	20	31	31	25	04	0	16	09	18	31	17	13
15	0	19	39	08	03	39	43	0	17	18	32	42	05	36
16	0	20	57	44	35	54	21	0	18	27	46	52	53	58
17	0	22	16	21	08	09	00	0	19	37	01	03	42	21
18	0	23	34	57	40	23	39	0	20	46	15	14	30	43
19	0	24	53	34	12	38	18	0	21	55	29	25	19	05
20	0	26	12	10	44	52	57	0	23	04	43	36	07	28
21	0	27	30	47	17	07	36	0	24	13	57	46	55	50
22	0	28	49	23	49	22	15	0	25	23	11	57	44	13
23	0	30	08	00	21	36	54	0	26	32	26	08	32	35
24	0	31	26	36	53	51	32	0	27	41	40	19	20	58
25	0	32	45	13	26	06	11	0	28	50	54	30	09	20
26	0	34	03	49	58	20	50	0	30	00	08	40	57	42
27	0	35	22	26	30	35	29	0	31	09	22	51	46	05
28	0	36	41	03	02	50	08	0	32	18	37	02	34	27
29	0	37	59	39	35	04	47	0	33	27	51	13	22	50
30	0	39	18	16	07	19	26	0	34	37	05	24	11	12
31	0	40	36	52	39	34	05	0	35	46	19	34	59	34
32	0	41	55	29	11	48	43	0	36	55	33	45	47	57
33	0	43	14	05	44	03	22	0	38	04	47	56	36	19
34	0	44	32	42	16	18	01	0	39	14	02	07	24	42
35	0	45	51	18	48	32	40	0	40	23	16	18	13	04
36	0	47	09	55	20	47	19	0	41	32	30	29	01	27
37	0	48	28	31	53	01	58	0	42	41	44	39	49	49
38	0	49	47	08	25	16	37	0	43	50	58	50	38	11
39	0	51	05	44	57	31	16	0	45	00	13	01	26	34
40	0	52	24	21	29	45	54	0	46	09	27	12	14	56
41	0	53	42	58	02	00	33	0	47	18	41	23	03	19
42	0	55	01	34	34	15	12	0	48	27	55	33	51	41
43	0	56	20	11	06	29	51	0	49	37	09	44	40	03
44	0	57	38	47	38	44	30	0	50	46	23	55	28	26
45	0	58	57	24	10	59	09	0	51	55	38	06	16	48

Par mois égyptien (30 jours)

Mois	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1 (30 jours)	15	43	18	26	55	46	30	13	50	50	09	40	29	00
2 (60 jours)	31	26	36	53	51	33	00	27	41	40	19	20	58	00
3 (90 jours)	47	09	55	20	47	19	30	41	32	30	29	01	26	59
4 (120 jours)	62	53	13	47	43	06	00	55	23	20	38	41	56	00
5 (150 jours)	78	36	32	14	38	52	29	69	14	10	48	22	25	00
6 (180 jours)	94	19	50	41	34	39	00	83	05	00	58	02	53	59
7 (210 jours)	110	03	09	08	30	25	29	96	55	51	07	43	22	59
8 (240 jours)	125	46	27	35	26	12	00	110	46	41	17	23	52	00
9 (270 jours)	141	29	46	02	21	58	30	124	37	31	27	04	21	00
10 (300 jours)	157	13	04	29	17	44	59	138	28	21	36	44	50	00
11 (330 jours)	172	56	22	56	13	31	29	152	19	11	46	25	19	00
12 (360 jours)	188	39	41	23	09	18	00	166	10	01	56	05	47	59
13 (390 jours)	204	22	59	50	05	04	30	180	00	52	05	46	16	59
14 (420 jours)	220	06	18	17	00	50	59	193	51	42	15	26	45	59
15 (450 jours)	235	49	36	43	56	37	30	207	42	32	25	07	15	00
16 (480 jours)	251	32	55	10	52	24	00	221	33	22	34	47	44	00
17 (510 jours)	267	16	13	37	48	10	30	235	24	12	44	28	13	00
18 (540 jours)	282	59	32	04	43	57	00	249	15	02	54	08	42	00
19 (570 jours)	298	42	50	31	39	43	30	263	05	53	03	49	10	59
20 (600 jours)	314	26	08	58	35	29	59	276	56	43	13	29	40	00
21 (630 jours)	330	09	27	25	31	16	29	290	47	33	23	10	08	59
22 (660 jours)	345	52	45	52	27	02	59	304	38	23	32	50	38	00
23 (690 jours)	1	36	04	19	22	49	30	318	29	13	42	31	07	00
24 (720 jours)	17	19	22	46	18	36	00	332	20	03	52	11	35	59
25 (750 jours)	33	02	41	13	14	22	30	346	10	54	01	52	05	00
26 (780 jours)	48	45	59	40	10	09	00	0	01	44	11	32	33	59
27 (810 jours)	64	29	18	07	05	55	29	13	52	34	21	13	03	00
28 (840 jours)	80	12	36	34	01	41	59	27	43	24	30	53	31	59
29 (870 jours)	95	55	55	00	57	28	30	41	34	14	40	34	01	00
30 (900 jours)	111	39	13	27	53	15	00	55	25	04	50	14	30	00
31 (930 jours)	127	22	31	54	49	01	30	69	15	54	59	54	59	00
32 (960 jours)	143	05	50	21	44	48	00	83	06	45	09	35	28	00
33 (990 jours)	158	49	08	48	40	34	30	96	57	35	19	15	56	59
34 (1 020 jours)	174	32	27	15	36	21	00	110	48	25	28	56	26	00
35 (1 050 jours)	190	15	45	42	32	07	30	124	39	15	38	36	54	59
36 (1 080 jours)	205	59	04	09	27	54	00	138	30	05	48	17	24	00
37 (1 110 jours)	221	42	22	36	23	40	30	152	20	55	57	57	53	00
38 (1 140 jours)	237	25	41	03	19	27	00	166	11	46	07	38	21	59
39 (1 170 jours)	253	08	59	30	15	13	30	180	02	36	17	18	51	00
40 (1 200 jours)	268	52	17	57	10	59	59	193	53	26	26	59	20	00
41 (1 230 jours)	284	35	36	24	06	46	29	207	44	16	36	39	49	00
42 (1 260 jours)	300	18	54	51	02	32	59	221	35	06	46	20	17	59
43 (1 290 jours)	316	02	13	17	58	19	29	235	25	56	56	00	46	59
44 (1 320 jours)	331	45	31	44	54	05	59	249	16	47	05	41	16	00
45 (1 350 jours)	347	28	50	11	49	52	30	263	07	37	15	21	45	00

Par jour

Jours	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	0	31	26	36	53	51	32	0	27	41	40	19	20	58
2	1	02	53	13	47	43	05	0	55	23	20	38	41	56
3	1	34	19	50	41	34	38	1	23	05	00	58	02	54
4	2	05	46	27	35	26	11	1	50	46	41	17	23	52
5	2	37	13	04	29	17	44	2	18	28	21	36	44	50
6	3	08	39	41	23	09	17	2	46	10	01	56	05	48
7	3	40	06	18	17	00	50	3	13	51	42	15	26	46
8	4	11	32	55	10	52	23	3	41	33	22	34	47	44
9	4	42	59	32	04	43	56	4	09	15	02	54	08	42
10	5	14	26	08	58	35	29	4	36	56	43	13	29	40
11	5	45	52	45	52	27	02	5	04	38	23	32	50	37
12	6	17	19	22	46	18	35	5	32	20	03	52	11	36
13	6	48	45	59	40	10	08	6	00	01	44	11	32	34
14	7	20	12	36	34	01	41	6	27	43	24	30	53	32
15	7	51	39	13	27	53	14	6	55	25	04	50	14	30
16	8	23	05	50	21	44	47	7	23	06	45	09	35	28
17	8	54	32	27	15	36	20	7	50	48	25	28	56	26
18	9	25	59	04	09	27	53	8	18	30	05	48	17	24
19	9	57	25	41	03	19	26	8	46	11	46	07	38	22
20	10	28	52	17	57	10	59	9	13	53	26	26	59	20
21	11	00	18	54	51	02	32	9	41	35	06	46	20	18
22	11	31	45	31	44	54	05	10	09	16	47	05	41	15
23	12	03	12	08	38	45	38	10	36	58	27	25	02	14
24	12	34	38	45	32	37	11	11	04	40	07	44	23	12
25	13	06	05	22	26	28	44	11	32	21	48	03	44	10
26	13	37	31	59	20	20	17	12	00	03	28	23	05	08
27	14	08	58	36	14	11	50	12	27	45	08	42	26	06
28	14	40	25	13	08	03	23	12	55	26	49	01	47	04
29	15	11	51	50	01	54	56	13	23	08	29	21	08	02
30	15	43	18	26	55	46	29	13	50	50	09	40	29	00
31	16	14	45	03	49	38	02	14	18	31	49	59	49	58
32	16	46	11	40	43	29	35	14	46	13	30	19	10	56
33	17	17	38	17	37	21	08	15	13	55	10	38	31	54
34	17	49	04	54	31	12	41	15	41	36	50	57	52	52
35	18	20	31	31	25	04	14	16	09	18	31	17	13	50
36	18	51	58	08	18	55	47	16	37	00	11	36	34	48
37	19	23	24	45	12	47	20	17	04	41	51	55	55	46
38	19	54	51	22	06	38	53	17	32	23	32	15	16	44
39	20	26	17	59	00	30	26	18	00	05	12	34	37	42
40	20	57	44	35	54	21	59	18	27	46	52	53	58	40
41	21	29	11	12	48	13	32	18	55	28	33	13	19	38
42	22	00	37	49	42	05	05	19	23	10	13	32	40	36
43	22	32	04	26	35	56	38	19	50	51	53	52	01	34
44	23	03	31	03	29	48	11	20	18	33	34	11	22	31
45	23	34	57	40	23	39	44	20	46	15	14	30	43	30

Vénus

Position [moyenne] en longitude [à l'époque] : Poissons 0° 45′
Position en anomalie [à l'époque] : 71° 07′ 00″
Position de l'apogée [à l'époque] : Taureau 16° 10′

Par période de 18 ans

Périodes de 18 ans[1]	Longitude							Anomalie						
	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗″	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗″
18	355	37	25	36	20	34	30	90	27	44	34	23	46	29
36	351	14	51	12	41	09	00	180	55	29	08	47	32	59
54	346	52	16	49	01	43	30	271	23	13	43	11	19	29
72	342	29	42	25	22	18	00	1	50	58	17	35	05	59
90	338	07	08	01	42	52	30	92	18	42	51	58	52	29
108	333	44	33	38	03	27	00	182	46	27	26	22	38	59
126	329	21	59	14	24	01	30	273	14	12	00	46	25	29
144	324	59	24	50	44	36	00	3	41	56	35	10	11	59
162	320	36	50	27	05	10	30	94	09	41	09	33	58	30
180	316	14	16	03	25	45	00	184	37	25	43	57	44	59
198	311	51	41	39	46	19	30	275	05	10	18	21	31	29
216	307	29	07	16	06	54	00	5	32	54	52	45	17	59
234	303	06	32	52	27	28	29	96	00	39	27	09	04	30
252	298	43	58	28	48	03	00	186	28	24	01	32	50	59
270	294	21	24	05	08	37	30	276	56	08	35	56	37	29
288	289	58	49	41	29	12	00	7	23	53	10	20	23	59
306	285	36	15	17	49	46	29	97	51	37	44	44	10	30
324	281	13	40	54	10	21	00	188	19	22	19	07	57	00
342	276	51	06	30	30	55	30	278	47	06	53	31	43	29
360	272	28	32	06	51	30	00	9	14	51	27	55	29	59
378	268	05	57	43	12	04	29	99	42	36	02	19	16	30
396	263	43	23	19	32	39	00	190	10	20	36	43	02	59
414	259	20	48	55	53	13	30	280	38	05	11	06	49	29
432	254	58	14	32	13	48	00	11	05	49	45	30	35	59
450	250	35	40	08	34	22	29	101	33	34	19	54	22	30
468	246	13	05	44	54	56	59	192	01	18	54	18	09	00
486	241	50	31	21	15	31	30	282	29	03	28	41	55	30
504	237	27	56	57	36	06	00	12	56	48	03	05	41	59
522	233	05	22	33	56	40	29	103	24	32	37	29	28	29
540	228	42	48	10	17	15	00	193	52	17	11	53	14	59
558	224	20	13	46	37	49	30	284	20	01	46	17	01	29
576	219	57	39	22	58	24	00	14	47	46	20	40	47	59
594	215	35	04	59	18	58	29	105	15	30	55	04	34	30
612	211	12	30	35	39	32	59	195	43	15	29	28	21	00
630	206	49	56	12	00	07	30	286	11	00	03	52	07	30
648	202	27	21	48	20	42	00	16	38	44	38	15	54	00
666	198	04	47	24	41	16	29	107	06	29	12	39	40	29
684	193	42	13	01	01	51	00	197	34	13	47	03	26	59
702	189	19	38	37	22	25	30	288	01	58	21	27	13	29
720	184	57	04	13	43	00	00	18	29	42	55	50	59	59
738	180	34	29	50	03	34	29	108	57	27	30	14	46	30
756	176	11	55	26	24	08	59	199	25	12	04	38	33	00
774	171	49	21	02	44	43	30	289	52	56	39	02	19	30
792	167	26	46	39	05	18	00	20	20	41	13	26	05	59
810	163	04	12	15	25	52	30	110	48	25	47	49	52	29

1 Lire «années».

Par année

Années	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	359	45	24	45	21	08	34	225	01	32	28	34	39	15
2	359	30	49	30	42	17	09	90	03	04	57	09	18	30
3	359	16	14	16	03	25	44	315	04	37	25	43	57	45
4	359	01	39	01	24	34	19	180	06	09	54	18	37	00
5	358	47	03	46	45	42	55	45	07	42	22	53	16	15
6	358	32	28	32	06	51	29	270	09	14	51	27	55	30
7	358	17	53	17	28	00	05	135	10	47	20	02	34	45
8	358	03	18	02	49	08	39	0	12	19	48	37	14	00
9	357	48	42	48	10	17	14	225	13	52	17	11	53	15
10	357	34	07	33	31	25	50	90	15	24	45	46	32	30
11	357	19	32	18	52	34	24	315	16	57	14	21	11	45
12	357	04	57	04	13	42	59	180	18	29	42	55	51	00
13	356	50	21	49	34	51	34	45	20	02	11	30	30	15
14	356	35	46	34	56	00	10	270	21	34	40	05	09	30
15	356	21	11	20	17	08	44	135	23	07	08	39	48	45
16	356	06	36	05	38	17	19	0	24	39	37	14	28	00
17	355	52	00	50	59	25	55	225	26	12	05	49	07	15
18	355	37	25	36	20	34	29	90	27	44	34	23	46	30
19	355	22	50	21	41	43	04	315	29	17	02	58	25	45
20	355	08	15	07	02	51	40	180	30	49	31	33	05	00
21	354	53	39	52	24	00	14	45	32	22	00	07	44	15
22	354	39	04	37	45	08	49	270	33	54	28	42	23	30
23	354	24	29	23	06	17	24	135	35	26	57	17	02	45
24	354	09	54	08	27	25	59	0	36	59	25	51	42	00
25	353	55	18	53	48	34	34	225	38	31	54	26	21	15
26	353	40	43	39	09	43	09	90	40	04	23	01	00	30
27	353	26	08	24	30	51	45	315	41	36	51	35	39	45
28	353	11	33	09	52	00	20	180	43	09	20	10	19	00
29	352	56	57	55	13	08	54	45	44	41	48	44	58	15
30	352	42	22	40	34	17	29	270	46	14	17	19	37	30
31	352	27	47	25	55	26	04	135	47	46	45	54	16	45
32	352	13	12	11	16	34	39	0	49	19	14	28	56	00
33	351	58	36	56	37	43	15	225	50	51	43	03	35	15
34	351	44	01	41	58	51	50	90	52	24	11	38	14	30
35	351	29	26	27	20	00	25	315	53	56	40	12	53	45
36	351	14	51	12	41	08	59	180	55	29	08	47	33	00
37	351	00	15	58	02	17	34	45	57	01	37	22	12	15
38	350	45	40	43	23	26	09	270	58	34	05	56	51	30
39	350	31	05	28	44	34	44	136	00	06	34	31	30	45
40	350	16	30	14	05	43	20	1	01	39	03	06	10	00
41	350	01	54	59	26	51	55	226	03	11	31	40	49	15
42	349	47	19	44	48	00	29	91	04	44	00	15	28	30
43	349	32	44	30	09	09	04	316	06	16	28	50	07	45
44	349	18	09	15	30	17	39	181	07	48	57	24	47	00
45	349	03	34	00	51	26	14	46	09	21	25	59	26	15

Par heure

Heures	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	0	02	27	50	43	03	00	0	01	32	28	34	42	58
2	0	04	55	41	26	06	01	0	03	04	57	09	25	57
3	0	07	23	32	09	09	03	0	04	37	25	44	08	55
4	0	09	51	22	52	12	03	0	06	09	54	18	51	54
5	0	12	19	13	35	15	04	0	07	42	22	53	34	53
6	0	14	47	04	18	18	06	0	09	14	51	28	17	51
7	0	17	14	55	01	21	06	0	10	47	20	03	00	50
8	0	19	42	45	44	24	07	0	12	19	48	37	43	49
9	0	22	10	36	27	27	09	0	13	52	17	12	26	47
10	0	24	38	27	10	30	09	0	15	24	45	47	09	46
11	0	27	06	17	53	33	11	0	16	57	14	21	52	45
12	0	29	34	08	36	36	12	0	18	29	42	56	35	43
13	0	32	01	59	19	39	13	0	20	02	11	31	18	42
14	0	34	29	50	02	42	13	0	21	34	40	06	01	41
15	0	36	57	40	45	45	14	0	23	07	08	40	44	39
16	0	39	25	31	28	48	15	0	24	39	37	15	27	38
17	0	41	53	22	11	51	16	0	26	12	05	50	10	37
18	0	44	21	12	54	54	18	0	27	44	34	24	53	35
19	0	46	49	03	37	57	18	0	29	17	02	59	36	34
20	0	49	16	54	21	00	19	0	30	49	31	34	19	33
21	0	51	44	45	04	03	20	0	32	22	00	09	02	31
22	0	54	12	35	47	06	22	0	33	54	28	43	45	30
23	0	56	40	26	30	09	23	0	35	26	57	18	28	29
24	0	59	08	17	13	12	24	0	36	59	25	53	11	27
25	1	01	36	07	56	15	24	0	38	31	54	27	54	26
26	1	04	03	58	39	18	26	0	40	04	23	02	37	25
27	1	06	31	49	22	21	26	0	41	36	51	37	20	23
28	1	08	59	40	05	24	27	0	43	09	20	12	03	22
29	1	11	27	30	48	27	29	0	44	41	48	46	46	21
30	1	13	55	21	31	30	29	0	46	14	17	21	29	19
31	1	16	23	12	14	33	31	0	47	46	45	56	12	18
32	1	18	51	02	57	36	32	0	49	19	14	30	55	17
33	1	21	18	53	40	39	32	0	50	51	43	05	38	15
34	1	23	46	44	23	42	33	0	52	24	11	40	21	14
35	1	26	14	35	06	45	34	0	53	56	40	15	04	13
36	1	28	42	25	49	48	36	0	55	29	08	49	47	11
37	1	31	10	16	32	51	36	0	57	01	37	24	30	10
38	1	33	38	07	15	54	37	0	58	34	05	59	13	09
39	1	36	05	57	58	57	39	1	00	06	34	33	56	07
40	1	38	33	48	42	00	39	1	01	39	03	08	39	06
41	1	41	01	39	25	03	41	1	03	11	31	43	22	05
42	1	43	29	30	08	06	41	1	04	44	00	18	05	03
43	1	45	57	20	51	09	42	1	06	16	28	52	48	02
44	1	48	25	11	34	12	44	1	07	48	57	27	31	01
45	1	50	53	02	17	15	44	1	09	21	26	02	13	59

Par mois égyptien (30 jours)

Mois	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1 (30 jours)	29	34	08	36	36	15	29	18	29	42	56	35	44	00
2 (60 jours)	59	08	17	13	12	30	59	36	59	25	53	11	28	00
3 (90 jours)	88	42	25	49	48	46	29	55	29	08	49	47	12	00
4 (120 jours)	118	16	34	26	25	01	59	73	58	51	46	22	56	00
5 (150 jours)	147	50	43	03	01	17	30	92	28	34	42	58	40	00
6 (180 jours)	177	24	51	39	37	32	59	110	58	17	39	34	24	00
7 (210 jours)	206	59	00	16	13	48	29	129	28	00	36	10	07	59
8 (240 jours)	236	33	08	52	50	03	59	147	57	43	32	45	52	00
9 (270 jours)	266	07	17	29	26	19	29	166	27	26	29	21	36	00
10 (300 jours)	295	41	26	06	02	35	00	184	57	09	25	57	20	00
11 (330 jours)	325	15	34	42	38	50	29	203	26	52	22	33	03	59
12 (360 jours)	354	49	43	19	15	05	59	221	56	35	19	08	48	00
13 (390 jours)	24	23	51	55	51	21	29	240	26	18	15	44	32	00
14 (420 jours)	53	58	00	32	27	36	59	258	56	01	12	20	15	59
15 (450 jours)	83	32	09	09	03	52	29	277	25	44	08	56	00	00
16 (480 jours)	113	06	17	45	40	07	59	295	55	27	05	31	44	00
17 (510 jours)	142	40	26	22	16	23	30	314	25	10	02	07	28	00
18 (540 jours)	172	14	34	58	52	38	59	332	54	52	58	43	12	00
19 (570 jours)	201	48	43	35	28	54	29	351	24	35	55	18	56	00
20 (600 jours)	231	22	52	12	05	10	00	9	54	18	51	54	40	00
21 (630 jours)	260	57	00	48	41	25	29	28	24	01	48	30	23	59
22 (660 jours)	290	31	09	25	17	40	59	46	53	44	45	06	07	59
23 (690 jours)	320	05	18	01	53	56	29	65	23	27	41	41	52	00
24 (720 jours)	349	39	26	38	30	11	59	83	53	10	38	17	36	00
25 (750 jours)	19	13	35	15	06	27	29	102	22	53	34	53	20	00
26 (780 jours)	48	47	43	51	42	42	59	120	52	36	31	29	04	00
27 (810 jours)	78	21	52	28	18	58	30	139	22	19	28	04	48	00
28 (840 jours)	107	56	01	04	55	13	59	157	52	02	24	40	31	59
29 (870 jours)	137	30	09	41	31	29	29	176	21	45	21	16	16	00
30 (900 jours)	167	04	18	18	07	44	59	194	51	28	17	52	00	00
31 (930 jours)	196	38	26	54	44	00	29	213	21	11	14	27	44	00
32 (960 jours)	226	12	35	31	20	15	59	231	50	54	11	03	28	00
33 (990 jours)	255	46	44	07	56	31	29	250	20	37	07	39	11	59
34 (1 020 jours)	285	20	52	44	32	47	00	268	50	20	04	14	56	00
35 (1 050 jours)	314	55	01	21	09	02	29	287	20	03	00	50	39	59
36 (1 080 jours)	344	29	09	57	45	17	59	305	49	45	57	26	24	00
37 (1 110 jours)	14	03	18	34	21	33	29	324	19	28	54	02	07	59
38 (1 140 jours)	43	37	27	10	57	48	59	342	49	11	50	37	52	00
39 (1 170 jours)	73	11	35	47	34	04	29	1	18	54	47	13	36	00
40 (1 200 jours)	102	45	44	24	10	20	00	19	48	37	43	49	20	00
41 (1 230 jours)	132	19	53	00	46	35	30	38	18	20	40	25	04	00
42 (1 260 jours)	161	54	01	37	22	50	59	56	48	03	37	00	47	59
43 (1 290 jours)	191	28	10	13	59	06	29	75	17	46	33	36	32	00
44 (1 320 jours)	221	02	18	50	35	21	59	93	47	29	30	12	15	59
45 (1 350 jours)	250	36	27	27	11	37	29	112	17	12	26	48	00	00

Par jour

Jours	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	0	59	08	17	13	12	30	0	36	59	25	53	11	27
2	1	58	16	34	26	25	01	1	13	58	51	46	22	55
3	2	57	24	51	39	37	32	1	50	58	17	39	34	23
4	3	56	33	08	52	50	03	2	27	57	43	32	45	51
5	4	55	41	26	06	02	34	3	04	57	09	25	57	19
6	5	54	49	43	19	15	05	3	41	56	35	19	08	47
7	6	53	58	00	32	27	36	4	18	56	01	12	20	15
8	7	53	06	17	45	40	07	4	55	55	27	05	31	43
9	8	52	14	34	58	52	38	5	32	54	52	58	43	11
10	9	51	22	52	12	05	09	6	09	54	18	51	54	39
11	10	50	31	09	25	17	40	6	46	53	44	45	06	07
12	11	49	39	26	38	30	11	7	23	53	10	38	17	35
13	12	48	47	43	51	42	42	8	00	52	36	31	29	03
14	13	47	56	01	04	55	13	8	37	52	02	24	40	31
15	14	47	04	18	18	07	44	9	14	51	28	17	51	59
16	15	46	12	35	31	20	15	9	51	50	54	11	03	27
17	16	45	20	52	44	32	46	10	28	50	20	04	14	55
18	17	44	29	09	57	45	17	11	05	49	45	57	26	23
19	18	43	37	27	10	57	48	11	42	49	11	50	37	51
20	19	42	45	44	24	10	19	12	19	48	37	43	49	19
21	20	41	54	01	37	22	50	12	56	48	03	37	00	47
22	21	41	02	18	50	35	21	13	33	47	29	30	12	15
23	22	40	10	36	03	47	52	14	10	46	55	23	23	43
24	23	39	18	53	17	00	23	14	47	46	21	16	35	11
25	24	38	27	10	30	12	54	15	24	45	47	09	46	39
26	25	37	35	27	43	25	25	16	01	45	13	02	58	07
27	26	36	43	44	56	37	56	16	38	44	38	56	09	35
28	27	35	52	02	09	50	27	17	15	44	04	49	21	03
29	28	35	00	19	23	02	58	17	52	43	30	42	32	31
30	29	34	08	36	36	15	29	18	29	42	56	35	43	59
31	30	33	16	53	49	28	00	19	06	42	22	28	55	27
32	31	32	25	11	02	40	31	19	43	41	48	22	06	55
33	32	31	33	28	15	53	02	20	20	41	14	15	18	23
34	33	30	41	45	29	05	33	20	57	40	40	08	29	51
35	34	29	50	02	42	18	04	21	34	40	06	01	41	19
36	35	28	58	19	55	30	35	22	11	39	31	54	52	47
37	36	28	06	37	08	43	06	22	48	38	57	48	04	15
38	37	27	14	54	21	55	37	23	25	38	23	41	15	43
39	38	26	23	11	35	08	08	24	02	37	49	34	27	11
40	39	25	31	28	48	20	39	24	39	37	15	27	38	39
41	40	24	39	46	01	33	10	25	16	36	41	20	50	07
42	41	23	48	03	14	45	41	25	53	36	07	14	01	35
43	42	22	56	20	27	58	12	26	30	35	33	07	13	03
44	43	22	04	37	41	10	43	27	07	34	59	00	24	31
45	44	21	12	54	54	23	14	27	44	34	24	53	35	59

Mercure

Position [moyenne] en longitude [à l'époque] : Poissons 0° 45′
Position en anomalie [à l'époque] : 21° 55′ 00″
Position de l'apogée [à l'époque] : Balance 1° 10′

Par période de 18 ans

Périodes de 18 ans[1]	Longitude							Anomalie						
	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗″	°	′	″	‴	⁗	⁗′	⁗″
18	355	37	25	36	20	34	30	251	00	45	45	53	45	00
36	351	14	51	12	41	09	00	142	01	31	31	47	30	00
54	346	52	16	49	01	43	30	33	02	17	17	41	15	00
72	342	29	42	25	22	18	00	284	03	03	03	35	00	00
90	338	07	08	01	42	52	30	175	03	48	49	28	45	00
108	333	44	33	38	03	27	00	66	04	34	35	22	30	00
126	329	21	59	14	24	01	30	317	05	20	21	16	15	00
144	324	59	24	50	44	36	00	208	06	06	07	10	00	00
162	320	36	50	27	05	10	30	99	06	51	53	03	45	00
180	316	14	16	03	25	45	00	350	07	37	38	57	30	00
198	311	51	41	39	46	19	30	241	08	23	24	51	15	00
216	307	29	07	16	06	54	00	132	09	09	10	45	00	00
234	303	06	32	52	27	28	29	23	09	54	56	38	45	00
252	298	43	58	28	48	03	00	274	10	40	42	32	30	00
270	294	21	24	05	08	37	30	165	11	26	28	26	15	00
288	289	58	49	41	29	12	00	56	12	12	14	20	00	00
306	285	36	15	17	49	46	29	307	12	58	00	13	45	00
324	281	13	40	54	10	21	00	198	13	43	46	07	30	00
342	276	51	06	30	30	55	30	89	14	29	32	01	15	00
360	272	28	32	06	51	30	00	340	15	15	17	55	00	00
378	268	05	57	43	12	04	29	231	16	01	03	48	45	00
396	263	43	23	19	32	39	00	122	16	46	49	42	30	00
414	259	20	48	55	53	13	30	13	17	32	35	36	15	00
432	254	58	14	32	13	48	00	264	18	18	21	30	00	00
450	250	35	40	08	34	22	29	155	19	04	07	23	45	00
468	246	13	05	44	54	56	59	46	19	49	53	17	30	00
486	241	50	31	21	15	31	30	297	20	35	39	11	15	00
504	237	27	56	57	36	06	00	188	21	21	25	05	00	00
522	233	05	22	33	56	40	29	79	22	07	10	58	45	00
540	228	42	48	10	17	15	00	330	22	52	56	52	30	00
558	224	20	13	46	37	49	30	221	23	38	42	46	15	00
576	219	57	39	22	58	24	00	112	24	24	28	40	00	00
594	215	35	04	59	18	58	29	3	25	10	14	33	45	00
612	211	12	30	35	39	32	59	254	25	56	00	27	30	00
630	206	49	56	12	00	07	30	145	26	41	46	21	15	00
648	202	27	21	48	20	42	00	36	27	27	32	15	00	00
666	198	04	47	24	41	16	29	287	28	13	18	08	45	00
684	193	42	13	01	01	51	00	178	28	59	04	02	30	00
702	189	19	38	37	22	25	30	69	29	44	49	56	15	00
720	184	57	04	13	43	00	00	320	30	30	35	50	00	00
738	180	34	29	50	03	34	29	211	31	16	21	43	45	00
756	176	11	55	26	24	08	59	102	32	02	07	37	30	00
774	171	49	21	02	44	43	30	353	32	47	53	31	15	00
792	167	26	46	39	05	18	00	244	33	33	39	25	00	00
810	163	04	12	15	25	52	30	135	34	19	25	18	45	00

1 Lire «années».

Par année

Années	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	359	45	24	45	21	08	34	53	56	42	32	32	59	09
2	359	30	49	30	42	17	09	107	53	25	05	05	58	19
3	359	16	14	16	03	25	44	161	50	07	37	38	57	29
4	359	01	39	01	24	34	19	215	46	50	10	11	56	39
5	358	47	03	46	45	42	55	269	43	32	42	44	55	49
6	358	32	28	32	06	51	29	323	40	15	15	17	54	59
7	358	17	53	17	28	00	05	17	36	57	47	50	54	10
8	358	03	18	02	49	08	39	71	33	40	20	23	53	19
9	357	48	42	48	10	17	14	125	30	22	52	56	52	29
10	357	34	07	33	31	25	50	179	27	05	25	29	51	39
11	357	19	32	18	52	34	24	233	23	47	58	02	50	49
12	357	04	57	04	13	42	59	287	20	30	30	35	49	59
13	356	50	21	49	34	51	34	341	17	13	03	08	49	09
14	356	35	46	34	56	00	10	35	13	55	35	41	48	20
15	356	21	11	20	17	08	44	89	10	38	08	14	47	29
16	356	06	36	05	38	17	19	143	07	20	40	47	46	39
17	355	52	00	50	59	25	55	197	04	03	13	20	45	49
18	355	37	25	36	20	34	29	251	00	45	45	53	44	59
19	355	22	50	21	41	43	04	304	57	28	18	26	44	09
20	355	08	15	07	02	51	40	358	54	10	50	59	43	19
21	354	53	39	52	24	00	14	52	50	53	23	32	42	29
22	354	39	04	37	45	08	49	106	47	35	56	05	41	39
23	354	24	29	23	06	17	24	160	44	18	28	38	40	49
24	354	09	54	08	27	25	59	214	41	01	01	11	39	59
25	353	55	18	53	48	34	34	268	37	43	33	44	39	09
26	353	40	43	39	09	43	09	322	34	26	06	17	38	19
27	353	26	08	24	30	51	45	16	31	08	38	50	37	29
28	353	11	33	09	52	00	20	70	27	51	11	23	36	40
29	352	56	57	55	13	08	54	124	24	33	43	56	35	49
30	352	42	22	40	34	17	29	178	21	16	16	29	34	59
31	352	27	47	25	55	26	04	232	17	58	49	02	34	09
32	352	13	12	11	16	34	39	286	14	41	21	35	33	19
33	351	58	36	56	37	43	15	340	11	23	54	08	32	29
34	351	44	01	41	58	51	50	34	08	06	26	41	31	39
35	351	29	26	27	20	00	25	88	04	48	59	14	30	49
36	351	14	51	12	41	08	59	142	01	31	31	47	29	59
37	351	00	15	58	02	17	34	195	58	14	04	20	29	09
38	350	45	40	43	23	26	09	249	54	56	36	53	28	19
39	350	31	05	28	44	34	44	303	51	39	09	26	27	29
40	350	16	30	14	05	43	20	357	48	21	41	59	26	39
41	350	01	54	59	26	51	55	51	45	04	14	32	25	49
42	349	47	19	44	48	00	29	105	41	46	47	05	24	59
43	349	32	44	30	09	09	04	159	38	29	19	38	24	09
44	349	18	09	15	30	17	39	213	35	11	52	11	23	19
45	349	03	34	00	51	26	14	267	31	54	24	44	22	30

Par heure

Heures	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	0	02	27	50	43	03	00	0	07	46	00	17	28	59
2	0	04	55	41	26	06	01	0	15	32	00	34	57	59
3	0	07	23	32	09	09	03	0	23	18	00	52	26	58
4	0	09	51	22	52	12	03	0	31	04	01	09	55	58
5	0	12	19	13	35	15	04	0	38	50	01	27	24	57
6	0	14	47	04	18	18	06	0	46	36	01	44	53	57
7	0	17	14	55	01	21	06	0	54	22	02	02	22	57
8	0	19	42	45	44	24	07	1	02	08	02	19	51	56
9	0	22	10	36	27	27	09	1	09	54	02	37	20	56
10	0	24	38	27	10	30	09	1	17	40	02	54	49	55
11	0	27	06	17	53	33	11	1	25	26	03	12	18	55
12	0	29	34	08	36	36	12	1	33	12	03	29	47	55
13	0	32	01	59	19	39	13	1	40	58	03	47	16	54
14	0	34	29	50	02	42	13	1	48	44	04	04	45	54
15	0	36	57	40	45	45	14	1	56	30	04	22	14	53
16	0	39	25	31	28	48	15	2	04	16	04	39	43	53
17	0	41	53	22	11	51	16	2	12	02	04	57	12	52
18	0	44	21	12	54	54	18	2	19	48	05	14	41	52
19	0	46	49	03	37	57	18	2	27	34	05	32	10	52
20	0	49	16	54	21	00	19	2	35	20	05	49	39	51
21	0	51	44	45	04	03	20	2	43	06	06	07	08	51
22	0	54	12	35	47	06	22	2	50	52	06	24	37	50
23	0	56	40	26	30	09	23	2	58	38	06	42	06	50
24	0	59	08	17	13	12	24	3	06	24	06	59	35	50
25	1	01	36	07	56	15	24	3	14	10	07	17	04	49
26	1	04	03	58	39	18	26	3	21	56	07	34	33	49
27	1	06	31	49	22	21	26	3	29	42	07	52	02	48
28	1	08	59	40	05	24	27	3	37	28	08	09	31	48
29	1	11	27	30	48	27	29	3	45	14	08	27	00	47
30	1	13	55	21	31	30	29	3	53	00	08	44	29	47
31	1	16	23	12	14	33	31	4	00	46	09	01	58	47
32	1	18	51	02	57	36	32	4	08	32	09	19	27	46
33	1	21	18	53	40	39	32	4	16	18	09	36	56	46
34	1	23	46	44	23	42	33	4	24	04	09	54	25	45
35	1	26	14	35	06	45	34	4	31	50	10	11	54	45
36	1	28	42	25	49	48	36	4	39	36	10	29	23	45
37	1	31	10	16	32	51	36	4	47	22	10	46	52	44
38	1	33	38	07	15	54	37	4	55	08	11	04	21	44
39	1	36	05	57	58	57	39	5	02	54	11	21	50	43
40	1	38	33	48	42	00	39	5	10	40	11	39	19	43
41	1	41	01	39	25	03	41	5	18	26	11	56	48	42
42	1	43	29	30	08	06	41	5	26	12	12	14	17	42
43	1	45	57	20	51	09	42	5	33	58	12	31	46	42
44	1	48	25	11	34	12	44	5	41	44	12	49	15	41
45	1	50	53	02	17	15	44	5	49	30	13	06	44	41

Par mois égyptien (30 jours)

Mois	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1 (30 jours)	29	34	08	36	36	15	29	93	12	03	29	47	54	59
2 (60 jours)	59	08	17	13	12	30	59	186	24	06	59	35	49	59
3 (90 jours)	88	42	25	49	48	46	29	279	36	10	29	23	44	59
4 (120 jours)	118	16	34	26	25	01	59	12	48	13	59	11	39	59
5 (150 jours)	147	50	43	03	01	17	30	106	00	17	28	59	34	59
6 (180 jours)	177	24	51	39	37	32	59	199	12	20	58	47	29	59
7 (210 jours)	206	59	00	16	13	48	29	292	24	24	28	35	24	59
8 (240 jours)	236	33	08	52	50	03	59	25	36	27	58	23	19	59
9 (270 jours)	266	07	17	29	26	19	29	118	48	31	28	11	14	59
10 (300 jours)	295	41	26	06	02	35	00	212	00	34	57	59	09	59
11 (330 jours)	325	15	34	42	38	50	29	305	12	38	27	47	04	59
12 (360 jours)	354	49	43	19	15	05	59	38	24	41	57	34	59	59
13 (390 jours)	24	23	51	55	51	21	29	131	36	45	27	22	54	59
14 (420 jours)	53	58	00	32	27	36	59	224	48	48	57	10	49	59
15 (450 jours)	83	32	09	09	03	52	29	318	00	52	26	58	44	59
16 (480 jours)	113	06	17	45	40	07	59	51	12	55	56	46	39	59
17 (510 jours)	142	40	26	22	16	23	30	144	24	59	26	34	34	59
18 (540 jours)	172	14	34	58	52	38	59	237	37	02	56	22	29	59
19 (570 jours)	201	48	43	35	28	54	29	330	49	06	26	10	24	59
20 (600 jours)	231	22	52	12	05	10	00	64	01	09	55	58	19	59
21 (630 jours)	260	57	00	48	41	25	29	157	13	13	25	46	14	59
22 (660 jours)	290	31	09	25	17	40	59	250	25	16	55	34	09	59
23 (690 jours)	320	05	18	01	53	56	29	343	37	20	25	22	04	59
24 (720 jours)	349	39	26	38	30	11	59	76	49	23	55	09	59	59
25 (750 jours)	19	13	35	15	06	27	29	170	01	27	24	57	54	59
26 (780 jours)	48	47	43	51	42	42	59	263	13	30	54	45	49	59
27 (810 jours)	78	21	52	28	18	58	30	356	25	34	24	33	44	59
28 (840 jours)	107	56	01	04	55	13	59	89	37	37	54	21	39	59
29 (870 jours)	137	30	09	41	31	29	29	182	49	41	24	09	34	59
30 (900 jours)	167	04	18	18	07	44	59	276	01	44	53	57	29	59
31 (930 jours)	196	38	26	54	44	00	29	9	13	48	23	45	24	59
32 (960 jours)	226	12	35	31	20	15	59	102	25	51	53	33	19	59
33 (990 jours)	255	46	44	07	56	31	29	195	37	55	23	21	14	59
34 (1 020 jours)	285	20	52	44	32	47	00	288	49	58	53	09	09	59
35 (1 050 jours)	314	55	01	21	09	02	29	22	02	02	22	57	04	59
36 (1 080 jours)	344	29	09	57	45	17	59	115	14	05	52	44	59	59
37 (1 110 jours)	14	03	18	34	21	33	29	208	26	09	22	32	54	59
38 (1 140 jours)	43	37	27	10	57	48	59	301	38	12	52	20	49	59
39 (1 170 jours)	73	11	35	47	34	04	29	34	50	16	22	08	44	59
40 (1 200 jours)	102	45	44	24	10	20	00	128	02	19	51	56	39	59
41 (1 230 jours)	132	19	53	00	46	35	30	221	14	23	21	44	34	59
42 (1 260 jours)	161	54	01	37	22	50	59	314	26	26	51	32	29	59
43 (1 290 jours)	191	28	10	13	59	06	29	47	38	30	21	20	24	59
44 (1 320 jours)	221	02	18	50	35	21	59	140	50	33	51	08	19	59
45 (1 350 jours)	250	36	27	27	11	37	29	234	02	37	20	56	15	00

Par jour

Jours	Longitude							Anomalie						
	°	'	"	"'	""	""'	"""	°	'	"	"'	""	""'	"""
1	0	59	08	17	13	12	30	3	06	24	06	59	35	50
2	1	58	16	34	26	25	01	6	12	48	13	59	11	40
3	2	57	24	51	39	37	32	9	19	12	20	58	47	30
4	3	56	33	08	52	50	03	12	25	36	27	58	23	20
5	4	55	41	26	06	02	34	15	32	00	34	57	59	10
6	5	54	49	43	19	15	05	18	38	24	41	57	35	00
7	6	53	58	00	32	27	36	21	44	48	48	57	10	50
8	7	53	06	17	45	40	07	24	51	12	55	56	46	40
9	8	52	14	34	58	52	38	27	57	37	02	56	22	30
10	9	51	22	52	12	05	09	31	04	01	09	55	58	20
11	10	50	31	09	25	17	40	34	10	25	16	55	34	10
12	11	49	39	26	38	30	11	37	16	49	23	55	10	00
13	12	48	47	43	51	42	42	40	23	13	30	54	45	50
14	13	47	56	01	04	55	13	43	29	37	37	54	21	40
15	14	47	04	18	18	07	44	46	36	01	44	53	57	30
16	15	46	12	35	31	20	15	49	42	25	51	53	33	20
17	16	45	20	52	44	32	46	52	48	49	58	53	09	10
18	17	44	29	09	57	45	17	55	55	14	05	52	45	00
19	18	43	37	27	10	57	48	59	01	38	12	52	20	50
20	19	42	45	44	24	10	19	62	08	02	19	51	56	40
21	20	41	54	01	37	22	50	65	14	26	26	51	32	30
22	21	41	02	18	50	35	21	68	20	50	33	51	08	20
23	22	40	10	36	03	47	52	71	27	14	40	50	44	10
24	23	39	18	53	17	00	23	74	33	38	47	50	20	00
25	24	38	27	10	30	12	54	77	40	02	54	49	55	50
26	25	37	35	27	43	25	25	80	46	27	01	49	31	40
27	26	36	43	44	56	37	56	83	52	51	08	49	07	30
28	27	35	52	02	09	50	27	86	59	15	15	48	43	20
29	28	35	00	19	23	02	58	90	05	39	22	48	19	10
30	29	34	08	36	36	15	29	93	12	03	29	47	55	00
31	30	33	16	53	49	28	00	96	18	27	36	47	30	50
32	31	32	25	11	02	40	31	99	24	51	43	47	06	40
33	32	31	33	28	15	53	02	102	31	15	50	46	42	30
34	33	30	41	45	29	05	33	105	37	39	57	46	18	20
35	34	29	50	02	42	18	04	108	44	04	04	45	54	10
36	35	28	58	19	55	30	35	111	50	28	11	45	30	00
37	36	28	06	37	08	43	06	114	56	52	18	45	05	50
38	37	27	14	54	21	55	37	118	03	16	25	44	41	40
39	38	26	23	11	35	08	08	121	09	40	32	44	17	30
40	39	25	31	28	48	20	39	124	16	04	39	43	53	20
41	40	24	39	46	01	33	10	127	22	28	46	43	29	10
42	41	23	48	03	14	45	41	130	28	52	53	43	05	00
43	42	22	56	20	27	58	12	133	35	17	00	42	40	50
44	43	22	04	37	41	10	43	136	41	41	07	42	16	40
45	44	21	12	54	54	23	14	139	48	05	14	41	52	30

5. Notions préliminaires aux hypothèses des cinq planètes

Après avoir exposé ces anomalies, nous devons maintenant discuter des mouvements en longitude des cinq planètes [1], que j'ai représentés généralement de la manière suivante.

Deux mouvements simples suffisent pour expliquer ce que nous proposons : un produit par des cercles excentriques [au centre du] zodiaque, et un autre produit par des cercles concentriques à l'écliptique, mais qui portent des épicycles. Il y a également deux anomalies apparentes pour chaque planète : une qui varie selon sa position dans l'écliptique, et l'autre selon sa position par rapport au Soleil. Pour cette dernière, nous trouvons, à partir d'une série de différentes configurations [de la planète avec le Soleil] observées dans les mêmes parties de l'écliptique, que les cinq planètes prennent plus de temps pour passer de la plus grande vitesse à la moyenne que pour passer de la moyenne à la minimale. Cet effet ne peut pas être une conséquence de l'hypothèse excentrique, qui produit exactement l'effet contraire, puisque la plus grande vitesse a lieu au périgée dans cette hypothèse, tandis que dans les deux hypothèses [excentrique et épicyclique], l'arc du périgée jusqu'au point de vitesse moyenne est plus petit que l'arc de ce point jusqu'à l'apogée ; mais dans l'hypothèse épicyclique, cet effet peut se produire quand la plus grande vitesse est non pas au périgée, comme dans le cas de la Lune, mais à l'apogée, c'est-à-dire lorsque la planète, partant de l'apogée, se déplace non pas dans le sens du premier mouvement [vers l'ouest], comme la Lune, mais plutôt vers l'arrière [l'est]. C'est pourquoi nous expliquons ce type d'anomalie par l'hypothèse épicyclique.

Pour l'anomalie relative à la position sur l'écliptique, nous trouvons le contraire à partir des [observations des] arcs de l'écliptique parcourus dans les mêmes phases [successives] ou dans les mêmes configurations [Soleil-planète] : le temps entre la moindre vitesse et la vitesse moyenne est toujours plus long que celui entre la vitesse moyenne et la plus grande. Cet effet peut résulter de l'une ou l'autre des deux hypothèses, comme nous l'avons expliqué au début de notre discussion sur le Soleil, en parlant de l'équivalence des hypothèses. Mais cet effet convient mieux à l'hypothèse excentrique, que nous utilisons pour expliquer ce genre d'anomalie, puisque l'autre anomalie se produit seulement dans l'hypothèse épicyclique.

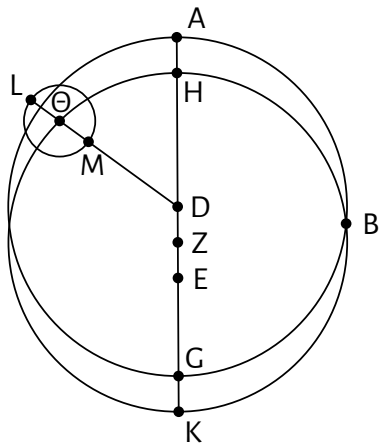
Cependant, à partir d'une comparaison à long terme des positions observées avec les résultats calculés à partir de la combinaison des deux hypothèses, nous constatons qu'il ne suffira pas de simplement supposer [comme nous l'avons fait jusqu'à présent] que les plans dans lesquels nous décrivons les cercles excentriques sont stationnaires et que la droite qui joint leurs centres et celui de l'écliptique, sur laquelle sont l'apogée et le périgée, reste à distance constante des points tropiques et équinoxiaux ; ni [de supposer] que l'excentrique portant le centre de l'épicycle est identique à l'excentrique par rapport au centre duquel l'épicycle fait sa révolution uniforme vers l'arrière, parcourant des angles égaux en des temps égaux. Nous constatons au contraire que l'apogée de l'excentrique effectue un mouvement lent vers l'arrière [selon l'ordre des signes / vers l'est] par rapport aux tropiques [solstices], qui est uniforme autour du centre de l'écliptique, qui est à peu près le même pour chaque planète que celui de la sphère des étoiles fixes, c'est-à-dire

1 Ici, Halma implique que l'exposé des anomalies précède et celui des mouvements en longitude suit, ce qui semble être le cas aussi du texte grec. Manitius et Toomer disent plutôt le contraire : l'exposé des mouvements moyens précède, et celui des anomalies suit. J'ai préféré y aller avec ma compréhension du texte grec (que je ne prétends pas être parfaite), en notant que Toomer semble avoir simplement traduit l'allemand de Manitius en anglais.

1° en 100 ans, pour autant qu'on puisse en juger. Nous trouvons aussi que les centres des épicycles sont portés sur des excentriques qui, bien qu'égaux en grandeur à l'excentrique qui produit l'anomalie, ne sont pas décrits autour du même centre que celui-ci ; le centre [du déférent réel] est le point bissecteur de la ligne joignant le centre de l'excentrique produisant l'anomalie au centre de l'écliptique. Pour Mercure, toutefois, le cercle est décrit autour d'un point aussi distant du centre du cercle autour duquel cet astre tourne que l'est ce dernier point de l'apogée du centre de l'excentrique produisant l'anomalie, qui est à la même distance vers l'apogée du point représentant l'observateur ; car nous trouvons, pour cette planète seulement, et comme pour la Lune, que l'excentrique est porté par [le mouvement du] centre mentionné ci-dessus contre l'ordre des signes [vers l'ouest], en sens opposé à l'épicycle, au rythme d'une révolution par an, parce que la planète apparait deux fois au périgée au cours d'une révolution, tout comme la Lune apparait deux fois au périgée en un mois [synodique].

6. Du mode et de la différence entre ces hypothèses

Pour faire mieux comprendre en quoi consistent les diverses hypothèses dont nous venons de parler, soit d'abord pour les autres planètes [que Mercure], le cercle excentrique ABG autour du centre D, avec le diamètre ADG passant par D et par le centre de l'écliptique ; sur celui-ci, soit E le centre de l'écliptique, où se trouve l'œil de l'observateur, de sorte que A est l'apogée et G, le périgée. DE est coupé en deux moitiés en Z, et de ce point Z et de rayon DA, traçons un cercle HΘK égal à ABG. Puis, autour de Θ, traçons l'épicycle LM et joignons LΘMD [1].



Pas à l'échelle

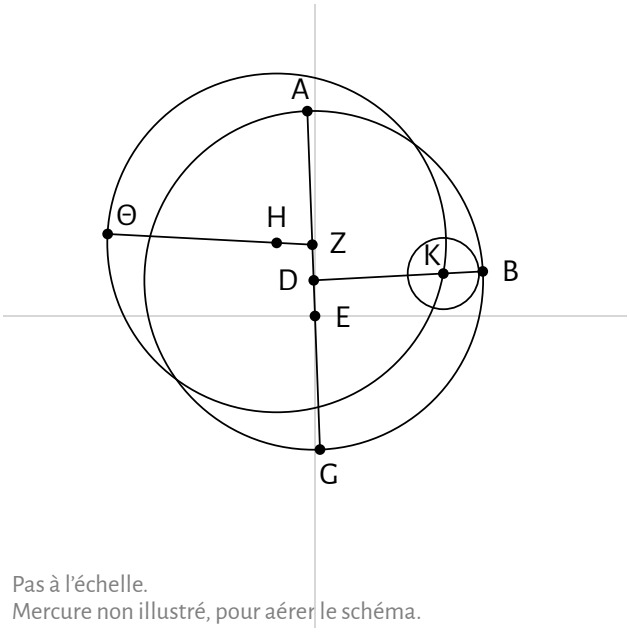
Supposons d'abord que le plan des cercles excentriques est incliné sur celui de l'écliptique, et que celui de l'épicycle est incliné sur celui des excentriques, à cause du mouvement en latitude des planètes, conformément à ce que nous démontrerons à ce sujet. Pour les mouvements en longitude, par commodité, imaginons qu'ils se font tous dans le plan de l'écliptique — il n'y aura pas de différence notable en longitude, du moins pour des inclinaisons sont aussi petites que celles que nous démontrerons pour chaque planète. Ensuite, nous disons que tous ces plans [2] tournent uniformément autour du centre E suivant l'ordre des signes [vers l'arrière / l'est], faisant avancer les apogées et les périgées de 1° en 100 ans, et que le diamètre LΘM de l'épicycle tourne uniformément autour du centre D, aussi suivant l'ordre des signes, à une vitesse correspondant au retour de la planète en longitude, et qu'il emporte avec lui les points L

1 Remerciements au Dr. Jean-Pierre Lasota-Hirszowicz, Directeur de Recherche Emérite ; CNRS, Institut d'Astrophysique de Paris, pour m'avoir signalé une erreur dans le diagramme.

2 Toomer a «ce plan» au singulier, mais le terme grec est bien pluriel, comme pour apogées et périgées un peu plus loin dans cette même phrase.

et M de l'épicycle, et le centre Θ de l'épicycle (se déplaçant toujours sur l'excentrique HΘK), de même que la planète elle-même, qui se déplace uniformément sur l'épicycle LM et revenant toujours au même point sur ce diamètre vers le centre D, à une vitesse correspondant à la période moyenne de l'anomalie relative au Soleil [synodique], son mouvement à l'apogée L se faisant suivant l'ordre des signes [vers l'arrière / l'est].

Quant aux particularités de l'hypothèse de Mercure, soit d'abord ABG, l'excentrique produisant l'anomalie, autour du centre D, et de diamètre ADEG passant par D, par le centre E de l'écliptique, et par l'apogée A. Sur AG, prenons [le segment] DZ vers l'apogée A, égal à DE. Ensuite, tout le reste demeurant pareil — c'est-à-dire que tout le plan [tourne] autour du centre E, emportant l'apogée dans l'ordre des signes [vers l'arrière / l'est] de la même quantité que pour les autres planètes, et que l'épicycle tourne uniformément autour du centre D dans l'ordre des signes, comme par la ligne DB, et que la planète se déplace sur l'épicycle comme le font les autres planètes. Ici, le centre de l'autre excentrique, qui est de taille égale à celle du premier et sur lequel se trouve le centre de l'épicycle, est entrainé autour du point Z



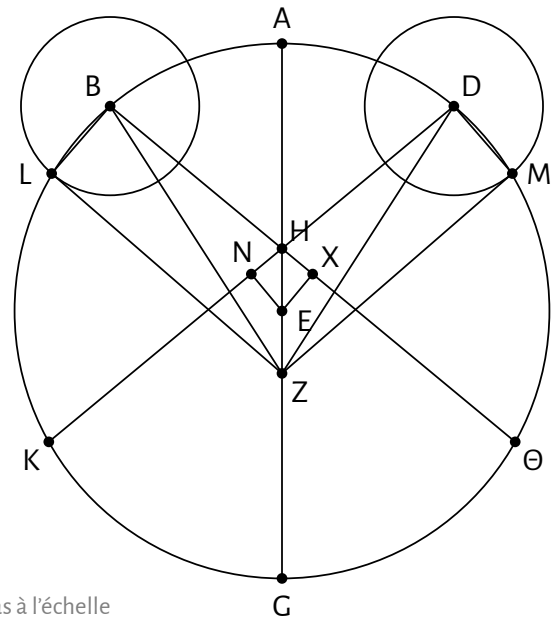
Pas à l'échelle.
Mercure non illustré, pour aérer le schéma.

en sens contraire du mouvement de l'épicycle, c'est-à-dire contre l'ordre des signes [vers l'avant / l'ouest], mais uniformément et avec la même vitesse que l'épicycle, comme par la ligne ZHΘ. Ainsi, en une année, chacune des lignes DB et ZHΘ reviendra une fois au même point de l'écliptique, mais deux fois l'une par rapport à l'autre. Le centre de second excentrique sera toujours à une distance ZH du point Z, égale tant à ED qu'à DZ. Ainsi le petit cercle décrit par son mouvement vers l'ouest, de centre Z et de rayon ZH, est bordé par le centre D du premier excentrique fixe ; mais l'excentrique mobile sera décrit du centre H et de rayon HΘ égal à DA (comme ici ΘK), son centre étant toujours sur cet excentrique mobile, comme ici au point K.

Nous comprendrons encore mieux ces hypothèses par les démonstrations des paramètres particuliers à chaque planète, où nous verrons mieux les motifs qui ont déterminé ces hypothèses.

Il faut toutefois préciser que les périodes longitudinales ne ramènent pas la planète à la même position sur l'écliptique et [en même temps] par rapport à l'apogée ou au périgée de l'excentrique, à cause du déplacement de position de ces derniers. Ainsi, les mouvements moyens en longitude que nous avons tabulés ci-dessus ne sont pas les retours [des planètes] aux apogées des excentriques, mais ceux définis par rapport aux points tropiques [solsticiaux] et équinoxiaux, sur une année telle que nous l'avons déterminée.

Nous devons donc d'abord prouver que, selon ces hypothèses, pour des distances égales de la planète en longitude moyenne d'un côté ou de l'autre de l'apogée ou du périgée, la différence [équation] d'anomalie écliptique d'un côté est égale à celle de l'autre côté, et que la plus grande élongation sur l'épicycle depuis la position moyenne [d'un côté est égal à celle de l'autre côté].



Pas à l'échelle

Soit ABGD, le cercle excentrique qui porte le centre de l'épicycle, avec pour centre E et diamètre AEG, sur lequel nous supposons Z comme centre de l'écliptique et H comme centre de l'excentrique produisant l'anomalie, c'est-à-dire le point autour duquel nous disons que le mouvement uniforme de l'épicycle a lieu. Traçons BHΘ et DHK à distance égale de l'apogée A, de sorte que ∠ AHB = ∠ AHD. Traçons autour des points B et D des épicycles égaux, et joignons BZ et DZ. À partir de Z, l'observateur, traçons ZL et ZM comme tangentes aux épicycles [vers le périgée].

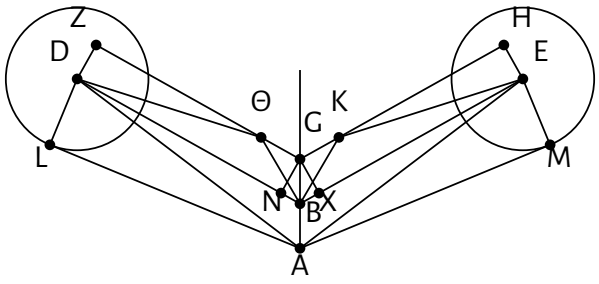
Je dis que les angles de l'équation de l'anomalie écliptique ∠ ZBH = ∠ HDZ et que les plus grandes élongations sur l'épicycle ∠ BZL = ∠ DZM. Ainsi, les inégalités [des plus grandes élongations] résultant de la combinaison [des hypothèses] excentrique et épicyclique seront égales.

Traçons, à partir de B et D, les droites BL et DM perpendiculaires à ZL et ZM, [respectivement], ainsi que, à partir de E, les droites EN et EX perpendiculaires à DK et BΘ [respectivement].

Alors, puisque ∠ XHE = ∠ NHE, que les angles en N et X sont droits, et que EH est commun aux triangles équiangles [NHE et XHE], NH = XH et perpendiculaire EN = perpendiculaire EX. Donc, les droites BΘ et DK sont à égale distance du centre E ; elles sont égales entre elles, et leurs moitiés sont aussi égales entre elles [BX = DN].

Par conséquent, par soustraction [de XH de BX et de NH de DN], BH = DH. Mais HZ est aussi commun [aux triangles BHZ et DHZ] et ∠ BHZ = ∠ DHZ. Donc base BZ = base DZ, et ∠ HBZ = ∠ HDZ. Aussi, BL = DM (rayons de l'épicycle), et les angles en L et en M sont droits. Donc ∠ BZL = ∠ DZM.

Maintenant, pour représenter l'hypothèse de Mercure, soit ABG le diamètre passant par les centres et l'apogée des cercles [excentriques], et soit A le centre de l'écliptique, B le centre de l'excentrique produisant l'anomalie, et G le point autour duquel tourne le centre de l'excentrique qui porte l'épicycle. Traçons, de part et d'autre [de l'apogée], les droites BD et BE, représentant le mouvement uniforme de l'épicycle dans l'ordre des signes [vers l'est], et les droites GZ et GH représentant la révolution de l'excentrique contre l'ordre des signes [vers l'ouest] à vitesse égale [à celle de l'épicycle]. Il est clair que les angles G et B sont égaux, et que BD est parallèle à GZ, et BE à GH. Sur GZ et GH,



Pas à l'échelle

prenons les centres des excentres [mobiles] en Θ et en K, et faisons passer par les points D et E les excentriques autour de ces centres, sur lesquels nous traçons les épicycles égaux. Joignons AD et AE, et traçons AL et AM tangentes aux épicycles.

Nous devons maintenant prouver que, dans cette situation aussi, les angles de l'équation d'anomalie écliptique ∠ ADB = ∠ AEB, et que les angles de plus grande élongation sur l'épicycle ∠ DAL = ∠ EAM.

Joignons BΘ, BK, ΘD, et KE, et traçons, à partir de G, les droites GN et GX perpendiculaires à BD et BE [respectivement] ; et à partir de D et E, les droites DZ et EH perpendiculaires à GZ et GH ainsi que les droites DL et EM perpendiculaires à AL et AM. Puisque ∠ GBN = ∠ GBX [par hypothèse], que les angles en N et X sont droits, et que la droite GB est commune [aux triangles GBN et GBX], les droites GN = GX et DZ = EH. Aussi, ΘD = KE et les angles en Z et H sont droits, donc ∠ DΘZ = ∠ EKH ; aussi, parce que [dans les triangles GΘB et GKB] ΘG = GK (par hypothèse), que GB est commun, et que ∠ ΘGB = ∠ KGB, alors ∠ GΘB = ∠ GKB. Donc, les angles restants [par soustraction] ∠ BΘD = ∠ BKE, et base BD = base BE. Aussi, [dans les triangles BAD et BAE] BA est commun et ∠ DBA = ∠ EBA [par hypothèse], alors base AD = base AE et ∠ ADB = ∠ AEB. Par le même raisonnement, puisque DL = EM [rayons de l'épicycle] et que les angles en L et M sont droits, ∠ DAL = ∠ EAM.

7. Démonstration de l'apogée et du mouvement de Mercure

Maintenant que cette théorie est établie, nous allons d'abord chercher dans quelle partie du cercle mitoyen du zodiaque [l'écliptique] se trouve l'apogée de Mercure, de la méthode suivante. Nous avons rassemblé les observations des plus grandes élongations dans lesquelles la distance de [Mercure] au Soleil en tant qu'[étoile du] matin [ἑῶοι] est égale à sa distance en tant qu'[étoile du] soir [ἑσπερίαις] ; car cela étant trouvé, nos démonstrations [ci-dessus] impliquent que le point de l'écliptique à mi-chemin entre ces deux élongations soit l'apogée de l'excentrique. Il est vrai que les observations que nous avons choisies sont peu nombreuses, puisque celles où cette égalité se produit sont rares — mais elles suffisent à nos besoins. Les plus récentes d'entre elles sont les suivantes.

Nous avons observé, la seizième année d'Hadrien, le soir du 16 au 17 du mois égyptien de Phaminoth [1], au moyen de l'astrolabe, Mercure à son plus grand écart de longitude moyenne [par rapport] au Soleil. Comparée à l'étoile brillante des Hyades, elle avait alors une longitude de 1° des Poissons. À ce moment, la longitude moyenne du Soleil était de 9¾° du Verseau. La plus grande élongation par rapport à la moyenne en tant qu'étoile du soir était donc de 21¼°.

Dans la dix-huitième année d'Hadrien, le matin du 18 au 19 du mois égyptien d'Epiphi [2], à l'aube, Mercure était à sa plus grande élongation, apparaissant très petite et faible. Par rapport à l'étoile brillante des Hyades, elle était à 18¾° du Taureau. À ce moment, le Soleil moyen était à 10° des Gémeaux. Ici aussi, donc, la plus grande élongation par rapport à la moyenne en tant qu'étoile du matin était des mêmes 21¼°.

Ainsi, puisque la position moyenne de la planète était de 9¾° du Verseau dans une de ces observations, et de 10° des Gémeaux dans l'autre, et que le point de l'écliptique à mi-chemin entre les deux est à 10° moins ⅛° [9⅞°] du

1 Selon Toomer, le 2/3 février 132.
2 Selon Toomer, le 3/4 juin 134.

Bélier, le diamètre passant par l'apogée doit alors se situer dans cette position [soit 9° 52' 30" du Bélier].

Aussi, la première année d'Antonin, le soir du 20 au 21 du mois égyptien d'Epiphi [1], nous avons observé Mercure au moyen de l'astrolabe à sa plus grande distance de la longitude moyenne du Soleil. Comparé à l'étoile au cœur du Lion, nous avons vu qu'elle était à 7° du Cancer. Mais à ce moment, le Soleil moyen était à 10½° des Gémeaux. Par conséquent, la plus grande élongation [de Mercure] en tant qu'étoile du soir était de 26½° [2].

De même, dans la quatrième année d'Antonin, à l'aube du 18 au 19 du mois égyptien de Phaminoth [3], [Mercure a été observé], à sa plus grande élongation ; comparée à l'étoile appelée Antarès, elle était à 13½° du Capricorne, alors que le Soleil moyen était à 10° du Verseau. La plus grande élongation par rapport à la moyenne de l'étoile du matin était alors aussi de 26½° [4].

Ainsi, puisque la position moyenne de la planète était de 10½° des Gémeaux dans une de ces observations et de 10° du Verseau dans l'autre, et que le point de l'écliptique à mi-chemin entre les deux est à 10¼° de la Balance, le diamètre passant par l'apogée devait alors se trouver dans cette position.

Par ces observations, nous trouvons donc que l'apogée est à environ 10° du Bélier ou de la Balance ; mais d'après les anciennes observations des plus grandes élongations, il tombait à environ 6° des mêmes signes, comme nous pouvons le calculer à partir de ce qui suit.

Dans la 23e année du calendrier de Dionysius, à l'aube du 21 Hydron [5], Stilbon [Mercure] était à 3 lunes au nord de l'étoile brillante de la queue du Capricorne. À ce moment, cette étoile, selon l'origine [de nos coordonnées], soit celle commençant par les points solsticiaux ou équinoxiaux, avait une position de 22⅓° du Capricorne, tout comme Mercure, et le Soleil moyen était à 18⅙° du Verseau ; cette date correspond au matin du 17 au 18 du mois égyptien de Khoiak de la 486e année de Nabonassar [6]. La plus grande élongation par rapport à la moyenne [de Mercure] en tant qu'étoile du matin était donc de 25⅚°.

Nous n'avons pas trouvé, dans les observations qui nous sont parvenues, de plus grande élongation à la moyenne comme étoile du soir qui soit exactement égale à cela, mais nous avons calculé la [position à une élongation] égale au moyen de deux observations très rapprochées [de la situation requise], de la manière suivante.

Dans la même 23e année du calendrier de Dionysius, le soir du 4 Tauron, [Mercure] était à 3 lunes derrière [à l'est de] la ligne droite passant par les cornes du Taureau [β Tau et ζ Tau] ; elle semblait [aussi] être à plus de 3 lunes au sud de l'étoile commune [au Cocher et au Taureau]. Elle était donc, à compter de notre point de départ, à 23⅔° du Taureau. Cette observation a été faite dans la 486e année de Nabonassar, le soir du 30 Méchir au 1er Phaminoth du

1 Selon Toomer, le 4/5 juin 138.

2 a) Halma a « la plus grande digression occidentale », bien qu'à ce moment, Mercure était *à l'est* du Soleil.
b) Copernic se sert de cette observation et de la suivante dans *De Revolutionibus*, où elles sont respectivement ses première et deuxième positions de Mercure.

3 Selon Toomer, le 1/2 février 141.

4 Halma a ici « distance orientale », bien que Mercure était alors *à l'ouest* du Soleil.

5 Le calendrier de Dionysius (ou Denis) n'est pas attesté en dehors de l'*Almageste*. Böckh (*Ueber die vierjährigen Sonnenkreise der Alten, vorzüglich den Eudoxischen*) a dérivé une époque du solstice d'été de l'an –284 pour ce calendrier, mais Neugebauer (*A History of Ancient Mathematical Astronomy*) est critique de ce résultat, à cause du manque de données pertinentes.

6 Selon Toomer, le 11/12 février –261.

Voici une simulation de la situation le 26 avril –261, à 18 h 50, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1° ; « trois lunes » correspondent à environ 1½°. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des astres.

Voici une simulation de la situation le 28 mai –256, à 19 h 10, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1° ; la ligne rouge, allant de Castor jusqu'à Mercure en passant par Pollux, a la longueur indiquée dans le texte, soit « ⅓ lune moins de deux fois la distance entre [Castor et Pollux] ». La taille des points est proportionnelle à la magnitude des astres. L'échelle est un peu moindre que dans l'image précédente.

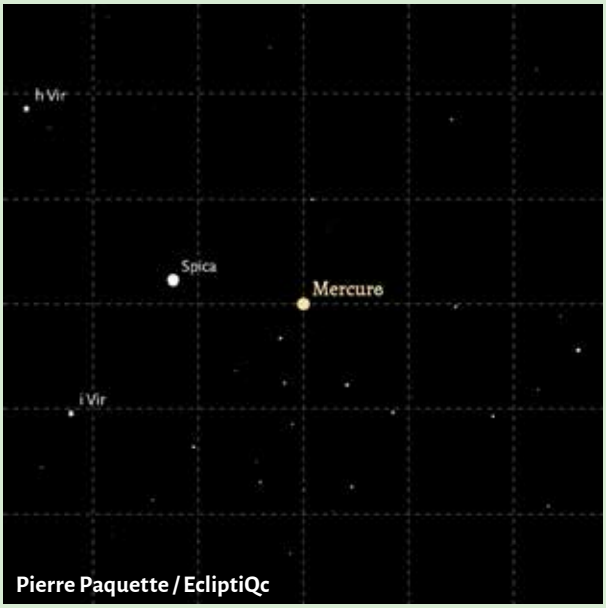
calendrier égyptien [1] [2]. À ce moment, la longitude moyenne du Soleil était de 29½° du Bélier ; la plus grande élongation par rapport à la moyenne en tant qu'étoile du soir était donc de 24⅙°.

Dans la 28e année de Dionysius, le soir du 7 didymon, [Mercure] était en ligne droite avec les têtes des Gémeaux, et était au sud de la plus au sud, par ⅓ lune moins de deux fois la distance entre les têtes. Selon nos coordonnées, Mercure était donc alors à 29⅓° des Gémeaux. Ce moment était dans la 491e année de Nabonassar, le soir du 5 au 6 du mois égyptien de Pharmouti [3] ; la longitude moyenne du Soleil était alors de 2⅚° des Gémeaux. [La plus grande] élongation était donc de 26½°.

Or, quand la position moyenne était de 29½° du Bélier, la plus grande élongation était de 24⅙°, et quand la position moyenne était de 2⅚° des Gémeaux, la plus grande élongation était de 26½° ; mais la [plus grande élongation] en tant qu'étoile du matin, dont nous recherchions [la plus grande élongation en tant qu'étoile du soir] opposée, était de 25⅚°. Nous avons donc cherché l'emplacement de la position moyenne pour une [plus grande] élongation du soir de 25⅚°, à partir de la différence entre les deux observations ci-dessus [4] : la différence entre les positions moyennes aux deux observations est de 33⅓°, et celle entre les plus grandes élongations de 2⅓° ; ainsi, à 1⅔° (qui est l'excès de 25⅚° sur 24⅙°) correspondent approximativement 24°. Si nous ajoutons cela aux 29½° du Bélier, nous obtenons la position moyenne où la plus grande

1 Halma a « le soir du 30 du mois égyptien Phamenoth au 1er du mois suivant », mais Toomer, suivant Manitius, indique que cela est impossible — ce qui est confirmé par une simulation avec SkySafari 6 Pro.
2 Selon Toomer, le 25/26 avril –261.
3 Selon Toomer, le 28/29 mai –256.
4 Halma a plutôt « des deux observations que nous rapportons ci-après », mais le terme grec est bien ὑπεροχῆς, « au-dessus ».

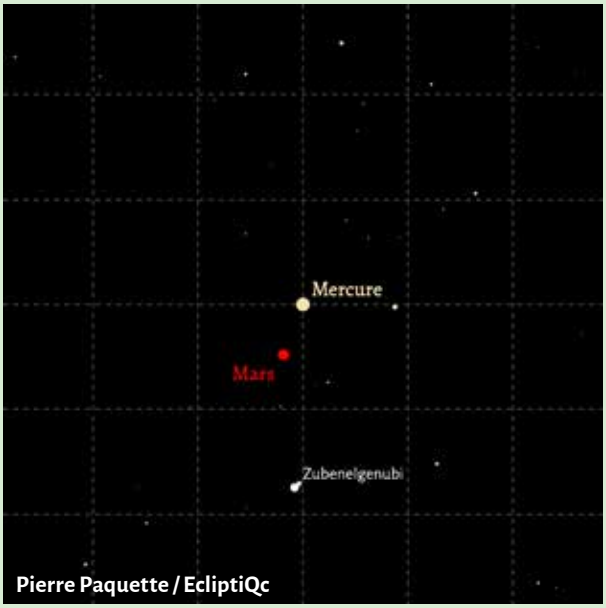
Voici une simulation de la situation le 23 aout –261, à 19 h 00, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1°. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des astres.



élongation du soir est égale à celle du matin (de 25⅝°), soit 23½° du Taureau. Et le point à mi-chemin entre 18⅛° du Verseau et 23½° du Taureau est à 5⅝° du Bélier.

Dans la 24e année du calendrier de Dionysius, le soir du 28 léonton, [Mercure] était à un peu plus de 3° en avance sur [à l'ouest de] Spica, selon le calcul d'Hipparque. Ainsi, sa longitude à ce moment était de 19½° de la Vierge à partir de notre point de départ. Ce moment était dans la 486e année de Nabonassar, le soir du 30 Payni du calendrier égyptien [1], moment auquel la longitude moyenne du Soleil était de 27⅝° du Lion. Ainsi, la plus grande élongation par rapport à la moyenne en tant qu'étoile du soir était de 21⅔°. Nous avons calculé [la position de] l'élongation du matin correspondant précisément à celle-ci à partir de deux des [observations] disponibles.

Voici une simulation de la situation le 30 octobre –236, à 06 h 00, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1°. Le texte de Ptolémée ne mentionne pas Mars ; on peut supposer qu'elle était toutefois mentionnée dans le texte original. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des astres.

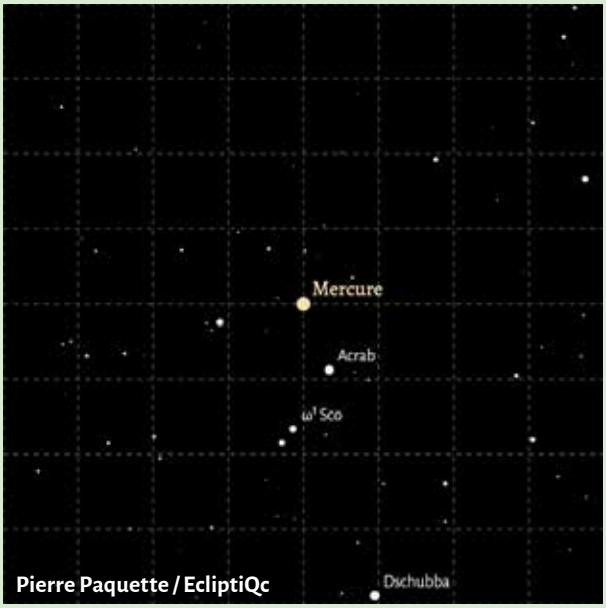


Dans la 75e année du calendrier chaldéen, à l'aube du 14 Dios [2], à l'aube, [Mercure] était une demi-coudée [≈ 1°] au-dessus [de l'étoile] du plateau sud [de la Balance] ; c'était donc à 14⅛° de la Balance, relativement à notre point de départ. Ce moment était dans la 512e année de Nabonassar, à l'aube du 9 au 10 Thout du calendrier égyptien [3] ; la longitude moyenne du Soleil était de 5⅛° du Scorpion. Par conséquent, la plus grande élongation matinale était donc de 21°.

Dans la 67e année des chaldéens, à l'aube du 5 apellaios, [Mercure] était une demi-coudée [≈ 1°] au-dessus de l'[étoile du] front nord du Scorpion. Elle était donc à 2⅓° du Scorpion, selon notre système. Ce moment était dans la 504e année de Nabonassar, au matin du 27 au

1 Selon Toomer, le 23 aout –261.
2 Toomer indique que l'époque de ce calendrier, pour les Grecs, est l'équinoxe d'automne de l'an –311, soit l'ère séleucide. « Dios » est un nom de mois macédonien ; voir *Calendriers d'hier à aujourd'hui* en page 445.
3 Selon Toomer, le 29/30 octobre –236.

Voici une simulation de la situation le 19 novembre –244, à 06 h 00, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1°. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des astres.



28 Thout du calendrier égyptien [1] ; la longitude moyenne du Soleil était de 24⅝° du Scorpion. [La plus grande] élongation [du matin] était donc de 22°½.

Dans ces deux observations, donc, puisque la différence entre les deux positions moyennes était de 19⅔° et que la différence entre les plus grandes élongations était de 1½°, il s'ensuit que ⅔° (qui est l'excès des 21⅔° de l'élongation requise sur les 21° de la moindre [des deux]) correspond à environ 9°. Si nous ajoutons cela à 5⅛° du Scorpion, nous obtenons la position moyenne à laquelle la plus grand élongation du matin devient égale à celle du soir (soit 21⅔°) : ce point est à 14⅛° du Scorpion. Le point à mi-chemin entre 27⅝° du Lion et 14⅛° du Scorpion est à 6° de la Balance, [le même que précédemment].

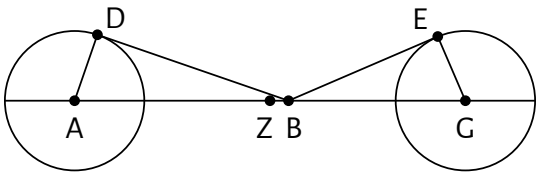
D'après ces observations, et aussi des calculs semblables faits pour les autres planètes, nous trouvons que les diamètres passant par les apogées et les périgées des cinq planètes [2] se déplacent suivant l'ordre des signes [vers l'est] autour du centre de l'écliptique, et que ce déplacement se fait au même rythme que celui de la sphère des étoiles fixes, car cette dernière se déplace d'environ 1° en 100 ans, comme nous l'avons démontré, et que l'intervalle depuis les observations anciennes, dans lesquelles l'apogée de Mercure était d'environ le sixième degré [des signes en question], jusqu'au temps de nos observations, où il s'est déplacé d'environ 4° (puisqu'il occupe [maintenant] le dixième degré), comprend environ 400 ans.

8. Du double périgée de Mercure

Suivant ce qui précède, nous avons cherché la taille des plus grandes élongations qui se produisent lorsque la longitude moyenne du Soleil est à l'apogée, et [de même] lorsqu'elle est diamétralement opposée [à ce point]. Nous les avons pas obtenues des observations anciennes, mais par celles que nous avons faites avec l'astrolabe. Car c'est dans cette situation que l'on peut le mieux apprécier l'utilité d'une telle observation, puisque, même si les étoiles visibles ne sont pas proches de la planète observée (ce qui est généralement le cas de Mercure, puisque, pour la plupart des étoiles fixes, il est rare qu'elles soient visibles lorsque si proches du Soleil que Mercure), on peut encore déterminer avec précision les positions de la planète en question en latitude et longitude, en visant des étoiles qui sont à une distance plus grande.

1 Selon Toomer, le 18/19 novembre –244.

2 Swerdlow (*Mathematical Astronomy in Copernicus's* De Revolutionibus) souligne : «Sans présenter d'autres preuves, [Ptolémée] applique cette conclusion à toutes les planètes».



Pas à l'échelle

Dans la 19e année d'Hadrien, à l'aube du 14 au 15 du mois égyptien d'Athyr [1], à l'aube, Mercure, voisine de sa plus grande élongation, a été comparée [en termes de position] à l'étoile du cœur du Lion, et nous avons trouvé qu'elle avait une longitude de 20⅕° de la Vierge. Le Soleil moyen était à environ 9¼° de la Balance, la plus grande élongation était donc de 19½0°.

La même année, dans la soirée du 19 Pachon [2], [Mercure] était de nouveau voisine de sa plus grande élongation. Comparée à l'étoile brillante des Hyades, nous lui avons trouvé une longitude de 4⅓° du Taureau. Le Soleil moyen avait une longitude de 1¹¹⁄₁₂° du Bélier. Ainsi, la plus grande élongation était à 23¼°, et il est clair que l'apogée de l'excentrique est en Balance et non en Bélier.

Avec ces données, soit ABG le diamètre passant par l'apogée, B le centre de l'écliptique (où se trouve l'observateur), A le point à 10° de la Balance, et G le point à 10° du Bélier. Traçons des épicycles égaux autour des points A et G porteurs [respectivement] des points D et E, et traçons à partir de B des tangentes à [ces points], soit BD et BE. Traçons aussi les perpendiculaires AD et GE des centres [A et E] aux points de tangence [D et G].

Maintenant, puisque la plus grande élongation matinale dans la Balance était à 19½0°, ∠ ABD = 19° 03′ où quatre angles droits font 360°, ou 38;06ω où deux angles droits font 360ω. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle ABD, arc AD = 38° 06′ et sa corde, AD ≈ 39;09p où l'hypoténuse AB = 120p. Et puisque la plus grande élongation vespérale [du soir] dans le Bélier a été observée à 23¼°, ∠ GBE = 23° 15′ où quatre angles droits font 360°, ou 46;30ω où deux angles droits font 360ω. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle GBE, arc GE = 46° 30′ et sa corde, GE = 47;22p où l'hypoténuse BG = 120p. Donc, où GE = 39;09p et AB = 120p (pour AD = GE, les rayons de l'épicycle), BG = 99;09p et, par addition [de AB à BG], ABG = 219;09p.

Donc en la coupant en deux parties égales au point Z, sa moitié AZ = 109;34p et la distance entre les points B et Z = 10;25p dans les mêmes unités.

Or il est clair que, soit le point Z est le centre de l'excentrique sur lequel se trouve toujours le centre de l'épicycle, soit le centre de cet excentrique se déplace autour du point Z ; car ce n'est qu'ainsi que le centre de l'épicycle pourrait être équidistant de Z dans les deux situations diamétralement opposées ci-dessus, comme nous l'avons démontré. Mais si Z était le centre réel de l'excentrique sur lequel le centre de l'épicycle était toujours situé, cet excentrique serait stationnaire, et la position dans le Bélier serait la plus proche de la Terre [le périgée], puisque BG est la plus courte des lignes tracées de B au cercle décrit au centre Z. Cependant, nous constatons que la position dans le Bélier n'est pas la plus proche de la Terre, mais que les positions dans les Gémeaux et le Verseau sont encore plus proches de la Terre — et presque égales entre elles. Il est donc clair que le centre de l'excentrique en question tourne autour du point Z, en sens inverse de la révolution de l'épicycle (c'est-à-dire contre l'ordre des signes [vers l'ouest]), faisant lui aussi une révolution en un tour [de l'épicycle]. Car ainsi, le centre de l'épicycle sera deux fois au périgée par révolution.

1 Selon Toomer, le 2/3 octobre 134.
2 Selon Toomer, le 5 avril 135.

Que l'épicycle soit plus proche de la Terre dans les Gémeaux et le Verseau que dans le Bélier est clairement une conséquence immédiate des observations susmentionnées. Car dans l'observation de la 16e année d'Hadrien, le 16 Phaminoth, la plus grande élongation vespérale était de 21¼°, et dans l'observation de la 4e année d'Antonin, le 19 Phaminoth, la plus grande élongation matinale était de 26½°, tandis que dans les deux observations, le Soleil moyen était proche de 10° du Verseau. Et dans l'observation de la 18e année d'Hadrien, le 19 Epiphi, la plus grande élongation matinale était de 21¼°, et dans l'observation de la 1re année d'Antonin, le 20 Epiphi, la plus grande élongation vespérale était de 26½°, le Soleil moyen dans ces deux observations étant proche de 10° des Gémeaux. Ainsi, la somme des plus grandes élongations opposées dans le Verseau que dans les Gémeaux est de 47¾°, tandis que la somme des deux élongations du Bélier est [seulement] de 46½°, puisque l'élongation du soir (qui est égale à l'élongation du matin) a été observée à 23¼°.

9. Des proportions et des grandeurs des anomalies de Mercure

Après avoir décrit ces principes, il nous reste à démontrer la position du point, sur la ligne AB, autour duquel s'effectue la révolution annuelle de l'épicycle, suivant l'ordre des signes [vers l'est] en mouvement uniforme, et la distance de Z au centre de cet excentrique qui fait sa révolution dans la même période [que l'épicycle] contre l'ordre des signes [vers l'ouest]. Pour trouver cela, nous avons utilisé deux observations des plus grandes élongations, une matinale et l'autre vespérale, dans lesquelles la position moyenne était à un quadrant de l'apogée — cas dans lequel, environ, la plus grande équation d'anomalie écliptique se produit.

Dans la 14e année d'Hadrien, le soir du 18 Mésori du calendrier égyptien [1], selon les observations que nous avons reçues de Théon [2], il dit que [Mercure] était à sa plus grande élongation du Soleil, à 3⅝° derrière [à l'est de] l'étoile du cœur du Lion. Selon nos coordonnées, sa longitude était donc d'environ 6⅓° du Lion, tandis que la longitude du Soleil moyen était alors d'environ 10½12° du Cancer. Ainsi, la plus grande élongation du soir était de 26¼°.

La 2e année d'Antonin, à l'aube du 20 au 21 Mésori [3] du calendrier égyptien [4], nous avons observé sa plus grande distance au moyen de l'astrolabe : en la comparant à l'étoile brillante des Hyades, nous avons trouvé sa longitude comme étant de 20½12° des Gémeaux. Le Soleil moyen était alors à environ 10⅓° du Cancer. Ainsi, la plus grande élongation matinale était de 20¼°.

Avec ces données, soit AZBG comme diamètre passant par 10° de la Balance et 10° du Bélier, et, comme dans la figure précédente, supposons que A est point où se trouve le centre de l'épicycle lorsque sa longitude est de 10° de la Balance et G est le point où il est lorsque sa longitude est de 10° du Bélier, B est le centre de l'écliptique, et Z est le point autour duquel le centre de l'excentrique tourne contre l'ordre des signes [vers l'ouest].

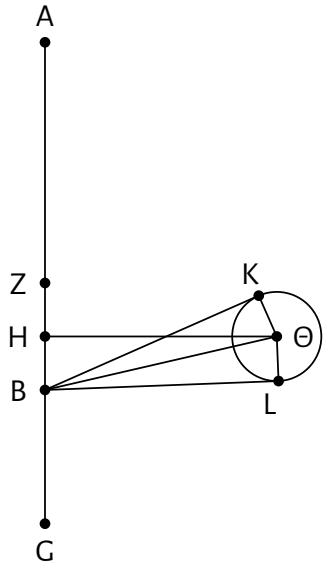
Proposons-nous d'abord de trouver la distance au point B du centre autour duquel nous disons que se fait le mouvement uniforme de l'épicycle selon l'ordre des signes [vers l'est].

1 Selon Toomer, le 4 juillet 130.

2 Beaucoup d'auteurs identifient cet homme comme étant Théon de Smyrne, ce que Toomer considère comme «chronologiquement possible, mais compte tenu de la fréquence du nom, spécialement en Égypte romaine, l'identification est très incertaine».

3 Toomer indique que la date du 24, présente dans plusieurs manuscrits dont ceux consultés par Heiberg et Halma, ne concorde pas avec la position du Soleil mentionnée plus loin.

4 Selon Toomer, le 4/5 juillet 139.



Pas à l'échelle

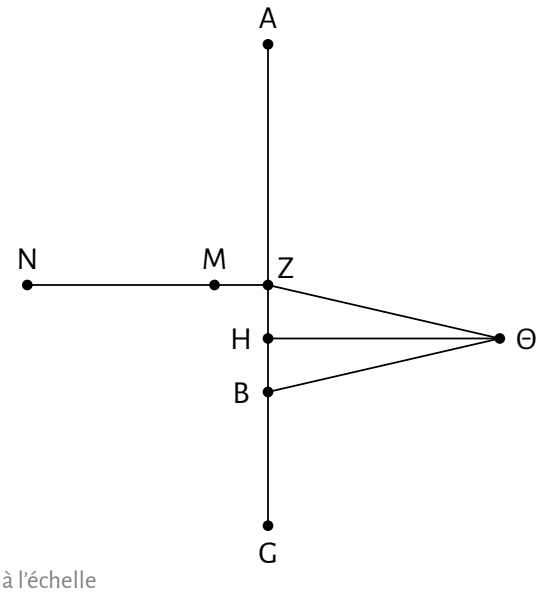
Supposons le centre en H. Traçons depuis H une droite perpendiculaire à AG, de sorte que sa distance [angulaire] à l'apogée soit un quart de cercle [90°]. Sur cette ligne, prenons le centre Θ de l'épicycle correspondant aux observations — puisque, dans celles-ci, la longitude moyenne du Soleil était à un quart de cercle de l'apogée, étant proche de 10° du Cancer). Traçons l'épicycle KL avec pour centre Θ, de même que les tangentes BK et BL à partir de B. Joignons ΘK, ΘL, et BΘ.

Puisque, relativement à la position moyenne en question, la plus grande élongation matinale est de 20¼° [par hypothèse], et que la plus grande élongation du soir est de 26¼°, ∠ KBL = [20¼° + 26¼° =] 46° 30′ où quatre angles droits font 360°. Donc sa moitié, ∠ KBΘ = 46;30$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle BΘK, l'arc ΘK = 46° 30′ et sa corde ΘK = 47;22^{p} où l'hypoténuse BΘ = 120^{p}. Donc où le rayon de l'épicycle ΘK = 39;09^{p} et, comme nous l'avons démontré, BZ = 10;25^{p}, BΘ = 99;09^{p}.

De plus, la différence entre les plus grandes élongations ci-dessus, qui est de 6°, correspond à deux fois l'équation de l'anomalie écliptique, représentée par ∠ BΘH, comme nous l'avons démontré. Donc, ∠ BΘH = 3° où quatre angles droits font 360°, ou 6$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle BHΘ, arc BH = 6° et BH = 6;17^{p} où l'hypoténuse BΘ = 120^{p}. Donc, où BΘ = 99;09^{p} et BZ = 10;25^{p}, BH = 5;12^{p}. Par conséquent, BH est approximativement la moitié de BZ, et BH ≈ HZ ≈ 5;12^{p} où le rayon de l'épicycle est 39;9^{p}.

Maintenant, dans la même figure, traçons depuis Z la droite ZMN perpendiculaire à AG, mais du côté opposé à HΘ. Parce que les lignes HΘ et ZN revenant en temps égaux à leur position d'origine, mais en sens opposés, le centre de l'excentrique porteur du centre Θ de l'épicycle se trouvera sur ZMN à ce moment. Supposons que ZN est égal à ZA, de sorte que chacune est la somme du rayon de l'excentrique et de la distance entre le centre de l'excentrique et le point Z. Prenons [au hasard] sur ZN [1] le centre de l'excentrique, M, et joignons ZΘ.

Puisque ∠ MZH est droit et que ∠ ΘZH est pratiquement un angle droit, donc NZΘ est pratiquement une droite ; et il a été démontré que, où le rayon de l'épicycle est de 39;09^{p}, NZ = AZ = 109;34^{p} et ZΘ = BΘ = 99;09^{p}. Donc,



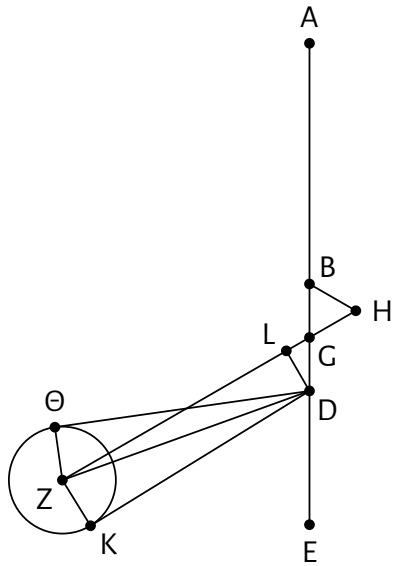
Pas à l'échelle

1 Halma a ici, erronément, ZM.

[par addition,] la ligne entière NZΘ = 208;43^p et sa moitié, (le rayon de l'excentrique) NM ≈ 104;22^p ; [par soustraction de NM de NZ,] la distance restante entre les centres ZM = 5;12^p. Or, nous avons montré que BH = HZ = 5;12^p. Nous en avons conclu que, où le rayon de l'excentrique est de 104;22^p, chacune des droites entre les centres [BH, HZ, et ZM] mesure 5;12^p et [que] le rayon de l'épicycle est de 39;09^p. Donc, où le rayon de l'excentrique est de 60^p, chacune des droites entre les centres mesure 3;00^p et le rayon de l'épicycle mesure 22;30^p.

Partant de cela, les plus grandes élongations [calculées] aux périgées sont en accord avec celles observées — quand la position moyenne est à 10° du Verseau ou 10° des Gémeaux, et que la distance à l'apogée est égale à l'angle sous-tendu par le côté du triangle [inscrit] [120°], l'angle sous-tendu à l'œil par l'épicycle est d'environ 47¾° —, comme nous allons le démontrer.

Soit le diamètre ABGDE passant par l'apogée, où A est pris comme apogée, B comme point autour duquel le centre de l'excentrique tourne contre l'ordre des signes [vers l'avant / l'ouest], G comme point autour duquel le centre de l'épicycle tourne [uniformément] suivant l'ordre des signes [vers l'arrière / l'est], et D



Pas à l'échelle

comme centre de l'écliptique. Supposons que chacun des mouvements [ci-dessus] ait couvert le côté du triangle [inscrit] [120°] (effectué uniformément et à vitesse égale autour de son propre centre) à partir de l'apogée A sur les côtés opposés de celui-ci. Supposons que la droite faisant tourner l'épicycle soit GZ, que celle faisant tourner le centre de l'excentrique soit BH, et que le centre de l'excentrique soit H et le centre de l'épicycle, Z. Autour de ce dernier, traçons l'épicycle de même que ses tangentes DΘ et DK ; joignons GH, DZ, ZΘ, et ZK ; et à partir de D, traçons la droite DL perpendiculaire à GZ.

Nous devons démontrer que ∠ ΘDK = 47¼° où quatre angles droits font 360°. Or, ∠ ABH et ∠ AGL sous-tendent le côté d'un triangle [inscrit] et sont égaux à 120° où deux angles droits font 180° ; donc, ∠ GBH = ∠ DGL = 60° et ∠ BHG = ∠ BGH (puisque BG = BH, par hypothèse) ; aussi, ∠ BHG + ∠ BGH = 120° [étant le supplément de ∠ GBH = 60°], alors ∠ BHG = ∠ BGH = 60°. Le triangle BGH est donc équiangle et équilatéral. De plus, ∠ DGL = ∠ BGH ; donc les points H, G, et Z sont sur une droite ; ainsi le rayon de l'excentrique HZ = 60^p où GH = GD = 3^p, la distance entre les centres. Par conséquent, [par soustraction de GH de HZ,] le reste GZ = 57^p des mêmes unités.

En outre, puisque ∠ DGL = 60° où quatre angles droits font 360°, ou 120$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle GDL, l'arc DL = 120° et l'arc restant GL = 60° [son supplément]. Donc, les cordes correspondantes DL = 103;55^p et GL = 60^p où l'hypoténuse GD = 120^p. Donc, où DG = 3^p et GZ = 57^p, DL = 2;36^p et GL = 1;30^p ; donc le reste [par soustraction de GL de GZ] LZ = 55;30^p. Or, puisque LZ^2 + DL^2 = DZ^2, DZ = 55;34^p où le rayon de l'épicycle (chacune des droites ZΘ et ZK) = 22;30^p, par hypothèse. Donc, où l'hypoténuse DZ = 120^p, ΘZ = ZK = 48;35^p; et ∠ ZDΘ = ∠ ZDK = 47;46$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, l'angle entier [par addition de ∠ ZDΘ à ∠ ZDK,] ∠ ΘDK = 47° 46′ où quatre angles droits font 360°.

10. De la correction des mouvements périodiques de Mercure

Ce qui précède nous amène à établir les mouvements périodiques de Mercure et leur époque [1]. Nous pouvons connaitre ceux-ci pour la longitude, c'est-à-dire pour le mouvement uniforme de l'épicycle autour du point G, à partir de ceux du Soleil. Quant à ceux [mouvement et époque] en anomalie, c'est-à-dire ceux de la planète sur l'épicycle autour du centre de l'épicycle, nous les avons dérivés de deux observations sures : une parmi celles que nous avons faites et enregistrées, l'autre parmi les anciennes observations.

Nous avons observé Mercure dans la 2e année d'Antonin (soit la 886e année depuis Nabonassar), le soir du 2 au 3 Epiphi du calendrier égyptien [2], au moyen de l'astrolabe. Elle n'était pas encore à sa plus grande élongation vespérale. Mesurée par rapport à l'étoile du cœur du Lion, elle était à une longitude de 17½° des Gémeaux ; à ce moment-là, elle était aussi à 1⅙° en arrière [à l'est] du centre de la Lune. Il était à Alexandrie 4½ heures équinoxiales avant minuit du [2 au] 3 [Epiphi], puisque l'astrolabe indiquait que le 12e degré de la Vierge [soit l'intervalle 11°–12°] était au méridien [supérieur], tandis que le Soleil était à environ 23° du Taureau. À cet instant, les positions selon les hypothèses que nous avons démontrées étaient les suivantes :

longitude moyenne du Soleil :	22° 34' du Taureau
longitude moyenne de la Lune :	12° 14' des Gémeaux
anomalie de la Lune par rapport à l'apogée de l'épicycle :	281° 20'
Donc, par calcul :	
position vraie du centre de la Lune :	17° 10' des Gémeaux
position apparente du centre de la Lune :	16° 20' [des Gémeaux]

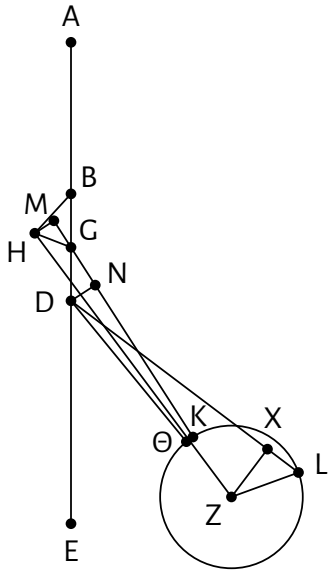
Par conséquent, Mercure, puisqu'elle était à 1⅙° derrière [à l'est] du centre de la Lune, était à 17½° des Gémeaux.

Avec ces données, soit ABGDE le diamètre passant par l'apogée et le périgée, sur lequel A est l'apogée, B le point autour duquel le centre de l'excentrique tourne contre l'ordre des signes [vers l'avant / l'ouest], G le point autour duquel le centre de l'épicycle tourne suivant l'ordre des signes [vers l'arrière / l'est], et D le centre de l'écliptique. Soit aussi Z le centre de l'épicycle, porté par la droite GZ autour du point G, de l'angle AGZ, et H le centre de l'excentrique porté par la droite BH autour du point B, de l'angle

Voici une simulation de la situation le 17 mai 139, à 19 h 30, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1°. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des astres. La Lune était alors un très mince croissant, éclairé à 4,3 % (angle de phase de 156°).

1 Étrangement, Halma ne mentionne pas l'époque, bien que le terme ἐποχὰς se retrouve dans son texte grec. Le terme apparait dans la traduction française dans la deuxième phrase suivante, bien qu'il ne soit alors pas présent dans le grec.

2 Selon Toomer, le 17/18 mai 139.



Pas à l'échelle

ABH, qui est toujours égal à ∠ AGZ en raison de l'égale vitesse [ἰσοχρόνιον ; isochronisme] des mouvements. Traçons l'épicycle ΘKL autour du centre Z, et supposons la planète en L. Joignons GH, HZ, DZ, ZL et DL, prolongeons GZΘ, et traçons, à partir de H et D, les droites HM et DN perpendiculaires à GZΘ et, à partir de Z, la droite ZX perpendiculaire à DL. Nous nous proposons de trouver l'arc de l'épicycle entre Θ, l'apogée [de l'épicycle], et la planète en L.

À ce moment, la longitude du Soleil moyen était de 22° 34′ du Taureau, et le périgée de la planète était à environ 10° du Bélier ; ainsi, sa longitude moyenne au périgée était de 42° 34′. Donc, ∠ GBH = 42° 34′ où quatre angles droits font 360°, ou 85;08$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais puisque, dans tous les cas, BG = BH, alors ∠ BHG = ∠ BGH = 137;26$^{\omega}$ des mêmes unités. Ainsi, dans le cercle circonscrit au triangle BGH, arc HG = 85° 08′ et arc BG = 137° 26′. Donc, les cordes correspondantes GH = 81;10^{p} et BG = 111;49^{p} où le diamètre du cercle est 120^{p}. Donc où BG = 3^{p}, GH = 2;11^{p}.

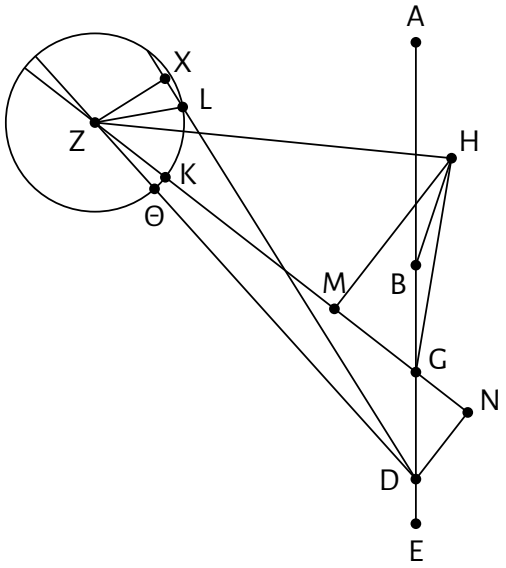
De plus, puisque ∠ BGH = 137;26$^{\omega}$ et ∠ BGM = 85;08$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, l'angle restant, [par soustraction,] ∠ HGM = 52;18$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc dans le cercle circonscrit au triangle rectangle GHM, arc HM = 52° 18′ et l'arc restant GM = 127° 42′ [son supplément]. Donc, les cordes correspondantes HM = 52;53^{p} et GM = 107;43^{p} où l'hypoténuse GH = 120^{p}. Par conséquent, où GH = 2;11^{p} et où le rayon de l'excentrique portant l'épicycle, HZ = 60^{p}, HM = 0;58^{p} et GM = 1;58^{p}. Par conséquent, MZ, étant de très peu plus courte que HZ, l'hypoténuse [du triangle HMZ], est la même, soit 60^{p}, et [par soustraction de GM de MZ] sa partie GZ = 58;02^{p}.

De même, puisque ∠ DGN = 85;08$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle GDN, arc DN = 85° 08′ et arc GN = 94° 52′ restants [le supplément]. Donc, les cordes correspondantes DN = 81;10^{p} et GN = 88;23^{p} où l'hypoténuse GD = 120^{p}. Donc où GD = 3^{p} et, tel que démontré, GZ = 58;02^{p}, DN = 2;02^{p} et GN = 2;13^{p}, et le restant [par soustraction de GN de GZ], NZ = 55;49^{p}. D'où l'hypoténuse DZ [= $\sqrt{DN^2 + NZ^2}$] ≈ 55;51^{2} où le rayon de l'épicycle = 22;30^{p}. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle DZN, où l'hypoténuse DZ = 120^{p}, DN = 4;22^{p} et l'arc DN = 4° 11′. Donc ∠ DZN = 4;11$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, et l'angle entier [par addition de ∠ DZN et ∠ DGN] ∠ EDZ = 89;19$^{\omega}$. Or, l'angle entier EDL = 135$^{\omega}$ des mêmes unités, puisque la planète semblait être à 67° 30′ du périgée. Donc, [par soustraction de ∠ EDZ de ∠ EDL], l'angle restant ∠ ZDL = 45;41$^{\omega}$. Ainsi, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle DZX, l'arc ZX = 45° 41′ et ZX = 46;35^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc, où l'hypoténuse DZ = 55;51^{p} et le rayon de l'épicycle ZL = 22;30^{p}, ZX = 21;41^{p}. Or, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle ZLX, où l'hypoténuse ZL = 120^{p}, ZX = 115;39^{p}. Donc, arc ZX = 149° 02′ et ∠ ZLX = 149;02$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais nous avons démontré que ∠ ZDL = 45;41$^{\omega}$ dans les mêmes unités, [donc ∠ LZK = ∠ ZLX + ∠ ZDL = 194;43$^{\omega}$] et ∠ ΘZK [= ∠ DZN] = 4;11$^{\omega}$; ainsi, [par addition [de ∠ ΘZK + ∠ LZK], l'angle entier ∠ ΘZL = 198;54$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$,

ou 99° 27′ où quatre angles droits font 360°. Par conséquent, l'arc ΘKL de l'épicycle, qui était la distance de la planète Mercure à l'apogée Θ lors de l'observation, était de 99° 27′.

Dans la 21e année du calendrier de Dionysius, qui était la 484e année depuis Nabonassar, le 22 skorpion, ou le 18/19 Thout du calendrier égyptien [1], Stilbon [Mercure] [comme étoile du] matin était à une [largeur de] lune à l'arrière [à l'est] de la ligne droite passant par l'[étoile du] nord du front du Scorpion et par celle du milieu [du front], et était à 2 lunes au nord de celle du front. Maintenant, selon nos coordonnées, la plus médiane des étoiles du front du Scorpion avait une longitude de 1⅔° du Scorpion, et était à la même distance [1⅔°] au sud de l'écliptique, tandis que [l'étoile] la plus au nord avait une longitude de 2⅓° du Scorpion et se trouvait à 1⅓° au nord de l'écliptique. Ainsi, Mercure avait une longitude d'environ 3⅓° du Scorpion. Il est clair qu'elle n'était pas encore à sa plus grande élongation matinale, puisque 4 jours plus tard, le 26 Skorpion, il est rapporté que sa distance de la même ligne droite vers l'arrière [l'est] était de 1½ lune — puisqu [à ce moment-là] l'élongation était devenue plus grande, le Soleil s'étant déplacé d'environ 4°, mais la planète de [seulement] une demi-[largeur de] lune. Et le 19 Thout à l'aube, la longitude du Soleil moyen, selon nos tableaux, était de 20⅚° du Scorpion, tandis que la longitude de l'apogée de la planète était d'environ 6° de la Balance, puisque les quelque 400 années entre les observations produisent un déplacement de l'apogée d'environ 4°.

Avec ces données, traçons donc un diagramme similaire au précédent, mais dans lequel, en raison de la différence des positions, les angles vers l'apogée A [∠ AGZ et ∠ ABH] doivent être dessinés comme aigus ; les droites joignant la planète [ZL et DL] sont en avant [à l'ouest] [du centre] de l'épicycle ; et la perpendiculaire ZX



Pas à l'échelle

passe au-delà de ZL, le rayon de l'épicycle [à la planète].

Alors, puisque la position moyenne de la planète était de [20⅚° du Scorpion moins 6° de la Balance =] 44° 50′ de l'apogée, ∠ ARH = 44° 50′ où quatre angles droits font 360°, ou 89;40$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Donc son supplément ∠ GBH = 270;20$^{\infty}$ et ∠ BGH = ∠ BHG = 44;50$^{\infty}$ des mêmes unités. De même, dans le cercle circonscrit au triangle BGH, les cordes correspondantes GH = 84;36^{p} et BG = BH = 45;46^{p} où le diamètre est 120^{p}. Donc où BG = BH = 3^{p}, GH = 5;33^{p}. De plus, puisque nous supposons que ∠ AGZ = 89;40$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$ et ∠ BGH = 44;50$^{\infty}$ des mêmes unités, donc l'angle entier [par addition] ∠ ZGH = 134;30$^{\infty}$ et, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle GHM, arc HM = 134° 30′ et le reste, arc GM = 45° 30′ [son supplément]. Donc les cordes correspondantes MH = 110;40^{p} et GM = 46;24^{p} où l'hypoténuse GH = 120^{p}. Donc où GH = 5;33^{p} (c'est-à-dire où le rayon de l'excentrique, ZH = 60^{p}), HM = 5;07^{p} et GM = 2;10^{p}. Donc ZM [= $\sqrt{ZH^2 - HM^2}$] = 59;47^{p} et, par addition [de MG à ZM], ZMG = 61;57^{p} des mêmes unités.

1 Selon Toomer, le 14/15 novembre –264.

De même, puisque ∠ DGN [= ∠ AGZ] = 89;40$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle GDN, l'arc DN = 89° 40′ et l'arc restant GN = 90° 20′ [son supplément]. Donc, les cordes correspondantes DN = 84;36^{p} et GN = 85;06^{p} où l'hypoténuse GD = 120^{p}. Donc où GD = 3^{p}, DN = 2;07^{p} et GN = 2;08^{p} et la droite entière [par addition de ZG à GN] ZGN = 64;05^{p} ; ainsi, l'hypoténuse ZD = $\sqrt{ZN^2 + DN^2}$] = 64;07 des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle ZDX, où ZD = 120^{p}, DN = 3;58^{p} et l'arc DN = 3° 48′. Donc ∠ DZN = 3;48$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, et le reste [par soustraction de ∠ DZN de ∠ AGZ], ∠ ADZ = 85;52$^{\circ\circ}$ des mêmes unités. Mais ∠ ADL est [par hypothèse] de 54;40$^{\circ\circ}$ des mêmes unités — puisque la planète a été observée à [3⅓° du Scorpion moins 6° de la Balance =] 27° 20′ de l'apogée — de sorte que l'angle restant [par soustraction] ∠ ZDL = 31;12$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle ZDX, l'arc ZX = 31° 12′ et ZX = 32;16^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc où DZ = 64;07^{p} (donc où le rayon de l'épicycle ZL = 22;30^{p}), XZ = 17;15^{p} et, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle ZLX, où l'hypoténuse ZL = 120^{p}, ZX ≈ 92^{p}. Donc l'arc ZX = 100° 08′, et ∠ ZLX = 100;08$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$. Et nous avons montré que, des mêmes unités, ∠ ZDL = 31;12$^{\circ\circ}$, [donc ∠ ΘZL = ∠ ZLX − ∠ ZDL = 68;56$^{\circ\circ}$] et que ∠ ΘZK = 3;48$^{\circ\circ}$. Ainsi, l'angle restant [par soustraction de ∠ ΘZK de ∠ ΘZL] ∠ KZL = 65;08$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, ou 32° 34′ où quatre angles droits font 360°.

Ainsi donc, lors de cette observation, la planète était à 32° 34′ du périgée de l'épicycle K, donc à 212° 34′ de l'apogée. Mais nous avons montré qu'au moment de l'observation, elle était à 99° 27′ de l'apogée de l'épicycle, et l'intervalle entre les deux observations est d'environ 402 années égyptiennes, 283 jours, 13½ heures ; cet intervalle contient 1 268 retours complets de la planète en anomalie (puisque 20 années égyptiennes produisent presque 63 retours, donc 400 ans en produisent 1 260, et les 2 années restantes plus les jours supplémentaires 8 autres retours complets). Ainsi, nous avons donc prouvé qu'en 402 années égyptiennes, 283 jours, 13½ heures, Mercure s'est déplacée en anomalie, en plus de ses 1 268 révolutions complètes, de 246° 53′, qui est l'écart en avance [vers l'est] entre sa position lors de notre observation et la précédente — à peu près le même excès [en anomalie] résulte des tableaux que nous avons dressés ci-dessus, car c'est sur la base de ces mêmes calculs que nous avons fait notre correction aux mouvements périodiques de Mercure, en réduisant les temps données en jours, et les révolutions complètes et l'excès en anomalie en degrés. Car, lorsque le total des degrés est divisé par le total des jours, il en résulte le mouvement journalier moyen en anomalie que nous avons exposé pour Mercure dans notre discussion précédente.

11. De l'époque des mouvements périodiques de Mercure

Pour établir l'époque des cinq planètes, comme nous l'avons fait pour le Soleil et la Lune, à la première année de Nabonassar, à midi le 1er jour du mois égyptien de Thout, nous avons pris l'intervalle entre ce moment et la plus ancienne observation qui s'en rapproche le plus : c'est à peu près 483 années égyptiennes, 17 jours, 18 heures.

L'excédent [sur les révolutions complètes] du mouvement moyen en anomalie correspondant à cet intervalle est de 190° 39′. Si nous soustrayons cette valeur du 212° 34′ (depuis l'apogée) dérivé de l'observation, nous obtenons pour la 1re année de Nabonassar, à midi le 1er du mois égyptien de Thout :

anomalie depuis l'apogée de l'épicycle :	21° 55′
longitude [moyenne], identique à celle du Soleil :	0° 45′ des Poissons
apogée de l'excentrique :	≈ 1⅙° de la Balance

(Puisque 1/100 [de degré pour chacune] des années ci-dessus totalise environ 4⅝° ; soustrait de [la longitude] 6° de la Balance trouvée par l'observation, cela donne 1⅙° [de la Balance]).

Fin du neuvième livre.

Livre 10

Livre 10

1. Démonstration de l'apogée de Vénus

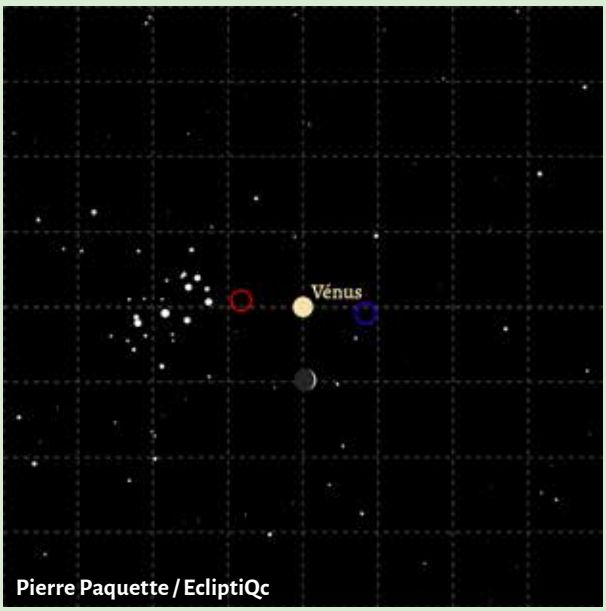
Après cette explication des hypothèses de Mercure, des grandeurs de ses anomalies, et aussi des quantités précises de ses mouvements périodiques, et de leurs époques, nous avons cherché pour Vénus, la position sur l'écliptique de l'apogée et du périgée de son excentrique d'après les plus grandes élongations qui sont égales et du même côté [du Soleil]. Nous n'avons pas trouvé d'observations anciennes de paires de positions compatibles, mais nous avons utilisé des observations contemporaines pour notre approche, comme suit.

Des observations que nous a données le mathématicien Théon, nous en avons trouvé une datant de la seizième année d'Hadrien, le 21/22 Pharmouti du calendrier égyptien [1]. Il y dit que Vénus était à sa plus grande élongation en tant qu'étoile du soir par rapport au Soleil, et était de la longueur des Pléiades en avance sur le milieu des Pléiades, et qu'elle semblait un peu plus avancée au sud. Maintenant, selon nos coordonnées, la longitude du milieu des Pléiades à ce moment-là était de 3° du Taureau, et sa longueur est d'environ 1½° : il est donc clair que la longitude de Vénus à ce moment-là était de 1½° du Taureau. Ainsi, puisque la longitude du soleil moyen à ce moment était de 14° des Poissons, la plus grande distance de la moyenne en tant qu'étoile du soir était de 47¼°.

Nous avons observé, dans la quatrième [2] année d'Antonin, le matin du 11 au 12 Thout du calendrier égyptien [3], Vénus à sa plus grande élongation matinale par rapport au Soleil, à la moitié d'une lune au nord-est de [l'étoile du] genou du milieu des Gémeaux [ζ Gem /

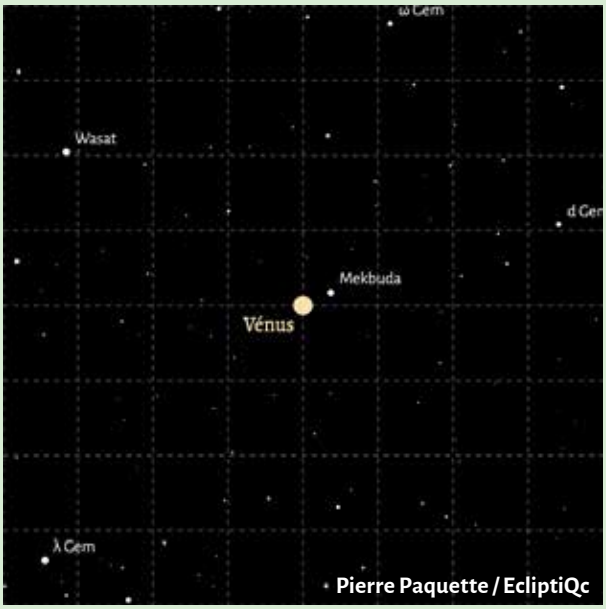
Voici une simulation de la situation le 8 mars 132, à 19 h 00, heure d'Alexandrie. Il est étonnant que la présence de la Lune ne soit pas mentionnée, bien qu'elle ne soit pas pertinente à l'observation ; il est possible que l'observation ait plutôt eu lieu le soir du 9 mars, ce qui placerait la Lune beaucoup plus loin — et Vénus plus proche (anneau rouge). Manitius a comme équivalence de date le 7 mars, mais cela placerait Vénus trop loin des Pléiades (anneau bleu). D'une façon ou d'une autre, il est aussi difficile d'interpréter exactement « la longueur des Pléiades en avance sur le milieu des Pléiades », et aucune position ne semble plus au *sud* que l'amas stellaire.

Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1°. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des étoiles et de Vénus.

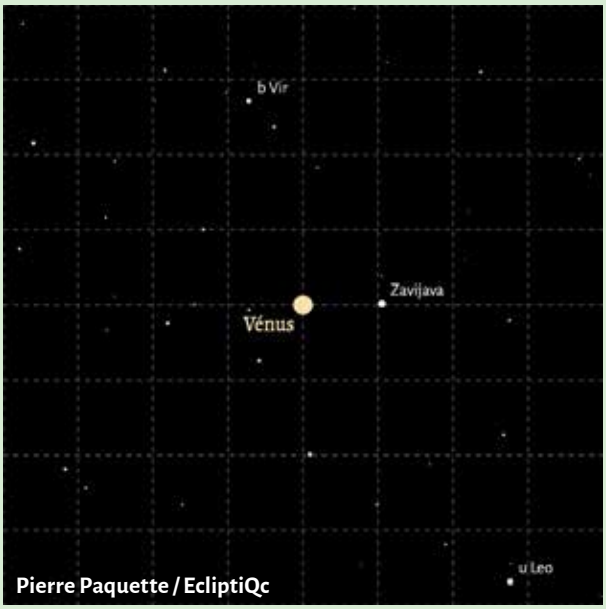


1 Selon Toomer, le 8/9 mars 132.
2 Tous les traducteurs s'entendent pour dire qu'il s'agit de la quatrième et non de la quatorzième mentionnée dans le texte grec.
3 Selon Toomer, le 29/30 juillet 140.

Voici une simulation de la situation le *29* juillet 140, à 4 h 30, heure d'Alexandrie. On note que la position de Vénus ne concorde pas avec la description qu'en fait Ptolémée — Vénus est plutôt au *sud*-est de Mekbuda — et elle est encore plus loin de l'étoile le 30 juillet. Il n'y a pas non plus d'erreur de traduction, le texte grrec disant bien πρὸς ἄρκτους καὶ ἀνατολὰς. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1°. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des étoiles et de Vénus.



Voici une simulation de la situation le 12 octobre 127, à 5 h 00, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1°. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des étoiles et de Vénus.



Mekbuda]. À ce moment, la longitude de l'étoile fixe, selon nous, était de 18¼°, donc Vénus était à environ 18½° des Gémeaux, et le soleil moyen à 5¾° du Lion. La plus grande élongation matinale était donc la même qu'avant, soit 47¼°.

Maintenant, puisque la position moyenne était de 14¼° des Poissons lors de la première observation, et de 5¾° du Lion lors de la seconde, et que le point de l'écliptique à mi-chemin entre ces deux tombe à 25° du Taureau ou du Scorpion, le diamètre passant par l'apogée et le périgée doit passer par ceux-ci.

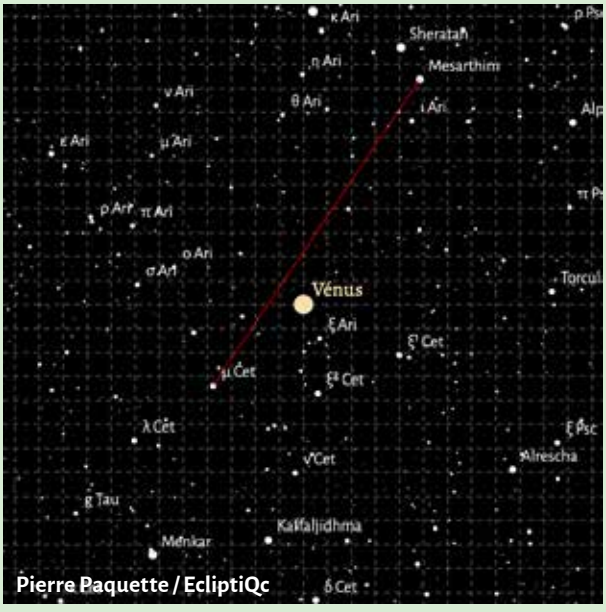
De même, dans [les observations de] Theon, nous trouvons que dans la 12e année d'Hadrien, le matin du 21 au 22 Athyr du calendrier égyptien [1], Vénus était à sa plus grande élongation par rapport au Soleil et plus avancée en longitude [à l'arrière / à l'est] de l'étoile du bout de l'aile sud de la Vierge [β Vir / Zavijava], par la longueur des Pléiades, ou de cette longueur moins le diamètre de la planète, et cette étoile semblait être une lune vers le nord. Or, selon nous, cette [étoile] fixe était alors à 28¹¹⁄₁₂° du Lion ; Vénus était donc à environ 0⅓° de la Vierge, et le soleil moyen à 17²⁶⁄₃₀° de la Balance. Ainsi, la plus grande élongation matinale était de 47¹⁶⁄₃₀° du lieu moyen.

Dans la 21e année d'Hadrien, le soir du 9 au 10 du mois égyptien de Méchir [2], nous avons observé Vénus à sa plus grande élongation par rapport au Soleil. Elle était en avant [à l'ouest] de l'étoile la plus au nord [φ Aqr] des quatre [φ Aqr, χ Aqr, ψ¹ Aqr, et ψ³ Aqr] qui forment un quadrilatère (après [à l'est de] l'étoile suivante [à l'est] en ligne droite avec les fesses du Verseau [σ Aqr et ι Aqr]), [sa distance de l'étoile était]

1 Selon Toomer, le 11/12 octobre 127.
2 Selon Toomer, le 25/26 décembre 136.

Voici une simulation de la situation le 25 décembre 136, à 18 h 30, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1° (l'échelle est la moitié de celle des images précédentes). La taille des points est proportionnelle à la magnitude des étoiles et de Vénus.

Voici une simulation de la situation le 20 mai 129, à 4 h 00, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1° (l'échelle est la moitié de celle des images précédentes). La taille des points est proportionnelle à la magnitude des étoiles et de Vénus.



d'environ les deux tiers [1] d'une pleine lune, et elle semblait effacer [καταλάμπειν] cette étoile par sa lumière. Puisque cette [étoile] fixe, selon nous, était alors à 20° du Verseau, Vénus était donc à environ 19⅗° du Verseau, et la longitude moyenne du soleil était de 2⅛₅ du Capricorne°. La plus grande élongation vespérale était donc la même [que la matinale], soit 47¹⁶⁄₃₀°. Le point de l'écliptique à mi-chemin entre les 17²⁶⁄₃₀° de la Balance de la première observation et les 2⅛₅° du Capricorne de la seconde est à nouveau à 25° du Scorpion ou du Taureau.

2. De la taille de l'épicycle de Vénus

Nous avons ainsi déterminé que, de nos jours, l'apogée et le périgée de l'excentrique [de Vénus] sont à 25° du Taureau et du Scorpion. Nous avons conséquemment cherché les plus grandes élongations par rapport à la moyenne qui se produisent lorsque le Soleil est proche de 25° du Taureau [ou [2]] proche de 25° du Scorpion.

Or, parmi [les observations] que nous a données [3] Theon, nous trouvons que dans la 13ᵉ année d'Hadrien, du 2 au 3 Epiphi [selon] le [calendrier] égyptien [4], Vénus était à sa plus grande élongation solaire matinale, et avait

1 Le texte grec est δύο μέρη ἔγγιστα σελήνης διχομήνου et Halma a l'équivalent, soit «deux des portions de la moitié de la Lune», mais cela n'a aucun sens. D'un autre côté, ni Manitius ni Toomer n'expliquent d'où vient leur ⅔… Toomer indique aussi que «"deux tiers d'une lune" ne fait que 20', tandis que Ptolémée soustrait [plus loin] 24'», ce qui serait plus près de «deux moitiés», mais serait plutôt les trois quarts…

2 La version grecque a καὶ, «et», mais cette tournure de phrase est fautive en français. Au pire, on pourrait dire «Nous avons conséquemment cherché les plus grandes élongations par rapport à la moyenne qui se produisent lorsque le Soleil est proche de 25° du Taureau **et celles dans lesquelles** il est proche de 25° du Scorpion».

3 Ce n'est pas la première fois que Ptolémée mentionne des observations «données» par Théon. Le verbe grec est δοθείσαις, littéralement «a données» (féminin pluriel), ce qui implique un don personnel.

4 Selon Toomer, le 19/20 mai 129.

1⅖° d'avance sur [à l'ouest de] la droite passant par la plus avancée [occidentale] des 3 étoiles de la tête du Bélier et celle de la patte arrière ; et sa distance à l'étoile la plus avancée de celles de la tête était environ le double de sa distance à l'étoile de la patte. Or, à cette époque, selon nous, l'étoile la plus avancée des 3 de la tête du Bélier [γ² Ari] était à 6⅗° [du Bélier] et à 7⅓° au nord [de l'écliptique], et celle dans la patte arrière du Bélier [μ Cet] était à 14¾° [du Bélier] et à 5¼° au sud [de l'écliptique]. Ainsi, Vénus était à 10⅗° du Bélier et à 1½° au sud [de l'écliptique]. Donc, puisque le soleil moyen à cette époque était à 25⅖° du Taureau, la plus grande élongation par rapport à la moyenne était de 44⅘°.

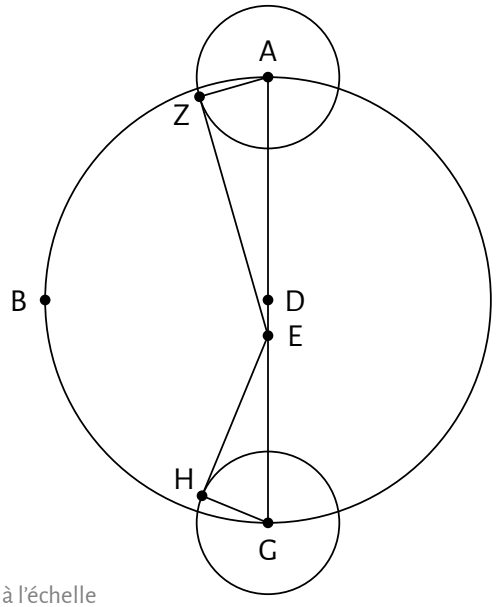
Nous avons observé, dans la 21e année d'Hadrien, au soir du 2 au 3 Tybi [selon le calendrier] égyptien [1], Vénus à sa plus grande distance du Soleil. En mesurant [sa position] par rapport aux étoiles des cornes du Capricorne [Algedi (α² Cap) et Dabih (β Cap)], nous avons vu qu'elle était à 12⅚° du Capricorne, tandis que le soleil moyen était à 25½° du Scorpion. Conséquemment, la plus grande élongation par rapport à la moyenne était de 47⅓°.

Il est donc clair que l'apogée se situe à 25° du Taureau et le périgée à 25° du Scorpion. Il nous est également devenu évident que le cercle excentrique de Vénus, portant l'épicycle, est fixe, puisque nulle part sur l'écliptique nous ne trouvons la somme des plus grandes élongations par rapport à la moyenne des deux côtés inférieure à la somme des deux dans le Taureau, ou supérieure à la somme des deux dans le Scorpion.

Partant de ces données, soit ABG, le cercle excentrique de Vénus, qui porte l'épicycle, avec comme diamètre AG sur lequel D est le centre de l'excentrique, E le centre de l'écliptique, et A

Voici une simulation de la situation le 18 novembre 136, à 18 h 30, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1° (l'échelle est la moitié de celle des images précédentes). La taille des points est proportionnelle à la magnitude des étoiles et de Vénus.

le point à 25° du Taureau. Autour des points A et G, traçons des épicycles égaux, sur lesquels



Pas à l'échelle

1 Selon Toomer, le 18/19 novembre 136. À première vue, cette observation contredit celle mentionnée au Chapitre 1, une élongation maximale prétendument observée le 9–10 Méchir 21 Hadrien, soit le 25/26 décembre 136, seulement 37 jours plus tard, ce qui est impossible. La clé est que l'élongation maximale eut réellement lieu le 8 décembre 136 ; Ptolémée a probablement voulu dire qu'il a observé *près de* l'élongation maximale…

se trouvent les points Z et H [respectivement]. Traçons les tangentes EZ et EH, et joignons AZ et GH.

Alors, puisque ∠ AEZ, au centre de l'écliptique, sous-tend la plus grande élongation de la planète à l'apogée, (de 44⅘° par hypothèse), alors ∠ AEZ = 44° 48′ où quatre angles droits font 360°, ou 89;36ᵒᵒ où deux angles droits font 360ᵒᵒ. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle AEZ, l'arc AZ = 89° 36′ et sa corde AZ ≈ 84;33ᵖ où l'hypoténuse AE = 120ᵖ.

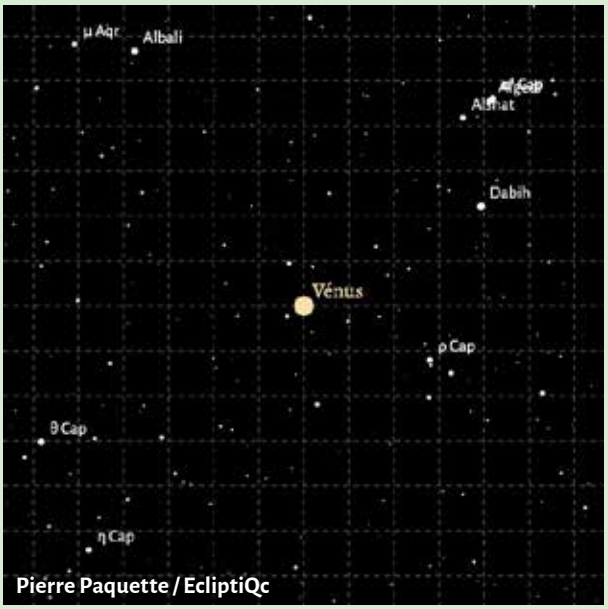
De même, puisque ∠ GEH sous-tend la plus grande élongation au périgée (de 47⅓° par hypothèse), ∠ GEH = 47° 20′ où quatre angles droits font 360°, ou 94;40ᵒᵒ où deux angles droits font 360ᵒᵒ. Donc dans le cercle circonscrit au triangle rectangle GEH, l'arc GH = 94° 40′ et sa corde GH ≈ 88;13ᵖ où l'hypoténuse EG = 120ᵖ. Donc, où le rayon de l'épicycle GH (= AZ) = 84;33ᵖ, et AE = 120ᵖ, EG = 115;01ᵖ, et [par addition] la droite entière AG = 235;01ᵖ et sa moitié, AD ≈ 117;30ᵖ, et (par soustraction) la distance entre les centres DE = 2;29ᵖ.

Conséquemment, où le rayon de l'excentrique AD = 60ᵖ, la distance entre les centres DE ≈ 1¼ᵖ et le rayon de l'épicycle AZ = 43⅛ᵖ.

3. Des proportions des excentricités de Vénus

Mais puisqu'il reste à éclaircir si le mouvement uniforme de l'épicycle a lieu autour du point D, ici aussi nous avons pris deux plus grandes élongations, de côtés opposés [c'est-à-dire une vespérale et l'autre matinale], dans chacune desquelles le mouvement moyen du Soleil était à un quadrant de l'apogée.

Voici une simulation de la situation le 18 février 134, à 5 h 00, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1°. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des étoiles et de Vénus.



Nous avons observé la première dans la 18ᵉ année d'Hadrien, du 2 au 3 Pharmouti des égyptiens [1]. Vénus était alors à sa plus grande élongation matinale au Soleil, et mesurée par rapport à l'étoile appelée Antarès [catalogue XXIX 8], elle était à 11¹¹⁄₁₂° du Capricorne, alors que le soleil moyen était à 25½° du Verseau ; ainsi, la plus grande élongation matinale par rapport à la moyenne était de 43⁷⁄₁₂°.

Nous avons observé l'autre dans la troisième année d'Antonin, le soir du 4 au 5 Pharmouti des égyptiens [2]. Vénus était alors à sa plus grande élongation au Soleil, et mesurée par rapport à l'étoile brillante des Hyades [catalogue XXIII 14], elle était à 13⅝° du Bélier, tandis que le soleil moyen était à 25½° du Verseau. Par conséquent, la plus grande élongation vespérale par rapport à la moyenne était donc de 48⅓°.

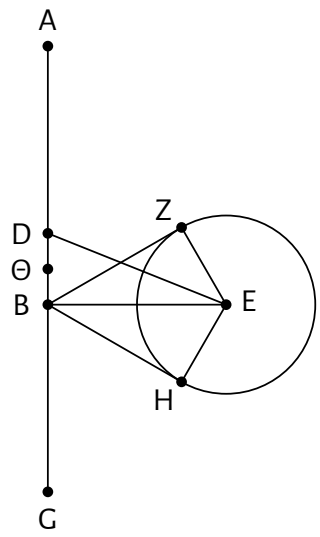
Avec ces données, soit ABG [ci-dessous] le diamètre passant par l'apogée et le périgée

1 Selon Toomer, le 17/18 février 134.
2 Selon Toomer, le 18/19 février 140.

Voici une simulation de la situation le 18 février 140, à 19 h 00, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1°. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des étoiles et de Vénus.

de l'excentrique, où A représente le point à 25° du Taureau et B représente le centre de l'écliptique. Nous devons trouver le centre autour duquel nous disons que le mouvement uniforme de l'épicycle a lieu. Soit le point D représentant ce centre, et traçons à partir de D la droite DE perpendiculaire à AG, afin que la position moyenne de l'épicycle soit à un quadrant de l'apogée, comme dans les observations. Prenons sur cette perpendiculaire le centre E de l'épicycle, selon les observations, et traçons autour l'épicycle ZH, puis traçons BZ et BH, tangentes à partir de B, et joignons BE, EZ, et EH.

Puisque, à la position moyenne en question, la plus grande élongation vespérale à la moyenne est, par hypothèse, de 43⅞°, et la plus grande [élongation] vespérale de 48⅓°, [par addition] l'angle entier ∠ ZBH = 91° 55′ où quatre angles droits font 360°. Donc sa moitié, ∠ ZBE = 91;55° où deux angles droits font 360°. Ainsi, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle BEZ, l'arc EZ = 91° 55′ et EZ = 86;16^{p} où



Pas à l'échelle

l'hypoténuse BE = 120^{p}. Donc, où le rayon de l'épicycle, EZ = 43;10^{p}, BE = 60;03^{p}.

Mais encore, puisque la différence entre ces plus grandes élongations, qui est de 4° 45′, comprend deux fois l'équation de l'anomalie écliptique à ce point, qui est représentée par ∠ BED, [alors] ∠ BED = 2° 22′ 30″ où quatre angles droits font 360°, ou 4;45° où deux angles droits font 360°. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle BDE, l'arc BD = 4° 45′ et BD ≈ 4;59^{p} où l'hypoténuse BE = 120^{p}. Donc, où BE = 60;03^{p} et le rayon de l'épicycle est 43;10^{p}, BD ≈ 2½^{p}. Mais nous avons démontré que la distance entre B, le centre de l'écliptique, et le centre de l'excentrique, qui porte le centre de l'épicycle, vaut 1¼^{p} des mêmes unités, ce qui est donc la moitié de BD.

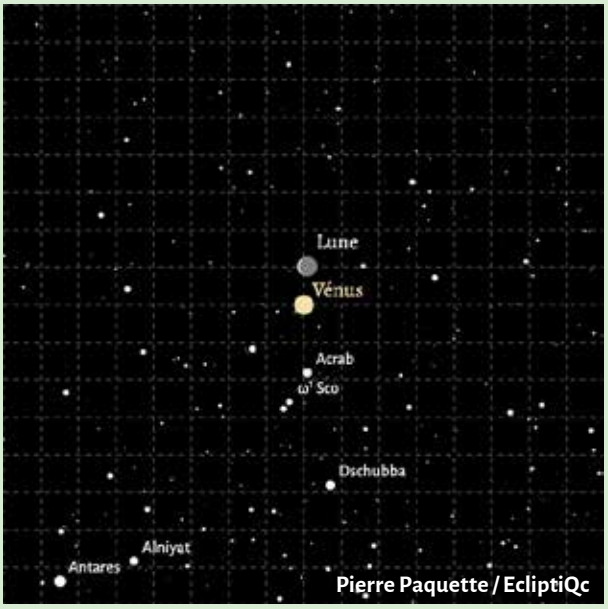
Conséquemment, si nous séparons BD en deux portions égales en Θ, nous démontrons que où le rayon de l'excentrique porteur de l'épicycle, ΘA = 60^{p}, chacune des distances entre les centres, BΘ = ΘD = 1¼^{p}, et le rayon de l'épicycle EZ = 43;10^{p}.

4. De la correction des mouvements périodiques de Vénus

C'est donc ainsi que nous avons déterminé l'hypothèse [de Vénus] et les rapports de ses anomalies. Pour les mouvements périodiques et les époques de la planète, encore une fois [comme pour Mercure], nous avons pris deux observations fiables, [une] parmi les nôtres, et [une] des plus anciennes.

Nous avons observé, dans la deuxième année d'Antonin, du 29 au 30 Tybi égyptien [1], la planète Vénus à sa plus grande élongation matinale, en utilisant l'astrolabe et en l'observant par rapport à Spica ; elle était alors à 6½° du Scorpion. À ce moment-là, elle était également entre et sur une ligne droite avec l'étoile la plus au nord du front du Scorpion et le centre apparent de la Lune, et était en avance [à l'ouest] du centre de la lune 1½ fois plus qu'elle ne se trouvait à l'arrière [à l'est] de la plus boréale des étoiles du front. Or elle [cette étoile] était à l'époque, d'après nos coordonnées,

Voici une simulation de la situation le 16 décembre 138, à 5 h 00, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1°. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des étoiles et de Vénus.



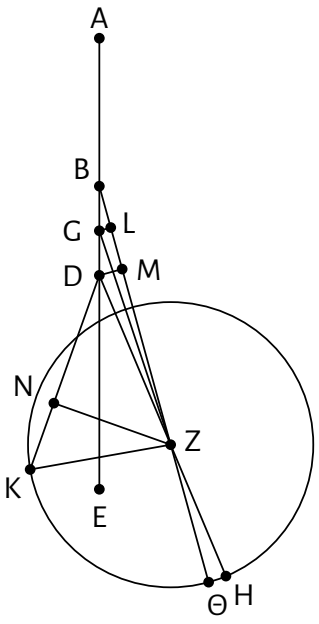
à 6° 20' du Scorpion, et à 1° 20' au nord de l'écliptique. Il était alors 4¾ heures équinoxiales après minuit, puisque le soleil était à environ 23° du Sagittaire, et le deuxième degré de la Vierge [soit l'intervalle 1°–2°] était au méridien [supérieur] selon l'astrolabe. À ce moment, les positions étaient les suivantes :

longitude moyenne du Soleil :	22° 09' du Sagittaire
longitude moyenne de la Lune :	11° 24' du Scorpion
anomalie lunaire depuis l'apogée :	87° 30'
[argument de] latitude de la Lune, depuis la limite nord :	12° 22'
donc, vraie position du centre de la Lune :	5° 45' du Scorpion
[latitude de la Lune] :	5° au nord de l'écliptique
position apparente [de la Lune] à Alexandrie [en longitude] :	6° 45' du Scorpion
[position apparente de la lune en latitude] :	4° 40' au nord de l'écliptique.

D'après ces considérations également, Vénus était à 6° 30' du Scorption et à 2° 40' au nord de l'écliptique.

Avec ces données, soit ABGDE le diamètre à travers l'apogée, A le point à 25° du Taureau, B le point autour duquel l'épicycle se déplace uniformément, G le centre de l'excentrique portant le centre de l'épicycle, et D le centre de l'écliptique. Puisque le soleil moyen était à 22° 09' du Sagittaire lors de l'observation, la position moyenne de l'épicycle est [22° 09' du Sagittaire – 25° du Scorpion =] 27° 09' vers l'arrière [l'est] à partir du périgée en E. Donc, soit Z le centre de l'épicycle, et traçons

1 Selon Toomer, le 15/16 décembre 138.



Pas à l'échelle

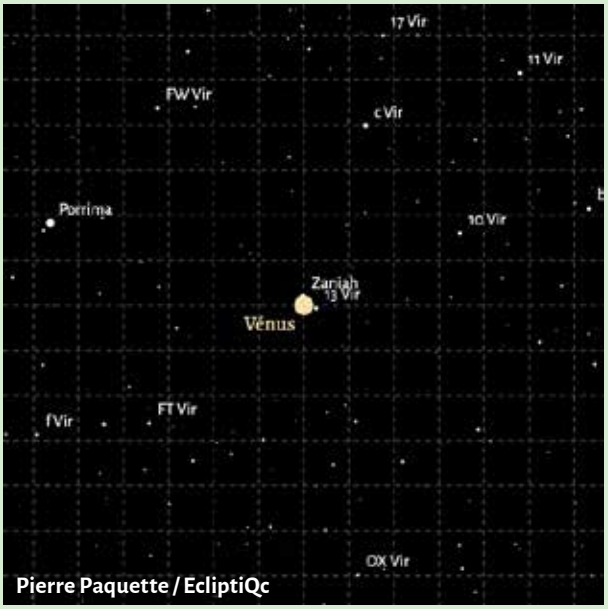
l'épicycle HΘK autour de lui. Joignons DZH, GZ, et BZΘ, et traçons à partir de G et de D les droites GL et DM perpendiculaires à BZ. Soit la planète en K, joignons DK et ZK, et traçons la droite ZN perpendiculaire [à DK]. Nous devons ici trouver l'arc ΘK, qui est la distance de la planète à l'apogée de l'épicycle Θ [au moment de l'observation].

Puisque ∠ EBZ = 27° 09′ où quatre angles droits font 360°, ou 54;18$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle BGL, l'arc GL = 54° 18′ et l'arc restant BL = 125° 42′ [son supplément]. Donc, les cordes correspondantes GL = 54;46^{p} et BL = 106;47^{p} où l'hypoténuse BG = 120^{p}. Donc où BG = 1;15^{p} et le rayon de l'excentrique GZ = 60^{p}, alors GL = 0;34^{p} et BL = 1;07^{p}. Et puisque $ZG^2 - GL^2 = ZL^2$, ZL ≈ 60^{p} des mêmes unités. Mais ML = LB [= 1;07^{p}], et DM = 2GL, parce que BG = GD. Donc, DM = 1;08^{p} et le reste [par soustraction de ML de ZL], ZM = 58;53^{p} des mêmes unités. Conséquemment, l'hypoténuse ZD [$= \sqrt{ZM^2 + DM^2}$] ≈ 58;54^{p}. Donc, où ZD = 120^{p}, DM = 2;18^{p}, et, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle DZM, l'arc DM = 2° 12′. Donc ∠ BZD = 2;12$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$ et l'angle entier [par addition de ∠ EBZ et ∠ BZD] ∠ EDZ = 56;30$^{\infty}$ des mêmes unités. Mais ∠ EDK = 18° 30′ où quatre angles droits font 360°, puisque la planète était à 18° 30′ en avance sur le périgée E (qui est à 25° du Scorpion), et cet angle [∠ EDK =] 37$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Donc l'angle total [par addition de ∠ EDK à ∠ EDZ] ∠ KDZ = 93;30$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$ et, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle DZN, l'arc ZN = 93° 30′. Donc la corde ZN = 87;25^{p} où ZD = 120^{p}. Donc, où ZD = 58;54^{p} — c'est-à-dire où le rayon de l'épicycle ZK = 43;10^{p} —, ZN = 42;54^{p}. Donc où l'hypoténuse ZK = 120^{p}, ZN = 119;18^{p} et, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle ZKN, l'arc ZN = 167° 38′. Donc, où ∠ ZDK = 93;30$^{\infty}$ [comme nous l'avons déterminé], ∠ ZKD = 167;38$^{\infty}$, et l'angle entier [par addition] ∠ KZH = 261;08$^{\infty}$. Or, nous avons démontré que ∠ BZD (= ∠ HZΘ) = 2;12^{p} des mêmes unités. Donc l'autre angle [par soustraction] ∠ ΘZK = 258;56$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 129° 28′ où quatre angles droits font 360°. Ainsi, Vénus, à ce moment, était à la distance ci-dessus, soit 129° 28′, en avance sur l'apogée de l'épicycle, ou sur les 230° 32′ restants de la circonférence, comptés d'ouest en est, selon l'hypothèse, c'était la différence de ce qui précède d'une révolution, 230° 32′, que nous devions trouver.

Parmi les anciennes observations, nous avons choisi celle que Timocharis décrit comme suit : « Dans la 13e année de Philadelphe, du 17 au 18 Mésori égyptien [1], à la 12e heure, Vénus a dépassé exactement l'étoile opposée à Vindemiatrix ». C'est l'étoile qui, dans nos descriptions [catalogue XXVII 6], suit celle de la pointe de l'aile sud de la Vierge, et qui était à 8¼° de la Vierge dans la première année d'Antonin. Or, l'année de l'observation est la 476e depuis Nabonassar, tandis que la première année d'Antonin est 884 [années] depuis Nabonassar ; aux 408 années de l'intervalle correspond un mouvement des étoiles fixes et

1 Selon Toomer, le 11/12 octobre –271.

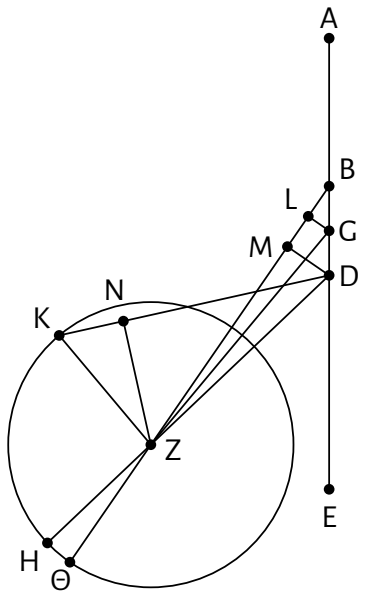
Voici une simulation de la situation le 12 octobre –271, à 5 h 00, heure d'Alexandrie. Chaque case (en coordonnées écliptiques) correspond à 1°. La taille des points est proportionnelle à la magnitude des étoiles et de Vénus.



Pierre Paquette / EcliptiQc

des apogées d'environ 4½12°. Il est donc clair que la longitude de Vénus était de 4⅙° de la Vierge, et la longitude du périgée de son excentrique de 20°11½12° du Scorpion. Ici aussi, Vénus avait dépassé sa plus grande élongation matinale ; pendant 4 jours après cette observation, les 21/22 Mésori, comme on peut le déduire de ce que dit Timocharis, elle était à 8⅝° de la Vierge selon nos coordonnées, et la position moyenne du soleil était de 17° 03′ de la Balance à la première observation, et de 20° 59′ de la Balance à la suivante. Ainsi, son élongation à la première observation était de 42° 53′, et à la suivante, de 42° 09′.

Avec ces données, traçons un diagramme semblable [au précédent], mais où l'épicycle est en avant du périgée, puisque la longitude moyenne de l'épicycle est de 17° 03′ de la Balance, tandis que la longitude du périgée est 20° 55′ du Scorpion. Donc, ∠ EBZ [= 20° 55′ du Scorpion – 17° 03′ de la Balance] = 33° 52′ où quatre angles droits font 360°,



Pas à l'échelle

ou 67;44$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle BGL, l'arc GL = 67° 44′ et le reste, l'arc restant BL = 112° 16′ [son supplément]. Donc, les cordes correspondantes GL = 66;52^{p} où l'hypoténuse BG = 120^{p}, et BL = 99;38^{p}. Donc, où BG = 1;15^{p} et où le rayon de l'excentrique GZ = 60^{p}, GL = 0;42^{p} et de même BL = 1;02^{p} [1]. Et puisque $ZG^2 - GL^2 = ZL^2$, ZL ≈ 60^{p}. Or, par le même raisonnement [que ci-dessus] BL = LM et DM = 2GL. Donc, la portion restante [par soustraction de LM de ZL] ZM = 58;58^{p} et DM = 1;24^{p} des mêmes unités. Donc, l'hypoténuse ZD [$= \sqrt{ZM^2 + DM^2}$] ≈ 58;59^{p}. Donc, où ZD = 120^{p}, DM = 2;51^{p}, et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle ZDM, l'arc DM = 2° 44′. Conséquemment, ∠ BZD = 2;44$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, et l'angle entier [par addition de ∠ BZD et ∠ EBZ] ∠ EDZ = 70;28$^{\omega}$ des mêmes unités. Et la distance de la planète en avance du périgée EDK = 76° 45′ où quatre angles droits font 360°, ou 153;30$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, l'autre angle [par soustraction] ∠ ZDK = 83;2$^{\omega}$ des mêmes unités, et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle

1 Étrangement, Halma omet en français cette mention de BL = 1;02^{p}, bien qu'elle soit présente dans sa version grecque.

rectangle DZN, l'arc ZN = 83° 02'. Donc, sa corde ZN = 79;33^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}, et où DZ = 58;59^{p} — c'est-à-dire où le rayon de l'épicycle ZK = 43;10^{p} —, ZN = 39;07^{p}. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle ZKN, où l'hypoténuse ZK = 120^{p}, ZN = 108;45^{p} et l'arc ZN ≈ 130°. Par conséquent, ∠ DKZ = 130$^{\omega}$ où ∠ ZDK = 83;02$^{\omega}$, tel que démontré, et l'angle entier [par addition] ∠ ΘZK = 213;02$^{\omega}$ des mêmes unités. Mais nous avons prouvé que ∠ BZD (= ∠ HZΘ) = 2;44$^{\omega}$ des mêmes unités, donc l'angle entier [par addition] ∠ HZK[1] = 215;46$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 107° 53' où quatre angles droits font 360°. Donc, la distance vers l'arrière [l'est] de la planète Vénus à l'apogée de l'épicycle H était égale aux 252° 07' restants du cercle, ce que nous devions déterminer.

Or, puisqu'à ce moment, sa distance à l'apogée de l'épicycle était de 230° 32' et que l'intervalle entre les deux observations comprend 409 années égyptiennes et environ 167 jours, et 255 révolutions complètes en anomalie — puisque 8 années égyptiennes produisent environ 5 révolutions, donc les 408 années produisent 255 révolutions, tandis que l'année restante plus les jours supplémentaires ne complètent pas la période d'une révolution —, nous avons la preuve qu'en 409 années égyptiennes et 167 jours Vénus parcourt, en plus des 255 révolutions complètes en anomalie, 338° 25' sur son épicycle entre les deux observations. Et approximativement le même excès résulte des tableaux du mouvement moyen que nous avons présentés ci-dessus, tel que dérivé de l'excès sur les révolutions complètes, l'intervalle de temps ayant été réduit en jours, et les révolutions plus l'excès [réduits] en degrés. Car quand le total en degrés est divisé par le total en jours, il en résulte le mouvement moyen journalier de Vénus en anomalie que nous avons exposé précédemment.

5. De l'époque des mouvements périodiques de Vénus

Il nous reste donc à rapporter les positions à la première année du règne de Nabonassar, à midi du 1er jour du Thout égyptien. Nous reprenons l'intervalle entre ce dernier moment et le moment de l'observation la plus ancienne : il est de 475 années égyptiennes et 346¾ jours environ. À cet intervalle de temps, l'excès [aux révolutions complètes] correspondant, dans les tableaux d'anomalie, est d'environ 181° de mouvement moyen. En soustrayant [cette valeur] des 252° 07' [de la position] trouvée à l'observation, nous obtenons pour la première année de Nabonassar, à midi du 1er jour du Thout égyptien, que l'anomalie est de 71° 07' depuis l'apogée de l'épicycle. La position moyenne en longitude est en outre, par hypothèse, la même que la longitude du Soleil, soit 0° 45' des Poissons. Il est aussi évident que, puisque l'apogée [de l'excentrique] était d'environ 20° 55' du Taureau au moment de l'observation, et qu'aux 476 années écoulées correspondent environ 4¾° [de mouvement de l'apogée], au moment de l'époque, l'apogée était à environ 16° 10' du Taureau.

6. Préliminaires pour les démonstrations relatives aux autres planètes

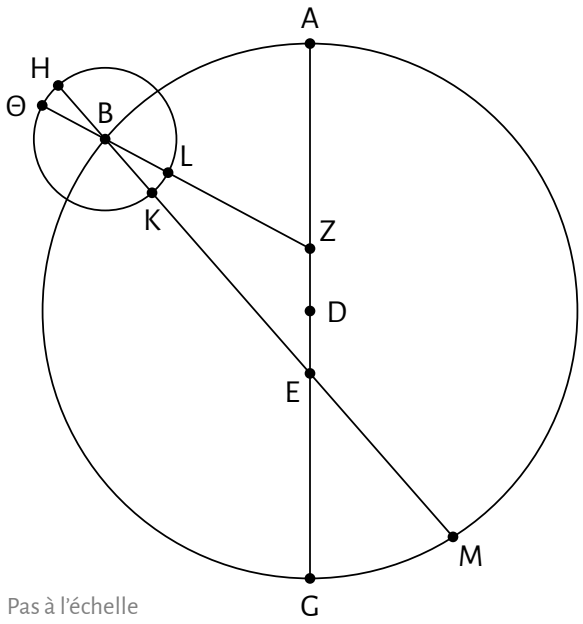
Telles sont donc les méthodes que nous avons employées pour les deux planètes, Mercure et Vénus, par rapport à leurs hypothèses et aux démonstrations de leurs anomalies. Pour

1 Les manuscrits ont ZKH, mais cela n'est pas conforme à la notation moderne, utilisée par Toomer et à laquelle j'adhère par souci de clarté.

les trois autres — Mars, Jupiter, et Saturne —, nous trouvons la même hypothèse pour le mouvement [respectif] des trois, et celle-ci est la même que pour la planète Vénus : le cercle excentrique sur lequel est toujours porté le centre de l'épicycle est décrit autour d'un centre qui est à mi-chemin entre le centre de l'écliptique et celui autour duquel l'épicycle tourne ; car pour chacun de ces astres [1], en gros, l'excentricité que l'on trouve à partir de la plus grande équation d'anomalie écliptique est environ le double de celle dérivée de la taille des arcs rétrogrades aux plus grandes et aux plus petites distances de l'épicycle. Mais les démonstrations par lesquelles nous calculons la taille des anomalies et [la position de] l'apogée ne peuvent pas s'appliquer à ces planètes comme aux deux premières, parce qu'elles peuvent être à n'importe quelle distance [angulaire] du Soleil, et qu'on ne peut pas déduire de l'observation, comme c'était le cas avec les plus grandes élongations de Mercure et de Vénus, quand la planète est au point où la ligne de notre regard est tangente à l'épicycle. Puisque cela est impossible, nous avons donc utilisé des observations de leurs oppositions à la position moyenne du soleil pour démontrer d'abord les proportions de leur excentricité et [la position de] leur apogée — car ce n'est qu'alors qu'on trouve l'anomalie écliptique isolée, sans effet de l'anomalie liée au Soleil.

Car soit ABG, l'excentrique de la planète, sur lequel le centre de l'épicycle est porté, avec pour centre D et son diamètre AG passant par l'apogée, où E est le centre de l'écliptique et Z le centre de cet excentrique par rapport auquel le mouvement moyen de l'épicycle en longitude est mesuré. Traçons l'épicycle HΘKL de centre B, et joignons ZLBΘ et HBKEM.

Je dis, premièrement, que lorsque la planète est vue le long de la ligne EH passant par le centre de l'épicycle B, alors la position moyenne



Pas à l'échelle

du Soleil sera toujours sur la même ligne, et que lorsque la planète est en H, elle sera en conjonction [συνοδεύει] avec le soleil moyen (qui sera vu en H), et que lorsque la planète est en K, elle est en opposition avec le soleil moyen (qui sera vu en M).

Puisque les distances moyennes, pour chacune de ces planètes, en longitude et en anomalie, comptées depuis l'apogée [respectivement de l'excentrique et de l'épicycle], sont ensemble [donc la somme des deux] égales au mouvement moyen du Soleil compté depuis le même point de départ, l'angle au centre Z (qui représente le mouvement moyen de la planète en longitude) et l'angle en E (qui est le mouvement apparent en longitude) auront toujours pour différence l'angle en B (qui est le mouvement moyen sur l'épicycle). Il est donc évident que, quand l'astre est en H, elle sera à un angle ∠ HBΘ de moins que l'apogée Θ ; mais ∠ HBΘ + ∠ AZB = ∠ AEH, le mouvement moyen du Soleil, et le même que le mouvement apparent de l'astre. Et lorsque la planète est à K, son mouvement sur l'épicycle sera encore ∠ ΘBK, et ∠ ΘBK + ∠ AZB égale le mouvement moyen du Soleil compté depuis

1 Ptolémée utilise presque exclusivement ἀστήρ et ses déclinaisons grammaticales. J'ai utilisé « astre » et « planète » sans distinction, mais observant parfois le contexte.

Ce passage mérite plus d'explication, et je reproduis ici dans son intégralité (outre quelques retouches mineures) une note de Jean-Baptiste Joseph Delambre, telle que publiée dans la traduction française de la *Synthèse mathématique* de Ptolémée publiée par Halma en 1816.

Si l'astre parait en H sur la ligne EBH, on aura :

Distance apparente de la planète au périgée ou GEH = GZB + EBZ = GZB + ΘBH = p + (S – p) = S. Distance moyenne de la planète au périgée + (distance moyenne du Soleil au périgée – distance moyenne de la planète au périgée) = Distance moyenne du Soleil au périgée

Ainsi la planète sera vue sur une ligne qui fait avec celle de l'apogée un angle égal à la longitude moyenne du Soleil. C'est ce que Ptolémée nomme *conjonction.* Mais le soleil moyen n'est pas véritablement sur cette ligne. Le centre des mouvements moyens n'est ni le point E, ni le point L, ni le point D.

Si la planète est en K sur la droite EKH, on aura :

Distance apparente au périgée = GEK = GEB = GZB + ZBE = GZB + LBK = GZB + ΘBH. Distance moyenne de la planète au périgée + (distance moyenne du Soleil au périgée – distance moyenne de la planète au périgée) = Distance moyenne du Soleil au périgée

L'angle est le même que dans le premier cas, mais le lieu fictif du soleil H, et le lieu K de la planète, sont diamétralement opposés. C'est l'opposition, la planète est acronycte [*sic* : de ακρονυκτος, mais ce terme désigne aujourd'hui une plante ; dans le domaine astronomique, on utilise aujourd'hui «acronique»].

Ajoutez 180° à tous les termes, et vous changerez les distances au périgée en distances à l'apogée.

Cette démonstration est adaptée à la figure. Il eût été plus naturel de placer le centre de l'épicycle dans le premier quart de l'excentrique, au lieu que Ptolémée le place dans le dernier, mais le changement est facile, il suffit de supposer que le centre de l'épicycle se meut de A en B. Soit donc AZB = p = distance moyenne de la planète à l'apogée de l'excentrique. Le lieu de la planète sur son épicycle est toujours (distance moyenne du Soleil à l'apogée – distance moyenne de la planète à l'apogée = (S – p). On suppose qu'à l'origine des mouvements, les deux apogées coïncidaient, et que le Soleil et la planète étaient en conjonction à l'apogée ; que le mouvement du centre de l'épicycle et le mouvement moyen propre de la planète ; et que le mouvement sur l'épicycle est égal au mouvement relatif ou à l'excès du mouvement du Soleil sur celui de la planète supérieure.

Si la planète est en H ; AEB = distance apparente de la planète à l'apogée = AZB – ZBE = AZB – LBK = planète – (360° – S + p) = S.

Si la planète est en K ; AEB = AZB – ZBE = AZB – LBK = AZB – (180° – ΘBK) = AZB + ΘBK – 180°
= p + S – p – 180° = S – 180°.

La planète est donc à 180° du Soleil ou en opposition, ce qui signifie seulement que la distance angulaire vraie de la planète à son apogée est égale à la distance où le Soleil se trouverait de ce même apogée s'il eût tourné d'un mouvement uniforme autour du point E, après s'être rencontré [avoir été en conjonction] avec la planète sur la ligne EA de l'apogée.

La démonstration est donc complète. Elle va éclaircir plusieurs passages obscurs de Ptolémée. Il nous dit que le Soleil sera toujours en H, ce qui doit s'entendre d'un soleil fictif, car E n'est pas le centre des mouvements moyens du Soleil, EZ n'est pas son excentricité, [et] Z n'est pas le centre de son excentrique.

L'angle B est celui du mouvement moyen de la planète sur son épicycle, c'est ce qu'on exprime encore par la formule anomalie moyenne = S – p ; l'angle Z = p est le mouvement moyen de la planète, et l'équation est toujours vraie quand on fait croitre indéfiniment S et p depuis zéro jusqu'à une circonférence entière ou plusieurs circonférences, mais Ptolémée, employant toujours l'angle inférieur à 180°, est obligé de le faire tantôt additif et tantôt soustractif, ce qui complique inutilement l'explication [1].

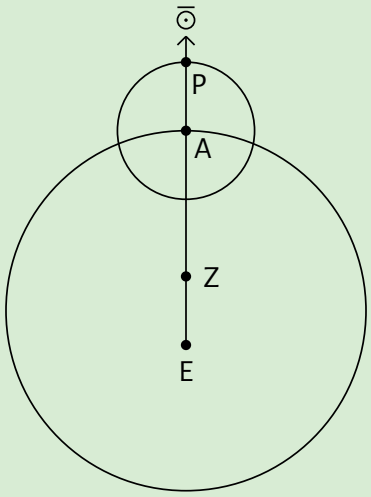
Il ajoute qu'en général une ligne EX menée par le centre de la Terre parallèlement au rayon vertical de la planète sur son épicycle, *représentera* toujours le lieu du soleil moyen. En effet, à cause du parallélisme, on aura HEX = HBN = HBΘ + ΘBN = ZBE + ΘBN = AZB – AEB +(S – p) = p – AEB + S – p = S – AEB; d'où HEX + AEB = AEX = S.

L'angle AEX est toujours égal à la distance moyenne du Soleil à l'apogée de la planète.

1 Ceci est dû au fait que les Grecs ne connaissaient pas les nombres négatifs.

Une autre clarification est apportée par Toomer, que je reproduis aussi intégralement ici.

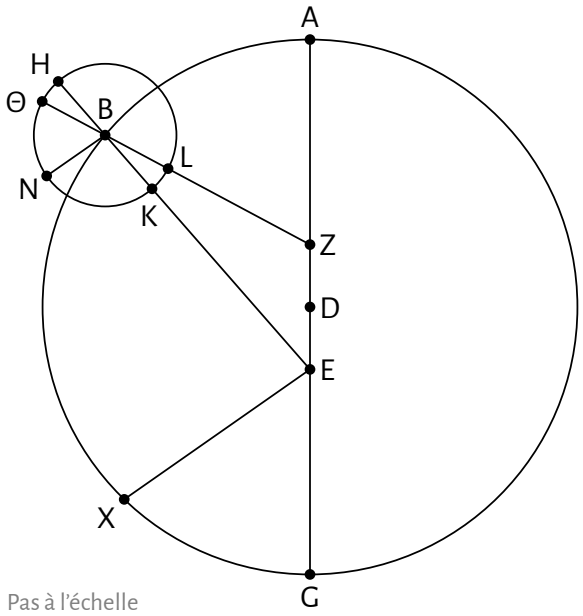
En fait ∠ AZB – ∠ HBΘ = ∠ AEH. Mais ce que Ptolémée veut dire est illustré par [les deux diagrammes ci-dessous] : dans [le premier] la planète et le soleil moyen sont en conjonction. Dans [le deuxième] (égal au [diagramme ci-dessous dans le texte principal] ils sont encore en conjonction. L'épicycle a parcouru l'angle $\overline{\kappa}$ (∠ AZB), la planète sur son épicycle a parcouru l'angle $\overline{\alpha}$, et le soleil moyen κ + 360°. Alors (selon le diagramme) $\kappa = \overline{\kappa} - (360° - \overline{\alpha}) = \overline{\kappa} + \overline{\alpha} - 360°$. Donc le mouvement du soleil moyen $\kappa + 360° = \overline{\kappa} + \overline{\alpha}$. Ne comprenant pas cela, une [personne a] interpol[é et] inséré τουτέστιν λειφθεισα ύπ' αὐτῆς à H[eiberg] [page] 319, [ligne] 8, produisant le résultat étrange « ∠ HBΘ ajouté à ∠ AZB, c'est-à-dire soustrait de lui ».



Pas à l'échelle

l'apogée A, soit un demi-cercle [180°] plus (∠ AZB – ∠ LBK) = 180° + ∠ GEM, c'est-à-dire que la position moyenne du Soleil sera opposée à la position apparente de la planète.

Donc, dans ces configurations [conjonctions et oppositions moyennes], la droite joignant le centre de l'épicycle B à l'astre, et celle allant de E, où est l'observateur, au soleil moyen, coïncideront ensemble en une seule et même ligne droite. Mais dans toutes les autres distances [angulaires de la planète au Soleil] [ces lignes] feront des angles différents mais seront toujours parallèles entre elles.



Pas à l'échelle

Car dans le diagramme ci-[contre], pour une position au hasard, soit la droite BN allant de B à l'astre, et la droite EX allant de E au soleil moyen, alors, pour les raisons indiquées ci-dessus :

∠ AEX = ∠ AZΘ + ∠ NBΘ,

mais ∠ AZΘ = ∠ AEH + ∠ HBΘ.

[Donc ∠ AEX = ∠ AEH + ∠ NBΘ + ∠ HBΘ.]

Si nous soustrayons l'angle ∠ AEH commun [des deux côtés],

∠ HEX = ∠ HBN.

Donc la droite EX est parallèle à la droite BN.

Ainsi, puisque dans les configurations ci-dessus, soit celles de conjonction et d'opposition par rapport au soleil moyen, la planète est vue [le long de la ligne] à travers le centre de l'épicycle, comme si elle n'avait pas de mouvement sur l'épicycle ; mais si elle était située sur le cercle ABG et était animée d'un mouvement uniforme par la ligne ZB, de la même manière que le centre de l'épicycle, alors il est clair que nous pourrons, de ces positions, démontrer le rapport de l'anomalie dépendante de l'excentricité. Mais puisque les conjonctions ne sont pas visibles, il faut faire les démonstrations par le moyen des oppositions.

7. Démonstration de l'excentricité et de l'apogée de Mars

Pour la Lune, en prenant la position et le moment de trois éclipses lunaires, nous avons démontré géométriquement le rapport de l'anomalie et la position de l'apogée. Ici aussi, de la même manière, pour chacune de ces planètes [Mars, Jupiter, et Saturne], nous avons observé la position de trois oppositions au soleil moyen, aussi précisément que possible, à l'aide de l'astrolabe ». Nous avons aussi calculé le moment et la position pour l'élongation précise de 180° à la position du soleil moyen pour [chacune des] observations, et nous pouvons ainsi démontrer le rapport de l'excentricité et [la position de] l'apogée.

D'abord, pour Mars, nous avons pris trois oppositions (ἀκρονύκτους). Nous avons observé…

- …la première dans la 15e année d'Hadrien, du 26 au 27 Tybi égyptien [1], 1 heure équinoxiale après minuit, à environ 21° des Gémeaux [2] ;
- …la deuxième dans la 19e année d'Hadrien, du 6 au 7 Pharmouti égyptien [3], 3 heures avant minuit, à environ 28° 50′ du Lion ; et
- …la troisième dans la deuxième année d'Antonin, du 12 au 13 Epiphi égyptien [4], 2 heures équinoxiales avant minuit, à environ 2° 34′ du Sagittaire.

Les intervalles entre ces oppositions sont les suivants :

De la première à la deuxième :	4 années égyptiennes, 69 jours, 20 heures équinoxiales
De la deuxième à la troisième :	4 ans 96 jours 1 heure équinoxiale.

Nous calculons aussi le mouvement [moyen] en longitude, en plus des révolutions complètes :

Pour le premier intervalle :	81° 44′
Pour le second intervalle :	95° 28′

Il n'y aurait aucune différence significative si nous utilisions les périodes de retour brutes, énumérées précédemment, pour calculer les mouvements moyens, puisque l'intervalle est court.

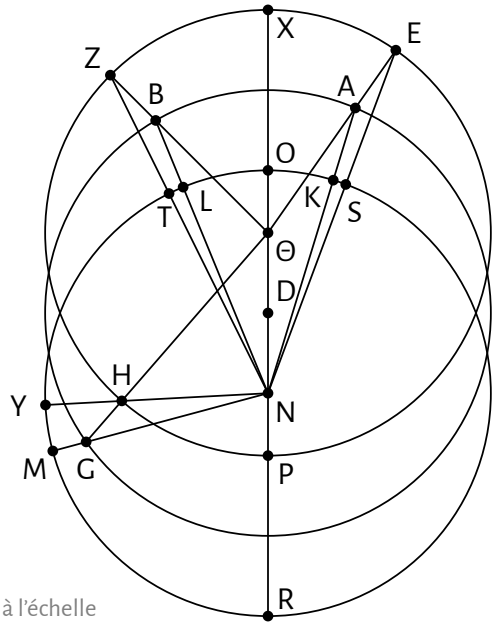
Il est évident que le mouvement apparent de la planète, au-delà des révolutions complètes, est :

Pour le premier intervalle :	67° 50′
Pour le second intervalle :	93° 44′

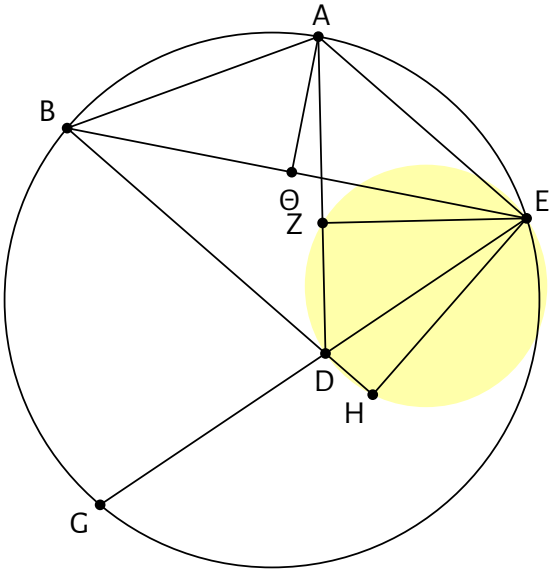
Traçons donc, dans le plan de l'écliptique, trois cercles égaux : soit ABG, le cercle portant le centre de l'épicycle de Mars, de centre D ; EZH, l'excentrique de mouvement uniforme, de centre Θ ; et KLM, le cercle concentrique à l'écliptique, de centre N. [Traçons] aussi, la droite XΘPR [5] passant par les centres de tous les cercles. Soit A le point où était le centre de l'épicycle à la première opposition, B le point où il était à la deuxième opposition, et G le point où il était à la troisième opposition. Joignons ΘAE, ΘBZ, ΘHG, NKA, NLB, et NGM ; ainsi, l'arc EZ de l'excentrique, correspondant au premier intervalle de mouvement moyen, mesure 81° 44′, et l'arc ZH, correspondant au deuxième intervalle, mesure 95° 28′. De plus, l'arc KL de l'écliptique, correspondant au premier intervalle de mouvement apparent, mesure 67° 50′, tandis que l'arc LM, correspondant au deuxième intervalle, mesure 93° 44′.

Maintenant, si les arcs EZ et ZH de l'excentrique étaient sous-tendus par les arcs KL et LM

1 Selon Toomer, le 14/15 décembre 130.
2 Halma traduit par «au 21e degré des Gémeaux» exactement, mais la version grecque mentionne bien περὶ.
3 Selon Toomer, le 21/22 février 135.
4 Selon Toomer, le 27/28 mai 139.
5 Toomer a ici XOPR, ce qui n'est pas faux, mais puisque le point O n'est introduit que plus loin, la bonne notation ici est XΘPR.



Pas à l'échelle



Pas à l'échelle

de l'écliptique, nous n'aurions besoin de rien d'autre pour démontrer l'excentricité. Cependant, puisqu'ils [arc KL et arc LM] sous-tendent les arcs AB et BG de l'excentrique moyen, qui ne sont pas donnés, si nous joignons NSE, NTZ, et NHY, nous trouvons que les arcs EZ et ZH de l'excentrique sont sous-tendus par les arcs ST et TY de l'écliptique ; mais ceux-ci ne sont pas donnés non plus : il faut donc d'abord que les arcs de différence, KS, LT, et MY, soient donnés afin de démontrer rigoureusement le rapport de l'excentricité à partir des arcs correspondants, EZH et STY [1]. Mais puisqu'ils ne peuvent pas être déterminés précisément avant d'avoir trouvé le rapport de l'excentricité et [la position de] l'apogée, nous pouvons les estimer approximativement, même sans connaitre les valeurs [de l'excentricité et de l'apogée], puisque les différences ne sont pas grandes. Nous ferons donc d'abord le calcul comme si l'arc STY ne différait pas significativement de l'arc KLM [2].

Soit ABG le cercle excentrique du mouvement moyen de Mars, où A est le point de la première opposition, B celui de la seconde et, G celui de la troisième. Prenons dedans le point D comme centre de l'écliptique, où est notre œil, et traçons toujours [quand nous voulons faire ce calcul] les droites AD, BD, et GD joignant les points des trois oppositions au point D, et, en règle générale, prolongeons l'une de ces trois droites (comme ici GDE) jusqu'à l'arc opposé de l'excentrique, et traçons une droite (comme ici AB) joignant les deux autres points d'opposition. Ensuite, à partir du point E où la droite GD croise l'excentrique, traçons les droites EA et EB le joignant aux deux autres points d'opposition, et traçons, [à partir de E] les droites EZ perpendiculaire à AD et EH [perpendiculaire] à BD. Traçons aussi une perpendiculaire à partir de l'un de ces deux points sur la ligne joignant l'autre au point [que nous venons d'ajouter] sur l'excentrique (comme ici, AΘ perpendiculaire à BE). Si nous observons toujours ces règles pour dessiner cette figure, peu importe comment nous la dessinons, nous constaterons que les mêmes rapports numériques en résultent. Le

1 Manitius et Toomer scindent ces deux angles en leurs composantes EZ et ZH ainsi que ST et TY, respectivement.

2 Encore ici, Manitius et Toomer divisent ces arcs en leurs composantes ST et TY d'une part, et KL et LM d'autre part. Étrangement, Vat. gr. 180, Vat. gr. 1594, et Paris gr. 2389 ont παρὰ τὰς ΚΛΜ τῶμ ΣΤΥ περιφερεῶν, tandis qu'Heiberg a παρὰ τὰς ΚΛΜ, ΣΤΥ περιφερειῶν et Halma a παρὰ τὰς τῶν ΣΤΥ καὶ ΚΛΜ περιφερειῶν.

reste de la démonstration deviendra clair, sur la base des arcs décrits ci-dessus pour Mars [1].

Puisque l'arc BG [2] de l'excentrique est supposé sous-tendre 93° 44′ de l'écliptique, l'angle au centre de l'écliptique ∠ BDG = 93° 44′ où quatre angles droits font 360°, ou 187;28$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, et l'angle restant ∠ EDH = 172;32$^{\omega}$ [son supplément] des mêmes unités. Donc, dans le cercle (de 360°) circonscrit au triangle rectangle DEH [en jaune ; non illustré par Ptolémée ou ses traducteurs], arc EH = 172° 32′ et EH = 119;45^{p} où l'hypoténuse DE = 120^{p}. De même, puisque l'arc BG = 95° 28′, l'angle [inscrit] à la circonférence, ∠ BEG = 95;28$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Or, ∠ BDE = 172;32$^{\omega}$ des mêmes unités, donc l'angle restant [dans le triangle BDE], ∠ EBH = 92$^{\omega}$ des mêmes unités. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEH, l'arc EH = 92° et EH = 86;19^{p} où l'hypoténuse BE = 120^{p}. Donc où, tel que démontré, EH = 119;45^{p} [3] et ED = 120^{p}, BE = 166;29^{p}.

Mais encore, puisque l'arc entier ABG de l'excentrique est supposé sous-tendre la somme des deux intervalles de l'écliptique [93° 44′ + 67° 50′ =] 161° 34′, alors ∠ ADG = 161° 34′ où quatre angles droits font 360°, et l'angle restant ∠ ADE = 18° 26′ [par soustraction de 180°] où quatre angles droits font 360°, ou 36;52$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DEZ, l'arc EZ = 36° 52′ et EZ = 37;57^{p} où hypoténuse DE = 120^{p}. De même, puisque l'arc de l'excentrique ABG = 177° 12′ [par addition de 81° 44′ et 95° 28′], alors ∠ AEG = 177;12$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais ∠ ADE = 36;52$^{\omega}$ des mêmes unités, alors l'angle restant [du triangle ADE] ∠ DAE = 145;56$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AEZ, l'arc EZ = 145° 56′ et EZ = 114;44^{p} où l'hypoténuse AE = 120^{p}. Par conséquent, où EZ = 37;57^{p}, comme démontré, et ED = 120^{p}, alors AE = 39;42^{p}.

En outre, puisque l'arc de l'excentrique AB = 81° 44′, alors ∠ AEB = 81;44$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, de sorte que, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AEΘ, l'arc AΘ = 81° 44′ et l'arc EΘ = 98° 16′ restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes AΘ = 78;31^{p} et EΘ = 90;45^{p} où l'hypoténuse AE = 120^{p}. Par conséquent, où AE = 39;42^{p}, comme démontré, et DE = 120^{p} par hypothèse, alors ΘA = 25;58^{p} et EΘ = 30;02^{p}. Mais nous avons prouvé que la droite entière EB = 166;29^{p} des mêmes unités, donc le reste [par soustraction] ΘB = 136;27^{p} où ΘA = 25;58^{p}. Or, ΘB^{2} = 18 618;36 [4] et ΘA^{2} = 674;16, donc AB^{2} = ΘB^{2} + ΘA^{2} = 19 289;32. Donc, AB = 138;53^{p} où ED = 120^{p}, et AE = 39;42^{p}. Mais, où le diamètre de l'excentrique est de 120^{p}, AB = 78;31^{p}, puisqu'il sous-tend un arc de 81° 44′. Donc, où AB = 78;31^{p} et le diamètre de l'excentrique est 120^{p}, ED = 67;50^{p} et AE = 22;44^{p}. Donc l'arc AE de l'excentrique [sous-tendu par cette droite] mesure 21° 41′ [5], et l'arc EABG = [177° 12′ + 21° 41′ =] 198° 53′. Donc, l'arc restant GE = 161° 07′, et la corde

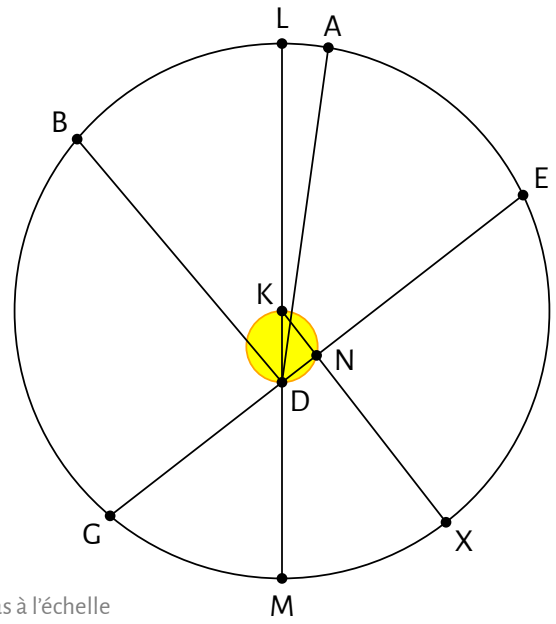
1 Autrement dit, peu importe quelle ligne nous prolongeons, nous arriverons toujours au même résultat.

2 Halma a étrangement BH dans sa version française, bien que sa version grecque ait ΒΓ. Dans le contexte, BH n'a aucun sens, H étant situé dans le cercle plutôt que sur sa circonférence.

3 Halma a étrangement «119^{p} 46′» en français, mais correctement ριθ′ με′ en grec.

4 La bonne valeur est en effet 18 618;36 comme le donne Halma, tant en français qu'en grec (,ιηχιη λς′), mais les trois manuscrits que j'ai consultés et les autres traducteurs ont tous 18 615;16 (,ηχιε ις′). Soit Halma a eu accès à un manuscrit correct, soit il a corrigé silencieusement.

5 Je cite ici Toomer intégralement. «Il y a ici de sérieuses erreurs. Pour la corde AE on devrait trouver, des valeurs de Ptolémée, 22;27^{p}, et c'est ce qu'on peut lire en effet dans Ger [la traduction latine de Gérard de Crémone, faite à partir d'une traduction arabe] (mais pas [dans] le reste de la tradition arabe à H[eiberg]329,6. L'arc de cette dernière [valeur], toutefois, n'est pas 21;41°, mais 21;34°. Le résultat de Ptolémée (garanti par ses calculs subséquents), 21;41°, est l'arc de 22;34. Il semble que l'erreur soit celle de Ptolémée (puisque la lecture de Ger est une correction erronée). Est-ce que Ptolémée a calculé 22;27^{p} ⟶ 21;34°, puis, lisant mal ses propres notes, 22;34^{p} ⟶ 21;41° ?»



Pas à l'échelle

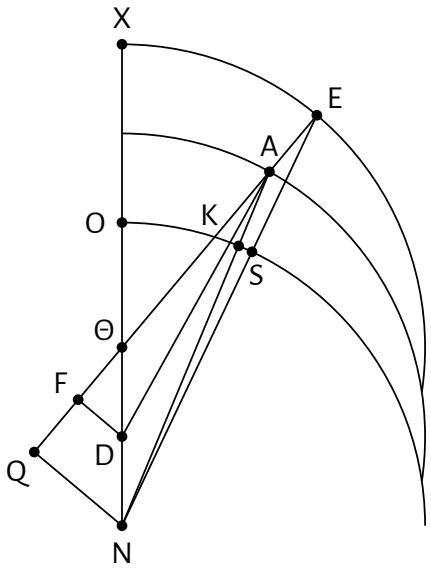
correspondante GE = 118;22^{p} où le diamètre de l'excentrique est de 120^{p}.

Maintenant, si GE était égal au diamètre de l'excentrique, il est évident que le centre de celui-ci se trouverait sur cette ligne [GE], et le rapport de l'excentricité serait immédiatement apparent. Mais puisqu'il n'y est pas égal, mais qu'il fait [en sorte que] le segment EABG est supérieur à un demi-cercle, il est clair que le centre de l'excentrique sera sur ce dernier. Supposons-le en K, et traçons par celui-ci et par D le diamètre LKDM passant par les deux centres, et traçons à partir de K la droite KNX perpendiculaire à GE. Alors, puisque EG = 118;22^{p}, comme nous l'avons démontré, où le diamètre LM = 120^{p}, et que DE = 67;50^{p} des mêmes unités, alors [par soustraction] GD = 50;32^{p} des mêmes unités. Ainsi, puisque ED · DG = LD · DM, alors nous aurons LD · DM = [67;50 × 50;32 =] 3 427;51. Mais (LD · DM) + DK^{2} est égal au carré de la moitié de la ligne entière [LD + DM], c'est-à-dire [(LD · DM) + DK^{2} =] LK^{2} ; donc, si le carré sur la moitié est 3 600, et que nous retranchons (LD · DM) = 3 427;51, alors il reste DK^{2} [= 3600 – 3427;51] = 172;09, et nous connaitrons aussi la distance entre les centres, DK ≈ 13;07^{p} où le rayon de l'excentrique KL = 60^{p}.

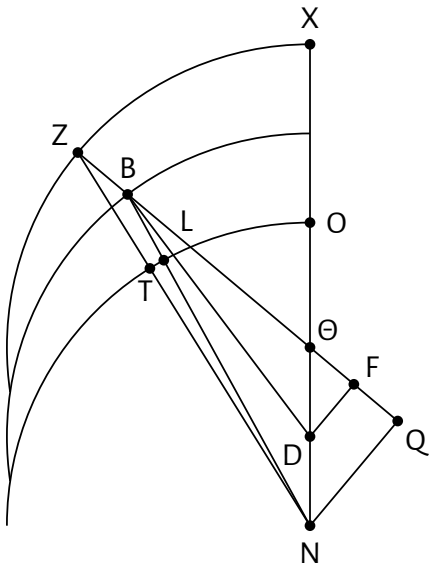
De plus, puisque ½GE = GN = 59;11^{p} où diamètre LM = 120^{p}, et que GD = 50;32^{p} des mêmes unités, comme nous l'avons démontré, alors la droite restante DN = 8;39^{p} [1] [par soustraction] où DK a été calculé comme égal à 13;07^{p}. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DKN, DN = 79;08^{p} où l'hypoténuse DK = 120^{p}, et l'arc [DN] = 82° 30′. Donc ∠ DKN = 82;30$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, ou 41° 15′ où quatre angles droits font 360°. Et puisque [∠ DKN] est au centre de l'excentrique, l'arc MX = 41° 15′ également. Mais tout l'arc GMX = ½ arc GXE [= ½ · 161° 07′] = 80° 34′. Donc l'arc restant [par soustraction] de la troisième opposition au périgée, arc GM = 39° 19′. Or, il est évident que, puisque l'arc BG = 95° 28′ par hypothèse, alors l'arc restant [par soustraction] de l'apogée à la seconde opposition, arc LB [= 180° – (95° 28′ + 39° 19′)] = 45° 13′, et, puisque l'arc AB = 81° 44′ par hypothèse, alors l'autre arc [par soustraction] de la première opposition à l'apogée, arc AL [= arc AB – arc LB] = 36° 31′.

Ceci étant posé, examinons les différences qui en résultent dans les arcs de l'écliptique que nous cherchons à déterminer pour chacune des oppositions, comme suit. Dans la figure [précédente] des trois oppositions, prenons séparément la partie représentant la première opposition, traçons la droite supplémentaire AD, et traçons à partir des points D et N les droites DF et NQ perpendiculaires à AΘ prolongé. Alors, puisque l'arc XE = 36° 31′, ∠ EΘX = 36° 31′ où quatre angles droits font 360°, ou 73;2$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, tout comme l'angle opposé au sommet DΘF = 73;2$^{\circ\circ}$ des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle DΘF, l'arc DF = 73° 02′ et l'arc restant ΘF = 106° 58′ [son supplément]. Donc, les cordes correspondantes DF = 71;25^{p} et FΘ = 96;27^{p} où l'hypoténuse DΘ = 120^{p}. Alors

1 Halma a étrangement 8;32^{p} en français, mais bien η̄ λθ′ en grec. Il se pourrait qu'il se soit mêlé avec le 50;32 précédent.



Pas à l'échelle



Pas à l'échelle

où DΘ = 6;33½^{p} et le rayon de l'excentrique DA = 60^{p}, DF = 3;54^{p} et FΘ = 5;16^{p} [1]. Et puisque DA^{2} – DF^{2} = FA^{2} [2], AF = 59;52^{p} et, puisque QF = FΘ, [par addition de QF à FA] la droite entière QA = 65;8^{p} où NQ (= 2DF) = 7;48^{p}. D'où l'hypoténuse [du triangle rectangle NAQ] NA = 65;36^{p} des mêmes unités. Donc, où NA = 120^{p}, NQ = 14;16^{p}, et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle ANQ, l'arc NQ = 13° 40', donc ∠ NAQ = 13;40$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$.

En outre, puisqu'il a été démontré que QN vaut 7;48^{p} et que QΘ [= 2FΘ] = 10;32^{p}, où le rayon de l'excentrique ΘE = 60^{p}, alors la droite entière [par addition] QΘE = 70;32^{p} des mêmes unités, et donc l'hypoténuse [du triangle rectangle QNE] NE ≈ 71^{p} des mêmes unités. Donc, où NE = 120^{p}, QN = 13;10^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle ENQ, l'arc QN = 12° 36', donc ∠ NEQ = 12;36$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Or, nous avons trouvé que ∠ NAQ = 13;40$^{\infty}$ des mêmes unités, donc [par soustraction de ∠ NEQ de ∠ NAQ] ∠ ANE = 1;4$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 0° 32' où quatre angles droits font 360°. Ceci [0° 32'] est donc la taille de l'arc KS de l'écliptique.

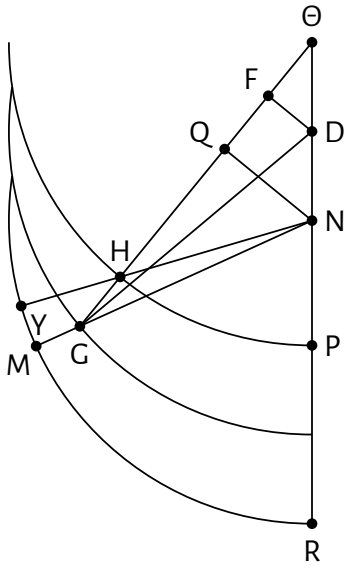
Ensuite, dessinons une figure semblable contenant [la partie du] diagramme de la deuxième opposition. Alors, puisque l'arc XZ = 45° 13' par hypothèse, ∠ NΘZ = 45° 13' où quatre angles droits font 360°, ou 90;26$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, de même que l'angle opposé au sommet DΘF = 90;26$^{\infty}$ des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DΘF, l'arc DF = 90° 26' et l'arc FΘ = 89° 34' qui restent [son supplément]. Donc les cordes correspondantes DF = 85;10^{p} et FΘ = 84;32^{p} où l'hypoténuse DΘ = 120^{p}. Donc où DΘ = 6;33½^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, DF = 4;39^{p} et FΘ = 4;38^{p} [3]. Et puisque DB^{2} – DF^{2} = BF^{2}, BF = 59;49^{p} [4], et, puisque FQ = FΘ, la droite entière [par addition] QB = 64;27^{p} où NQ (= 2DF) = 9;18^{p}. Donc, l'hypoténuse [du triangle rectangle NQB] NB = 65;6^{p} des mêmes unités. Ainsi, où NB = 120^{p}, NQ = 17;09^{p}, et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au

1 Halma a ici TE (ΘE) en français, ce qui est complètement erroné, mais bien ΦΘ en grec.
2 Halma a erronément DZ plutôt que DF en français, mais bien ΔΦ en grec.
3 Inexplicablement, Halma a ici 1;38, tant en français qu'en grec (α̅ λη'), tandis que toutes les autres sources consultées ont bien 4;38 (δ̅ λη').
4 Toomer a plutôt FB, ce qui ne change rien.

triangle rectangle BNQ, l'arc NQ = 16° 26′ et ∠ NBQ = 16;26$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$.

Encore une fois, puisque NQ = 9;18^{p}, tel que démontré, et que QΘ [= 2FΘ] = 9;16^{p}, où le rayon de l'excentrique ZΘ = 60^{p}, alors [par addition] la droite entière QΘZ = 69;16^{p} des mêmes unités, et l'hypoténuse [du triangle rectangle NQZ] NZ = 69;52^{p}. Donc, où l'hypoténuse NZ = 120^{p}, NQ ≈ 16^{p}, et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle ZNQ, l'arc NQ = 15° 20′ ; conséquemment, ∠ NZQ = 15;20$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais nous avons trouvé que ∠ NBQ = 16;26$^{\omega}$ des mêmes unités, donc l'autre angle [restant, par soustraction] ∠ BNZ = 1;6$^{\omega}$ des mêmes unités [1], ou 0° 33′ où quatre angles droits font 360°. Ceci [0° 33′] est donc la mesure de l'arc LT de l'écliptique. Maintenant, puisque nous avons trouvé l'arc KS = 0° 32′ pour la première opposition, il est évident que le premier intervalle, pris par rapport à l'excentrique, sera supérieur à l'intervalle de mouvement apparent par la somme (1° 05′) des deux arcs, et vaudra [donc] 68° 55′.

Enfin, conservons la partie du diagramme relative à la troisième opposition. Puisque l'arc PH = 39° 19′ par hypothèse, ∠ PΘH = 39° 19′ où quatre angles droits font 360°, ou 78;38$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DΘF, l'arc DF = 78° 38′ et l'arc ΘF = 101° 22′ qui restent [son supplément]. Donc, les cordes correspondantes DF = 76;02^{p} et ΘF = 92;50^{p} [2] où l'hypoténuse DΘ = 120^{p} ; ainsi, où la distance entre les centres DΘ = 6;33½ et le rayon de l'excentrique DG = 60^{p}, DF = 4;09^{p} et ΘF = 5;04^{p}. Et puisque GD^{2} – DF^{2} = GF^{2}, alors GF = 59;51^{p}, et, puisque ΘF = FQ, alors [par soustraction] GQ = 54;47^{p} où NQ (= 2DF) = 8;18^{p}. Conséquemment, l'hypoténuse [du triangle rectangle NGQ] NG = 55;25^{p} des mêmes unités. Donc, où NG = 120^{p}, NQ = 17;59^{p}, et, dans le



Pas à l'échelle

cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GNQ, l'arc [NQ] = 17° 14′, donc ∠ NGQ = 17;14$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. En outre, puisque NQ = 8;18^{p} et ΘQ [= 2FΘ] = 10;08^{p} où le rayon de l'excentrique ΘH = 60^{p}, la portion [par soustraction] QH = 49;52^{p} des mêmes unités ; donc, l'hypoténuse [du triangle rectangle NHQ] NH = 50;33^{p}. Donc, où NH = 120^{p}, NQ = 19;42^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle HNQ, l'arc [NQ] = 18° 54′, donc ∠ NHQ = 18;54$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais nous avons montré que ∠ NGQ = 17;14$^{\omega}$ des mêmes unités, donc l'autre angle [par soustraction] ∠ GNH = 1;40$^{\omega}$ des mêmes unités, ou 0° 50′ où quatre angles droits font 360°. Ceci [0° 50′] est donc la mesure de l'arc MY de l'écliptique. Or, puisque nous avons trouvé l'arc LT = 0° 33′ pour la deuxième opposition, il est évident que le deuxième intervalle, par rapport à l'excentrique, sera inférieur à l'intervalle de mouvement apparent par la somme (1° 23′) des deux arcs, et mesurera [donc] 92° 21′.

Maintenant, en utilisant les arcs de l'écliptique ainsi calculés pour les deux intervalles,

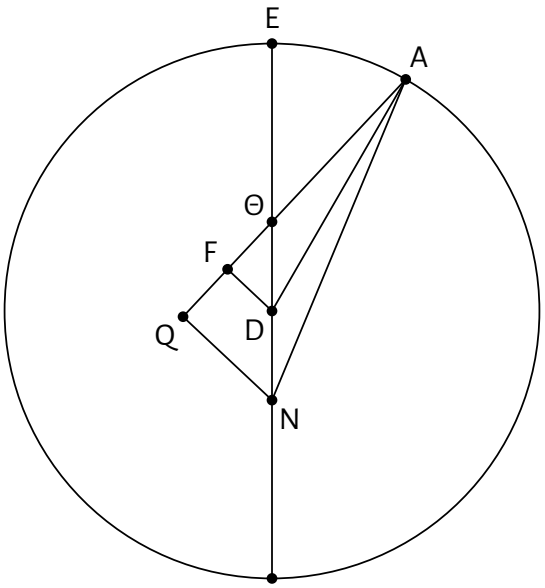
1 Halma a BNY (BNU), erroné.

2 Halma a étrangement PF en français, mais bien ΦΘ en grec.

ainsi que les arcs originaux supposés pour l'excentrique, et en suivant le théorème démontré ci-dessus pour trouver [la position de] l'apogée et le rapport de l'excentricité, pour ne pas allonger notre exposé [en reprenant les mêmes calculs]), nous trouvons la distance entre les centres DK = 11;50^{p} où le rayon de l'excentrique est 60^{p}, et l'arc de l'excentrique de la troisième opposition au périgée GM = 45° 33'. L'arc LB = [180° – (95° 28' + 45° 33')] = 38° 59' et l'arc AL = [81° 44' – 38° 59'] = 42° 45'. En suivant les mêmes principes, pour chaque opposition, nous trouvons les autres quantités recherchées, soit : arc KS = 0° 28' ; arc LT ≈ 0° 28' de même ; et arc MY = 0° 40'.

La somme des première et deuxième oppositions est de 0° 56', que nous ajoutons à l'arc de l'écliptique 67° 50' du premier intervalle, et nous obtenons ainsi l'intervalle exact par rapport à l'excentrique, soit 68° 46'. De même, ajoutant les quantités pour les deuxième et troisième oppositions, et en soustrayant les 1° 08' du mouvement apparent sur l'écliptique du deuxième intervalle, soit 93° 44', nous obtenons l'intervalle exact par rapport à l'excentrique, soit 92° 36'. Nous pouvons ainsi, en utilisant la même procédure [que précédemment], déterminer une valeur plus exacte pour le rapport de l'excentricité et [la position de] l'apogée ; nous avons trouvé la distance entre les centres DK ≈ 12^{p} où le rayon de l'excentrique KL = 60^{p}, et l'arc de l'excentrique GM = 44° 21', d'où l'arc LB = 40° 11' et l'arc AL = 41° 33'. Nous allons maintenant démontrer que les intervalles apparents observés entre les trois oppositions sont en accord avec ces quantités.

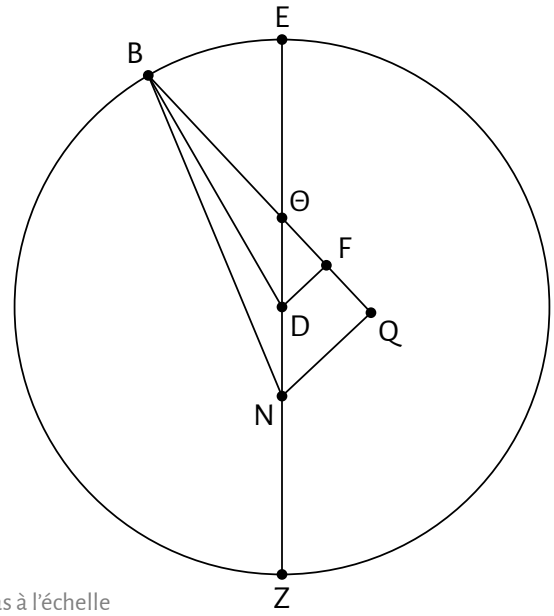
Reprenons le diagramme de la première opposition, mais seulement avec l'excentrique EZ, qui porte toujours le centre de l'épicycle. Puisque ∠ AΘE = 41° 33' où quatre angles droits font 360°, donc où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ∠ AΘE = 83;6$^{\infty}$ = ∠ DΘF (opposé au sommet). Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DΘF, l'arc DF = 83° 06' et l'arc FΘ = 96° 54' qui restent [son supplément].



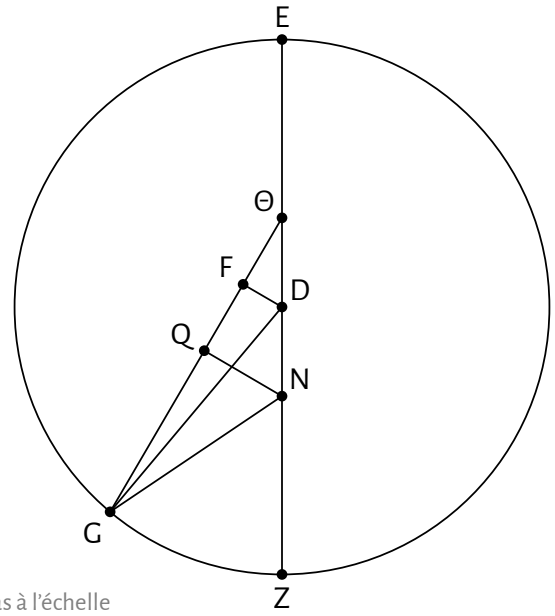
Pas à l'échelle

Donc les cordes correspondantes DF = 79;35^{p} et FΘ = 89;50^{p} où l'hypoténuse DΘ = 120^{p}. Donc, où DΘ = 6^{p} et l'hypoténuse [du triangle rectangle DAF] DA = 60^{p}, DF = 3;58½^{p} et FΘ = 4;30^{p}. Et puisque DA^{2} – DF^{2} = FA^{2}, alors FA = 59;50^{p} des mêmes unités. En outre, puisque FΘ = FQ et NQ = 2DF, par addition, AQ = 64;20^{p} où NQ = 7;57^{p}. D'où l'hypoténuse [du triangle rectangle NAQ] NA = 64;52^{p} des mêmes unités. Donc, où NA = 120^{p}, NQ = 14;44^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle ANQ, l'arc NQ = 14° 06', donc ∠ NAQ = 14;6$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 7° 03' où quatre angles droits font 360°. Mais ∠ AΘE = 41° 33' des mêmes unités, donc l'autre angle de la position apparente [par soustraction] ∠ ANE = 34° 30', angle par lequel la planète était en avance sur l'apogée à la première opposition.

Reprenons un diagramme similaire pour la seconde opposition. Puisque l'angle de la position moyenne de l'épicycle ∠ BΘE = 40° 11' où quatre angles droits font 360°, donc où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ∠ BΘE = 80;22$^{\infty}$ = ∠ QΘN (opposé au sommet). Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DΘF, l'arc DF = 80° 22' et l'arc FΘ = 99° 38' restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes DF = 77;26^{p} et



Pas à l'échelle



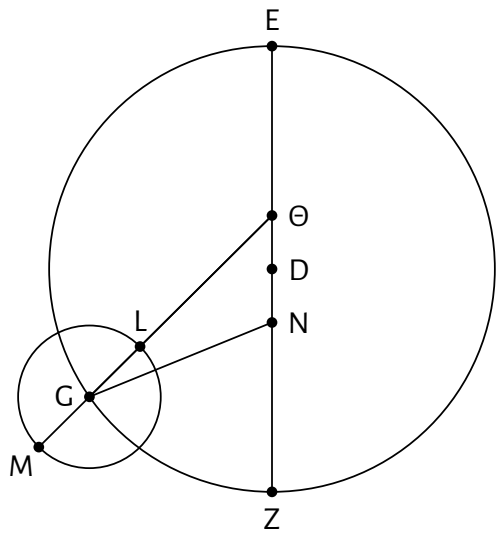
Pas à l'échelle

FΘ = 91;41^{p} où l'hypoténuse DΘ = 120^{p}. Donc où DΘ = 6^{p} et l'hypoténuse [du triangle rectangle DBF] DB = 60^{p}, DF = 3;52^{p} et FΘ = 4;35^{p} [1]. Et puisque DB^{2} – DF^{2} = BF^{2}, alors BF = 59;53^{p} des mêmes unités. Et, par le même argument, puisque FΘ = FQ et NQ = 2DF, alors [par addition] BQ = 64;28^{p} où NQ = 7;44^{p}. D'où l'hypoténuse [du triangle rectangle BNQ] BN = 64;56^{p} des mêmes unités.

Donc, où l'hypoténuse BN = 120^{p}, NQ = 14;19^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BNQ, l'arc NQ = 13° 42′. donc ∠ NBQ = 13;42$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 6° 51′ où quatre angles droits font 360°. Mais ∠ BΘE = 40° 11′ des mêmes unités, donc l'angle de position apparente [par soustraction] ∠ ENB = 33° 20′ des mêmes unités. Ceci [33° 20′] est donc l'angle sous lequel la planète, dans son mouvement apparent, était à l'arrière de l'apogée à la seconde opposition ; or, nous avons démontré qu'à la première opposition, elle était à 34° 30′ d'avance sur l'apogée : la distance totale [en mouvement apparent] de la première à la seconde opposition est de 67° 50′, en accord avec ce que nous avons déduit des observations.

Traçons maintenant le diagramme de la troisième opposition de la même manière. Dans ce cas, l'angle de la position moyenne de l'épicycle ∠ GΘZ = 44° 21′ où quatre angles droits font 360° ou 88;42$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DΘF, l'arc DF = 88° 42′ et l'arc FΘ = 91° 18′ restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes DF = 83;53^{p} et FΘ = 85;49^{p} où l'hypoténuse DΘ = 120^{p}. Donc où DΘ = 6^{p} et le rayon de l'excentrique DG = 60^{p}, DF = 4;11½^{p} et FΘ = 4;17^{p}. Et puisque DG^{2} – DF^{2} = GF^{2}, nous avons GF = 59;51^{p} des mêmes unités. Enfin, puisque FΘ = FQ et que NQ = 2DF, nous trouvons [par soustraction] que la portion QG = 55;34^{p} où NQ = 8;23^{p}. Par conséquent, l'hypoténuse [du triangle rectangle GNQ] GN = 56;12^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse GN = 120^{p}, NQ = 17;55^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GNQ, l'arc NQ = 17° 10′, donc ∠ ΘGN = 17;10$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 8° 35′ où quatre angles droits font 360°. Mais ∠ GΘZ = 44° 21′ des mêmes unités, donc, par addition, ∠ GNZ = 52° 56′ des mêmes unités. Ceci [52° 56′] est donc l'angle sous

1 Encore ici, Halma commet une erreur dans sa traduction, où il écrit 4;25 quand sa version grecque a le bon $\bar{\delta}$ λε′.



Pas à l'échelle

lequel la planète était en avance sur le périgée à la troisième opposition. Mais nous avons démontré qu'à la deuxième opposition, elle était 33° 20′ en arrière de l'apogée ; nous avons donc trouvé 93° 44′ entre la deuxième et la troisième oppositions, valeur obtenue par soustraction [de 180° – (52° 56′ + 33° 20′)], en accord avec la somme observée pour le deuxième intervalle.

Il est aussi clair que, puisque la planète — vue à la troisième opposition le long de la ligne GN — avait une longitude de 2° 34′ du Sagittaire et que l'angle GNZ au centre de l'écliptique était de 52° 56′, donc le périgée de l'excentrique, au point Z, avait une longitude de [2° 34′ du Sagittaire + 52° 56′ =] 25° 30′ du Capricorne, tandis que l'apogée était diamétralement opposée à 25° 30′ du Cancer.

Si nous dessinons l'épicycle KLM de Mars, autour du centre G, et traçons la droite ΘGM, nous aurons, pour l'instant de la troisième opposition :

mouvement moyen de l'épicycle depuis l'apogée de l'excentrique	=	135° 39′
(puisque son supplément, ∠ GΘZ	=	44° 21′
mouvement moyen de la planète depuis l'apogée de l'épicycle M (arc MK) :		171° 25′
(puisque ∠ ΘGN	=	8° 35′,
et puisque [∠ ΘGN] est au centre de l'épicycle, l'arc KL de la planète en K jusqu'au périgée en L	=	8° 35′
d'où l'arc de l'apogée M jusqu'à la planète en K	=	171° 25′, tel que déjà mentionné)

Nous avons donc démontré, entre autres, qu'au moment de la troisième opposition, c'est-à-dire dans la deuxième année d'Antonin, du 12 au 13 Epiphi égyptien, à 2 heures équinoxiales avant minuit, la position moyenne de la planète Mars était :

longitude par rapport à l'apogée de l'excentrique :	135° 39′
anomalie de l'apogée de l'épicycle :	171° 25′

8. Détermination de la taille de l'épicycle de Mars

Nous devons maintenant démontrer le rapport de la taille de l'épicycle. Pour ce faire, nous avons pris une observation que nous avons faite environ trois jours après la troisième opposition, c'est-à-dire dans la deuxième année d'Antonin, du 15 au 16 Epiphi égyptien [1], trois heures équinoxiales avant minuit. Selon l'astrolabe, le vingtième degré de la Balance [l'intervalle 19°–20° de la Balance] culminait au méridien [supérieur], tandis que le soleil moyen était à 5° 27′ des Gémeaux. Quand l'étoile de l'Épi de blé [Spica] a été vue à sa position appropriée [dans l'instrument], Mars était à 1⅔° du Sagittaire, et à la même distance, 1⅔°, derrière [à l'est du] centre

1 Selon Toomer, le 30/31 mai 139.

de la Lune. Or, la position de la Lune était alors la suivante :

longitude moyenne : 4° 20′ du Sagittaire
longitude vraie : 29° 20′ de la Vierge
(car sa distance en anomalie à l'apogée de l'épicycle était de 92°)

longitude apparente : 0° du Sagittaire

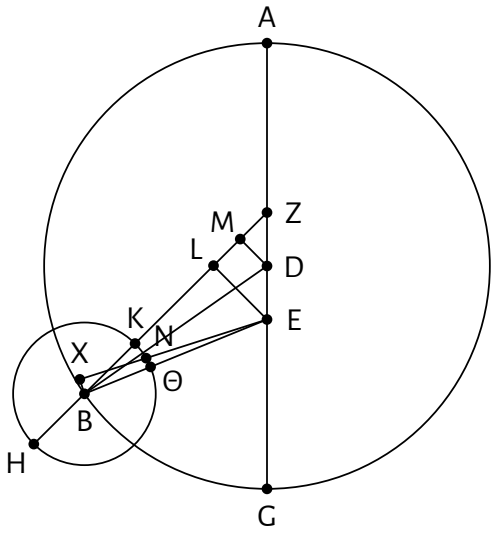
Donc, d'après ces données, la longitude de Mars était de 1° 36′ du Sagittaire, telle que mesurée [avec l'astrolabe]. Elle avait donc clairement 53° 54′ d'avance sur le périgée.

Or, l'intervalle entre la troisième opposition et cette observation correspond à environ 1° 32′ en longitude et environ 1° 21′ en anomalie [1]. Si nous ajoutons ces valeurs aux positions [moyennes] à la troisième opposition, comme démontré ci-dessus, nous obtenons, pour le moment de cette observation :

distance de Mars en longitude depuis l'apogée de l'excentrique : 137° 11′
distance en anomalie depuis l'apogée de l'épicycle : 172° 46′.

Partant de ces données, soit le cercle excentrique ABG portant le centre de l'épicycle, de centre D et de diamètre ADG, et où E est le centre de l'écliptique et Z le point de plus grande excentricité [l'équant]. Dessinons l'épicycle HΘK de centre B ; les droites ZKBH, EΘB, et DB ; et, à partir des points D et E, les droites EL et DM perpendiculaires à ZB. Supposons la planète au point N de l'épicycle, joignons EN et BN, et traçons, à partir de B, la droite BX perpendiculaire à EN prolongée.

Alors, puisque la planète est à 137° 11′ de l'apogée de l'excentrique, ∠ BZG = [180° – 137° 11′ =] 42° 49′ où quatre angles droits font 360°, ou 85;38$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle



Pas à l'échelle

DZM, l'arc DM = 85° 38′ et l'arc ZM = 94° 22′ restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes DM = 81;34^{p} et ZM = 88;01^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc, où la distance entre les centres DZ = 6^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, DM = 4;05^{p} et ZM = 4;24^{p}. Et puisque DB^{2} – DM^{2} = BM^{2}, alors BM = 59;52^{p} des mêmes unités. De même, puisque ZM = ML et EL = 2DM, alors [par soustraction] la portion BL = 55;28^{p} et EL = 8;10^{p} des mêmes unités ; conséquemment, l'hypoténuse [du triangle rectangle EBL] EB = 56;04^{p}. Donc, où EB = 120, EL = 17;28^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEL, l'arc EL = 16° 44′, donc ∠ ZBE = 16;44$^{\omega}$ où deux angles droits font 360°.

En outre, puisque la distance apparente de la planète Mars en avant du périgée G, ∠ GEX = 53° 54′ (selon notre observation) où quatre angles droits font 360°, ou 107;48$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, et que ∠ GEB = 102;22$^{\omega}$ — puisque ∠ GEB = ∠ ZBE (= 16;44$^{\omega}$, tel que démontré) + ∠ GZB (= 85;38$^{\omega}$, donné) —, donc l'angle restant [par soustraction de ∠ GEB de ∠ GEX] ∠ BEX = 5;26$^{\omega}$ des mêmes unités et,

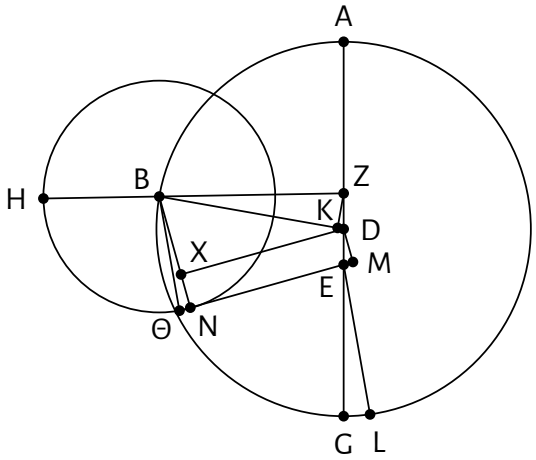
1 Neugebauer indique que selon les tableaux du mouvement moyen, ces mouvements devraient être de 1;33° et 1;21°, respectivement, mais que l'effet final de cette erreur est négligeable.

dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEX, l'arc BX = 5° 26'. Donc BX = 5;41^{p} où l'hypoténuse EB = 120^{p}. Par conséquent, où EB = 56;4^{p}, comme démontré, et le rayon de l'excentrique est de 60^{p}, BX = 2;39^{p} [1].

De même, puisque le point était à 172° 46' de l'apogée de l'épicycle H et [donc] à 7° 14' du périgée K, alors ∠ KBN = 7° 14' où quatre angles droits font 360°, ou 14;28$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais nous avons trouvé que ∠ KBΘ = 16;44$^{\omega}$ des mêmes unités, donc [par soustraction] ∠ NBΘ = 2;16$^{\omega}$ et l'angle entier [par addition [de ∠ NBΘ à ∠ BEX] ∠ XNB = 7;42$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BNX, l'arc XB = 7° 42' et BX = 8;03^{p} où l'hypoténuse BN = 120^{p}. Donc, où BX = 2;39^{p} et le rayon de l'excentrique est de 60^{p}, le rayon de l'épicycle BN ≈ 39;30^{p} et le rapport du rayon de l'excentrique au rayon de l'épicycle est donc de 60 : 39;30.

9. De la correction des mouvements périodiques de Mars

Pour la correction des mouvements périodiques moyens, nous avons pris une des anciennes observations [2], qui dit que dans la 13e année du calendrier de Dionyius, à l'aube du 5 Aigon, Mars touchait l'étoile boréale du front du Scorpion. Or, le moment de cette observation correspond à la 52e année depuis la mort d'Alexandre, c'est-à-dire à la 476e [3] année de Nabonassar, à l'aube du 20 au 21 Athyr égyptien [4]. À ce moment, nous trouvons que la longitude du soleil moyen était de 23° 54' du Capricorne. Et l'étoile boréale du front du Scorpion est [à notre époque] à 6⅓° du Scorpion ; ainsi, puisque les 409 années depuis l'observation jusqu'au [début] du règne d'Antonin produisent environ 4° 05' d'avancée dans la position des étoiles fixes, au moment de cette observation, l'étoile devait être à 2¼° du Scorpion et, bien sûr, Mars devait être au même point. Or, puisque l'apogée de Mars, à notre époque, c'est-à-dire au début du règne d'Antonin, est à 25° 30' du Cancer, elle devait



Pas à l'échelle

être à 21° 25' du Cancer lors de l'observation. Il est donc évident que la planète était à 100° 50' de son apogée, tandis que le soleil moyen était à 182° 29' du même apogée, et donc à 2° 29' du périgée [de Mars].

Partant de ces données, soit ABG le cercle excentrique portant le centre de l'épicycle, de centre D et de diamètre ADG, sur lequel E est le centre de l'écliptique et Z est le point de plus grande excentricité [l'équant]. Soit l'épicycle HΘ de centre B ; traçons ZBH et DB ; et à partir de Z, traçons la droite ZK perpendiculaire à DB. Supposons la planète en Θ sur l'épicycle ;

1 Encore ici, Halma fait erreur dans sa traduction française, en ayant 2;03, bien que sa version grecque soit correcte avec $\bar{\beta}$ λθ'.
2 Halma a «observation ancienne» au singulier, mais son grec est bien παλαιῶν τηρήσεων au pluriel.
3 Halma a, erronément, «la 46e», bien que sa version grecque ait correctement υοξ.'
4 Selon Toomer, le 17/18 janvier –271.

joignons BΘ et traçons, à partir de E, la droite EL parallèle [à BΘ], dans l'axe de laquelle, selon notre démonstration précédente, sera la position moyenne du soleil. Joignons EΘ et traçons, à partir des points D et B, les droites DM et BN perpendiculaires [à EΘ et son prolongement]. Traçons aussi, à partir de D, la droite DX perpendiculaire à BN, de sorte que la figure DMNX soit un parallélogramme orthogone [rectangle].

Alors, puisque l'angle représentant la distance apparente de la planète à l'apogée ∠ AEΘ = 100° 50' où quatre angles droits font 360°, et que l'angle représentant le mouvement moyen du soleil [depuis le périgée] ∠ GEL = 2° 29' des mêmes unités, alors ∠ ΘEL = ∠ BΘE = [180° − 100° 50' + 2° 29' =] 81° 39' où quatre angles droits font 360°, ou 163;18$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BΘN, l'arc BN = 163° 18' et BN = 118;43^{p} où l'hypoténuse BΘ = 120^{p}. Donc où le rayon de l'épicycle BΘ = 39;30^{p} et la distance entre les centres ED = 6^{p}, BN = 39;03^{p}. De plus, puisque ∠ AEΘ = 100° 50' où quatre angles droits font 360°, ou 201;40$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, donc son supplément ∠ DEM = 158;20$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DEM, l'arc DM = 158° 20' et la corde DM = 117;52^{p} où l'hypoténuse DE = 120^{p}. Par conséquent, où la droite DE = 6^{p} [1] et BN = 39;3^{p}, tel que démontré, DM = NX = 5;54^{p} et [par soustraction] la portion BX = 33;09^{p} où le rayon de l'excentrique BD = 60^{p}. Donc où hypoténuse [du triangle rectangle BDX] BD = 120^{p}, BX = 66;18^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BDX, l'arc BX ≈ 67° 04'. Donc ∠ BDX = 67;04$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$ et l'angle entier [par addition de l'angle droit XDM] ∠ BDM = 247;04$^{\omega}$. Mais, puisque nous avons vu que ∠ DEM = 158;20$^{\omega}$, alors ∠ EDM [= un angle droit moins ∠ DEM] = 21;40$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc l'autre angle [par soustraction] ∠ BDE = 225;24$^{\omega}$, et son supplément ∠ BDA = 134;36$^{\omega}$ des mêmes unités. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZK, l'arc ZK = 134° 36' et l'arc DK = 45° 24' restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes ZK = 110;42^{p} et DK = 46;18^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc où DZ = 6^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, ZK = 5;32^{p} et DK = 2;19^{p}, et la portion restante [par soustraction] KB = 57;41^{p}, donc l'hypoténuse [du triangle rectangle BZK] BZ ≈ 57;57^{p} des mêmes unités. Donc, où BZ = 120^{p}, ZK = 11;28^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BKZ, l'arc ZK = 10° 58', donc ∠ ZBD = 10;58$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais ∠ BDA = 134;36$^{\omega}$ des mêmes unités, donc l'angle entier [par addition] BZA = 145;34$^{\omega}$ des mêmes unités, ou 72° 47' où quatre angles droits font 360°. Par conséquent, la position moyenne de la planète (c'est-à-dire du centre de l'épicycle B) au moment de l'observation en question était donc de 72° 47' depuis l'apogée ; elle était à [21° 25' du Cancer + 72° 47' =] 4° 12' de la Balance. Mais puisque ∠ GEL = 2° 29', et ∠ GEL plus les deux angles droits du demi-cercle ABG est égal à la somme de la longitude moyenne (∠ AZB) et de l'anomalie [moyenne] (∠ HBΘ, la position [moyenne] de la planète sur son épicycle), nous obtenons donc [en soustrayant ∠ AZB de ∠ GEL + 180°] ∠ HBΘ = 109° 42'. La distance en anomalie de la planète jusqu'à l'apogée de son épicycle au moment de l'observation était donc de ces 109° 42'.

Mais nous avons démontré qu'au moment de la troisième opposition, [Mars] était distante, en anomalie depuis l'apogée de son épicycle, de 171° 25'. Ainsi, dans l'intervalle entre les observations, soit 410 années égyptiennes et 231⅔ jours environ, la planète s'est déplacée de 61° 43' de plus que 192 révolutions complètes ; c'est pratiquement le même excédent [en

1 Coquille dans le texte d'Halma : le mot «droite» est répété à la fin de la page 238 et au début de la page 239.

anomalie] que nous trouvons dans les tables du mouvement moyen de Mars que nous avons construites, ce que nous avons fait en dérivant le mouvement quotidien [moyen] de ces mêmes données, en divisant le nombre de degrés total des révolutions complètes et de l'excédent par le nombre de jours correspondant à l'intervalle entre les deux observations.

10. De l'époque des mouvements périodiques de Mars

Puisque l'intervalle entre la première année de Nabonassar, 1e [jour de] Thout égyptien, à midi, jusqu'au moment de l'observation ci-dessus, est de 475 années égyptiennes et environ 79¾ jours, qui comprend 180° 40' en longitude en plus des révolutions entières et 142° 29' en anomalie, si nous les soustrayons des positions respectives pour les lieux déterminés au moment de l'observation, soit 4° 12' de la Balance en longitude et 109° 42' en anomalie, nous obtenons pour la première année de Nabonassar, à midi du 1er jour du Thout égyptien, l'époque des mouvements périodiques de Mars, soit :

longitude : 3° 32' du Bélier

anomalie : 327° 13' depuis l'apogée de l'épicycle

De même, puisqu'en 475, l'apogée s'est avancé de 4¾°, et que l'apogée de Mars était à 21° 25' du Cancer au moment de l'observation, il est évident qu'à l'époque ci-dessus, la longitude de l'apogée était de 16° 40' du Cancer.

Fin du dixième livre.

Livre 11

1. Détermination de l'excentricité et de l'apogée de Jupiter

Maintenant que nous avons établi les mouvements périodiques, les anomalies, et les époques de la planète Mars, nous allons procéder de la même manière pour ceux de Jupiter ; nous prendrons d'abord, pour déterminer [la position de] l'apogée et [le rapport de] l'excentricité, trois oppositions directement opposées au soleil moyen [où Jupiter est à 180° du soleil moyen]. Nous avons observé, au moyen de l'astrolabe :

- la première dans la 17e année d'Hadrien, une heure avant minuit du 1 au 2 Epiphi égyptien [1], à 23° 11′ du Scorpion ;
- la deuxième dans la 21e année [d'Hadrien], deux heures avant minuit du 13 au 14 Phaophi [2], à 7° 54′ des Poissons ; et
- la troisième dans la première année d'Antonin, cinq heures après minuit du 20 au 21 Athyr [3], à 14° 23′ du Bélier.

Pour les deux intervalles, celui de la première à la seconde opposition comprend :

- [en temps] 3 années égyptiennes, 106 jours, 23 heures ; et
- en mouvement apparent de la planète, 104° 43′.

Tandis que celui de la deuxième à la troisième opposition comprend :

- [en temps] 1 année égyptienne, 37 jours, 7 heures ; et
- [en longitude vraie] 36° 29′.

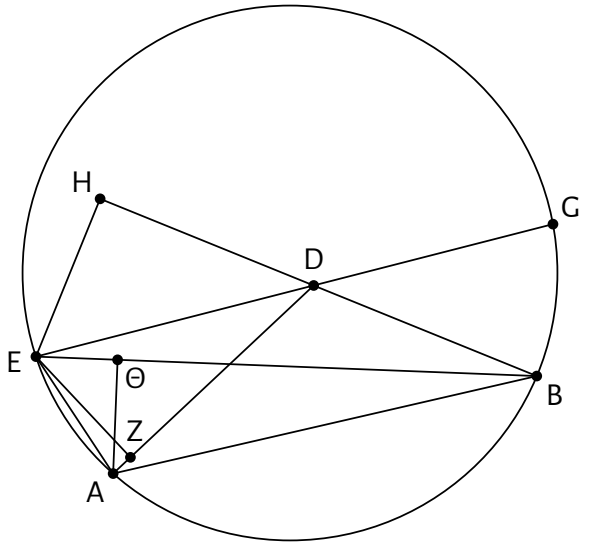
Par calcul, on trouve le mouvement moyen en longitude :

pour le premier intervalle : 99° 55′

pour le deuxième intervalle : 33° 26′

D'après ces intervalles, en suivant les méthodes exposées pour Mars, nous avons cherché ce que nous voulions déterminer, en supposant, encore une fois, un seul excentrique, de la manière suivante.

Soit ABG le cercle excentrique, où A est le centre de l'épicycle à la première opposition, B à la deuxième opposition, et G à la troisième.



Pas à l'échelle

1 Selon Toomer, le 17/18 mai 133.
2 Selon Toomer, le 31 aout/1er septembre 136.
3 Selon Toomer, le 7/8 octobre 137.

Dans l'excentrique ABG, prenons D comme centre de l'écliptique ; joignons AD, BD, et GD ; prolongeons GD jusqu'à E ; traçons AE, EB, et AB ; et traçons, à partir de E, les droites EZ et EH perpendiculaires à AD et BD, et, à partir de A, la droite AΘ perpendiculaire à EB.

Puisque l'arc BG de l'excentrique est donné comme sous-tendant 36° 29' de l'écliptique, l'angle au centre de l'écliptique, ∠ BDG (= ∠ EDH) = 36° 29' où quatre angles droits font 360°, ou 72;58ω où deux angles droits font 360ω. Par conséquent. dans le cercle autour du triangle rectangle EDH, l'arc EH = 72° 58' et EH = 71;21p où l'hypoténuse DE = 120p.

De même, puisque l'arc BG = 33° 26', l'angle [sous-tendu par lui] à la circonférence, ∠ BEG = 33;26ω où deux angles droits font 360ω et l'angle restant [par soustraction de ∠ BEG de ∠ EDH] ∠ EBH = 39;32ω des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEH, l'arc EH = 39° 32' et la droite EH = 40;35p où l'hypoténuse BE = 120p. Donc où, comme nous l'avons montré, EH = 71;21p et ED = 120p, BE = 210;58p. De plus, puisque, par observation, tout l'arc de l'excentrique ABG = 141° 12' (la somme des deux intervalles [104° 43' et 36° 29']), l'angle au centre de l'écliptique, ∠ ADG = 141° 12' où quatre angles droits font 360° ou 282;24ω où deux angles droits font 360ω, et son supplément ∠ ADE = 77;36ω des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DEZ, l'arc EZ = 77° 36' et la droite EZ = 75;12p où l'hypoténuse DE = 120p. De même, puisque [par addition de 99° 55' + 33° 26'] l'arc de l'excentrique ABG = 133° 21', l'angle [qu'il sous-tend] à la circonférence, ∠ AEG = 133;21ω où deux angles droits font 360ω. Mais ∠ ADE = 77;36ω des mêmes unités, donc l'angle restant [dans le triangle EAD] ∠ EAZ = 149;03ω des mêmes unités. Par conséquent, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AEZ, l'arc EZ = 149° 03' et la droite EZ = 115;39p où l'hypoténuse EA = 120p. Par conséquent, où, comme cela a été montré, EZ = 75;12p et ED = 120p, EA = 78;02p.

De plus, puisque l'arc de l'excentrique AB = 99° 55', l'angle [qu'il sous-tend] à la circonférence ∠ AEB = 99;55ω où deux angles droits font 360ω. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AEΘ, l'arc AΘ = 99° 55' et l'arc EΘ = 80° 05' restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes AΘ = 91;52p et EΘ = 77;12p où l'hypoténuse EA = 120p. Ainsi où, comme cela a été démontré, AE = 78;02p et DE = 120p, AΘ = 59;44p et EΘ = 50;12p. Mais nous avons prouvé que la droite entière EB = 210;58p des mêmes unités, alors la portion restante [par soustraction] ΘB = 160;46p où AΘ = 59;44p. Or, ΘB^2 = 25 845;55 et ΘA^2 = 3 568;04, donc leur somme [$\Theta B^2 + \Theta A^2$] = AB^2 = 29 413;59. Donc AB = 171;30p où ED = 120p et EA = 78;02p. Mais le diamètre de l'excentrique étant de 120p, la droite AB = 91;52p (car elle sous-tend un arc de 99° 55') ; donc, où AB = 91;52p et le diamètre de l'excentrique est de 120p, DE = 64;17p et EA = 41;47p. Ainsi, l'arc de l'excentrique EA = 40° 45', et tout l'arc EABG [= 40° 45' + 133° 21'] = 174° 06'. Conséquemment, EDG ≈ 119;50p où le diamètre de l'excentrique est de 120p.

En outre, puisque GN = ½GE = 59;55p où diamètre LM = 120p, et que nous avons démontré que GD = 55;33p des mêmes unités, alors le reste [par soustraction] DN = 4;22p où DK = 5;23p. Donc où l'hypoténuse [du triangle rectangle DKN] DK = 120p, DN = 97;20p [1] et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DKN, l'arc DN = 108° 24', donc ∠ DKN = 108;24ω où deux angles droits font 360ω, ou 54° 12' où quatre angles droits font 360°. Et puisque DKN est au centre de l'excentrique, l'arc MX = 54° 12'. Mais tout

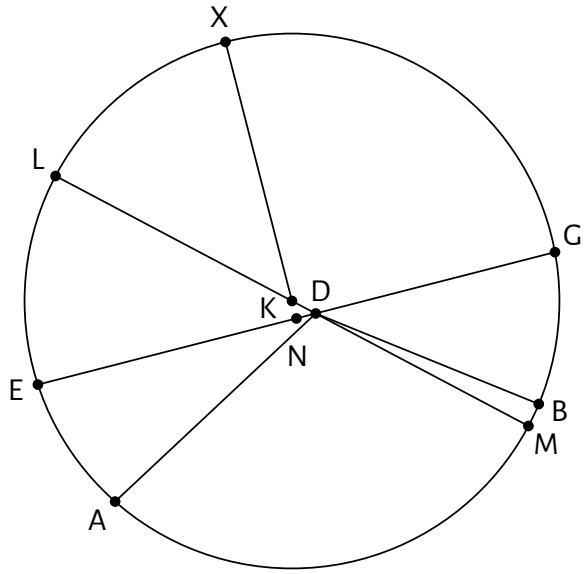
1 Halma et au moins trois manuscrits grecs (Paris BnF 2389 [fol. 283v. c1 l–9], Vatican grec 180 [fol. 231r. l8], Vatican grec 1594 [fol. 211r. c2 l–7]) ont 97;28. Heiberg corrige pour 97;20, qui est la bonne valeur ; Manitius et Toomer ont aussi 97;20.

l'arc GMX = ½ arc GXE = 87° 03', donc [par soustraction] l'arc restant du périgée jusqu'à la troisième opposition MG = 32° 51'. Or, il est clair que l'intervalle BG = 33° 26' (par hypothèse), l'arc restant [par soustraction] de la seconde opposition au périgée BM = 0° 35'. Et puisque l'intervalle AB = 99° 55' (par hypothèse), l'arc restant [par soustraction de (arc AB + arc BM) de 180°] de l'apogée jusqu'à la première opposition LA = 79° 30'.

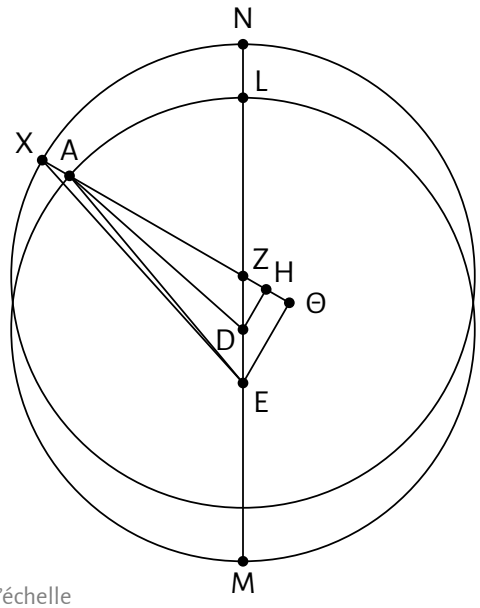
Maintenant, puisque le segment EABG est inférieur à un demi-cercle, et que — pour cette raison — le centre de l'excentrique tombe à l'extérieur, supposons-le en K, et traçons par K et D le diamètre LKDM passant par les deux centres puis, à partir de K, la droite [KN] perpendiculaire à GE et prolongeons-la [pour qu'elle devienne] KNX. Alors, où diamètre LM = 120^{p}, la ligne entière EG = 119;50^{p} (tel que démontré), et ED = 64;17^{p}, donc le reste [par soustraction] GD = 55;33^{p} des mêmes unités. Donc, puisque ED · DG = LD · DM, nous avons LD · DM = 3 570;56^{p} où le diamètre LM = 120^{p}. Mais LD · DM + DK^{2} = LK^{2} (c'est-à-dire le carré de la moitié du diamètre). Donc, si on soustrait (LD · DM), soit 3 570;56^{p}, du carré de la moitié du diamètre, soit 3 600, le reste sera le carré DK^{2} = 29;04^{p}. Donc la distance entre les centres DK ≈ 5;23^{p} où le rayon de l'excentrique KL = 60^{p}.

Si le centre de l'épicycle était porté sur cet excentrique, les valeurs ci-dessus seraient suffisamment précises pour être utilisées ; mais puisque, selon notre hypothèse, [le centre de l'épicycle] se déplace sur un cercle différent (dont le centre est à mi-chemin entre D et K et dont le rayon est KL), nous devons encore, comme nous l'avons fait pour Mars, calculer d'abord les différences des intervalles apparents [c'est-à-dire les arcs de l'écliptique entre les oppositions], et démontrer ce qu'elles seraient (en prenant le rapport d'excentricité ci-dessus comme approximativement correct) si le centre de l'épicycle était porté, non pas sur le deuxième excentrique, mais sur le premier excentrique [c'est-à-dire l'équant], qui produit l'anomalie écliptique, c'est-à-dire celle tracée autour du centre K.

Soit LM l'excentrique, autour du centre D, qui porte le centre de l'épicycle, et NX l'excentrique du mouvement moyen de la planète, autour du centre Z, [de taille] égale à [celle de] LM. Traçons le diamètre passant par les centres, NLM, et prenons-y le centre de l'écliptique E. Supposons d'abord que le centre de l'épicycle



Pas à l'échelle

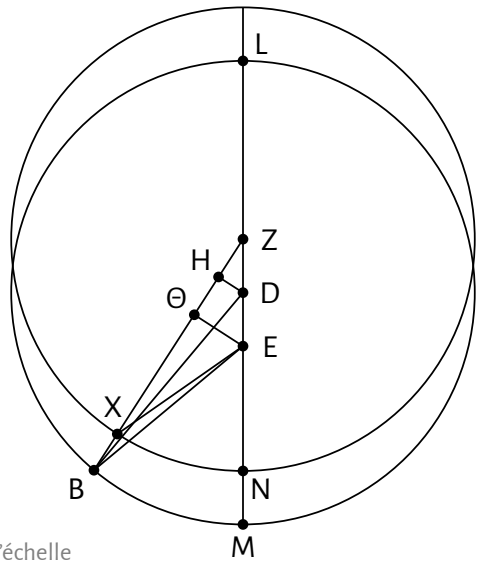


Pas à l'échelle

est situé en A pour la première opposition. Joignons DA, EA, ZAX, et EX, et traçons, à partir de D et E, respectivement, les droites DH et EΘ perpendiculaires à AZ prolongé. Puisque l'angle du mouvement moyen en longitude ∠ NZX = 79° 30′ où quatre angles droits font 360°, l'angle qui lui est opposé verticalement, ∠ DZH = 79° 30′ où quatre angles droits font 360° [1], ou 159$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Par conséquent, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZH, l'arc DH = 159° et l'arc ZH = 21° restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes DH = 117;59^{p} et ZH = 21;52^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc où DZ (= ½EZ) ≈ 2;42^{p} et le rayon de l'excentrique DA = 60^{p}, DH = 2;39^{p} et ZH = 0;30^{p}. Et puisque DA^{2} – DH^{2} = AH^{2}, alors AH = 59;56^{p} des mêmes unités. De même, puisque ZH = HΘ et EΘ = 2DH, la droite entière [par addition] AΘ = 60;26^{p} où EΘ = 5;18^{p}, donc l'hypoténuse [du triangle rectangle AEΘ] AE = 60;40^{p} des mêmes unités. Donc, où AE = 120^{p}, EΘ = 10;29^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AEΘ, l'arc EΘ ≈ 10° 01′ ; ainsi, ∠ EAΘ = 10;01$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. De plus, où EΘ = 5;18^{p}, le rayon de l'excentrique ZX = 60^{p} et ZΘ [= 2ZH] = 1^{p}, (donc [par addition] XΘ = 61^{p}), nous avons donc l'hypoténuse [du triangle rectangle EΘX] EX = 61;14^{p} des mêmes unités. Ainsi, où EX = 120^{p}, EΘ = 10;23^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle EΘX, l'arc EΘ = 9° 55′. Donc ∠ EXΘ = 9;55$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais nous avons prouvé que ∠ EAΘ = 10;01$^{\omega}$ des mêmes unités ; donc l'angle de la différence en question [par soustraction] ∠ AEX = 0;06$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 0° 03′ où quatre angles droits font 360°.

Mais à la première opposition, la planète était vue le long de la droite EA, à 23° 11′ du Scorpion. Il est donc clair que si le centre de l'épicycle n'était pas porté sur l'excentrique LM, mais sur [l'excentrique] NX, il aurait été au point X, et la planète aurait été vue le long de la ligne EX, à 0° 03′ [de la position réelle], et aurait donc été à 23° 14′ du Scorpion.

Dessinons une figure similaire pour la deuxième opposition, [avec le centre de l'épicycle] représenté un peu avant le périgée [2]. Puisque nous avons démontré que l'arc de l'excentrique XN = 0° 35′, alors ∠ XZN = 0° 35′ où quatre angles droits font 360°, ou 1;10$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZH, l'arc DH = 1° 10′ et l'arc ZH = 178° 50′ restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes DH = 1;13^{p} et ZH ≈ 120^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Ainsi, où DZ = 2;42^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, DH = 0;02^{p} et ZH = 2;42^{p}. De même, HB = 60^{p} des mêmes unités (puisqu'elle est plus petite que l'hypoténuse HD [du triangle rectangle HBD] par une quantité négligeable). En outre, puisque ΘH = HZ et EΘ = 2DH, alors le reste [par soustraction] ΘB = 57;18^{p} où EΘ = 0;04^{p}, donc l'hypoténuse [du triangle rectangle EΘB] EB = 57;18^{p} des mêmes unités. Donc, où EB = 120^{p}, EΘ ≈ 0;08^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEΘ, l'arc EΘ = 0° 08′ aussi. Donc ∠ EBΘ = 0;08$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$.



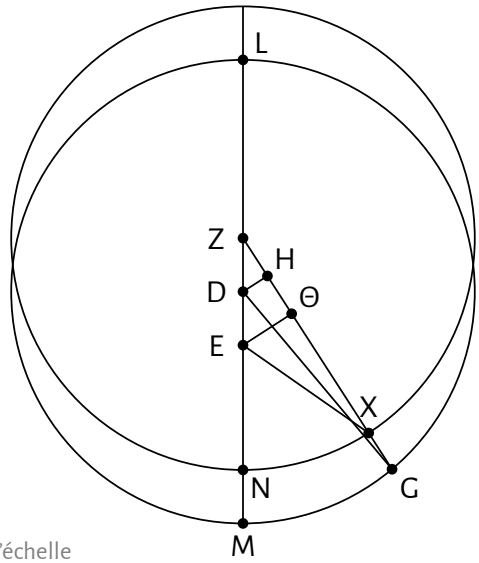
Pas à l'échelle

1 Toomer a ici «où deux angles droits font 360°», ce qui est manifestement erroné.

2 C'est-à-dire à l'ouest, considérant un mouvement de la planète sur son épicycle — et de l'épicycle sur l'excentrique — d'ouest en est.

De même, puisque nous avons démontré que la droite entière ZΘ [= 2ZH] = 5;24^{p} où le rayon de l'excentrique ZX = 60^{p}, alors le reste [par soustraction] ΘX = 54;36^{p} où EΘ = 0;04^{p} ; conséquemment, l'hypoténuse [du triangle rectangle EΘX] EX = 54;36^{p} des mêmes unités. Donc où EX = 120^{p}, EΘ ≈ 0;10^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle EΘX, l'arc EΘ = 0° 10′. Ainsi, ∠ EXΘ = 0;10$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$ et les restant [par soustraction de ∠ EBΘ] ∠ BEX = 0;02$^{\omega}$ des mêmes unités, ou 0° 01′ où quatre angles droits font 360° [1]. Il est donc clair que quand, dans la seconde opposition, la planète était vue le long de la droite EB à 7° 54′ des Poissons, si elle avait été vue le long de la droite EX, elle aurait été à seulement 7° 53′ des Poissons.

Soit maintenant le diagramme de la troisième opposition, après le périgée [2]. Alors, puisque l'arc de l'excentrique NX = 32° 51′, ∠ NZX = 32° 51′ où quatre angles droits font 360°, ou 65;42$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZH, l'arc DH = 65° 42′ et l'arc ZH = 114° 18′ restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes DH = 65;06^{p} et ZH = 100;49^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc où DZ = 2;42^{p} et le rayon de l'excentrique DG = 60^{p}, DH = 1;28^{p} et ZH = 2;16^{p}. Et puisque GD^{2} – DH^{2} = GH^{2}, alors GH ≈ 59;59^{p}. De même, puisque ΘH = HZ et EΘ = 2DH, alors le reste [par soustraction] GΘ = 57;43^{p} où EΘ = 2;56^{p}. Donc l'hypoténuse [du triangle rectangle EΘG] EG = 57;47^{p} des mêmes unités. Donc, où EG = 120^{p}, EΘ = 6;05^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GEΘ, l'arc EΘ ≈ 5° 48′. Donc ∠ EGΘ = 5;48$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. De même, puisque la droite entière ZΘ [= 2ZH] = 4;32^{p} où le rayon de l'excentrique ZX = 60^{p}, alors le reste [par soustraction] XΘ = 55;28^{p} où EΘ = 2;56^{p}. Par conséquent, l'hypoténuse [du triangle rectangle EΘX] EX = 55;33^{p} des mêmes unités. Ainsi, où EX = 120^{p}, EΘ = 6;20^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle EΘX, l'arc EΘ = 6° 02′. Donc ∠ EXΘ = 6;02$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$ et l'angle restant [par soustraction de ∠ EGΘ] ∠ GEX = 0;14$^{\omega}$ des mêmes unités, ou 0° 07′ où quatre angles droits font 360° [3]. Ainsi, puisque dans la troisième opposition, la planète était vue le long de la droite EG à 14° 23′ du Bélier, il est clair que, si elle avait été sur la ligne EX, elle aurait été à 14° 30′ du Bélier. Or, nous avons prouvé qu'elle était à 23° 14′ du Scorpion dans la première opposition et à 7° 53′ des Poissons dans la deuxième opposition ; donc, les intervalles apparents [en longitude] de la planète [Jupiter], si nous ne les mesurons pas par rapport à l'excentrique portant le centre de l'épicycle mais par rapport à l'excentrique produisant le mouvement moyen [c'est-à-dire l'équant], sont, de la première à la seconde oppositions, de 104° 39′, et de la deuxième à la troisième oppositions, de 36° 37′.



Pas à l'échelle

1 Halma a «0^{d} 2′ des degrés dont 360 font quatre angles droits», erroné et omettant la comparaison avec deux angles droits faisant 360$^{\omega}$. Son grec est correct : οἵων εἰσὶν αἱ δύο ὀρθαὶ $\overline{\tau\xi}$, λοιπὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΕΞ τῶν μὲν αὐτῶν $\bar{\text{ϐ}}$′, οἵων δ′ αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ $\overline{\tau\xi}$, τοιούτων $\bar{\text{δ}}$ α′.

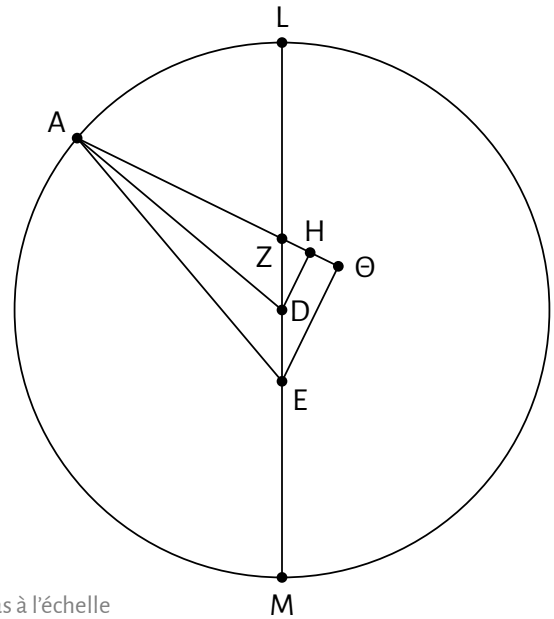
2 C'est-à-dire à l'est de celui-ci, vu que le mouvement est d'ouest en est.

3 Halma a «0^{d} 07′ des degrés dont 360 font deux angles droits», manifestement erroné.

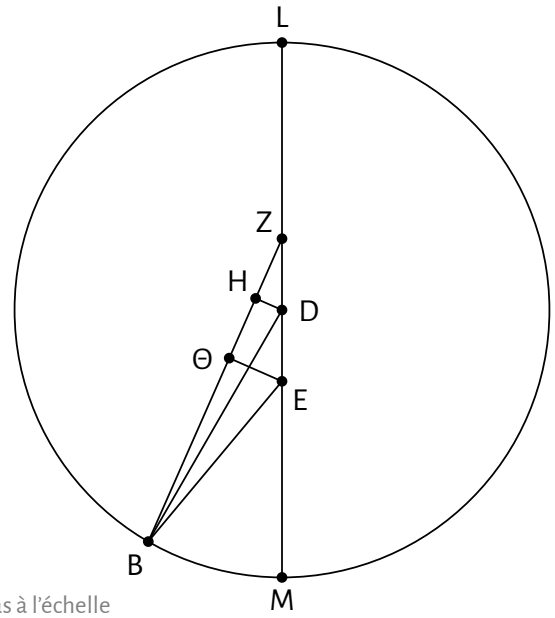
Avec ces données et par le théorème déjà démontré, nous trouvons que la distance entre les centres de l'écliptique et l'excentrique produisant le mouvement moyen de l'épicycle est d'environ 5;30^{p} où le diamètre de l'excentrique est de 120^{p};et, pour les arcs de l'excentrique, de l'apogée à la première opposition, de 77° 15′ ; de la seconde opposition au périgée, de 2° 50′ ; et du périgée à la troisième opposition, de 30° 36′. Ces valeurs ont été déterminées avec précision par cette méthode, car les différences dans les intervalles [tels que mesurés le long du déférent et de l'équant], lorsqu'elles sont calculées à partir de ces données, sont à peu près les mêmes que l'ensemble précédent [de valeurs]. Cela ressort [également] du fait que les intervalles apparents [en longitude] de la planète dérivés des rapports que nous avons ainsi trouvés sont les mêmes que ceux observés ; nous pouvons le démontrer comme suit.

Dessinons à nouveau le diagramme de la première opposition, mais seulement avec l'excentrique portant le centre de l'épicycle. Puis, puisque ∠ LZA = 77° 15′ où quatre angles droits font 360°, ∠ LZA = ∠ DZH (verticalement opposé) = 154;30$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$. Par conséquent, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZH, l'arc DH = 154° 30′ et l'arc ZH = 25° 30′ restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes DH = 117;02^{p} et ZH = 26;29^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc où ZD = 2;45^{p} et le rayon de l'excentrique DA = 60^{p}, DH = 2;41^{p} et ZH = 0;36^{p}. Et, pour les mêmes raisons que celles exposées précédemment, AH [= √(AD^{2} − DH^{2})] = 59;56^{p} des mêmes unités et la droite entière [par addition de HΘ = ZH] AΘ = 60;32^{p} où EΘ (= 2DH) = 5;22^{p}. Donc l'hypoténuse [du triangle rectangle AEΘ] AE = 60;46^{p} des mêmes unités. Donc, où AE = 120^{p}, EΘ = 10;36^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AEΘ, l'arc EΘ = 10° 08′. Donc ∠ EAΘ = 10;08$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$ et le restant [par soustraction de ∠ EAΘ de ∠ LZA] ∠ LEA = 144;22$^{\circ\circ}$ des mêmes unités, ou 72° 11′ où quatre angles droits font 360°. Cela [72° 11′] était donc la distance [mesurée sur] l'écliptique de la planète à son apogée à la première opposition.

Si nous prenons maintenant le diagramme de la deuxième opposition, puisque (par hypothèse) ∠ BZM = 2° 50′ où quatre angles droits font 360°, ou 5;40$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, alors dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZH, l'arc DH = 5° 40′ et l'arc ZH = 174° 20′ restants [son supplément].



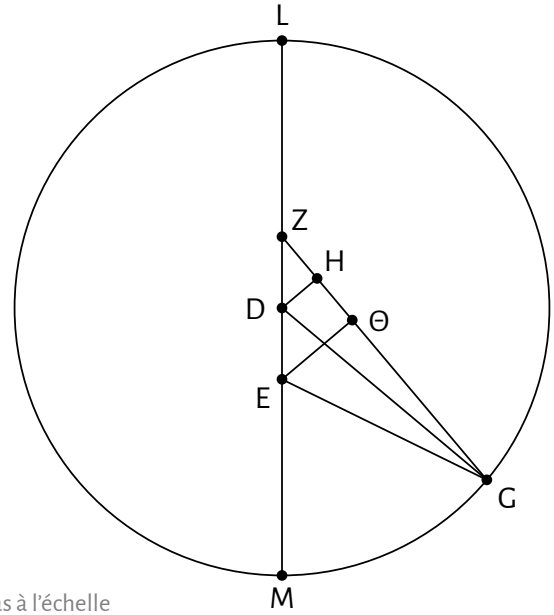
Pas à l'échelle



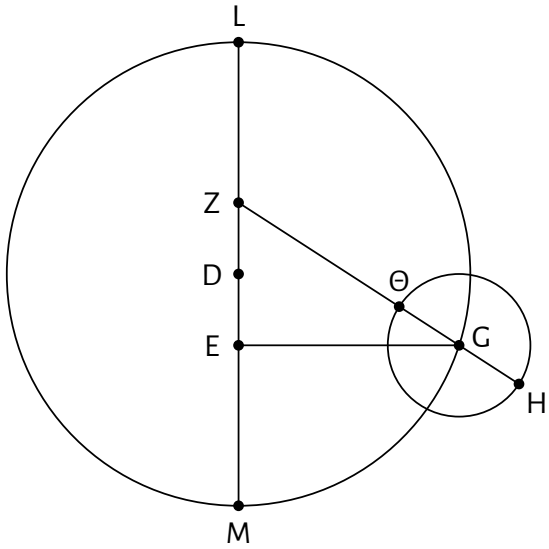
Pas à l'échelle

Donc les cordes correspondantes DH = 5;55^{p} et ZH = 119;51^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc où DZ = 2;45^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, DH = 0;08^{p} et ZH ≈ 2;45^{p}. Et, de même [que précédemment], BH ≈ 60^{p} des mêmes unités et le restant [par soustraction de HΘ = ZH] BΘ = 57;15^{p} où EΘ = 0;16^{p}. Ainsi l'hypoténuse [du triangle rectangle EBG] EB = 57;15^{p} des mêmes unités. Donc, où EB = 120^{p}, EΘ = 0;33^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEΘ, l'arc EΘ = 0° 32'. Donc ∠ EBΘ = 0;32^{ω} où deux angles droits font 360^{ω} et l'angle entier [par addition de ∠ BZM] ∠ BEM = 6;12^{ω} des mêmes unités, ou 3° 06' où quatre angles droits font 360° [1]. Donc la distance de la planète en avant [à l'ouest] du périgée à la seconde opposition était de 3° 06'. Et nous avons démontré qu'à la première opposition, elle était de 72° 11' à l'arrière [à l'est] de l'apogée. Ainsi, l'intervalle apparent calculé de la première à la seconde opposition est le supplément [de 3° 06' + 72° 11'], soit 104° 43', en accord avec l'intervalle dérivé des observations.

Prenons maintenant le diagramme de la troisième opposition. Puisque ∠ MZG = 30° 36' où quatre angles droits font 360°, ou 61;12^{ω} où deux angles droits font 360^{ω}, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZH, l'arc DH = 61° 12' et l'arc ZH = 118° 48' restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes DH = 61;06^{p} et ZH = 103;17^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc où DZ = 2;45^{p} et le rayon de l'excentrique GD = 60^{p}, DH = 1;24^{p} et ZH = 2;22^{p}. Et, de même [que précédemment], GH = 59;59^{p} et la portion [par soustraction de HΘ = ZH] GΘ = 57;37^{p} où EΘ = 2;48^{p}. Donc l'hypoténuse [du triangle rectangle EGΘ] EG = 57;41^{p} des mêmes unités et, où EG = 120^{p}, EΘ = 5;50^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GEΘ, l'arc EΘ = 5° 34'. Donc ∠ EGΘ = 5;34^{ω} où deux angles droits font 360^{ω} et l'angle entier [par addition de ∠ MZG] ∠ MEG = 66;46^{ω} des mêmes unités, ou 33° 23' où quatre angles droits font 360°. Cela [33° 23'] était donc la distance de la planète à l'arrière [à l'est] du périgée à la troisième opposition. Et nous avons démontré qu'à la seconde opposition, sa distance en avant du même périgée était de 3° 06'. Donc l'intervalle apparent [en longitude] de la deuxième à la troisième opposition est la somme [de ce qui précède], soit 36° 29', encore une fois en accord avec l'intervalle observé.



Pas à l'échelle



Pas à l'échelle

1 Il s'est glissé une coquille dans la traduction de Toomer, puisqu'il est écrit ici 360^{ω} plutôt que 360°.

Il est donc clair que, puisque la planète à la troisième opposition était à 14° 23' du Bélier et, comme nous l'avons montré, à 33° 23' en arrière [à l'est] du périgée, à ce moment le périgée de son excentrique était à 11° des Poissons, tandis que son apogée était diamétralement opposé à 11° de la Vierge.

Si [enfin] nous traçons l'épicycle HΘK autour du centre G, nous aurons immédiatement la position moyenne [en longitude] depuis l'apogée L de l'excentrique, comme étant de 210° 36' (car nous avons démontré que ∠ MZG = 30° 36' où quatre angles droits font 360°), et l'arc ΘK de l'épicycle du périgée Θ à la planète K étant de 2° 47' (car nous avons démontré que ∠ EGZ = 5;34$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 2° 47' où quatre angles droits font 360°). Ainsi au moment de la troisième opposition, soit dans la première année d'Antonin, du 20 au 21 Athyr égyptien, 5 heures après minuit, l'astre Jupiter avait les positions moyennes suivantes :

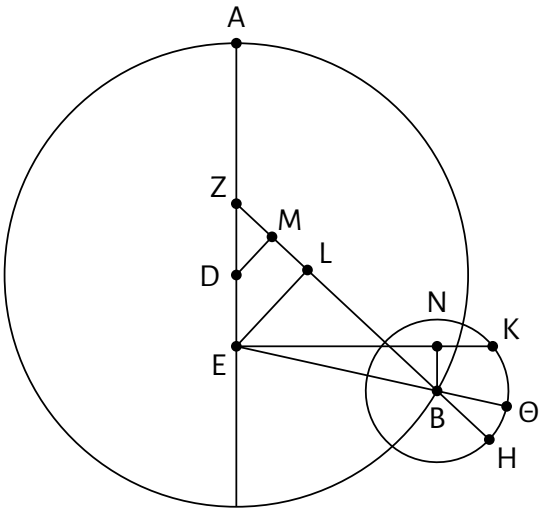
longitude par rapport à l'apogée de l'excentrique : 210° 36'
(soit 11° 36' du Bélier)
en anomalie depuis l'apogée H de l'épicycle : 182° 47'

2. Détermination de la taille de l'épicycle de Jupiter

Ensuite, pour déterminer la taille de l'épicycle, nous avons pris une observation que nous avons réalisée [avec l'astrolabe (διωπτεύσαμεν / διοπτεύσαμεν)] dans la deuxième année d'Antonin, dans le [mois] égyptien de Mésori, du 26 au 27 avant le lever du soleil [1], c'est-à-dire environ 5 heures équinoxiales après minuit (car le soleil moyen était à 16° 11' du Cancer et le second degré du Bélier [l'intervalle de 1° à 2° du Bélier] était au méridien [sud] selon l'astrolabe). À ce moment, Jupiter, lorsque comparé à l'étoile brillante des Hyades [Aldebaran ; α Tau], était à 15¾° des Gémeaux, tout comme le centre de la Lune, qui se trouvait plus au sud. Pour ce moment, nous trouvons, au moyen des calculs mentionnés plus tôt, qu'en mouvement moyen, la Lune était à 9° 00' des Gémeaux et que son anomalie [moyenne] depuis l'apogée de l'épicycle était de 272° 05' ; sa position réelle était donc de 14° 50' des Gémeaux et sa position apparente à Alexandrie de 15° 45' des Gémeaux. Donc, Jupiter était également à 15¾° des Gémeaux. De plus, l'intervalle depuis la troisième opposition jusqu'à cette observation est de 1 année égyptienne et 276 jours, ce qui produit un mouvement moyen de 53° 17' [en longitude] et de 218° 31' en anomalie (il ne fera aucune différence sensible que ce calcul soit fait grossièrement). Si nous ajoutons ces quantités aux positions [moyennes] dérivées pour la troisième opposition, nous obtiendrons, pour le moment de la présente observation, environ 263° 53' [en longitude] depuis l'apogée et 41° 18' en anomalie depuis l'apogée de l'épicycle.

Partant de cela, reprenons le diagramme de la même démonstration pour Mars, [mais] avec l'épicycle à l'arrière [à l'est] du périgée de l'excentrique, et avec l'astre après l'apogée de l'épicycle, conformément aux mouvements moyens en longitude (μήκους) et en anomalie que nous avons notés. Puisque la position moyenne en longitude depuis l'apogée de l'excentrique est de 263° 53', ∠ BZG = 83° 53' où quatre angles droits font 360°, ou 167;46 $^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZM, l'arc DM = 167;46 et l'arc ZM = 12° 14' restants [son supplément]. Par conséquent, les cordes correspondantes DM = 119;19^{p} et ZM = 12;47^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc, où DZ = 2;45^{p} et le rayon de l'excentrique

1 Selon Toomer, le 10/11 juillet 139.



Pas à l'échelle

DB = 60^{p}, DM ≈ 2;44^{p} et ZM = 0;18^{p}. Et puisque DB^{2} – DM^{2} = MB^{2}, MB = 59;56^{p} des mêmes unités.

De même, puisque ZM = ML et EL = 2DM, la portion [par soustraction] LB = 59;38^{p} où EL = 5;28^{p}. Donc l'hypoténuse [du triangle rectangle LBE] EB = 59;52^{p} des mêmes unités. Par conséquent, où EB = 120^{p}, EL ≈ 10;58^{p} [1] et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEL, l'arc EL = 10° 30′. Donc ∠ EBZ = 10;30$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais ∠ BZG = 167;46$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc l'angle entier [par addition] ∠ BEG = 178;16$^{\omega}$ des mêmes unités.

De plus, puisque le périgée G était à environ 11° des Poissons et que la planète était vue le long de la droite EK à 15° 45′ des Gémeaux, ∠ KEG = 94° 45′ où quatre angles droits font 360°, ou 189;30$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, donc l'autre angle [par soustraction de ∠ BEG] ∠ BEK = 11;14$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEN, l'arc BN = 11° 14′ et BN = 11;44^{p} où l'hypoténuse EB = 120^{p}. Donc où EB = 59;52^{p} [2] et le rayon de l'excentrique est de 60^{p}, BN = 5;50^{p}.

De même, puisque l'arc HK = 41° 18′, alors ∠ HBK = 41° 18′ où quatre angles droits font 360°,ou 82;36$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais ∠ EBZ (= ∠ HBΘ) = 10;30$^{\omega}$ des mêmes unités, alors l'angle restant [par soustraction] ∠ ΘBK = 72;06$^{\omega}$. Or, nous avons prouvé que ∠ KEΘ = 11;14$^{\omega}$ des mêmes unités ; par conséquent, l'angle restant [par soustraction] ∠ BKN = 60;52$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BKN, l'arc BN = 60° 52′ et la droite BN = 60;47^{p} où l'hypoténuse BK = 120^{p}. Par conséquent, où BN = 5;50^{p} et le rayon de l'excentrique est de 60^{p}, le rayon de l'épicycle BK ≈ 11;30^{p}.

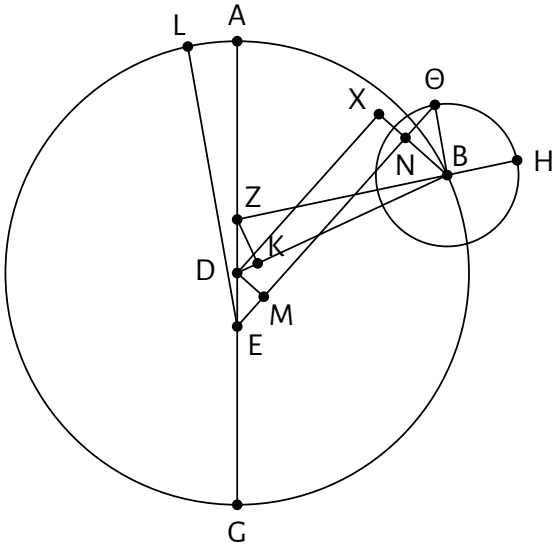
3. De la correction des mouvements périodiques de Jupiter

Ensuite, pour [déterminer] les mouvements périodiques, nous avons de nouveau pris une des observations anciennes enregistrées avec précision. Elle indique que, dans la 45e année du calendrier de Dionysius, le 10 [du mois de] parthénon, l'astre Jupiter a occulté [3] la plus méridionale [des 2] Aselli [XXV 5 / δ Cnc] à l'aube [4]. Ce moment était dans la 83e année depuis la mort d'Alexandre, à l'aube du 17 au 18 Epiphi égyptien [5]. Nous trouvons que le

1 Halma omet le 10 pourtant important dans sa version française, bien qu'il soit présent dans sa version grecque.
2 La version française d'Halma a 59^{p} 44′, ce qui est manifestement une coquille ou une erreur de transcription, puisqu'on trouve un 44 juste un peu au-dessus…
3 Toomer indique que des calculs modernes mettent un écart d'environ ¼° entre la planète et δ Cnc, «mais [que] la phrase de Ptolémée n'est pas ambigüe ici». Le terme utilisé par Ptolémée est ἐπεκάλυψεν (sans ν final dans le manuscrit Vat. gr. 180), «a couvert».
4 Halma n'indique pas que c'était à l'aube en français, mais sa version grecque a bien ἑῴος [ἑῷος dans les dictionnaires consultés].
5 Selon Toomer, le 3/4 septembre –240.

soleil moyen était à 9° 56′ de la Vierge [1]. Mais l'étoile appelée « Asellus du Sud », parmi celles qui entourent la nébuleuse du Cancer, était, au moment de notre observation [de celle-ci], à 11⅓° du Cancer, donc à l'observation en question elle était à 7° 33′ du Cancer, puisqu'aux 378 années entre les observations correspond [un mouvement de précession de] 3° 47′. Donc Jupiter à ce moment, puisqu'il couvrait l'étoile, était aussi à 7° 33′ du Cancer. De même, puisque l'apogée était à 11° de la Vierge à notre époque, il devait être à 7° 13 ′ de la Vierge au moment de l'observation. Il est donc clair que la distance apparente de la planète à l'apogée de l'excentrique était alors de 300° 20′, tandis que la distance du soleil moyen à ce même apogée était de 2° 43′.

Avec ces données, dessinons à nouveau un diagramme similaire à celui de la démonstration [correspondante] pour Mars, mais adapté aux positions données pour cette observation : l'épicycle en B est donc positionné avant l'apogée A, et le point L, représentant la position moyenne du Soleil, un peu après ce même apogée, et donc le point Θ, représentant l'astre, est après l'apogée H de l'épicycle.



Pas à l'échelle

Joignons comme d'habitude ZBH, DB, BΘ, et EΘ, et traçons ZK perpendiculaire à DB, DM et BN à EΘ, et DX à NB (prolongé), ce qui forme le parallélogramme rectangle DMNX.

Puisque ∠ AEΘ contient une révolution dans l'écliptique moins 300° 20′, soit 59° 40′ où quatre angles droits font 360°, et que ∠ AEL = 2° 43′, alors l'angle entier [par addition] ∠ LEΘ (= ∠ BΘE) = 62° 23′ où quatre angles droits font 360°, ou 124 ;46°° où deux angles droits font 360°°. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BΘN, l'arc BN = 124° 46′ et BN = 106;20^{p} où l'hypoténuse BΘ = 120^{p}. Donc où le rayon de l'épicycle BΘ = 11;30^{p}, BN = 10;12^{p}. En outre, puisque ∠ DEM = 59° 40′ (par hypothèse) où quatre angles droits font 360°, ou 119;29°° où deux angles droits font 360°°, et que ∠ MDE = 60;40°° des mêmes unités (son supplément), alors dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DEM, l'arc DM = 119° 20′ et DM = 103;34^{p} où l'hypoténuse ED = 120^{p}. Donc où ED = 2;45^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, DM = 2;23^{p} et la droite entière [par addition] BNX = 12;35^{p}. Donc où l'hypoténuse [du triangle rectangle BDX] BD = 120^{p}, BX = 25;10^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BDX, l'arc BX = 24° 14′. Donc ∠ BDX = 24;14°° où deux angles droits font 360°° et l'angle restant [par soustraction d'un angle droit] ∠ BDM = 155;46°° des mêmes unités ; l'angle entier [par addition de ∠ MDE] ∠ BDE = 216;26°° des mêmes unités ; et l'angle restant [par soustraction de 2 angles droits] ∠ BDZ = 143;34°° des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle ZDK, l'arc ZK = 143° 34′ et l'arc DK = 36° 26′ restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes ZK = 113;59^{p} et DK = 37;31^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Par conséquent, où DZ = 2;45^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, KZ = 2;37^{p} et DK = 0;52^{p} et le reste [par soustraction de DB] KB = 59;08^{p} des mêmes unités. Ainsi, l'hypoténuse [du

1 Halma a « du Cancer », erroné, bien que sa version grecque ait correctement παρθένου.

triangle rectangle ZBK] ZB = 59;12^{p} des mêmes unités. Par conséquent, où ZB = 120^{p}, ZK = 5;18^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BZK, l'arc ZK = 5° 04'. Par conséquent, ∠ ZBD = 5;04°° où deux angles droits font 360°° et l'angle entier [par addition de ∠ BDZ], qui comprend le mouvement moyen en longitude, ∠ AZB = 148;38°° des mêmes unités, ou 74° 19' où quatre angles droits font 360°. Et puisque ∠ HBΘ + ∠ BZG + 180° (c'est-à-dire ici ∠ HBΘ − ∠ AZB) = ∠ AEL = 2° 43', nous trouvons que la position de la planète [en anomalie] depuis l'apogée de l'épicycle est ∠ HBΘ = 77° 02'.

Nous avons donc démontré qu'au moment de l'observation en question, l'astre Jupiter avait les positions moyennes suivantes : en longitude, à partir de l'apogée de l'excentre : 285° 41' (c'est-à-dire que sa longitude moyenne était de 22° 54' des Gémeaux), et en anomalie, depuis l'apogée de l'épicycle : 77° 02'.

Et nous avons démontré que, au moment de la troisième opposition, sa distance à l'apogée de l'épicycle était de 182° 47' ; ainsi, dans l'intervalle entre les deux observations, de 377 années égyptiennes et 128 jours moins 1 heure environ, son mouvement en anomalie était de 105° 45' en surplus des 345 révolutions complètes. C'est, encore une fois, à peu près le même excédent d'anomalie que celui que nous dérivons [des tableaux] des mouvements moyens que nous avons présentés, puisque c'est à partir de ces données que nous avons déduit le quotidien [mouvement moyen en anomalie], en divisant le nombre de degrés contenus des révolutions complètes plus l'excédent par le nombre de jours contenus dans l'intervalle de temps.

4. De l'époque des mouvements périodiques de Jupiter

Et donc ici, l'intervalle entre la première année de Nabonassar, à midi du 1er Thout égyptien, jusqu'à cette ancienne observation était de 506 années égyptiennes et environ 316¾ jours, ce qui correspond à des incréments de 258° 13' en longitude et 290° 58' en anomalie. Si nous soustrayons ces valeurs des positions [moyennes] respectives pour l'observation, nous aurons, pour la même époque que pour les autres [astres], pour Jupiter : longitude moyenne, 4° 41' de la Balance ; et anomalie moyenne, 146° 04' depuis l'apogée de l'épicycle. Ainsi, l'apogée de son excentrique sera à 2° 09' de la Vierge.

5. Détermination de l'excentricité et de l'apogée de Saturne

Il nous reste à démontrer les anomalies et les époques de la théorie de l'astre Saturne. Comme pour les autres planètes, nous avons d'abord pris pour notre recherche de [la position de] l'apogée et l'excentricité, trois positions acronyctes [oppositions] de cet astre, dans lesquelles il était diamétralement opposé à la position moyenne du soleil.

- La première a été observée par nous, à l'aide des instruments astrolabes [1], dans la 11e année d'Hadrien, le soir du 7 au 8 Pachon égyptien [2], à 1° 13' de la Balance ;

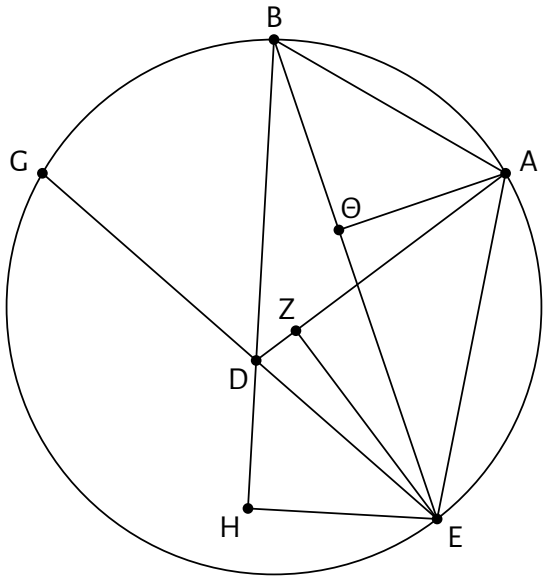
1 Halma a «l'astrolabe», mais la version grecque est bien plurielle et inclut le mot «instruments» : ἀστρολάβων ὀργάνων.

2 Selon Toomer, le 26/27 mars 127.

- la seconde, dans la 17e année d'Hadrien, le 18 Epiphi égyptien [1]. Nous avons calculé, à partir d'observations proches, que l'opposition exacte était à 4 heures après midi le 18 [2], à 9° 40′ du Sagittaire ;
- enfin, nous avons observé la troisième opposition dans la 20e année d'Hadrien, le 24 Mésori égyptien [3]. De la même manière, nous avons calculé l'opposition exacte comme ayant eu lieu à midi le 24, à 14° 14′ du Capricorne.

De ces deux intervalles, donc, celui de la première à la seconde oppositions comprend 6 années égyptiennes, 70 jours, et 22 heures et, en mouvement apparent de l'astre, 68° 27′ ; l'intervalle de la deuxième à la troisième oppositions comprend 3 années égyptiennes, 35 jours, et 20 heures, et 34° 34′ [de mouvement]. Nous calculons le mouvement moyen en longitude, en utilisant des chiffres approximatifs, 75° 43′ pour le premier intervalle et 37° 52′ pour le second intervalle. Avec ces intervalles, nous démontrons à nouveau [les paramètres] requis au moyen du même théorème [qu'auparavant] (comme s'il n'y avait qu'un seul excentrique), comme suit.

Soit, pour éviter les répétitions, un diagramme comme ceux utilisés [précédemment] pour la même preuve. Puis, puisque l'arc de l'excentrique BG = 34° 34′ sur l'écliptique, l'angle [correspondant] au centre de l'écliptique, ∠ BDG (= ∠ EDH) = 34° 34′ où quatre angles droits font 360°, ou 69;08$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DEH, l'arc EH = 69° 08′ et EH = 68;05^{p} où l'hypoténuse DE = 120^{p}. De même, puisque l'arc BG = 37° 52′, l'angle à la circonférence ∠ BEG = 37;52$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$



Pas à l'échelle

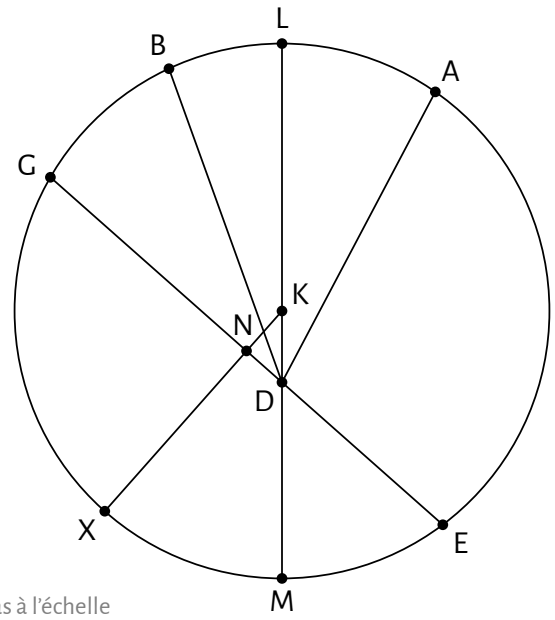
et l'angle restant [par soustraction de ∠ BDG] ∠ EBH = 31;16$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle EBH, l'arc EH = 31° 16′ et EH = 32;20^{p} où l'hypoténuse BE = 120^{p}. Donc où, comme nous l'avons démontré, EH = 68;05^{p} et ED = 120^{p}, BE = 252;41^{p}.

De plus, puisque tout l'arc ABG = 103° 01′ de l'écliptique (la somme des deux intervalles en longitude), l'angle [correspondant] au centre de l'écliptique ∠ ADG = 103° 01′ où quatre angles droits font 360°. Donc, l'angle supplémentaire ∠ ADE = 76° 59′ des mêmes unités, ou 153;58$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Par conséquent, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DEZ, l'arc EZ = 153° 58′ [4] et EZ = 116;55^{p} où l'hypoténuse DE = 120^{p}. De même, puisque l'arc de l'excentrique ABG = 113° 35′ [par addition de 75° 43′ et 37° 52′], l'angle à la circonférence ∠ AEG = 113;35$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais nous avons trouvé que ∠ ADE = 153;58$^{\omega}$ des mêmes unités, donc l'angle restant [dans le triangle

1 Selon Toomer, le 3 juin 133.
2 En français, Halma n'indique pas que c'était le 18, mais sa version grecque a bien ιη̄.
3 Selon Toomer, le 8 juillet 136.
4 La version française d'Halma est erronée, avec « l'arc soutendu par DZ est 153^{p} 58′ », bien que sa version grecque ait correctement EZ περιφέρεια τοιούτων ἐστὶν ρνγ̄ νη′.

ADE] ∠ ZAE = 92;27ω des mêmes unités. Par conséquent, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AEZ, l'arc EZ = 92° 27′ et EZ = 86;39p où l'hypoténuse AE = 120p. Donc où, comme nous l'avons montré, EZ = 116;55p et ED = 120p, EA = 161;55p. De plus, puisque l'arc de l'excentrique AB = 75° 43′, l'angle à la circonférence ∠ AEB = 75;43ω où deux angles droits font 360ω. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AEΘ, l'arc AΘ = 75° 43′ et l'arc EΘ = 104° 17′ restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes AΘ = 73;39p et EΘ = 94;45p [1] où l'hypoténuse EA = 120p. Donc où, comme nous l'avons démontré, AE = 161;55p et DE = 120p, AΘ = 99;23p [2] et EΘ = 127;51p. Mais nous avons démontré que la droite entière EB = 252;41p des mêmes unités ; par conséquent, le reste [par soustraction] ΘB = 124;50p où AΘ = 99;23p. Et ΘB² = 15 583;22 et AΘ² = 9 877;03, donc ΘB² + AΘ² = AB² = 25 460;25. Par conséquent, AB = 159;34p où ED = 120p et EA = 161;55p. D'ailleurs, le diamètre de l'excentrique est de 120p, AB = 73;39p (car il sous-tend un arc de 75° 43′) ; par conséquent, où AB = 73;39p et le diamètre de l'excentrique est de 120p, ED = 55;23p et EA = 74;43p. Donc l'arc de l'excentrique EA = 77° 01′ et [par addition de l'arc ABG] tout l'arc EABG = 190° 36′, donc, l'angle restant [par soustraction] arc GE = 169° 24′. Donc GDE ≈ 119;28p où le diamètre de l'excentrique est de 120p.

Prenons donc le centre de l'excentrique dans le segment EAG (puisqu'il est plus grand qu'un demi-cercle), au point K. Traçons par les deux centres K et D le diamètre de l'excentrique LKDM, et traçons à partir de K la droite KN perpendiculaire à GE, et prolongée en KNX. Ensuite, où le diamètre LM = 120p, nous avons prouvé que la ligne entière EG = 119;28p et que ED = 55;23p ; donc le reste [par soustraction] DG = 64;05p des mêmes unités. Donc, puisque ED · DG = LD · DM, LD · DM = 3 549;09p où le



Pas à l'échelle

diamètre LM = 120p. Mais LD · DM + DK² = LK² (le carré sur la moitié du diamètre) ; par conséquent, si du carré sur la moitié du diamètre, 3 600, nous soustrayons 3 549;9, nous avons DK² = 50;51p des mêmes unités. Donc la distance entre les centres, DK ≈ 7;08p où le diamètre de l'excentrique est de 120p.

De plus, puisque EN (= ½GE) = 59;44p où le diamètre LM = 120p, et nous avons prouvé que ED = 55;23p des mêmes unités, alors le reste [par soustraction] DN = 4;21p où, comme nous l'avons démontré, DK = 7;08p. Donc où l'hypoténuse [du triangle rectangle DKN] DK = 120p, DN = 73;11p et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DKN, l'arc DN = 75° 10′. Donc ∠ DKN = 75;10°° où deux angles droits font 360°°, ou 37° 35′ où quatre angles droits font 360°. Et puisque ∠ DKN est un angle au centre de l'excentrique, l'arc XM = 37° 35′. Mais l'arc GX = ½ arc GXE = 84° 42′ ; par conséquent, l'arc restant [par soustraction de (arc GX + arc XM) de 180°] de l'apogée à la troisième opposition arc GL = 57° 43′. Mais l'arc BG = 37° 52′, donc l'arc restant [par soustraction] de l'apogée à la seconde

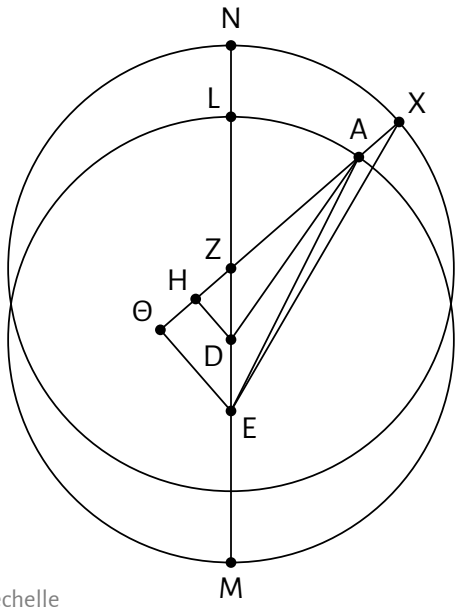
1 Halma a erronément « 94p 43′ » en français, mais correctement $\overline{\text{ϙδ}}$ με′ en grec.

2 Toomer a cette valeur corrigée, comme ici, à 99;**2**3p, mais plusieurs sources, dont Halma, ont 99;**4**3p non corrigé.

opposition, arc LB = 19° 51′. De même, puisque l'arc AB = 75° 43′, alors l'arc restant [par soustraction] de la première opposition à l'apogée arc AL = 55° 52′.

Ainsi, puisque le centre de l'épicycle n'est pas porté sur cet excentrique, mais sur celui tracé autour du centre qui est à mi-chemin entre D et K et de rayon KL, nous calculerons dans l'ordre, comme nous l'avons fait pour les autres astres, les différences des intervalles apparents [en longitude vraie] sur l'écliptique qui résultent des rapports ci-dessus (en les considérant comme approximativement corrects), si nous transférons le chemin de l'épicycle à l'excentrique en question, ce qui produit l'anomalie écliptique [c'est-à-dire l'équant].

Traçons donc à nouveau, pour cette démonstration, le diagramme de la première opposition, mais avec l'astre moins avancé en longitude que l'apogée L[1]. Alors, puisque l'angle de la position moyenne en longitude ∠ NZX (= ∠ DZH) = 55° 52′ où quatre angles droits font 360°, ou 111;44$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZH,



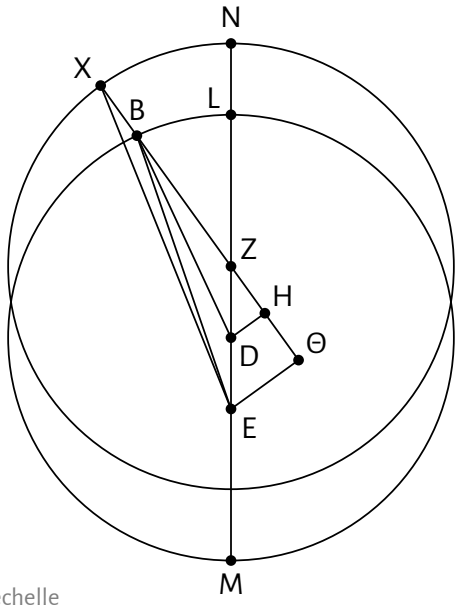
Pas à l'échelle

l'arc DH = 111° 44′ et l'arc ZH = 68° 16′ restants [son supplément]. Par conséquent, les cordes correspondantes DH = 99;20^{p} et ZH = 67;20^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc où la distance entre les centres DZ = 3;34^{p} et le rayon de l'excentrique DA = 60^{p}, DH = 2;57^{p} et ZH = 2;00^{p}. Et puisque DA^{2} – DH^{2} = AH^{2}, AH = 59;56^{p} des mêmes unités. De même, puisque ZH = ΘH, et ΘE = 2DH, alors la droite entière [par addition] AΘ = 61;56^{p} où EΘ = 5;54^{p}. Ainsi, l'hypoténuse [du triangle rectangle ΘAE] AE = 62;13^{p} des mêmes unités. Alors où l'hypoténuse AE = 120^{p}, EΘ = 11;21^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AEΘ, l'arc EG ≈ 10° 51′. Par conséquent, ∠ EAΘ = 10;51$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$.

En outre, puisque EΘ = 5;54^{p}, le rayon de l'excentrique ZX = 60^{p}, et ZΘ = 4^{p} — donc la droite entière [par addition] ΘX = 64^{p} —, alors nous trouvons que l'hypoténuse [du triangle rectangle EΘX] EX = 64;16^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse EX = 120^{p}, ΘE = 11;02^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle EΘX, l'arc ΘE = 10° 33′. Conséquemment, ∠ EXΘ = 10 ;33$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Mais nous avons démontré que ∠ EAΘ = 10;51$^{\infty}$ des mêmes unités. Par conséquent, l'angle de la différence recherchée ∠ AEX = 0;18$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 0° 09′ où quatre angles droits font 360°. Mais l'astre paraissait, à la première opposition, sur la droite AE, à 1° 13′ de la Balance : il est donc évident que, si le centre de l'épicycle n'était pas porté sur AL, mais plutôt sur NX, il aurait été au point X [à la première opposition] et l'astre aurait été vu le long de la ligne EX, à 9′ en avant [à l'ouest] de sa position [réelle] en A, à 1° 04′ de la Balance.

Dessinons à nouveau le diagramme de la deuxième opposition, [comme] dans la [dernière] démonstration, mais où la planète est

1 Autrement dit, l'astre est «en avant» de l'apogée, puisqu'il passe au méridien avant.



Pas à l'échelle

à l'arrière de l'apogée [1]. Puisqu'il a été démontré que l'arc de l'excentrique NX = 19° 51', alors ∠ NZX (= ∠ DZH verticalement opposé) = 19° 51' où quatre angles droits font 360°, ou 39;42$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZH, l'arc DH = 39° 42' et l'arc ZH = 140° 18' restants [son supplément]. Par conséquent, les cordes correspondantes DH = 40;45^{p} et ZH = 112;52^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Par conséquent, où DZ = 3;34^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, DH = 1;13^{p} et ZH = 3;21^{p}. Et, puisque DB^{2} – DH^{2} = BH^{2}, alors BH ≈ 59;59^{p} des mêmes unités.

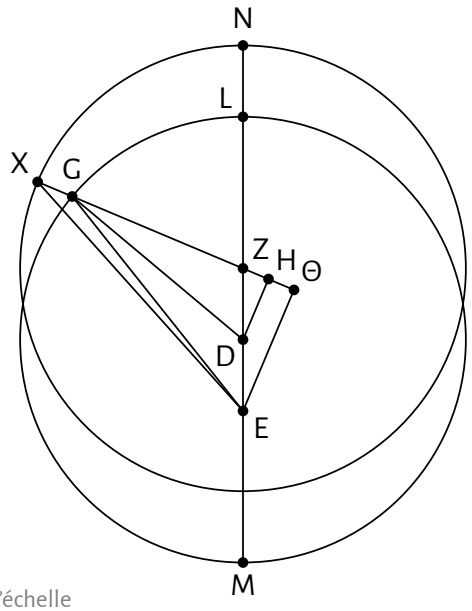
De même, puisque ZH = HΘ et que EΘ = 2DH, alors nous aurons la droite entière [par addition] BΘ = 63;20^{p} où EΘ = 2;26^{p} ; conséquemment, l'hypoténuse [du triangle rectangle BEΘ] EB = 63;23^{p} des mêmes unités. Donc où l'hypoténuse BE = 120^{p}, la droite EΘ = 4;36^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEΘ, l'arc EΘ = 4° 24' ; donc, ∠ EBΘ = 4;24$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. De même, où le rayon de l'excentrique XZ = 60^{p}, nous calculons que ZΘ = 6;42^{p} ; donc nous aurons la droite entière [par addition] XΘ = 66;42^{p} où EΘ = 2;26^{p}. Par conséquent, nous trouvons que l'hypoténuse [du triangle rectangle EΘX] EX = 66;45^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse EX = 120^{p}, EΘ = 4;23^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle EΘX, l'arc EΘ = 4° 12'. Donc ∠ EXΘ = 4;12$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Mais nous avons démontré que ∠ EBΘ = 4;24$^{\infty}$ des mêmes unités ; donc l'angle restant [par soustraction] ∠ BEX = 0;12$^{\infty}$ des mêmes unités, ou 0° 06' où quatre angles droits font 360° [2].

Ici aussi, il est donc clair que, puisqu'à la deuxième opposition, l'astre était vu le long de EB à 9° 40' du Sagittaire, si, au lieu de cela, il était vu le long de EX, il serait à 9° 46' du Sagittaire. Et nous avons [aussi] montré qu'à la première opposition, il aurait été à 1° 04' de la Balance. Il est donc clair que l'intervalle en [longitude] apparente de la première à la seconde opposition, s'il était pris par rapport à l'excentrique NX, serait de 68° 42' de l'écliptique.

Dessinons maintenant, pour la démonstration de la troisième opposition, le même diagramme que pour la seconde. Puisque nous avons démontré que l'arc NX = 57° 43', alors ∠ NZX (= ∠ DZH) = 57° 43' où quatre angles droits font 360°, ou 115;26$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZH, l'arc DH = 115° 26' et l'arc ZH = 64° 34' restants [son supplément]. Par conséquent, les cordes correspondantes DH = 101;27^{p} et ZH = 64;06^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Par conséquent, où DZ = 3;34^{p} et le rayon de l'excentrique DG = 60^{p}, DH = 3;01^{p} et ZH = 1;54^{p}. De plus, puisque DG^{2} – DH^{2} = GH^{2}, alors GH = 59;56^{p} des mêmes unités.

De même, puisque ZH = ΘH et EΘ = 2DH, alors la droite entière [par addition] GΘ = 61;50^{p}

1 Autrement dit, elle passe au méridien après l'apogée ; elle est donc à l'est de celui-ci.
2 Une coquille s'est glissée dans la traduction de Toomer, qui donne $^{\infty}$, bien entendu erroné.



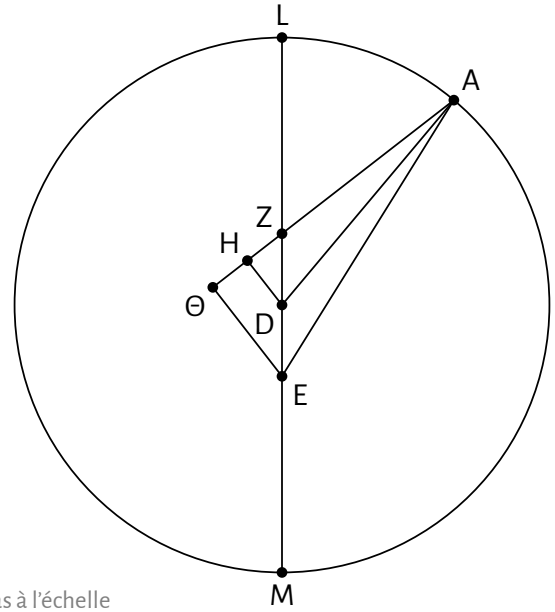
Pas à l'échelle

où EΘ = 6;02^{p} ; par conséquent, l'hypoténuse [du triangle rectangle GEΘ] EG = 62;08^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse GE = 120^{p}, EΘ = 11;39^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GEΘ, l'arc EΘ ≈ 11° 09'. Donc ∠ EGΘ = 11;09$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. De même, puisque le rayon de l'excentrique XZ = 60^{p}, ZΘ = 3;48^{p} : nous aurons donc la droite entière [par addition] XΘ = 63;48^{p} où EΘ = 6;02^{p}, donc l'hypoténuse [du triangle rectangle EΘX] EX = 64;05^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse EX = 120^{p}, EΘ = 11;18^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle EΘX, l'arc EΘ = 10° 49'. Donc ∠ EXΘ = 10;49$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais nous avons démontré que ∠ EGΘ = 11;09$^{\omega}$ des mêmes unités ; donc l'angle restant [par soustraction] ∠ GEX = 0;20$^{\omega}$ des mêmes unités, ou 0° 10' où quatre angles droits font 360°. Ainsi, puisqu'à la troisième opposition, l'astre était vu le long de la droite EG à 14° 14' du Capricorne, il est clair que, s'il avait été sur la droite EX, il aurait été à 14° 24' du Capricorne, et l'intervalle de la deuxième opposition à la troisième en [longitude] apparente, pris par rapport à l'excentrique NX, aurait été de [14° 24' du Capricorne – 9° 46' du Sagittaire =] 34° 38'.

Avec ces données, nous trouvons donc par le même théorème que la distance entre les centres de l'écliptique et de l'excentrique qui produit le mouvement uniforme de l'épicycle (c'est-à-dire la distance égale à EZ) est d'environ 6;50^{p} où le diamètre de l'excentrique est de 120^{p}, et que les arcs de ce même excentrique mesurent, de la première opposition à l'apogée, 57° 05' ; de l'apogée à la deuxième opposition, 18° 38' ; et de l'apogée à la troisième opposition, 56° 30'.

La preuve que les quantités ci-dessus ont été obtenues avec précision est que les différences des arcs de l'écliptique sont à peu près les mêmes que [pour l'opposition] précédente, et que les intervalles apparents [en longitude] de l'astre sont conformes à ceux observés, comme nous le démontrerons par une procédure similaire [à celles utilisées pour Jupiter et pour Mars].

Traçons le schéma de la première opposition, avec seulement l'excentre portant le centre de l'épicycle. Puisque l'angle AZL sous-tend 57° 05' de l'excentrique [c'est-à-dire l'équant] [∠ AZL = 57° 05'] où quatre angles droits font 360°, et que ∠ AZL = ∠ DZH (verticalement opposé) = 114;10$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, alors dans le cercle circonscrit (de 360°)



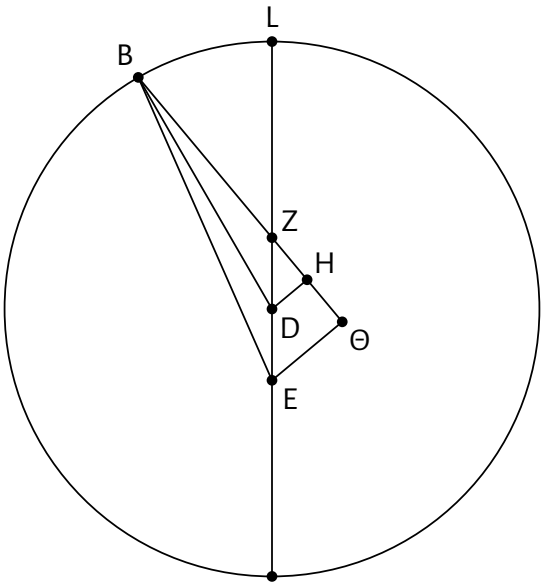
Pas à l'échelle

au triangle rectangle DZH, l'arc DH = 114° 10′ et l'arc ZH = 65° 50′ restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes DH = 100;44^{p} et ZH = 65;13^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc où la distance entre les centres DZ = 3;25^{p} et le rayon de l'excentrique DA = 60^{p}, DH = 2;52^{p} et ZH = 1;51^{p}.

Or, puisque $AD^2 - DH^2 = AH^2$, alors AH = 59;56^{p} des mêmes unités. De même, puisque ZH = HΘ et EΘ = 2DH, alors la droite entière [par addition] AΘ = 61;47^{p} où EΘ = 5;44^{p} ; par conséquent, l'hypoténuse [du triangle rectangle AEΘ] AE = 62;03^{p} des mêmes unités [1].

Donc, où l'hypoténuse AE = 120^{p}, EΘ = 11;05^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AEΘ, l'arc EΘ = 10° 36′ ; ainsi, ∠ EAZ = 10;36$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais par hypothèse, ∠ AZL = 114;10$^{\omega}$ des mêmes unités ; alors l'angle restant [par soustraction] ∠ AEL = 103;34$^{\omega}$ des mêmes unités, ou 51° 47′ où quatre angles droits font 360°. Cela [51° 47′] était donc l'angle par lequel l'astre était en avance [à l'ouest] sur l'apogée dans la première opposition.

Traçons maintenant le diagramme de la deuxième opposition de la même manière. Puisqu'il a été démontré que ∠ BZL = 18° 38′ où quatre angles droits font 360°, alors ∠ BZL = ∠ DZH (verticalement opposé au sommet) = 37;16$^{\omega}$ où deux angles droits font 360°. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZH, l'arc DH = 37° 16′ et l'arc ZH = 142° 44′ restants [son supplément]. Par conséquent, les cordes correspondantes DH = 38;20^{p} et ZH = 113;43^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc où DZ = 3;25^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, alors DH = 1;05^{p} et ZH = 3;14^{p}. Et puisque $DB^2 - DH^2 = BH^2$, alors nous avons BH = 59;59^{p} des mêmes unités. De même, puisque ZH = HΘ et EΘ = 2DH, alors la droite entière [par addition] BΘ = 63;13^{p} où EΘ = 2;10 ; c'est pourquoi l'hypoténuse [du



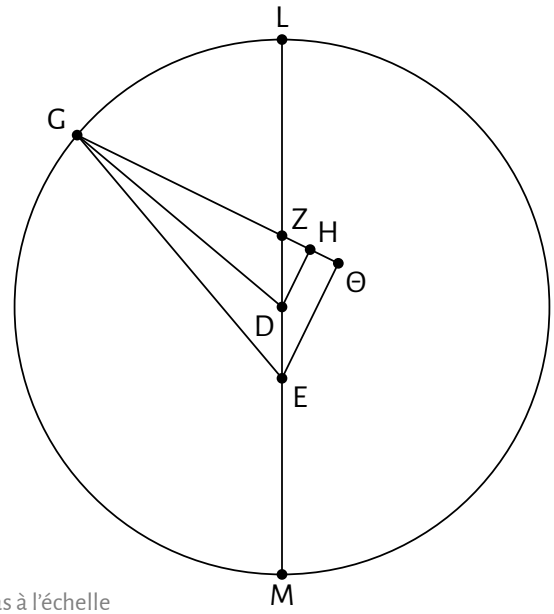
Pas à l'échelle

triangle rectangle BEΘ] EB = 63;15^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse EB = 120^{p}, ΘE = 4 07^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEΘ, l'arc ΘE = 3° 56′. Ainsi, ∠ EBZ = 3;56$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais nous avons vu que ∠ BZL = 37;16$^{\omega}$ des mêmes unités, donc l'angle restant [par soustraction] ∠ BEL = 33;20$^{\omega}$ des mêmes unités, ou 16° 40′ où quatre angles droits font 360°.

Donc, dans la deuxième opposition, la position apparente de l'astre était de 16° 40′ derrière [à l'est de] l'apogée, et nous avons démontré qu'à la première opposition, il était à 51° 47′ en avant [à l'ouest] de la même apogée : par conséquent, l'intervalle en [longitude] apparente de la première opposition à la seconde est la somme de ces quantités, soit 68° 27′, conformément à la distance trouvée à partir des observations.

Dessinons maintenant le diagramme de la troisième opposition. Puisque ∠ GZL = 56° 30′ où quatre angles droits font 360°, tel que démontré, et que ∠ GZL = ∠ DZH (verticalement opposés par leurs sommets) = 113$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, alors dans le cercle

1 Étrangement, Halma a ici 62;**43** plutôt que 62;**03**, tant en français qu'en grec ($\overline{\xi\beta}$ μγ′). Aucun des manuscrits consultés n'a cela. Il est possible qu'il y ait eu confusion avec μδ′ un peu plus haut.

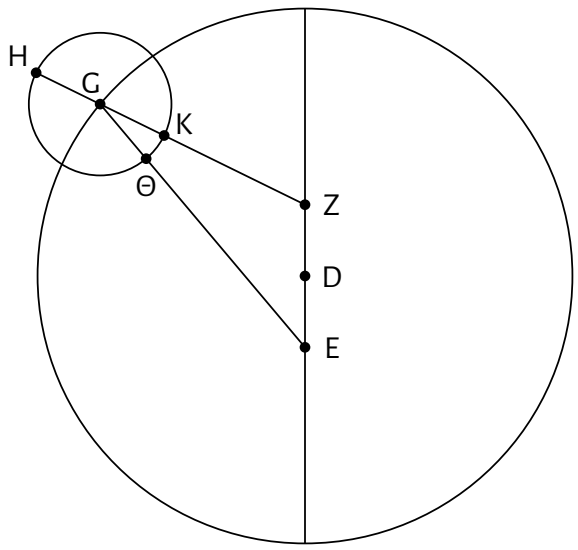


Pas à l'échelle

circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZH, l'arc DH = 113° et l'arc ZH = 67° restants [son supplément]. Par conséquent, les cordes correspondantes DH = 100;04^{p} et ZH = 66;14^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Par conséquent, où DZ = 3;25^{p} et le rayon de l'excentrique DG = 60^{p}, alors DH = 2;51^{p} et ZH = 1;53^{p}. En outre, puisque DG^{2} – DH^{2} = GH^{2}, nous avons GH = 59;56^{p} des mêmes unités. De même, puisque ZH = HΘ et EΘ = 2DH, alors la droite entière [par addition] GΘ = 61;49^{p} où EΘ = 5;42^{p} ; donc l'hypoténuse [du triangle rectangle GEΘ] EG = 62;05^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse GE = 120^{p}, EΘ = 11;01^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GEΘ, l'arc EΘ = 10° 32'. Ainsi, ∠ EGΘ = 10;32$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais nous avons vu que ∠ GZL = 113$^{\omega}$ des mêmes unités, donc l'angle restant [par soustraction] ∠ GEL = 102;28$^{\omega}$ [1] des mêmes unités, ou 51° 14' où quatre angles droits font 360°. Cela [51° 14'], est donc l'angle par lequel l'astre était à l'arrière (à l'est) de l'apogée dans la troisième opposition. Et nous avons montré que dans la seconde opposition, il se trouvait à 16° 40' derrière [à l'est de] la même apogée ; ainsi, la distance en [longitude] apparente de la deuxième opposition à la troisième est égale à la différence, soit [51° 14' – 16° 40' =] 34° 34', qui est, encore une fois, conforme à celle dérivée des observations.

Par conséquent, puisque dans la troisième opposition, l'astre était à 14° 14' du Capricorne, et qu'il a été démontré qu'il était alors à 51° 14' derrière [à l'est de] l'apogée, alors l'apogée de son excentrique était à ce moment à 23° du Scorpion, tandis que son périgée était diamétralement opposé à 23° du Taureau.

Ainsi, si nous traçons [comme précédemment] l'épicycle HΘ autour du centre G, nous obtenons la position moyenne de l'épicycle en longitude à partir de l'apogée de l'excentrique, soit 56° 30' (tel que démontré), et l'arc de l'épicycle ΘK = 5° 16' (puisque nous avons démontré que ∠ EGZ = 10;32$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$). Donc, par soustraction [de 180°], l'arc de l'apogée de l'épicycle à la planète HΘ = 174° 44'. Ainsi, dans la troisième opposition — à savoir dans la 20e année d'Hadrien, le 24 du [mois] égyptien de Mésori, à midi, l'astre Saturne était à 56° 30' de l'apogée de l'excentrique (c'est-à-dire que sa longitude [moyenne] était de 19° 30') et à 174° 44' en anomalie depuis l'apogée de l'épicycle.

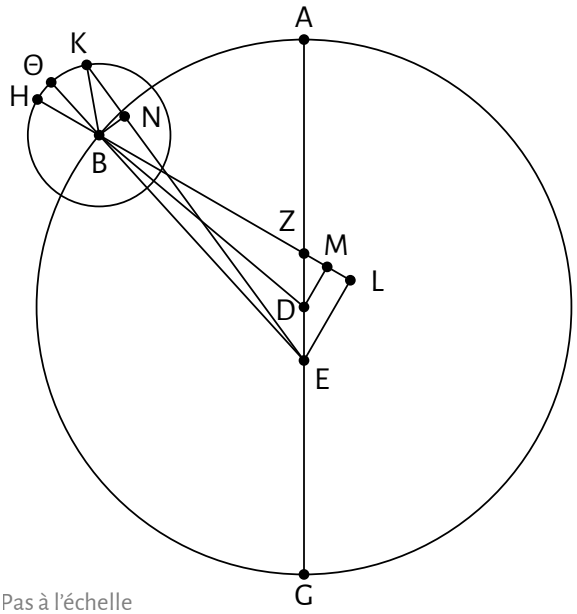


Pas à l'échelle

1 Les manuscrits ont GED (ΓΕΔ), mais Heiberg (donc Manitius et Toomer) corrige pour GEL (ΓΕΛ).

6. Détermination de la taille de l'épicycle de Saturne

Pour déterminer la taille de l'épicycle, nous avons pris une observation que nous avons faite dans la deuxième année d'Antonin, du 6 au 7 [du mois] égyptien Méchir [1]. Il était 4 heures équinoxiales avant minuit ; l'astrolabe montrait le dernier degré du Bélier au méridien, et le soleil moyen était à 28° 41′ du Sagittaire. À ce moment, l'astre Saturne, comparé à l'étoile brillante des Hyades, paraissait à 9⅛° du Verseau et était à environ ½° derrière le centre de la Lune (parce qu'il était à cette distance de la corne nord du croissant). Or, à ce moment, la Lune était à 8° 55′ du Verseau en mouvement moyen, et à 174° 15′ de l'apogée de l'épicycle en anomalie. Par conséquent, sa véritable position devait être de 9° 40′ du Verseau et sa longitude apparente à Alexandrie de 8° 34′ du Verseau.



Pas à l'échelle

Ainsi, l'astre Saturne devait être à 9⅛° du Verseau (puisqu'il était environ ½° derrière le centre de la Lune), et à 76° 04′ de l'apogée de l'excentrique [qui était à la même position qu'à la troisième opposition], puisque son décalage sur un si court intervalle est négligeable.

Or l'intervalle de la troisième opposition à cette observation est de 2 années égyptiennes, 167 jours, et 8 heures. Les mouvements [moyens] de Saturne sur cet intervalle, calculés grossièrement, sont de 30° 03′ en longitude et de 134° 24′ en anomalie. Si nous ajoutons ces valeurs aux positions de la troisième opposition trouvées ci-dessus, nous obtenons, pour l'instant de l'observation en question une longitude [moyenne] de 86° 33′ depuis l'apogée de l'excentrique, et une anomalie de 309° 08′ depuis l'apogée de l'épicycle.

Partant de cela, traçons à nouveau un diagramme de la même démonstration [que pour Mars et Jupiter], mais avec l'épicycle situé en arrière [suivant / à l'est] de l'apogée de l'excentrique, et la planète en avant [précédant / à l'ouest] de l'apogée de l'épicycle, conformément à leurs positions données.

Puisque, par hypothèse, ∠ AZB (= ∠ DZM) = 86° 33′ où quatre angles droits font 360°, ou 173;06$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZM, l'arc DM = 173° 06′ et l'arc ZM = 6° 54′ restants [son supplément]. Par conséquent, les cordes correspondantes DM = 119;47^{p} et ZM = 7;13^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Par conséquent, où la distance entre les centres DZ = 3;25^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, DM ≈ 3;25^{p} et ZM = 0;12^{p}. Et puisque DB^{2} – DM^{2} = BM^{2}, nous avons BM = 59;54^{p} des mêmes unités. De même, puisque ZM = ML et que EL = 2DM, alors la droite entière [par addition] BL = 60;06^{p} où EL = 6;50^{p}. Donc l'hypoténuse [du triangle rectangle BEL] EB = 60;29^{p} des mêmes unités. Alors, où l'hypoténuse EB = 120^{p}, EL = 13;33^{p}

1 Selon Toomer, le 22/23 décembre 138.

et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEL, l'arc EL = 12° 58'. Donc ∠ EBZ = 12;58ᵒᵒ où deux angles droits font 360ᵒᵒ. Mais nous supposons que ∠ AZB = 173;06ᵒᵒ des mêmes unités ; alors, l'angle restant [par soustraction] ∠ AEB = 160;08ᵒᵒ des mêmes unités. Mais l'angle représentant la distance apparente de la planète à l'apogée a été donné : ∠ AEK = 76° 04' où quatre angles droits font 360°, ou 152;08ᵒᵒ [1] où deux angles droits font 360ᵒᵒ ; donc l'angle restant [par soustraction] ∠ KEB = 8;00ᵒᵒ des mêmes unités. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BEN, l'arc BN = 8° et BN = 8;22ᵖ où l'hypoténuse EB = 120ᵖ. Par conséquent, où EB = 60;29ᵖ [2] et le rayon de l'excentrique est de 60ᵖ, BN = 4;13ᵖ.

En outre, puisque l'astre était à 309° 08' de l'apogée H de l'épicycle, alors l'arc restant [par soustraction de 360°] HK = 50° 52' et ∠ HBK = 50° 52' où quatre angles droits font 360°, ou 101;44°° où deux angles droits font 360ᵒᵒ. Mais nous avons trouvé que ∠ EBZ (= ∠ HBΘ) = 12;58ᵒᵒ ; donc l'angle restant [par soustraction] ∠ ΘBK = 88;46ᵒᵒ où ∠ KEB = 8ᵒᵒ et l'angle restant [par soustraction] ∠ BKN = 80;46ᵒᵒ des mêmes unités. Par conséquent, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BKN, l'arc BN = 80° 46' et la droite BN = 77;45ᵖ où l'hypoténuse BK = 120ᵖ. Par conséquent, où il a été démontré que BN = 4;13ᵖ et où le rayon de l'excentrique est 60ᵖ, alors le rayon de l'épicycle BK ≈ 6 ½ᵖ.

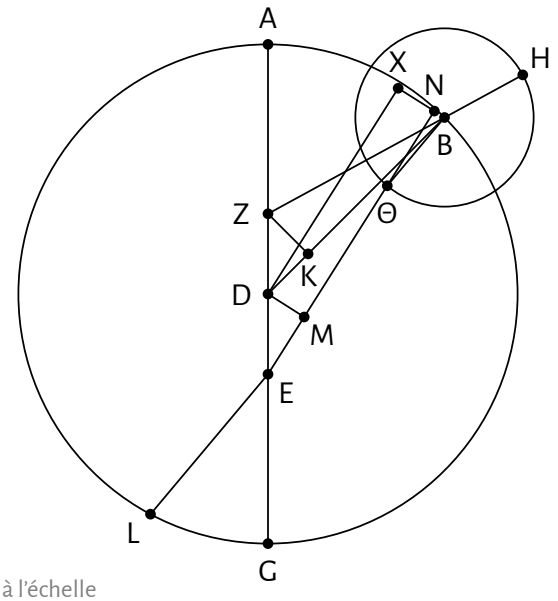
Ainsi, nous avons démontré que l'apogée de Saturne, au début du règne d'Antonin, était à 23° du Scorpion et que, où le rayon de l'excentrique portant l'épicycle est de 60ᵖ, la distance entre les centres de l'écliptique et de l'excentrique qui produit le mouvement uniforme est de 6;50ᵖ et le rayon de l'épicycle est de 6;30ᵖ.

7. De la correction des mouvements périodiques de Saturne

Pour la démonstration restante de la correction des mouvements périodiques, nous avons de nouveau choisi l'une des observations anciennes les mieux décrites. Elle nous indique que dans la 82ᵉ année des chaldéens, le 5 du [mois de] Xanthikos au soir, l'astre Saturne était à 2 doigts [10'] sous l'épaule sud de la Vierge. Ce moment était dans la 519ᵉ année de Nabonassar, au soir du 14 Tybi égyptien [3], alors que le soleil moyen était à 6° 10' des Poissons. Mais [l'étoile] fixe sur l'épaule sud de la Vierge, au moment de notre observation, était à 13⅙° de la Vierge ; ainsi, au moment de l'observation en question, puisqu'aux 366 années écoulées correspond un mouvement des [étoiles] fixes d'environ 3⅔°, elle était à 9½° de la Vierge, où était aussi l'astre [Saturne], puisqu'elle était à 2 doigts au sud de [l'étoile] fixe. De même, puisque nous avons démontré qu'à notre époque, l'apogée [de Saturne] était à 23° du Scorpion, il devait être, au moment de l'ancienne observation, à 19⅓° du Scorpion. Nous en concluons donc qu'au moment ci-dessus, l'astre semblait alors éloigné de l'apogée de 290° 10' sur l'écliptique et que le soleil moyen était à 106° 50' de la même apogée.

Partant de cela, dessinons un diagramme comme pour la même démonstration [pour Mars et Jupiter], [mais] avec l'épicycle situé en avant [précédant / à l'ouest] de l'apogée de l'excentrique, et le soleil [moyen] en avant du périgée, avec le rayon du centre de l'épicycle à la planète parallèle à [la ligne indiquant] la position du soleil. Puisque Saturne semblait alors précéder l'apogée de 69° 50' du supplément [de

1 Halma a, erronément, 142;08 en français ; son grec est toutefois correct (ρνβ η').
2 Une autre erreur ici dans la traduction d'Halma, qui a 60;20 en français, malgré un grec correct avec ξ̄ κθ'.
3 Selon Toomer, le 1ᵉʳ mars –228.



Pas à l'échelle

290° 10'] d'une circonférence, l'angle au centre de l'écliptique ∠ AEΘ = 69° 50' où quatre angles droits font 360°, ou 139;40$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais l'angle de la distance du soleil [depuis l'apogée], par supposition, ∠ AEL = 106° 50' où quatre angles droits font 360°, ou 213;40$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc l'angle entier [par addition] ∠ ΘEL (= ∠ BΘE, puisque BΘ est parallèle à EL) = 353;20$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$ et l'angle restant [par soustraction de ∠ BΘE de deux angles droits] ∠ BΘN = 6;40$^{\omega}$ des mêmes unités. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BΘN, l'arc BN = 6° 40' et la droite BN = 6;58^{p} où l'hypoténuse BΘ = 120^{p}. Donc où le rayon de l'épicycle, BΘ = 6;30^{p}, BN = 0;23^{p}.

De même, puisque ∠ AEΘ = 139;40$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$ et que ∠ EDM = 40;20$^{\omega}$ [1] des mêmes unités [son supplément], dans le cercle autour du triangle rectangle DEM, l'arc DM = 139° 40' et la droite DM = 112;39^{p} où l'hypoténuse ED = 120^{p}. Donc, où la distance entre les centres ED = 3;25^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, la droite DM (= XN) = 3;12^{p} et la droite entière [par addition] BNX = 3;35^{p} [2] où l'hypoténuse [du triangle rectangle BDX] DB = 60^{p}. Par conséquent, où DB = 120^{p}, BX = 7;10^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BDX, l'arc BX = 6° 52'. Donc ∠ BDX = 6;52$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$ et l'angle restant [par soustraction d'un angle droit] ∠ BDM = 173;08$^{\omega}$ des mêmes unités [son supplément] ; par conséquent, l'angle entier [addition de ∠ EDM] ∠ BDE = 213;28$^{\omega}$ des mêmes unités et l'angle restant [par soustraction de deux angles droits] ∠ BDA = 146;32$^{\omega}$ des mêmes unités. C'est pourquoi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle DZK, l'arc ZK = 146° 32' et l'arc DK = 33° 28' restants [son supplément]. Par conséquent, les cordes correspondantes ZK = 114;55^{p} et DK = 34;33^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Donc, où la distance entre les centres DZ = 3;25^{p} et le rayon de l'excentrique DB = 60^{p}, ZK = 3;17^{p} et DK = 0;59^{p} et le restant [par soustraction de DB] KB = 59;01^{p} où ZK = 3;17^{p}. Donc l'hypoténuse [du triangle rectangle BZK] ZB = 59;06^{p} des mêmes unités. Par conséquent, où l'hypoténuse ZB = 120^{p}, ZK = 6;40^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BZK, l'arc ZK = 6° 22'. D'où ZBK = 6;22$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais ∠ ADB = 146;32$^{\omega}$ des mêmes unités ; donc l'angle total représentant la position moyenne en longitude AZB = 152;54$^{\omega}$ des mêmes unités, soit 76° 27' où quatre angles droits font 360°.

Par conséquent, au moment de l'observation ci-dessus, Saturne était à 283° 33' de l'apogée en mouvement moyen (c'est-à-dire qu'il était à [19° 20' du Scorpion + 283° 33' =] 2° 53' de la Vierge. Aussi, le soleil moyen étant à 106° 50', si nous ajoutons à cela les 360° d'une révolution (ce qui donne 466° 50') et soustrayons les 283° 33' de longitude [depuis l'apogée], nous obtenons pour ce moment 183° 17' d'anomalie depuis l'apogée de l'épicycle.

1 Halma a en français «4^{d} 20'», manifestement erroné. Son grec est correct avec $\bar{\mu}$ κ'.

2 Halma a 55, manifestement erroné. Son grec est correct (λε').

Ainsi, puisque nous avons prouvé qu'au moment de l'observation ci-dessus, qui est dans la 519e année de Nabonassar, le soir du 14 Tybi, l'astre était à 183° 17′ [en anomalie] depuis l'apogée de l'épicycle et que, au moment de la troisième opposition, arrivée en l'an 883 de Nabonassar, à midi le 24 Mésori, il en était à 174° 44′, il est évident que dans l'intervalle entre les observations, qui comprend 364 années égyptiennes et 219¾ jours, l'astre Saturne s'est déplacé de 351° 27′ (en plus des révolutions complètes en anomalie [1]). C'est encore en accord avec le surplus ou excédent que donnent [les tableaux pour] les mouvements moyens que nous avons construits ; le mouvement moyen quotidien se trouvant en divisant le total en degrés des révolutions complètes et de l'excédent par nombre de jours [de l'intervalle] de temps.

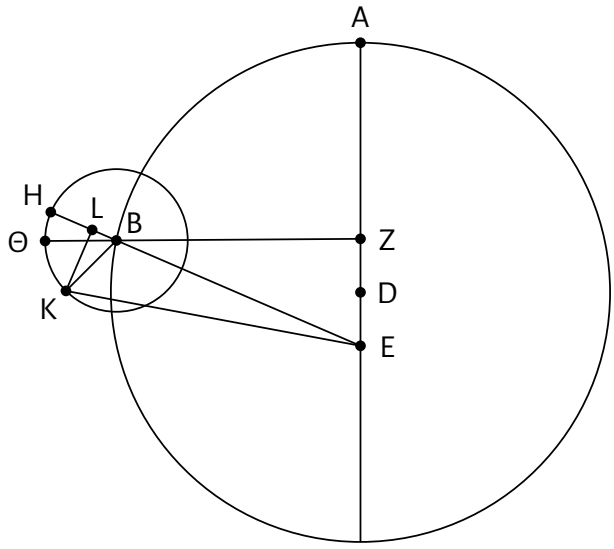
8. De l'époque des mouvements périodiques de Saturne

Et depuis la première année de Nabonassar, Thout 1, à midi, jusqu'à l'observation ancienne [précédemment mentionnée] est de 518 années égyptiennes et 133¼ jours [2], et cet intervalle comprend des excédents de 216° 10′ en longitude et 149° 15′ en anomalie ; si nous soustrayons ces valeurs des positions [données par] l'observation, nous trouvons pour cette époque que l'astre Saturne était à 26° 43′ du Capricorne en mouvement moyen [3], et à 34° 02′ de l'apogée de l'épicycle en anomalie. Par conséquent, nous trouvons que l'apogée de son excentrique était à 14° 10′ du Scorpion.

9. De la détermination géométrique des lieux vrais par les mouvements périodiques

À l'inverse, étant donnés les arcs [des mouvements] périodiques de l'excentrique qui produit le mouvement moyen uniforme [l'équant] et de l'épicycle, les positions apparentes des astres [planètes] sont facilement obtenues géométriquement, comme nous allons le voir.

En effet, dans le diagramme simple de l'excentrique et de l'épicycle, nous joignons



Pas à l'échelle

1 Toomer mentionne ici «au-delà de 351 révolutions complètes en anomalie», mais puisque Saturne se déplace de seulement 12° 13′ 24″ par année, un tel déplacement est impossible en 364 ans. Il y a en fait environ 13 révolutions complètes dans la période ; Toomer aurait dû écrire 12.

2 La valeur correcte est bien 133 ($\overline{\rho\lambda\gamma}$), mais Halma a 123 ($\overline{\rho\kappa\gamma}$) et Heiberg indique qu'au moins un manuscrit a 113 ($\overline{\rho\iota\gamma}$), mais les trois manuscrits que j'ai consultés ont tous 133 ($\overline{\rho\lambda\gamma}$). Cette valeur est confirmée par le calcul.

3 Neugebauer indique que «Les observations de Ptolémée résulteraient en 296;44°, mais tous les manuscrits et les tableaux dans IX, 4 ont 296;43. Ceci est aussi la valeur impliquant les valeurs à l'époque dans les "Hypothèses planétaires". La correction du texte dans IX, 8 par Heiberg (p. 425, 14) est donc fallacieuse, en particulier parce qu'un calcul précis donnerait 296;45° (voir Manitius II, p. 251, note a), [valeur] utilisée dans les "Tables faciles"».

les droites ZBΘ et EBH. Puis, la position moyenne en longitude étant donnée, c'est-à-dire ∠ AZB, d'après ce que nous avons prouvé précédemment, selon les deux hypothèses, ∠ AEB ainsi que ∠ EBZ (qui est le même que ∠ HBΘ) seront aussi donnés, ainsi que le rapport du rayon EB [de l'excentrique] au rayon de l'épicycle. Si nous supposons aussi que l'astre est situé sur l'épicycle, disons au point K, et que, une fois EK et BK joints, l'arc ΘK est donné, alors, si au lieu de tracer, depuis le centre l'épicycle B, la perpendiculaire à EK (comme dans la démonstration inverse), nous traçons la perpendiculaire (ici KL) de la planète K à EB, alors ∠ HBK sera donné [par addition des angles donnés ∠ ΘBK et ∠ HBΘ] ainsi que le rapport de KL et LB à BK et à EB ; par conséquent, le rapport de la droite entière EBL à LK sera aussi donné. Ainsi, l'angle ∠ LEK étant donné, nous aurons calculé l'angle ∠ AEK qui comprend la distance apparente entre l'astre et l'apogée.

10. Construction d'un tableau des anomalies

Cependant, pour éviter de toujours calculer géométriquement les positions apparentes — bien que ce soit le meilleur moyen d'obtenir des résultats précis, c'est aussi le plus difficile et le plus long —, nous avons dressé pour chacune des cinq planètes un tableau facile à utiliser et d'une grande exactitude. Il contient les anomalies individuelles des 5 planètes, afin de pouvoir trouver n'importe quelle position apparente, selon leurs mouvements périodiques depuis leur apogée respective.

Nous avons disposé symétriquement ces tableaux en 45 lignes et 8 colonnes [1]. Les 2 premières colonnes contiendront les quantités des positions moyennes disposées comme pour le Soleil et la Lune, la première donnant les 180 degrés depuis l'apogée, de haut en bas, et la seconde les autres 180 degrés du demi-cercle restant, de bas en haut, de sorte que le nombre 180 se trouve en bas de chaque colonne et que l'incrément des nombres soit de 6° dans les 15 premières lignes, mais dans les 30 lignes restantes de 3° — puisque les différences entre les valeurs [successives] des anomalies restent faibles près de l'apogée, mais varient plus vite près du périgée. Quant aux deux colonnes suivantes, la troisième contiendra les quantités, calculées pour la plus grande excentricité, à ajouter ou retrancher (appelées prostaphérèses) à la position moyenne en longitude (correspondant à l'argument d'une ligne), mais simplement comme si le centre de l'épicycle était porté sur l'excentrique qui produit le mouvement moyen [c'est-à-dire l'équant]. La quatrième colonne contiendra les prostaphérèses [corrections aux équations] causées par le fait que le centre de l'épicycle est porté, non pas sur le cercle mentionné ci-dessus, mais sur un autre.

La méthode par laquelle ces quantités [l'équation et sa correction], tant combinées que séparées, peuvent être trouvées géométriquement a déjà été rendue claire par les théorèmes précédents. Ici, puisqu'il s'agit d'une compilation, il convenait d'exposer cette façon de séparer l'anomalie zodiacale, et donc de l'énoncer sur deux colonnes, bien qu'en pratique, une seule colonne formée en combinant les deux suffira.

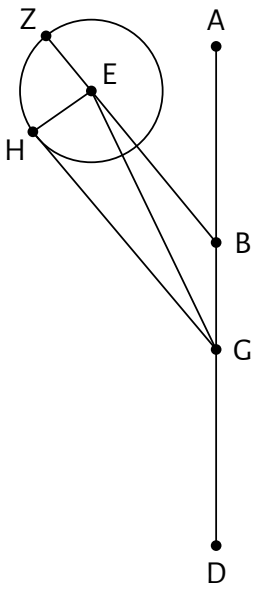
Chacune des trois colonnes suivantes contiendra les prostaphérèses de l'épicycle, aussi calculées simplement — [en supposant] que l'apogée ou le périgée de l'épicycle est vu le long de la ligne allant de l'observateur [au centre de l'épicycle]. La démonstration en est également facile d'après les théorèmes précédents. Celle du milieu de ces trois colonnes (la sixième depuis le début) contiendra les prostaphérèses pour le

1 Halma a 46 dans sa version française, mais bien $\overline{\mu\varepsilon}$ dans sa version grecque.

rapport [du rayon de l'épicycle à la distance du centre de l'épicycle] à la distance moyenne ; la cinquième, la différence entre la prostaphérèse à la plus grande distance [de l'épicycle] et la prostaphérèse à la distance moyenne ; et la septième, les différences entre la prostaphérèse à distance minimale et la prostaphérèse à distance moyenne. Car nous avons démontré que le rayon de l'épicycle est pour Saturne (puisqu'il est préférable de commencer par les plus hautes) de 6;30^{p}, pour Jupiter de 11;30^{p}, pour Mars de 39;30^{p}, pour Vénus 43;10^{p}, et pour Mercure de 22;30^{p} — ; la distance moyenne, c'est-à-dire celle du rayon de l'excentrique qui porte l'épicycle, est de 60^{p} dans tous les cas ; la plus grande distance par rapport au centre de l'écliptique est pour Saturne de 63;25^{p}, pour Jupiter de 62;45^{p}, pour Mars de 66^{p}, pour Vénus de 61;15^{p}, et pour Mercure de 69^{p} ; de même, la plus petite distance est pour Saturne de 56;35^{p}, pour Jupiter de 57;15^{p}, pour Mars de 54^{p}, pour Vénus de 58;45^{p}, et pour Mercure de 55;34^{p}.

Nous avons inclus la huitième et dernière colonne afin de pouvoir trouver la fraction applicable des différences ci-dessus [colonnes 5 et 7] lorsque l'épicycle de la planète n'est pas exactement à sa distance moyenne, maximale, ou minimale, mais dans une position intermédiaire. Nous avons calculé cette correction [seulement] pour les plus grandes prostaphérèses [corrections] (soit celles formées par la tangente de l'observateur à l'épicycle) à chaque distance intermédiaire, parce que les corrections des autres prostaphérèses, pour d'autres points de l'épicycle, sont sensiblement les mêmes.

Mais pour expliquer plus clairement la méthode réelle de calcul des prostaphérèses à appliquer, traçons la droite ABGD passant par les deux centres (de l'écliptique et de l'excentrique produisant le mouvement uniforme de l'épicycle). Soit G le centre de l'écliptique et B le



Pas à l'échelle

centre du mouvement uniforme de l'épicycle [le point équant]. Traçons la droite BEZ, décrivons l'épicycle ZH autour du centre E, et traçons sa tangente GH à partir de G. Joignons GE et traçons la perpendiculaire EH. Supposons, par exemple, pour chacune des cinq planètes que le centre de l'épicycle est à 30° de l'apogée de l'excentrique en mouvement moyen. Puisque, pour éviter d'allonger le texte en répétant la même chose, nous avons longuement démontré dans ce qui précède, dans l'hypothèse de Mercure et [celle] des autres planètes, que si ∠ ABE est donné, le rapport de GE au rayon HE de l'épicycle est également donné — par le calcul fait pour chaque planète, où ∠ ABE = 30° où quatre angles droits font 360°, ce rapport revient à 63;02 : 6;30 pour Saturne, 62;26 : 11;30 pour Jupiter, 65;24 : 39;30 pour Mars, 61;06 : 43;10 pour Vénus [1], et 66;35 : 22;30 pour Mercure.

Nous obtiendrons ainsi ∠ EGH, qui comprend la prostaphérèse épicyclique maximale, et où quatre angles droits font 360°, de 5° 55½′ pour Saturne, 10° 36½′ pour Jupiter, 37° 09′ pour Mars, 44° 56½′ pour Vénus, et 19° 45′ pour Mercure. Les plus grandes

1 Toomer indique que la bonne valeur est effectivement 61;**0**6, bien que les manuscrits (et Heiberg et Halma) aient 61;**2**6, sur la base d'une répétition de la valeur plus loin comme étant 61;**0**6.

prostaphérèses à la distance moyenne se trouvent, selon les rapports susmentionnés — pour éviter les répétitions, selon l'ordre ordinaire des astres — à être de 6° 13', 11° 03', 41° 10', 46° 00' [1], et 22° 02' ; celles aux plus grandes distances de 5° 53', 10° 34', 36° 45', 44° 48', et 19° 02' ; et celles aux distances minimales de 6° 36', 11° 35', 47° 01', 47° 17', et 23° 53'. Ainsi les différences entre les prostaphérères à distance moyenne et celles à distance maximale sont de 0° 20', 0° 29', 4° 25', 1° 12', et 3° 00', tandis que les différences [entre celles à distance moyenne et] celles à distances minimales sont de 0° 23', 0° 32', 5° 51', 1° 17', et 1 51°.

Or, puisque les prostaphérèses [additions ou soustractions] des distances en question [à 30° depuis l'apogée] sont inférieures à celles à distance moyenne — différant de ces dernières de 0° 17½', 0° 26½', 4° 01', 1° 03½', et 2° 17', les soixantièmes des différences totales entre [les prostaphérèses] à distance moyenne et maximale sont de 52° 30' pour Saturne, de 54° 50' pour Jupiter, de 54° 34' pour Mars, de 52° 55' pour Vénus, et de 45° 40' pour Mercure. Ce sont donc ces soixantièmes que nous mettons dans la 8e colonne de chaque tableau, sur la ligne contenant le nombre 30 pour le mouvement moyen en longitude.

Pour les distances qui ont des prostaphérèses supérieures à celles des moyennes, nous avons aussi réduit leurs différences à des soixantièmes, mais exprimées en fractions des prostaphérèses à distance minimale et non maximale. De même, nous avons calculé pour les autres positions [de l'épicycle] à intervalles de 6° de longitude moyenne, et placé les résultats, en soixantièmes, vis-à-vis des nombres appropriés [de la première colonne]. La taille des différences est sensiblement la même, comme nous l'avons dit, même si la position de l'astre n'est pas dans la plus grande prostaphérèse de l'épicycle, mais à un autre point de l'épicycle.

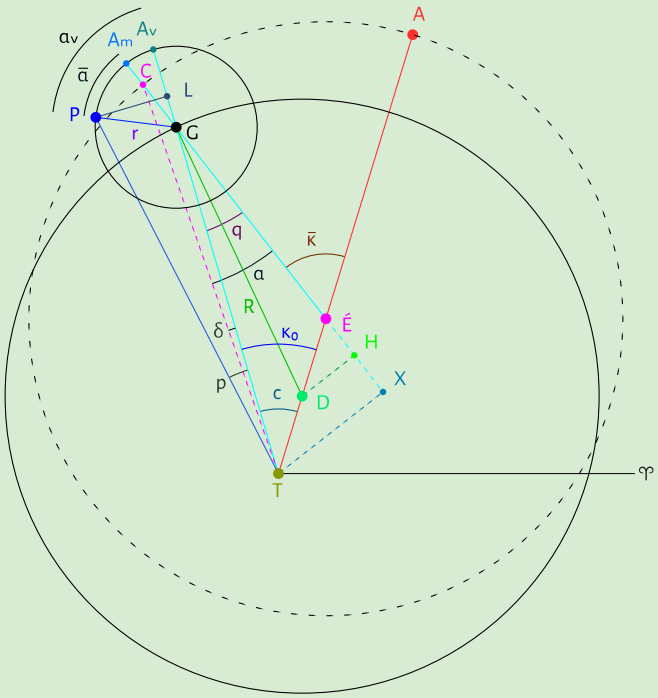
La disposition des cinq tableaux est la suivante.

1 Étrangement, les tableaux indiquent plutôt 41° 09' et 45° 57', respectivement, pour Mars et Vénus, plutôt que les valeurs données ici.

Question de géométrie…

Si le modèle de Ptolémée est relativement simple (un peu plus complexe pour Mercure, puisque le centre du déférent tourne autour du centre du mouvement uniforme [aussi appelé équant, terme que Ptolémée n'utilise pas puisqu'il est apparu au Moyen Âge]), le calcul de la position d'une planète l'est moins. Les tableaux du Livre 9 donnent les mouvements en longitude et en anomalie, correspondant aux angles $\overline{\varkappa}$ (AÉG) et $\overline{\alpha}$ (A_mGP), respectivement, dans le diagramme ci-contre. La Terre se trouve en T, et on cherche la longitude de la planète, soit l'angle $\lambda_p = \Upsilon$TP.

Ptolémée ne connait pas la trigonométrie ; il ne peut donc pas l'utiliser comme nous le ferions aujourd'hui, sauf pour la fonction de corde déjà mentionnée, soit crd $x = 2 \sin (x \div 2)$,



et nous avons aussi crd $x = 2 \cos (90 - x \div 2)$; partant de là, on a donc $\sin x = ½\text{crd}\ (2x)$ et $\cos x = ½\text{crd}\ (180 - 2x)$. Ptolémée va donc utiliser quelques détours… Aussi, Ptolémée ne connait pas la fonction $\sin^{-1}$ (ou arc sin) ; il doit donc consulter ses tableaux des cordes pour trouver l'argument qui correspond à la valeur (p. ex. crd 172 = 119;42,28, donc « arc crd » 119;42,28 = 172.

Les données sont les suivantes :[1]

T	N	P	V	
		ω_t		Vitesse moyenne en longitude
		ω_a		Vitesse moyenne en anomalie
	λ_A	λ_a	λ_A	Longitude de l'apogée (∠ ♈TA)
$\overline{\lambda}$		λ_m		Longitude moyenne (∠ ♈ÉG)
	$\overline{\varkappa}$	c_m	c_m	Centrum moyen (∠ AÉG) ($= \lambda_m - \lambda_a$)
$\overline{\alpha}$	$\overline{\alpha}$	a_m	$\overline{\alpha}$	Anomalie moyenne ou argument moyen (∠ A_mGP)
		$\lambda_{m\odot}$		Longitude moyenne du Soleil ($= \lambda_m + a_m$)
e	e	e	e	Excentricité (TÉ)
r	r	r	r	Rayon de l'épicycle (GP)
R	R	R	R	Rayon du déférent (DG)

On prolonge d'abord GÉ jusqu'en X pour former les triangles rectangles TGX et DGH. Puis, on a :

$\text{TX} = 2e \sin \overline{\varkappa} = e\ \text{crd}\ (2\overline{\varkappa})$

$\text{ÉX} = 2e \cos \overline{\varkappa} = e\ \text{crd}\ (180 - 2\overline{\varkappa})$

Or, DÉ = DT = ½TÉ, donc :

DH = ½TX

ÉH = HX = ½ÉX

$\text{GH} = \sqrt{R^2 - \text{DH}^2} = \sqrt{R^2 - (e \sin \overline{\varkappa})^2}$

$\text{GX} = \text{GH} + \text{HX} = \text{GH} + e \cos \overline{\varkappa}$

On place ensuite le point C sur la droite A_mÉ de sorte que C soit sur le déférent. On a donc :

$$\text{TC} = \sqrt{(60 + 2e \cos \overline{\varkappa})^2 + (2e \sin \overline{\varkappa})^2}$$

T	N	P	V	
c_3	c_3		α	Équation du centre non corrigée (∠ ÉCT)
$c_3(\overline{\varkappa}) = \sin^{-1} \dfrac{2e \sin \overline{\varkappa}}{\sqrt{(R + 2e \cos \overline{\varkappa})^2 + (2e \sin \overline{\varkappa})^2}}$ mais e plutôt que $2e$ pour Mercure.				
	η	q	q	Équation du centre corrigée ($= c_3 + c_4$)
$q(\overline{\varkappa}) = \sin^{-1} \dfrac{(2e \sin \overline{\varkappa})}{\rho}$				
c_4	c_4		δ	Correction de l'équation du centre (∠ GTC) ($= q - c_3$)
α	α	a_v	a_v	Anomalie vraie (∠ A_vGP) ($= \overline{\alpha} + p$)
		c	c	Centrum vrai ($= \lambda - \lambda_a$) ($= \overline{\varkappa} + q$)
λ'		λ_c		Longitude vraie du centre de l'épicycle (*verus motus epicicli*) (∠ ♈TG) ($= \lambda_m - q$ si $\overline{\varkappa} \leq 180°$) ($= \lambda_m + q$ si $\overline{\varkappa} \geq 180°$)
	ρ		ρ	Distance de la Terre au centre de l'épicycle (TG) $\rho = \sqrt{\text{GX}^2 + \text{TX}^2}$
$\rho = \sqrt{[\sqrt{R^2 - (e \sin \overline{\varkappa})^2} + e \cos \overline{\varkappa}]^2 + (2e \sin \overline{\varkappa})^2}$ mais voir plus loin pour Mercure				
		c_m°	c_m°	Centrum moyen lorsque TG = R
$\tan (180 - c_m^\circ) = \dfrac{120}{3e} \sqrt{1 - \dfrac{e^2}{4R^2}}$				
(Mais c_m° ne peut pas être trouvé géométriquement pour Mercure, vu que le centre du déférent est mobile. Ptolémée a dû le trouver par essai et erreur ou interpolation.)				

1 Il semble que chaque auteur ou traducteur y aille de sa propre nomenclature pour les divers angles et points dans la théorie planétaire de Ptolémée. La première colonne comporte donc la nomenclature de Toomer ; la seconde, celle de Neugebauer ; la troisième, celle de Pedersen ; puis la quatrième, celle de Van Brummelen.

T	N	P	V	
c			p	Équation (ou prostaphérèse) de l'anomalie ou équation de l'argument (*æquatio argumenti*) (∠ GTP = ∠ LÉP)
$c = c_6(a_v) + c_8(\overline{\varkappa}) \cdot c_5(a_v)$ si $c_8(\overline{\varkappa}) \le 0°$ $c = c_6(a_v) + c_8(\overline{\varkappa}) \cdot c_7(a_v)$ si $c_8(\overline{\varkappa}) \ge 0°$ et $c_6(a_v) > 0$ si $0° \le a_v \le 180°$ ou $c_6(a_v) < 0$ si $180° \le a_v \le 360°$				
$p(a_v, c_m) = \sin^{-1} \dfrac{r \sin a_v}{\sqrt{(\rho(c_m) + r \cos a_v)^2 + (r \sin a_v)^2}}$				
	$\varkappa_0$			(∠ ATG) (= $\overline{\varkappa} + c - \delta$)
c_6	c_6		p_0	Équation de l'anomalie centrale (= $p(a_v, c_m^\circ)$)
	ϑ		p_1	Équation de l'anomalie à l'apogée (= $p(a_v, 0°)$) (= $c_6 - c_5$)
			p_2	Équation de l'anomalie au périgée (= $p(a_v, 180°)$) (= $c_6 + c_7$)
Mais pour Mercure, on a $GM = \sqrt{3600 - (2e \cos(c_m \div 2) \sin(3c_m \div 2))^2}$ $s = GM + 2e \cos(c_m \div 2) \cos(3c_m \div 2)$ $\rho = \sqrt{s^2 + e^2 + 2es \cos c_m}$				
	c_5			Différence soustractive (= $c_6 - p_1$)
	c_7			Différence additive (= $p_2 - c_6$)
			p_{max}	Équation maximale de l'anomalie
$p_{max}(c_m) = \max \{ p(a_v, c_m) : a_v \in [0°, 180°] \}$ $= \sin^{-1} \dfrac{r}{\rho(c_m)}$				
	c_8		f_1 ou f_2	Soixantièmes soustractifs
$f_1(c_m) = \dfrac{p_{max}(c_m^\circ) - p_{max}(c_m)}{p_{max}(c_m^\circ) - p_{max}(0°)}$				
$f_2(c_m) = \dfrac{p_{max}(c_m) - p_{max}(c_m^\circ)}{p_{max}(180°) - p_{max}(c_m^\circ)}$				
(Pour Mercure, on utilise 120° plutôt que 180°.)				
$c_8(c_m) = f_1(c_m)$ si $c_m \le c_m^\circ$, ou $f_2(c_m)$ si $c_m > c_m^\circ$.				

T	N	P	V	
λ	λ	λ	λ_p	Longitude de la planète $\lambda_p = \lambda' + c$ si $a_v \le 180°$ ou $\lambda_p = \lambda' - c$ si $a_v \ge 180°$ $\lambda_p = \lambda_A + \angle$ ATP $\lambda_p = \lambda_A + \overline{\varkappa} + \eta + \vartheta$

Pour la colonne 8, on utilise f_1 si $c_m \le c_m^\circ$ ou f_2 si $c_m > c_m^\circ$.

En outre, on a PL = $r \sin a_v$ ainsi que GL = $r \cos a_v$, et TG est connu, donc TGL : LP est connu, donc ∠LTP est connu, et nous avons donc ∠ ATP.

Les tableaux des pages de droite suivantes ont été recalculés à partir des paramètres de Ptolémée, mais en utilisant des formules mathématiques modernes, telles que décrites par Neugebauer ou par Pedersen.

Les colonnes 1 à 8 sont numérotées de même dans l'Almageste. Les colonnes i à iii sont accessoires aux calculs. Enfin, la colonne iv contient les mêmes informations que la colonne 8, mais calculées à partir de paramètres corrects, les paramètres de Ptolémée ayant parfois été arrondis ou étant sujets à des erreurs accumulées.

Les valeurs de e (l'excentricité) et de r (le rayon de l'épicycle) sont spécifiés pour chaque planète au-dessus du tableau recalculé. Van Brummelen donne les valeurs suivantes pour c_m°, plus précises que celles de Pedersen :

Planète	c_m°
Saturne	94;53,02,53,05
Jupiter	93,56,02,08,03
Mars	98;32,28,38,59
Vénus	91;47,24,01,39
Mercure	67;44,09,37,45

11. Tableaux des équations d'anomalie des cinq planètes

Saturne

Apogée : 14° 10′ du Scorpion

1	2	3		4			5		6		7		8		
Nombres communs		Prostaphérèse en longitude		Différence additive			Différence soustractive		Prostaphérèse en anomalie		Différence additive		Soixantièmes soustractifs		
6	354	0	37	+	0	2	0	2	0	36	0	2	–	60	0
12	348	1	13	+	0	4	0	4	1	11	0	4	–	58	30
18	342	1	49	+	0	6	0	5	1	45	0	7	–	57	0
24	336	2	23	+	0	8	0	7	2	18	0	9	–	55	30
30	330	2	57	+	0	9	0	8	2	50	0	11	–	52	30
36	324	3	29	+	0	10	0	10	3	20	0	13	–	49	30
42	318	3	59	+	0	11	0	11	3	49	0	15	–	46	30
48	312	4	28	+	0	11	0	12	4	17	0	17	–	43	30
54	306	4	55	+	0	10	0	14	4	42	0	19	–	39	0
60	300	5	20	+	0	9	0	15	5	4	0	20	–	34	30
66	294	5	42	+	0	8	0	17	5	25	0	20	–	30	0
72	288	6	0	+	0	7	0	18	5	42	0	21	–	24	0
78	282	6	14	+	0	5	0	18	5	55	0	21	–	18	0
84	276	6	24	+	0	3	0	19	6	5	0	22	–	12	0
90	270	6	30	+	0	1	0	19	6	12	0	22	–	4	30
93	267	6	31	+	0	0	0	20	6	12	0	23	–	0	45
96	264	6	32	–	0	2	0	20	6	13	0	23	+	2	32
99	261	6	31	–	0	3	0	20	6	12	0	24	+	5	51
102	258	6	30	–	0	4	0	21	6	12	0	24	+	9	8
105	255	6	27	–	0	5	0	21	6	9	0	24	+	11	45
108	252	6	23	–	0	6	0	20	6	5	0	25	+	14	21
111	249	6	19	–	0	7	0	20	6	0	0	25	+	16	58
114	246	6	14	–	0	8	0	20	5	55	0	24	+	19	31
117	243	6	7	–	0	9	0	19	5	48	0	24	+	22	11
120	240	5	59	–	0	10	0	19	5	40	0	23	+	24	47
123	237	5	50	–	0	10	0	19	5	31	0	23	+	27	24
126	234	5	39	–	0	11	0	18	5	21	0	22	+	30	0
129	231	5	27	–	0	11	0	18	5	10	0	22	+	32	37
132	228	5	14	–	0	12	0	17	4	58	0	21	+	35	13
135	225	5	0	–	0	12	0	17	4	45	0	20	+	37	50
138	222	4	45	–	0	12	0	16	4	31	0	19	+	40	26
141	219	4	29	–	0	12	0	15	4	16	0	18	+	43	3
144	216	4	12	–	0	12	0	14	4	0	0	17	+	45	39
147	213	3	54	–	0	12	0	14	3	43	0	15	+	47	37
150	210	3	35	–	0	11	0	12	3	25	0	14	+	49	34
153	207	3	16	–	0	11	0	11	3	7	0	13	+	51	32
156	204	2	56	–	0	10	0	10	2	48	0	12	+	53	29
159	201	2	36	–	0	9	0	9	2	29	0	11	+	54	49
162	198	2	15	–	0	8	0	7	2	9	0	10	+	56	6
165	195	1	53	–	0	7	0	6	1	48	0	8	+	57	24
168	192	1	31	–	0	6	0	5	1	27	0	7	+	58	42
171	189	1	9	–	0	5	0	5	1	6	0	5	+	59	21
174	186	0	47	–	0	3	0	4	0	45	0	4	+	60	0
177	183	0	24	–	0	2	0	2	0	23	0	2	+	60	0
180	180	0	0	–	0	0	0	0	0	0	0	0	+	60	0

Saturne

Version corrigée, mais toujours avec $e = 3;25$ et $r = 6;30$, comme dans le modèle original de Ptolémée

1	2	3		4			i	ii	5		6		7		iii	8			iv
Nombres communs		Prostaphérèse en longitude		Différence additive			$c_3 + c_4$	$c_6 - c_5$	Différence soustractive		Prostaphérèse en anomalie		Différence additive		$c_6 + c_7$	Soixantièmes soustractifs			Soixantièmes « corrects »
6	354	0	37	+	0	2	+0° 39′	+0° 33′	0	02	0	35	0	02	0° 37′	−	59	48	−59° 44′
12	348	1	13	+	0	4	+1° 17′	+1° 07′	0	03	1	10	0	04	1° 14′	−	59	1	−58° 57′
18	342	1	49	+	0	6	+1° 55′	+1° 39′	0	05	1	44	0	06	1° 50′	−	57	42	−57° 39′
24	336	2	24	+	0	7	+2° 31′	+2° 11′	0	07	2	18	0	08	2° 25′	−	55	51	−55° 50′
30	330	2	58	+	0	8	+3° 06′	+2° 42′	0	08	2	50	0	09	2° 59′	−	53	30	−53° 30′
36	324	3	30	+	0	9	+3° 40′	+3° 11′	0	10	3	21	0	11	3° 32′	−	50	38	−50° 39′
42	318	4	01	+	0	10	+4° 11′	+3° 39′	0	12	3	50	0	13	4° 03′	−	47	17	−47° 19′
48	312	4	30	+	0	10	+4° 40′	+4° 05′	0	13	4	18	0	14	4° 32′	−	43	26	−43° 31′
54	306	4	56	+	0	10	+5° 06′	+4° 28′	0	14	4	43	0	16	4° 59′	−	39	7	−39° 14′
60	300	5	20	+	0	9	+5° 29′	+4° 50′	0	16	5	05	0	17	5° 22′	−	34	21	−34° 31′
66	294	5	41	+	0	8	+5° 49′	+5° 08′	0	17	5	25	0	19	5° 44′	−	29	10	−29° 23′
72	288	5	58	+	0	7	+6° 05′	+5° 24′	0	18	5	42	0	20	6° 01′	−	23	36	−23° 51′
78	282	6	13	+	0	5	+6° 18′	+5° 36′	0	19	5	55	0	21	6° 16′	−	17	41	−17° 59′
84	276	6	23	+	0	3	+6° 26′	+5° 46′	0	19	6	05	0	22	6° 26′	−	11	27	−11° 48′
90	270	6	30	+	0	1	+6° 30′	+5° 51′	0	20	6	11	0	22	6° 33′	−	4	58	−5° 23′
93	267	6	32	−	0	1	+6° 31′	+5° 53′	0	20	6	13	0	22	6° 35′	−	1	39	−2° 05′
96	264	6	32	−	0	2	+6° 31′	+5° 53′	0	20	6	13	0	23	6° 36′	+	1	30	+1° 07′
99	261	6	32	−	0	3	+6° 29′	+5° 52′	0	20	6	13	0	23	6° 35′	+	4	27	+4° 06′
102	258	6	31	−	0	4	+6° 27′	+5° 51′	0	20	6	11	0	23	6° 34′	+	7	25	+7° 08′
105	255	6	28	−	0	5	+6° 23′	+5° 48′	0	20	6	09	0	23	6° 31′	+	10	24	+10° 09′
108	252	6	24	−	0	6	+6° 18′	+5° 45′	0	20	6	05	0	23	6° 28′	+	13	23	+13° 11′
111	249	6	20	−	0	7	+6° 12′	+5° 40′	0	20	6	00	0	23	6° 23′	+	16	21	+16° 13′
114	246	6	14	−	0	8	+6° 05′	+5° 35′	0	20	5	55	0	22	6° 17′	+	19	19	+19° 13′
117	243	6	06	−	0	9	+5° 57′	+5° 28′	0	20	5	48	0	22	6° 10′	+	22	15	+22° 12′
120	240	5	58	−	0	10	+5° 48′	+5° 21′	0	19	5	40	0	22	6° 02′	+	25	9	+25° 09′
123	237	5	49	−	0	11	+5° 38′	+5° 12′	0	19	5	31	0	21	5° 52′	+	27	60	+28° 03′
126	234	5	38	−	0	11	+5° 27′	+5° 03′	0	18	5	21	0	21	5° 42′	+	30	47	+30° 53′
129	231	5	27	−	0	12	+5° 15′	+4° 52′	0	18	5	10	0	20	5° 30′	+	33	31	+33° 39′
132	228	5	14	−	0	12	+5° 02′	+4° 41′	0	17	4	58	0	19	5° 17′	+	36	9	+36° 20′
135	225	5	00	−	0	12	+4° 48′	+4° 28′	0	16	4	45	0	19	5° 03′	+	38	42	+38° 55′
138	222	4	46	−	0	12	+4° 33′	+4° 15′	0	16	4	30	0	18	4° 48′	+	41	9	+41° 25′
141	219	4	30	−	0	12	+4° 18′	+4° 01′	0	15	4	15	0	17	4° 32′	+	43	29	+43° 47′
144	216	4	13	−	0	12	+4° 01′	+3° 46′	0	14	3	60	0	16	4° 15′	+	45	42	+46° 02′
147	213	3	55	−	0	12	+3° 44′	+3° 30′	0	13	3	43	0	15	3° 58′	+	47	47	+48° 09′
150	210	3	37	−	0	11	+3° 26′	+3° 13′	0	12	3	25	0	14	3° 39′	+	49	43	+50° 07′
153	207	3	18	−	0	10	+3° 07′	+2° 56′	0	11	3	07	0	13	3° 20′	+	51	30	+51° 56′
156	204	2	58	−	0	10	+2° 48′	+2° 38′	0	10	2	48	0	11	2° 59′	+	53	7	+53° 34′
159	201	2	37	−	0	9	+2° 28′	+2° 20′	0	09	2	28	0	10	2° 38′	+	54	34	+55° 03′
162	198	2	16	−	0	8	+2° 08′	+2° 01′	0	08	2	08	0	09	2° 17′	+	55	50	+56° 20′
165	195	1	54	−	0	7	+1° 47′	+1° 41′	0	06	1	48	0	07	1° 55′	+	56	55	+57° 27′
168	192	1	32	−	0	5	+1° 26′	+1° 21′	0	05	1	27	0	06	1° 32′	+	57	49	+58° 22′
171	189	1	09	−	0	4	+1° 05′	+1° 01′	0	04	1	05	0	04	1° 10′	+	58	32	+59° 04′
174	186	0	46	−	0	3	+0° 43′	+0° 41′	0	03	0	44	0	03	0° 47′	+	59	2	+59° 35′
177	183	0	23	−	0	1	+0° 22′	+0° 21′	0	01	0	22	0	01	0° 23′	+	59	20	+59° 54′
180	180	0	00	−	0	0	+0° 00′	+0° 00′	0	00	0	00	0	00	0° 00′	+	59	26	+60° 00′

Jupiter

Apogée : 2° 09′ de la Vierge

1	2	3		4			5		6		7		8		
Nombres communs		Prostaphérèse en longitude		Différence additive			Différence soustractive		Prostaphérèse en anomalie		Différence additive		Soixantièmes soustractifs		
6	354	0	30	+	0	1	0	2	0	58	0	2	−	60	0
12	348	1	0	+	0	2	0	5	1	56	0	5	−	58	58
18	342	1	30	+	0	3	0	7	2	52	0	7	−	57	56
24	336	1	58	+	0	4	0	9	3	48	0	9	−	56	54
30	330	2	26	+	0	5	0	11	4	42	0	11	−	54	50
36	324	2	52	+	0	6	0	13	5	34	0	13	−	51	43
42	318	3	17	+	0	7	0	15	6	25	0	15	−	47	35
48	312	3	40	+	0	7	0	17	7	12	0	18	−	43	27
54	306	4	1	+	0	7	0	19	7	57	0	20	−	39	19
60	300	4	20	+	0	6	0	21	8	37	0	22	−	35	8
66	294	4	37	+	0	5	0	23	9	14	0	24	−	28	58
72	288	4	51	+	0	4	0	24	9	46	0	26	−	22	45
78	282	5	2	+	0	3	0	25	10	13	0	28	−	17	35
84	276	5	9	+	0	2	0	26	10	35	0	30	−	11	23
90	270	5	14	+	0	1	0	26	10	51	0	31	−	4	40
93	267	5	15	+	0	0	0	27	10	57	0	31	−	1	8
96	264	5	16	−	0	1	0	27	11	0	0	32	+	1	52
99	261	5	15	−	0	1	0	27	11	2	0	32	+	5	9
102	258	5	14	−	0	2	0	28	11	3	0	32	+	8	26
105	255	5	12	−	0	2	0	28	11	1	0	33	+	11	43
108	252	5	9	−	0	3	0	29	10	59	0	33	+	15	0
111	249	5	5	−	0	4	0	29	10	53	0	33	+	17	49
114	246	5	0	−	0	5	0	30	10	45	0	34	+	20	37
117	243	4	54	−	0	5	0	30	10	35	0	34	+	23	26
120	240	4	47	−	0	6	0	30	10	24	0	34	+	26	15
123	237	4	39	−	0	6	0	29	10	10	0	33	+	29	4
126	234	4	30	−	0	7	0	29	9	54	0	33	+	31	52
129	231	4	20	−	0	7	0	28	9	36	0	32	+	34	41
132	228	4	9	−	0	8	0	28	9	16	0	32	+	37	30
135	225	3	58	−	0	8	0	27	8	54	0	31	+	40	19
138	222	3	46	−	0	8	0	26	8	30	0	30	+	43	7
141	219	3	33	−	0	8	0	25	8	4	0	28	+	45	28
144	216	3	20	−	0	7	0	23	7	36	0	26	+	47	49
147	213	3	6	−	0	7	0	22	7	6	0	25	+	49	42
150	210	2	51	−	0	6	0	21	6	34	0	23	+	51	31
153	207	2	36	−	0	6	0	19	6	0	0	21	+	52	58
156	204	2	20	−	0	5	0	17	5	24	0	19	+	54	22
159	201	2	4	−	0	5	0	15	4	47	0	17	+	55	47
162	198	1	47	−	0	4	0	13	4	9	0	15	+	57	11
165	195	1	30	−	0	3	0	11	3	29	0	13	+	57	40
168	192	1	13	−	0	2	0	9	2	49	0	10	+	58	13
171	189	0	55	−	0	2	0	7	2	7	0	8	+	58	40
174	186	0	37	−	0	1	0	5	1	25	0	5	+	59	4
177	183	0	18	−	0	1	0	3	0	43	0	3	+	59	32
180	180	0	0	−	0	0	0	0	0	0	0	0	+	60	0

Jupiter

Version corrigée, mais toujours avec $e = 2;45$ et $r = 11;30$, comme dans le modèle original de Ptolémée

1	2	3		4			i	ii	5		6		7		iii	8			iv
Nombres communs		Prostaphérèse en longitude		Différence additive			$c_3 + c_4$	$c_6 - c_5$	Différence soustractive		Prostaphérèse en anomalie		Différence additive		$c_6 + c_7$	Soixantièmes soustractifs			Soixantièmes « corrects »
6	354	0	30	+	0	1	+0° 32′	+0° 56′	0	2	0	58	0	2	1° 00′	−	60	32	−59° 44′
12	348	1	0	+	0	3	+1° 03′	+1° 51′	0	4	1	55	0	5	2° 00′	−	59	42	−58° 54′
18	342	1	30	+	0	4	+1° 33′	+2° 46′	0	6	2	52	0	7	2° 59′	−	58	20	−57° 33′
24	336	1	58	+	0	5	+2° 03′	+3° 39′	0	9	3	48	0	9	3° 57′	−	56	24	−55° 39′
30	330	2	26	+	0	6	+2° 31′	+4° 31′	0	11	4	42	0	11	4° 53′	−	53	56	−53° 13′
36	324	2	52	+	0	6	+2° 59′	+5° 22′	0	13	5	34	0	14	5° 48′	−	50	57	−50° 17′
42	318	3	17	+	0	7	+3° 24′	+6° 10′	0	15	6	24	0	16	6° 40′	−	47	28	−46° 50′
48	312	3	40	+	0	7	+3° 47′	+6° 55′	0	17	7	12	0	18	7° 30′	−	43	29	−42° 54′
54	306	4	2	+	0	6	+4° 08′	+7° 37′	0	19	7	56	0	20	8° 16′	−	39	1	−38° 30′
60	300	4	20	+	0	6	+4° 26′	+8° 16′	0	20	8	37	0	22	8° 59′	−	34	8	−33° 40′
66	294	4	37	+	0	5	+4° 42′	+8° 51′	0	22	9	14	0	24	9° 38′	−	28	49	−28° 26′
72	288	4	51	+	0	4	+4° 55′	+9° 22′	0	24	9	46	0	26	10° 12′	−	23	9	−22° 50′
78	282	5	2	+	0	3	+5° 05′	+9° 48′	0	25	10	13	0	28	10° 41′	−	17	8	−16° 55′
84	276	5	10	+	0	2	+5° 11′	+10° 08′	0	27	10	35	0	29	11° 04′	−	10	51	−10° 43′
90	270	5	14	+	0	0	+5° 15′	+10° 23′	0	28	10	51	0	30	11° 21′	−	4	21	−4° 18′
93	267	5	15	−	0	0	+5° 15′	+10° 28′	0	28	10	57	0	31	11° 28′	−	1	2	−1° 02′
96	264	5	16	−	0	1	+5° 14′	+10° 32′	0	29	11	0	0	32	11° 32′	+	2	6	+2° 04′
99	261	5	15	−	0	2	+5° 13′	+10° 33′	0	29	11	3	0	32	11° 35′	+	5	9	+5° 06′
102	258	5	13	−	0	3	+5° 11′	+10° 33′	0	30	11	3	0	32	11° 35′	+	8	13	+8° 08′
105	255	5	11	−	0	3	+5° 08′	+10° 32′	0	30	11	1	0	33	11° 34′	+	11	17	+11° 11′
108	252	5	8	−	0	4	+5° 04′	+10° 28′	0	30	10	58	0	33	11° 31′	+	14	21	+14° 13′
111	249	5	3	−	0	5	+4° 59′	+10° 23′	0	30	10	53	0	33	11° 25′	+	17	24	+17° 14′
114	246	4	58	−	0	5	+4° 53′	+10° 15′	0	30	10	45	0	33	11° 18′	+	20	25	+20° 14′
117	243	4	52	−	0	6	+4° 46′	+10° 06′	0	30	10	36	0	33	11° 08′	+	23	24	+23° 12′
120	240	4	45	−	0	6	+4° 39′	+9° 55′	0	30	10	24	0	33	10° 57′	+	26	20	+26° 06′
123	237	4	38	−	0	7	+4° 31′	+9° 41′	0	29	10	11	0	32	10° 43′	+	29	13	+28° 58′
126	234	4	29	−	0	7	+4° 22′	+9° 26′	0	29	9	55	0	32	10° 26′	+	32	2	+31° 45′
129	231	4	19	−	0	8	+4° 12′	+9° 09′	0	28	9	37	0	31	10° 08′	+	34	47	+34° 28′
132	228	4	9	−	0	8	+4° 01′	+8° 49′	0	27	9	17	0	30	9° 47′	+	37	26	+37° 06′
135	225	3	58	−	0	8	+3° 50′	+8° 28′	0	27	8	55	0	29	9° 24′	+	39	59	+39° 38′
138	222	3	46	−	0	8	+3° 38′	+8° 05′	0	26	8	30	0	28	8° 59′	+	42	26	+42° 04′
141	219	3	33	−	0	8	+3° 25′	+7° 40′	0	24	8	4	0	27	8° 31′	+	44	46	+44° 22′
144	216	3	20	−	0	8	+3° 12′	+7° 12′	0	23	7	36	0	26	8° 01′	+	46	58	+46° 33′
147	213	3	6	−	0	7	+2° 58′	+6° 44′	0	22	7	5	0	24	7° 30′	+	49	2	+48° 36′
150	210	2	51	−	0	7	+2° 44′	+6° 13′	0	20	6	33	0	23	6° 56′	+	50	57	+50° 30′
153	207	2	36	−	0	7	+2° 29′	+5° 41′	0	19	5	59	0	21	6° 20′	+	52	42	+52° 15′
156	204	2	20	−	0	6	+2° 14′	+5° 07′	0	17	5	24	0	19	5° 43′	+	54	18	+53° 50′
159	201	2	3	−	0	6	+1° 58′	+4° 32′	0	15	4	47	0	17	5° 04′	+	55	44	+55° 15′
162	198	1	47	−	0	5	+1° 42′	+3° 55′	0	13	4	9	0	15	4° 23′	+	56	59	+56° 29′
165	195	1	29	−	0	4	+1° 25′	+3° 18′	0	11	3	29	0	12	3° 41′	+	58	4	+57° 33′
168	192	1	12	−	0	3	+1° 09′	+2° 39′	0	9	2	48	0	10	2° 59′	+	58	57	+58° 26′
171	189	0	54	−	0	3	+0° 52′	+2° 00′	0	7	2	7	0	8	2° 15′	+	59	38	+59° 07′
174	186	0	36	−	0	2	+0° 35′	+1° 21′	0	5	1	25	0	5	1° 30′	+	60	8	+59° 36′
177	183	0	18	−	0	1	+0° 17′	+0° 40′	0	2	0	43	0	3	0° 45′	+	60	26	+59° 54′
180	180	0	0	−	0	0	+0° 00′	+0° 00′	0	0	0	0	0	0	0° 00′	+	60	32	+60° 00′

Mars

Apogée : 16° 40′ du Cancer

1	2	3		4			5		6		7		8		
Nombres communs		Prostaphérèse en longitude		Différence additive			Différence soustractive		Prostaphérèse en anomalie		Différence additive		Soixantièmes soustractifs		
6	354	1	0	+	0	5	0	8	2	24	0	9	−	59	53
12	348	2	0	+	0	10	0	16	4	46	0	18	−	58	59
18	342	2	58	+	0	15	0	24	7	8	0	28	−	57	51
24	336	3	56	+	0	20	0	33	9	30	0	37	−	56	36
30	330	4	52	+	0	24	0	42	11	51	0	46	−	54	34
36	324	5	46	+	0	27	0	51	14	11	0	56	−	52	11
42	318	6	39	+	0	28	1	0	16	29	1	6	−	49	28
48	312	7	28	+	0	29	1	9	18	46	1	16	−	46	17
54	306	8	14	+	0	28	1	18	21	0	1	28	−	42	38
60	300	8	57	+	0	27	1	27	23	13	1	40	−	38	8
66	294	9	36	+	0	24	1	37	25	22	1	53	−	33	26
72	288	10	9	+	0	20	1	49	27	29	2	6	−	28	20
78	282	10	38	+	0	15	2	1	29	32	2	19	−	22	47
84	276	11	2	+	0	10	2	14	31	30	2	33	−	16	33
90	270	11	19	+	0	4	2	28	33	22	2	45	−	10	5
93	267	11	25	+	0	0	2	35	34	15	2	57	−	6	34
96	264	11	29	−	0	4	2	42	35	6	3	6	−	3	3
99	261	11	32	−	0	8	2	49	35	56	3	15	+	0	5
102	258	11	32	−	0	12	2	56	36	43	3	25	+	3	13
105	255	11	31	−	0	16	3	4	37	27	3	36	+	6	1
108	252	11	28	−	0	19	3	13	38	9	3	47	+	8	49
111	249	11	22	−	0	22	3	22	38	48	3	58	+	11	44
114	246	11	14	−	0	25	3	32	39	24	4	9	+	14	38
117	243	11	5	−	0	28	3	43	39	56	4	21	+	17	33
120	240	10	53	−	0	31	3	54	40	23	4	35	+	20	27
123	237	10	39	−	0	33	4	4	40	44	4	50	+	23	35
126	234	10	23	−	0	35	4	14	40	59	5	5	+	26	42
129	231	10	4	−	0	37	4	24	41	7	5	21	+	29	31
132	228	9	44	−	0	39	4	35	41	9	5	37	+	32	20
135	225	9	21	−	0	40	4	45	41	2	5	55	+	35	9
138	222	8	55	−	0	41	4	56	40	45	6	14	+	37	58
141	219	8	27	−	0	41	5	7	40	16	6	34	+	40	35
144	216	7	59	−	0	41	5	18	39	37	6	53	+	43	12
147	213	7	27	−	0	41	5	28	38	40	7	12	+	45	26
150	210	6	54	−	0	38	5	34	37	25	7	30	+	47	39
153	207	6	19	−	0	36	5	38	35	52	7	45	+	49	50
156	204	5	41	−	0	33	5	38	33	53	7	58	+	52	1
159	201	5	3	−	0	30	5	34	31	30	8	3	+	53	47
162	198	4	22	−	0	27	5	18	28	35	7	58	+	55	32
165	195	3	41	−	0	23	4	52	25	3	7	47	+	56	44
168	192	2	58	−	0	19	4	18	21	0	7	6	+	57	55
171	189	2	14	−	0	15	3	32	16	25	5	59	+	58	49
174	186	1	30	−	0	10	2	27	11	15	4	26	+	59	43
177	183	0	45	−	0	5	1	16	5	45	2	20	+	59	52
180	180	0	0	−	0	0	0	0	0	0	0	0	+	60	0

Mars

Version corrigée, mais toujours avec $e = 6;00$ et $r = 39;30$, comme dans le modèle original de Ptolémée

1	2	3		4			i	ii	5		6		7		iii	8			iv
Nombres communs		Prostaphérèse en longitude		Différence additive			$c_3 + c_4$	$c_6 - c_5$	Différence soustractive		Prostaphérèse en anomalie		Différence additive		$c_6 + c_7$	Soixantièmes soustractifs			Soixantièmes « corrects »
6	354	0	60	+	0	5	+1° 05′	+2° 15′	0	8	2	23	0	9	2° 32′	−	59	38	−59° 47′
12	348	1	60	+	0	11	+2° 10′	+4° 29′	0	16	4	46	0	18	5° 04′	−	58	59	−59° 09′
18	342	2	58	+	0	16	+3° 14′	+6° 43′	0	25	7	8	0	28	7° 36′	−	57	55	−58° 04′
24	336	3	56	+	0	20	+4° 16′	+8° 57′	0	33	9	30	0	37	10° 07′	−	56	25	−56° 34′
30	330	4	52	+	0	24	+5° 16′	+11° 09′	0	41	11	50	0	47	12° 37′	−	54	28	−54° 37′
36	324	5	47	+	0	26	+6° 13′	+13° 20′	0	50	14	10	0	57	15° 07′	−	52	5	−52° 14′
42	318	6	39	+	0	28	+7° 07′	+15° 30′	0	59	16	29	1	7	17° 36′	−	49	14	−49° 23′
48	312	7	28	+	0	29	+7° 57′	+17° 37′	1	8	18	46	1	17	20° 03′	−	45	56	−46° 05′
54	306	8	14	+	0	29	+8° 43′	+19° 42′	1	18	21	0	1	28	22° 29′	−	42	11	−42° 19′
60	300	8	57	+	0	27	+9° 24′	+21° 45′	1	28	23	13	1	40	24° 53′	−	37	57	−38° 04′
66	294	9	35	+	0	24	+9° 60′	+23° 44′	1	39	25	23	1	52	27° 15′	−	33	15	−33° 22′
72	288	10	9	+	0	21	+10° 30′	+25° 39′	1	50	27	29	2	5	29° 34′	−	28	4	−28° 11′
78	282	10	38	+	0	16	+10° 54′	+27° 30′	2	2	29	32	2	19	31° 51′	−	22	26	−22° 33′
84	276	11	2	+	0	10	+11° 11′	+29° 15′	2	14	31	29	2	34	34° 03′	−	16	21	−16° 28′
90	270	11	19	+	0	3	+11° 22′	+30° 54′	2	28	33	22	2	50	36° 11′	−	9	51	−9° 57′
93	267	11	25	−	0	0	+11° 25′	+31° 40′	2	35	34	15	2	58	37° 13′	−	6	27	−6° 32′
96	264	11	29	−	0	4	+11° 25′	+32° 25′	2	42	35	7	3	7	38° 14′	−	2	57	−3° 02′
99	261	11	32	−	0	7	+11° 24′	+33° 07′	2	50	35	56	3	16	39° 13′	+	0	29	+0° 25′
102	258	11	32	−	0	11	+11° 21′	+33° 46′	2	58	36	44	3	26	40° 10′	+	3	15	+3° 11′
105	255	11	31	−	0	15	+11° 16′	+34° 22′	3	6	37	28	3	36	41° 04′	+	6	4	+6° 01′
108	252	11	28	−	0	18	+11° 09′	+34° 56′	3	14	38	10	3	47	41° 57′	+	8	56	+8° 53′
111	249	11	22	−	0	22	+11° 01′	+35° 25′	3	23	38	49	3	58	42° 47′	+	11	51	+11° 48′
114	246	11	15	−	0	25	+10° 50′	+35° 51′	3	33	39	24	4	10	43° 34′	+	14	47	+14° 45′
117	243	11	5	−	0	28	+10° 37′	+36° 13′	3	42	39	55	4	23	44° 18′	+	17	44	+17° 43′
120	240	10	54	−	0	31	+10° 22′	+36° 29′	3	52	40	22	4	36	44° 58′	+	20	42	+20° 41′
123	237	10	40	−	0	34	+10° 06′	+36° 40′	4	3	40	43	4	50	45° 34′	+	23	40	+23° 40′
126	234	10	23	−	0	36	+9° 47′	+36° 45′	4	14	40	59	5	5	46° 04′	+	26	38	+26° 37′
129	231	10	5	−	0	38	+9° 27′	+36° 44′	4	25	41	8	5	21	46° 29′	+	29	33	+29° 33′
132	228	9	44	−	0	40	+9° 05′	+36° 34′	4	36	41	10	5	38	46° 48′	+	32	26	+32° 26′
135	225	9	21	−	0	41	+8° 41′	+36° 16′	4	47	41	3	5	55	46° 58′	+	35	16	+35° 16′
138	222	8	56	−	0	41	+8° 15′	+35° 48′	4	59	40	47	6	14	47° 00′	+	38	1	+38° 02′
141	219	8	29	−	0	41	+7° 47′	+35° 09′	5	9	40	19	6	32	46° 51′	+	40	41	+40° 42′
144	216	7	59	−	0	41	+7° 18′	+34° 18′	5	20	39	37	6	52	46° 29′	+	43	14	+43° 16′
147	213	7	27	−	0	40	+6° 47′	+33° 12′	5	29	38	41	7	11	45° 52′	+	45	40	+45° 42′
150	210	6	54	−	0	38	+6° 15′	+31° 51′	5	36	37	27	7	30	44° 56′	+	47	58	+48° 00′
153	207	6	18	−	0	36	+5° 42′	+30° 12′	5	40	35	52	7	46	43° 38′	+	50	6	+50° 09′
156	204	5	41	−	0	34	+5° 07′	+28° 14′	5	39	33	54	7	60	41° 53′	+	52	4	+52° 07′
159	201	5	2	−	0	31	+4° 31′	+25° 55′	5	33	31	28	8	6	39° 35′	+	53	51	+53° 54′
162	198	4	22	−	0	27	+3° 55′	+23° 14′	5	19	28	33	8	3	36° 36′	+	55	25	+55° 28′
165	195	3	40	−	0	23	+3° 17′	+20° 10′	4	55	25	5	7	45	32° 50′	+	56	46	+56° 50′
168	192	2	58	−	0	19	+2° 38′	+16° 42′	4	19	21	2	7	6	28° 08′	+	57	54	+57° 57′
171	189	2	14	−	0	15	+1° 59′	+12° 54′	3	31	16	24	6	0	22° 24′	+	58	47	+58° 51′
174	186	1	30	−	0	10	+1° 20′	+8° 47′	2	29	11	16	4	24	15° 40′	+	59	25	+59° 29′
177	183	0	45	−	0	5	+0° 40′	+4° 27′	1	18	5	45	2	20	8° 05′	+	59	49	+59° 52′
180	180	0	0	−	0	0	+0° 00′	+0° 00′	0	0	0	0	0	0	0° 00′	+	59	56	+60° 00′

Vénus

Apogée : 16° 10′ du Taureau

1	2	3		4			5		6		7		8		
Nombres communs		Prostaphérèse en longitude		Différence additive			Différence soustractive		Prostaphérèse en anomalie		Différence additive		Soixantièmes soustractifs		
6	354	0	14	+	0	1	0	1	2	31	0	2	−	59	10
12	348	0	28	+	0	1	0	3	5	1	0	4	−	57	55
18	342	0	42	+	0	1	0	5	7	31	0	6	−	56	40
24	336	0	56	+	0	2	0	7	10	1	0	8	−	55	0
30	330	1	9	+	0	2	0	9	12	30	0	10	−	52	55
36	324	1	21	+	0	2	0	11	14	58	0	12	−	49	35
42	318	1	32	+	0	3	0	13	17	25	0	14	−	45	50
48	312	1	43	+	0	3	0	15	19	51	0	16	−	42	5
54	306	1	53	+	0	3	0	18	22	15	0	18	−	37	5
60	300	2	1	+	0	2	0	20	24	38	0	20	−	31	40
66	294	2	8	+	0	2	0	22	26	57	0	23	−	26	15
72	288	2	14	+	0	2	0	24	29	14	0	25	−	20	25
78	282	2	18	+	0	1	0	27	31	27	0	28	−	14	35
84	276	2	21	+	0	1	0	29	33	38	0	30	−	8	20
90	270	2	23	+	0	1	0	31	35	44	0	33	−	1	40
93	267	2	23	−	0	0	0	33	36	40	0	36	+	1	31
96	264	2	23	−	0	1	0	35	37	43	0	38	+	4	42
99	261	2	22	−	0	1	0	38	38	40	0	40	+	7	39
102	258	2	21	−	0	1	0	40	39	35	0	43	+	10	35
105	255	2	20	−	0	1	0	42	40	29	0	45	+	13	32
108	252	2	18	−	0	1	0	45	41	20	0	47	+	16	28
111	249	2	16	−	0	1	0	47	42	9	0	50	+	19	25
114	246	2	13	−	0	2	0	49	42	54	0	52	+	22	21
117	243	2	10	−	0	2	0	52	43	35	0	55	+	25	18
120	240	2	6	−	0	2	0	54	44	12	0	58	+	28	14
123	237	2	2	−	0	2	0	57	44	45	1	1	+	31	0
126	234	1	58	−	0	2	1	0	45	14	1	4	+	33	44
129	231	1	54	−	0	2	1	3	45	36	1	8	+	36	18
132	228	1	49	−	0	3	1	6	45	51	1	11	+	38	50
135	225	1	44	−	0	3	1	10	45	59	1	14	+	41	11
138	222	1	39	−	0	3	1	14	45	57	1	18	+	43	32
141	219	1	33	−	0	3	1	19	45	45	1	22	+	45	42
144	216	1	27	−	0	2	1	24	45	20	1	27	+	47	51
147	213	1	21	−	0	2	1	29	44	40	1	32	+	49	37
150	210	1	14	−	0	2	1	33	43	39	1	38	+	51	23
153	207	1	7	−	0	2	1	37	42	18	1	43	+	52	46
156	204	1	0	−	0	2	1	39	40	28	1	48	+	54	8
159	201	0	53	−	0	2	1	41	38	7	1	51	+	55	18
162	198	0	46	−	0	1	1	42	35	7	1	52	+	56	26
165	195	0	39	−	0	1	1	38	31	24	1	50	+	57	28
168	192	0	32	−	0	1	1	31	26	46	1	43	+	58	26
171	189	0	24	−	0	1	1	19	21	15	1	27	+	59	1
174	186	0	16	−	0	1	0	58	14	47	1	5	+	59	36
177	183	0	8	−	0	1	0	31	7	38	0	35	+	59	58
180	180	0	0	−	0	0	0	0	0	0	0	0	+	60	0

Vénus

Version corrigée, mais toujours avec $e = 1;15$ et $r = 43;10$, comme dans le modèle original de Ptolémée

1	2	3		4			i	ii	5		6		7		iii	8			iv
Nombres communs		Prostaphérèse en longitude		Différence additive			$c_3 + c_4$	$c_6 - c_5$	Différence soustractive		Prostaphérèse en anomalie		Différence additive		$c_6 + c_7$	Soixantièmes soustractifs			Soixantièmes « corrects »
6	354	0	14	+	0	0	+0° 15′	+2° 29′	0	2	2	31	0	2	2° 32′	−	59	11	−59° 42′
12	348	0	29	+	0	1	+0° 29′	+4° 57′	0	4	5	1	0	4	5° 05′	−	58	17	−58° 48′
18	342	0	43	+	0	1	+0° 43′	+7° 26′	0	5	7	31	0	6	7° 37′	−	56	48	−57° 19′
24	336	0	56	+	0	1	+0° 57′	+9° 54′	0	7	10	1	0	7	10° 08′	−	54	45	−55° 15′
30	330	1	9	+	0	1	+1° 10′	+12° 21′	0	9	12	30	0	9	12° 39′	−	52	7	−52° 37′
36	324	1	21	+	0	1	+1° 23′	+14° 47′	0	11	14	58	0	11	15° 09′	−	48	57	−49° 27′
42	318	1	33	+	0	1	+1° 34′	+17° 12′	0	13	17	25	0	14	17° 38′	−	45	15	−45° 45′
48	312	1	44	+	0	1	+1° 45′	+19° 35′	0	15	19	51	0	16	20° 06′	−	41	5	−41° 34′
54	306	1	53	+	0	1	+1° 54′	+21° 57′	0	17	22	15	0	18	22° 33′	−	36	26	−36° 55′
60	300	2	1	+	0	1	+2° 03′	+24° 17′	0	20	24	37	0	20	24° 57′	−	31	23	−31° 51′
66	294	2	9	+	0	1	+2° 10′	+26° 35′	0	22	26	57	0	23	27° 20′	−	25	57	−26° 25′
72	288	2	14	+	0	1	+2° 15′	+28° 50′	0	25	29	14	0	25	29° 40′	−	20	11	−20° 39′
78	282	2	19	+	0	1	+2° 19′	+31° 01′	0	27	31	28	0	28	31° 57′	−	14	9	−14° 36′
84	276	2	22	+	0	0	+2° 22′	+33° 08′	0	30	33	39	0	31	34° 10′	−	7	54	−8° 21′
90	270	2	23	+	0	0	+2° 23′	+35° 10′	0	34	35	44	0	34	36° 18′	−	1	30	−1° 56′
93	267	2	23	−	0	0	+2° 23′	+36° 09′	0	35	36	45	0	36	37° 21′	+	1	38	+1° 14′
96	264	2	23	−	0	0	+2° 23′	+37° 07′	0	37	37	44	0	38	38° 22′	+	4	40	+4° 17′
99	261	2	22	−	0	0	+2° 22′	+38° 02′	0	39	38	41	0	40	39° 21′	+	7	42	+7° 20′
102	258	2	21	−	0	1	+2° 21′	+38° 56′	0	41	39	36	0	42	40° 18′	+	10	45	+10° 23′
105	255	2	20	−	0	1	+2° 19′	+39° 47′	0	43	40	30	0	44	41° 14′	+	13	46	+13° 25′
108	252	2	18	−	0	1	+2° 17′	+40° 36′	0	45	41	21	0	46	42° 07′	+	16	46	+16° 26′
111	249	2	16	−	0	1	+2° 15′	+41° 21′	0	47	42	9	0	49	42° 57′	+	19	44	+19° 25′
114	246	2	13	−	0	1	+2° 12′	+42° 04′	0	50	42	54	0	51	43° 45′	+	22	40	+22° 22′
117	243	2	10	−	0	1	+2° 09′	+42° 43′	0	52	43	35	0	54	44° 29′	+	25	33	+25° 15′
120	240	2	7	−	0	1	+2° 05′	+43° 18′	0	55	44	13	0	57	45° 10′	+	28	22	+28° 05′
123	237	2	3	−	0	1	+2° 01′	+43° 49′	0	58	44	46	0	60	45° 46′	+	31	7	+30° 51′
126	234	1	59	−	0	1	+1° 57′	+44° 14′	1	1	45	15	1	3	46° 18′	+	33	47	+33° 32′
129	231	1	54	−	0	2	+1° 53′	+44° 33′	1	4	45	37	1	7	46° 44′	+	36	23	+36° 08′
132	228	1	49	−	0	2	+1° 48′	+44° 45′	1	8	45	52	1	10	47° 03′	+	38	52	+38° 39′
135	225	1	44	−	0	2	+1° 43′	+44° 49′	1	11	45	60	1	14	47° 14′	+	41	16	+41° 03′
138	222	1	39	−	0	2	+1° 37′	+44° 43′	1	15	45	58	1	19	47° 17′	+	43	33	+43° 20′
141	219	1	33	−	0	2	+1° 32′	+44° 26′	1	19	45	46	1	23	47° 09′	+	45	43	+45° 31′
144	216	1	27	−	0	1	+1° 26′	+43° 57′	1	24	45	20	1	28	46° 48′	+	47	45	+47° 33′
147	213	1	21	−	0	1	+1° 19′	+43° 11′	1	28	44	39	1	33	46° 12′	+	49	39	+49° 28′
150	210	1	14	−	0	1	+1° 13′	+42° 07′	1	32	43	40	1	38	45° 17′	+	51	25	+51° 14′
153	207	1	8	−	0	1	+1° 06′	+40° 42′	1	36	42	18	1	43	44° 00′	+	53	2	+52° 52′
156	204	1	1	−	0	1	+0° 59′	+38° 50′	1	40	40	29	1	47	42° 16′	+	54	29	+54° 20′
159	201	0	53	−	0	1	+0° 52′	+36° 27′	1	42	38	8	1	50	39° 59′	+	55	48	+55° 38′
162	198	0	46	−	0	1	+0° 45′	+33° 27′	1	42	35	9	1	52	37° 01′	+	56	56	+56° 47′
165	195	0	39	−	0	1	+0° 38′	+29° 45′	1	39	31	24	1	50	33° 14′	+	57	54	+57° 45′
168	192	0	31	−	0	1	+0° 30′	+25° 15′	1	32	26	47	1	43	28° 30′	+	58	42	+58° 34′
171	189	0	23	−	0	0	+0° 23′	+19° 56′	1	19	21	15	1	29	22° 44′	+	59	20	+59° 11′
174	186	0	16	−	0	0	+0° 15′	+13° 50′	0	58	14	48	1	7	15° 55′	+	59	47	+59° 38′
177	183	0	8	−	0	0	+0° 08′	+7° 06′	0	31	7	37	0	36	8° 13′	+	60	3	+59° 55′
180	180	0	0	−	0	0	+0° 00′	+0° 00′	0	0	0	0	0	0	0° 00′	+	60	8	+60° 00′

Mercure

Apogée : 1° 10′ de la Balance

1	2	3		4			5		6		7		8		
Nombres communs		Prostaphérèse en longitude		Différence additive			Différence soustractive		Prostaphérèse en anomalie		Différence additive		Soixantièmes soustractifs		
6	354	0	18	−	0	1	0	10	1	38	0	5	−	59	20
12	348	0	34	−	0	2	0	20	3	16	0	11	−	57	20
18	342	0	51	−	0	4	0	29	4	53	0	17	−	54	40
24	336	1	7	−	0	5	0	39	6	29	0	23	−	50	40
30	330	1	22	−	0	5	0	49	8	4	0	28	−	45	40
36	324	1	37	−	0	4	0	59	9	36	0	34	−	39	40
42	318	1	51	−	0	4	1	8	11	6	0	40	−	33	0
48	312	2	4	−	0	3	1	18	12	33	0	45	−	25	40
54	306	2	15	−	0	1	1	28	13	58	0	50	−	18	0
60	300	2	25	−	0	0	1	39	15	18	0	56	−	10	20
66	294	2	34	+	0	2	1	49	16	33	1	4	−	2	20
72	288	2	41	+	0	4	1	59	17	43	1	11	+	9	14
78	282	2	46	+	0	6	2	9	18	47	1	17	+	20	0
84	276	2	50	+	0	7	2	19	19	44	1	23	+	29	44
90	270	2	52	+	0	9	2	29	20	33	1	29	+	39	28
93	267	2	52	+	0	10	2	34	20	54	1	32	+	43	31
96	264	2	52	+	0	10	2	39	21	14	1	35	+	47	34
99	261	2	51	+	0	11	2	44	21	29	1	38	+	50	0
102	258	2	50	+	0	10	2	48	21	42	1	41	+	52	26
105	255	2	48	+	0	10	2	53	21	52	1	44	+	54	52
108	252	2	46	+	0	10	2	58	21	59	1	46	+	57	18
111	249	2	44	+	0	9	3	2	22	2	1	49	+	58	23
114	246	2	41	+	0	9	3	4	22	1	1	52	+	59	28
117	243	2	37	+	0	9	3	6	21	56	1	55	+	59	44
120	240	2	33	+	0	8	3	8	21	47	1	57	+	60	0
123	237	2	28	+	0	7	3	9	21	33	1	59	+	59	44
126	234	2	23	+	0	7	3	10	21	15	2	0	+	59	23
129	231	2	18	+	0	6	3	12	20	53	2	0	+	58	39
132	228	2	12	+	0	6	3	12	20	25	2	1	+	57	50
135	225	2	6	+	0	5	3	9	19	50	2	1	+	56	46
138	222	2	0	+	0	4	3	6	19	10	2	0	+	55	41
141	219	1	53	+	0	4	3	2	18	24	2	0	+	54	3
144	216	1	46	+	0	3	2	57	17	32	1	58	+	52	26
147	213	1	38	+	0	3	2	51	16	35	1	53	+	50	48
150	210	1	30	+	0	2	2	42	15	31	1	47	+	49	11
153	207	1	22	+	0	2	2	32	14	20	1	41	+	47	34
156	204	1	13	+	0	2	2	21	13	3	1	34	+	45	57
159	201	1	5	+	0	1	2	9	11	41	1	26	+	44	36
162	198	0	56	+	0	1	1	55	10	13	1	17	+	43	15
165	195	0	46	+	0	1	1	38	8	40	1	7	+	42	26
168	192	0	38	+	0	0	1	19	7	1	0	56	+	41	37
171	189	0	28	+	0	0	1	1	5	19	0	43	+	40	48
174	186	0	19	+	0	0	0	42	3	35	0	28	+	40	0
177	183	0	9	+	0	0	0	21	1	48	0	14	+	39	44
180	180	0	0	+	0	0	0	0	0	0	0	0	+	39	28

Mercure

Version corrigée, mais toujours avec $e = 3;00$ et $r = 22;30$, comme dans le modèle original de Ptolémée

1	2	3		4			i	ii	5		6		7		iii	8			iv
Nombres communs		Prostaphérèse en longitude		Différence additive			$c_3 + c_4$	$c_6 - c_5$	Différence soustractive		Prostaphérèse en anomalie		Différence additive		$c_6 + c_7$	Soixantièmes soustractifs			Soixantièmes « corrects »
6	354	0	17	−	0	1	+0° 16′	+1° 29′	0	9	1	38	0	6	1° 44′	+	59	26	+59° 24′
12	348	0	34	−	0	3	+0° 31′	+2° 57′	0	19	3	16	0	11	3° 27′	+	57	38	+57° 36′
18	342	0	51	−	0	4	+0° 47′	+4° 25′	0	28	4	53	0	17	5° 10′	+	54	41	+54° 38′
24	336	1	7	−	0	5	+1° 02′	+5° 51′	0	38	6	29	0	23	6° 52′	+	50	39	+50° 35′
30	330	1	22	−	0	5	+1° 17′	+7° 16′	0	47	8	3	0	29	8° 32′	+	45	36	+45° 31′
36	324	1	37	−	0	5	+1° 32′	+8° 39′	0	57	9	36	0	35	10° 10′	+	39	40	+39° 34′
42	318	1	51	−	0	4	+1° 47′	+9° 60′	1	6	11	6	0	41	11° 47′	+	32	58	+32° 52′
48	312	2	4	−	0	3	+2° 00′	+11° 17′	1	16	12	34	0	47	13° 20′	+	25	43	+25° 35′
54	306	2	15	−	0	2	+2° 13′	+12° 32′	1	26	13	58	0	53	14° 50′	+	18	3	+17° 55′
60	300	2	25	+	0	0	+2° 25′	+13° 42′	1	36	15	18	0	59	16° 17′	+	10	13	+10° 03′
66	294	2	34	+	0	2	+2° 36′	+14° 47′	1	46	16	33	1	5	17° 38′	+	2	24	+2° 14′
72	288	2	41	+	0	4	+2° 45′	+15° 48′	1	56	17	43	1	12	18° 55′	+	8	19	+8° 35′
78	282	2	46	+	0	6	+2° 52′	+16° 42′	2	6	18	48	1	18	20° 06′	+	19	46	+20° 00′
84	276	2	50	+	0	8	+2° 58′	+17° 29′	2	16	19	45	1	25	21° 09′	+	30	9	+30° 21′
90	270	2	52	+	0	9	+3° 01′	+18° 08′	2	25	20	33	1	31	22° 04′	+	39	12	+39° 23′
93	267	2	52	+	0	10	+3° 02′	+18° 24′	2	30	20	54	1	34	22° 29′	+	43	9	+43° 19′
96	264	2	52	+	0	10	+3° 02′	+18° 38′	2	35	21	13	1	37	22° 50′	+	46	42	+46° 52′
99	261	2	51	+	0	10	+3° 01′	+18° 50′	2	39	21	29	1	41	23° 09′	+	49	50	+49° 59′
102	258	2	50	+	0	10	+3° 00′	+18° 58′	2	43	21	42	1	44	23° 25′	+	52	32	+52° 40′
105	255	2	48	+	0	10	+2° 59′	+19° 04′	2	47	21	52	1	47	23° 38′	+	54	48	+54° 56′
108	252	2	46	+	0	10	+2° 56′	+19° 07′	2	51	21	58	1	49	23° 48′	+	56	38	+56° 46′
111	249	2	43	+	0	10	+2° 53′	+19° 06′	2	55	22	1	1	52	23° 53′	+	58	3	+58° 10′
114	246	2	40	+	0	10	+2° 50′	+19° 03′	2	58	22	1	1	55	23° 55′	+	59	3	+59° 10′
117	243	2	37	+	0	9	+2° 46′	+18° 55′	3	1	21	56	1	57	23° 53′	+	59	39	+59° 46′
120	240	2	33	+	0	8	+2° 41′	+18° 44′	3	3	21	47	1	59	23° 46′	+	59	53	+60° 00′
123	237	2	28	+	0	8	+2° 36′	+18° 29′	3	5	21	34	2	1	23° 35′	+	59	46	+59° 53′
126	234	2	23	+	0	7	+2° 30′	+18° 10′	3	6	21	16	2	2	23° 18′	+	59	20	+59° 27′
129	231	2	18	+	0	6	+2° 24′	+17° 47′	3	6	20	53	2	3	22° 56′	+	58	38	+58° 45′
132	228	2	12	+	0	6	+2° 18′	+17° 19′	3	6	20	24	2	4	22° 28′	+	57	40	+57° 47′
135	225	2	6	+	0	5	+2° 11′	+16° 46′	3	4	19	51	2	4	21° 54′	+	56	30	+56° 38′
138	222	1	59	+	0	4	+2° 04′	+16° 09′	3	2	19	11	2	3	21° 14′	+	55	10	+55° 18′
141	219	1	53	+	0	3	+1° 56′	+15° 27′	2	58	18	25	2	1	20° 26′	+	53	42	+53° 50′
144	216	1	45	+	0	3	+1° 48′	+14° 41′	2	53	17	33	1	58	19° 32′	+	52	9	+52° 17′
147	213	1	38	+	0	2	+1° 40′	+13° 49′	2	46	16	35	1	55	18° 30′	+	50	33	+50° 42′
150	210	1	30	+	0	2	+1° 32′	+12° 53′	2	39	15	31	1	50	17° 21′	+	48	57	+49° 06′
153	207	1	22	+	0	1	+1° 23′	+11° 51′	2	29	14	21	1	44	16° 05′	+	47	22	+47° 31′
156	204	1	13	+	0	1	+1° 14′	+10° 46′	2	18	13	4	1	37	14° 41′	+	45	51	+46° 01′
159	201	1	5	+	0	1	+1° 05′	+9° 36′	2	5	11	41	1	29	13° 10′	+	44	26	+44° 36′
162	198	0	56	+	0	0	+0° 56′	+8° 22′	1	51	10	13	1	19	11° 32′	+	43	9	+43° 18′
165	195	0	47	+	0	0	+0° 47′	+7° 04′	1	35	8	39	1	8	9° 47′	+	42	0	+42° 10′
168	192	0	38	+	0	0	+0° 38′	+5° 43′	1	18	7	1	0	56	7° 57′	+	41	2	+41° 13′
171	189	0	28	+	0	0	+0° 28′	+4° 20′	0	60	5	19	0	43	6° 02′	+	40	16	+40° 27′
174	186	0	19	+	0	0	+0° 19′	+2° 54′	0	40	3	35	0	29	4° 04′	+	39	43	+39° 53′
177	183	0	9	+	0	0	+0° 09′	+1° 28′	0	20	1	48	0	15	2° 03′	+	39	22	+39° 33′
180	180	0	0	+	0	0	+0° 00′	+0° 00′	0	0	0	0	0	0	0° 00′	+	39	15	+39° 26′

12. Calcul de la longitude des cinq planètes

Quand nous voulons déterminer la position apparente de l'un des astres à partir des mouvements périodiques en longitude et en anomalie [ci-dessus], nous effectuons le calcul numérique (le même pour chacun des cinq astres) de la manière suivante.

À partir des tables de mouvement moyen, nous calculons les positions moyennes en longitude et anomalie pour le moment requis (par addition et en rejetant les révolutions complètes). Puis, prenant comme argument la distance de l'apogée de l'excentrique à ce moment à la position moyenne en longitude, nous entrons dans le tableau des anomalies de l'astre, et nous prenons la valeur de la prostaphérèse dans la troisième colonne, ainsi que celle (en soixantièmes) de la quatrième colonne ; nous soustrayons le résultat de la longitude [moyenne] et l'ajoutons à l'anomalie si l'argument en longitude [le *centrum* moyen] est dans la première colonne, mais s'il est dans la deuxième colonne, nous ajoutons le résultat à la longitude et le soustrayons de l'anomalie, pour obtenir les deux positions corrigées.

Ensuite, nous entrons avec l'anomalie corrigée depuis l'apogée [de l'épicycle] dans [une des] deux premières colonnes, et notons séparément la prostaphérèse de la sixième colonne (qui est pour la distance moyenne). De même, nous entrons avec la longitude moyenne d'auparavant comme argument ; si elle est dans les lignes supérieures, plus proches de l'apogée que la distance moyenne (ce qui se voit dans les soixantièmes de la huitième colonne), nous prenons le nombre correspondant de soixantièmes dans cette huitième colonne, prenons dans la cinquième colonne (pour la plus grande distance) la valeur sur la même ligne que celle de la prostaphérèse à distance moyenne qui a été notée à part, formons la fraction de cette [inscription pour la] différence correspondant au nombre de soixantièmes ci-dessus, et soustrayons le résultat du montant que nous avons noté séparément.

Mais si l'argument de la longitude ci-dessus [le *centrum* moyen] est dans les lignes inférieures, plus proches du périgée que la distance moyenne, nous prenons le nombre de soixantièmes dans la huitième colonne, comme précédemment, prenons dans la *septième* colonne (pour la distance minimale) la valeur correspondant à la prostaphérèse pour la [distance] moyenne qui a été notée séparément, formons la fraction de cette différence correspondant au nombre de soixantièmes ci-dessus, et *ajoutons* le résultat au nombre que nous avons noté séparément.

Le résultat sera l'équation corrigée [de l'anomalie] ; si elle est dans la première colonne, nous l'ajoutons au montant de la longitude corrigée, mais nous la soustrayons si elle est dans la deuxième colonne. En comptant depuis l'apogée de la planète à ce moment, nous atteignons ainsi sa position apparente.

Fin du onzième livre

Livre 12

1. Des préliminaires par rapport aux rétrogradations

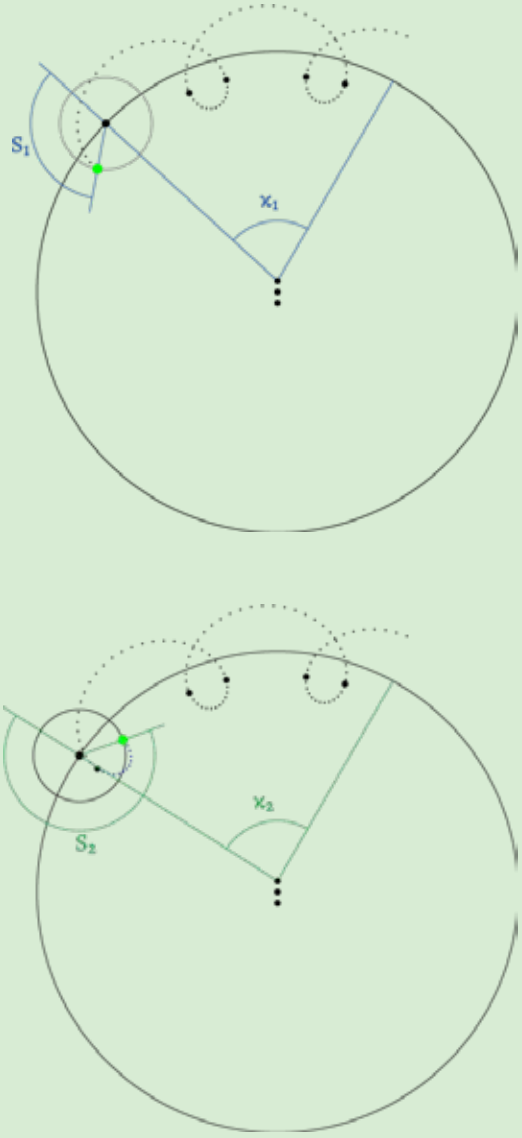
Ceci démontré, la suite naturelle est d'examiner les plus grandes et les plus petites rétrogradations de chacune des 5 planètes, et de montrer que leur taille, selon les hypothèses ci-dessus, est conforme à celles trouvées à partir des observations. Pour traiter de ce genre de problème, il y a un lemme préliminaire démontré (pour une seule anomalie, celle relative au Soleil) par nombre de mathématiciens, notamment Apollonios de Perga, à l'effet suivant.

Si [l'anomalie synodique] est représentée par l'hypothèse épicyclique, où l'épicycle se déplace dans un cercle concentrique au zodiaque suivant les signes [vers l'est], et la planète se déplace en anomalie sur l'épicycle [uniformément] par rapport à son centre, vers l'arrière le long de l'arc près de l'apogée [1], et si une ligne est tracée de notre point de vue coupant l'épicycle de telle manière que le rapport entre la moitié de ligne interceptée dans l'épicycle et le segment entre l'observateur et le point où la ligne touche l'épicycle du côté du périgée est égal au rapport de la vitesse de l'épicycle à la vitesse de la planète, alors le point sur l'arc de l'épicycle le plus proche du périgée déterminé par la ligne ainsi tracée se trouve la limite entre le mouvement direct et la rétrogradation [2], de sorte que lorsque la planète atteint ce point, elle semblera stationnaire.

1 C'est-à-dire vers l'ouest lorsqu'elle est près de l'apogée, mais donc vers l'est près du périgée.

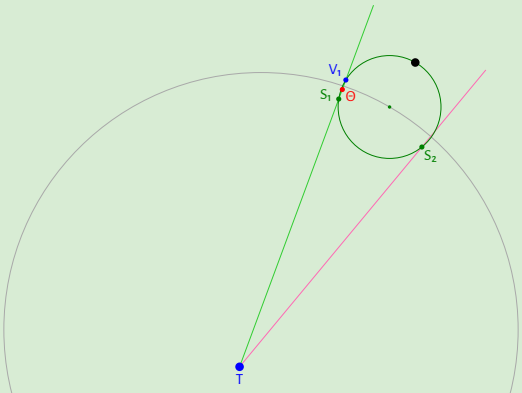
2 Littéralement, «le mouvement suivant et le mouvement précédant».

Ces diagrammes devraient éclaircir le texte de Ptolémée. La planète (disque vert) est sur l'épicycle (gris), lui-même sur le cercle excentrique [1] (cyan). Deux boucles rétrogrades ont déjà été complétées : la planète arrive dans la troisième, et semble stationnaire au point S_1. Comme la longitude moyenne (κ) augmente, passant de κ_1 à κ_2, la planète arrive au second point stationnaire, S_2.



1 On appelle aujourd'hui ce cercle le «déférent», mais Ptolémée n'utilise jamais ce terme.

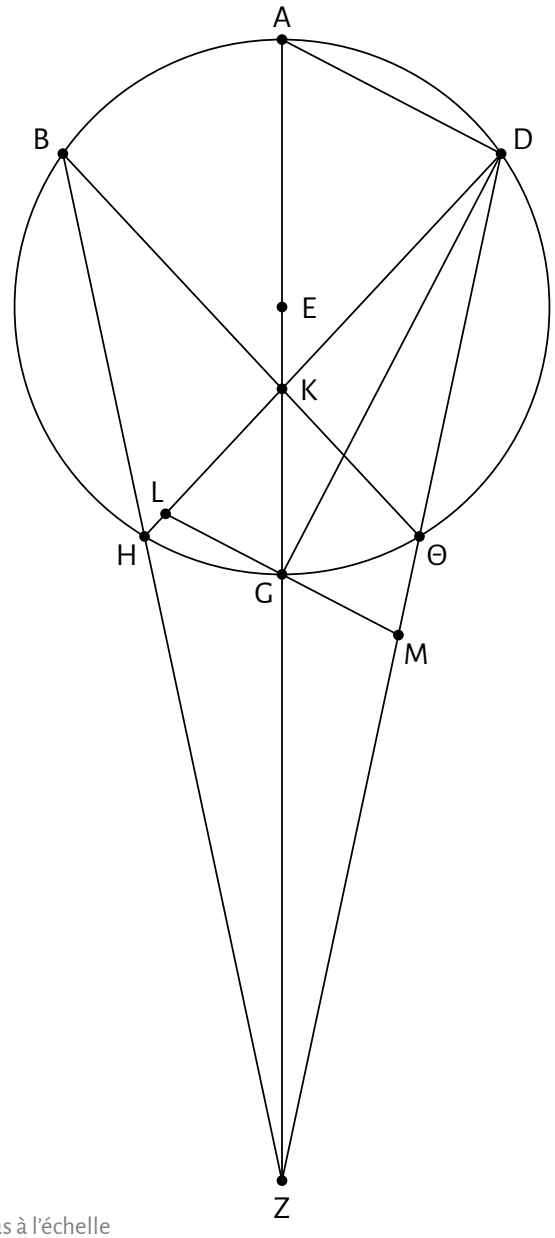
Dans ce diagramme, on a rapporté les points S_1 et S_2 sur un épicycle unique. Une droite menée de la Terre (en bleu) au point S_1 est prolongée de sorte à intercepter l'épicycle en un second point (V_1). Un point θ, situé à mi-chemin entre S_1 et V_1, est ajouté. Le rapport entre les segments $S_1\Theta$ et TS_1 est égal au rapport entre les vitesses ω_t (en longitude moyenne) et ω_a (en anomalie).



Mais si l'anomalie liée au Soleil est expliquée par l'hypothèse excentrique — ce qui n'est possible que pour les trois planètes qui peuvent atteindre n'importe quelle élongation du Soleil [soit Mars, Jupiter, et Saturne] —, le centre de l'excentrique tourne autour du centre du zodiaque à la même vitesse que Soleil [moyen], et vers l'arrière [dans l'ordre] des signes [vers l'est], et la planète tourne sur l'excentrique vers l'avant [contre l'ordre] des signes à la vitesse de l'anomalie, et si une ligne est tracée dans l'excentrique passant par le centre de l'écliptique (c'est-à-dire par le lieu de l'œil) de sorte que le rapport entre la moitié de la ligne entière et le plus petit des deux segments de la ligne formée par le lieu de l'œil est égal au rapport entre la vitesse de l'excentrique et la vitesse de l'astre, alors lorsque la planète arrivera où cette ligne coupe l'arc de l'excentrique près du périgée, elle semblera stationnaire.

Nous arriverons aussi au résultat recherché par une méthode simple mais néanmoins commode, en combinant les deux hypothèses en une, afin de démontrer leur concordance et leur similitude dans les proportions obtenues.

Soit ABGD l'épicycle, de centre E et de diamètre AEG prolongé jusqu'au centre Z de l'écliptique (c'est-à-dire d'où nous regardons). Prenons de chaque côté du périgée G les arcs égaux GH et GΘ, et traçons, à partir de Z et passant par H et Θ, les droites ZHB et ZΘD. Joignons DH et BΘ pour qu'elles se croisent au point K sur le diamètre AG.



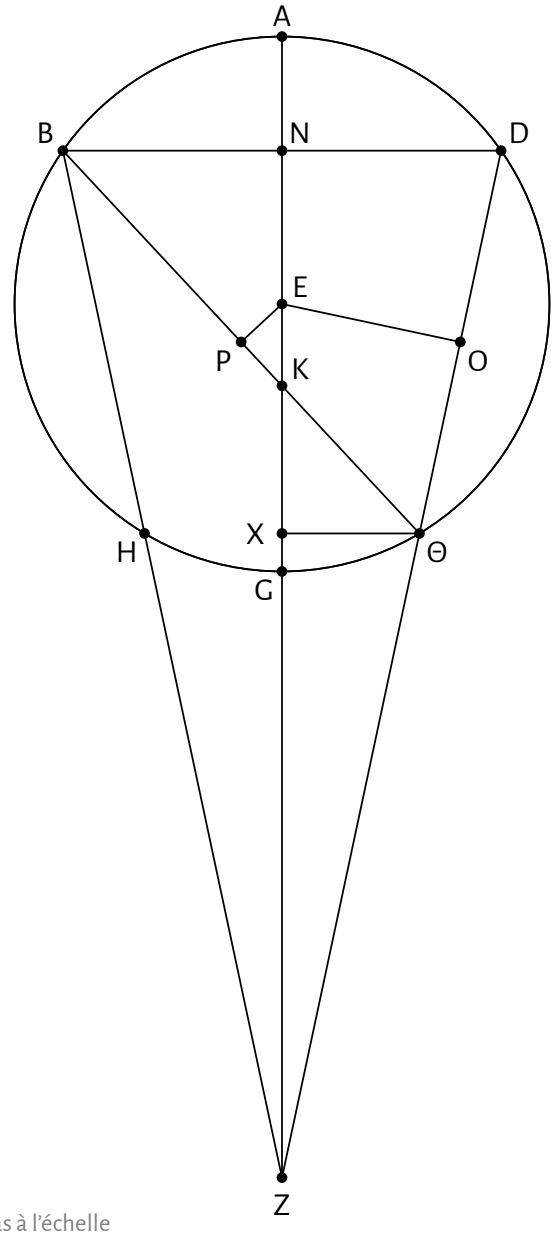
Pas à l'échelle

Nous disons que la droite AZ est à la droite ZG ce que la droite AK est à la droite KG [autrement dit, AZ : ZG = AK : KG].

[Preuve :] Joignons AD et DG, et à partir de G, traçons LGM parallèle à AD — donc perpendiculaire à DG, car ∠ ADG est droit. Maintenant, puisque ∠ GDH = ∠ GDΘ [Euclide III 27] et que GL = GM [les triangles LDG et MDG sont le miroir l'un de l'autre], alors AD sera dans les mêmes proportions à chacun [autrement dit, AD : GL = AD : GM]. Or, AD : GM = AZ : ZG [triangle ADZ ||| triangle GMZ] et AD : LG = AK : KG [triangle ADK ||| triangle GLK], alors AZ : ZG = AK : KG.

Donc, si dans l'hypothèse excentrique nous imaginons que l'épicycle ABGD est l'excentrique, le point K sera le centre du zodiaque, et le diamètre AG sera divisé par lui [K] dans la même proportion que dans l'hypothèse de l'épicycle. Car nous avons démontré que le rapport entre la plus grande distance AZ dans [l'hypothèse de] l'épicycle et la plus petite distance ZG est le même qu'entre la plus grande distance AK dans l'[hypothèse] excentrique et la plus petite distance KG.

Nous disons aussi que DZ : ZΘ = BK : KΘ. Dans un diagramme similaire, joignons la ligne BND — qui sera perpendiculaire au diamètre AG — et traçons à partir de Θ la droite ΘX qui lui est parallèle [à BND] [1]. Puisque BN = ND, alors BN : XΘ = ND : XΘ. Mais puisque ND : XΘ = DZ : ZΘ [triangle ZND ||| triangle ZXΘ] et que BN : XΘ = BK : KΘ [triangle NBK ||| triangle ΘXK], alors DZ : ZΘ = BK : KΘ et, par composition, (DZ + ZΘ) : ZΘ = BΘ : ΘK. Aussi, en traçant les perpendiculaires EO et EP, et par division, [nous obtenons] OZ : ZΘ = PΘ : KΘ. Et, par [autre] division, OΘ : ZΘ = PK : KΘ. Donc, si, dans l'hypothèse de l'épicycle, DZ est tracé de telle manière que le rapport OΘ : ZΘ soit égal au rapport de la vitesse de l'épicycle à la vitesse de la planète, alors dans l'hypothèse excentrique, PK : KΘ va avoir le même rapport.



Pas à l'échelle

La raison pour laquelle dans ce cas [dans l'hypothèse excentrique] nous n'utilisons pas, pour obtenir les stations, ce rapport de division (soit PK : KΘ), mais plutôt le rapport de composition (soit PΘ : KΘ), est que la vitesse de l'épicycle est dans le même rapport à celle de la planète que le mouvement [moyen] en longitude (seul) au mouvement [moyen] en

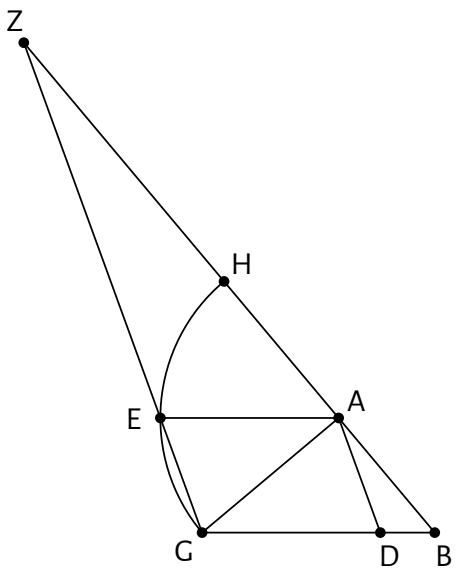
1 Le diagramme d'Halma est mal fait, puisque ΘX n'y est pas parallèle à BND — ni à quoi que ce soit d'autre, d'ailleurs.

anomalie, alors que le rapport de la vitesse de l'excentrique à celle de la planète est le même que celui du mouvement moyen du Soleil (soit la somme des mouvements [moyens] de la planète en longitude et en anomalie) au mouvement en anomalie. Par exemple, pour Mars, le rapport de la vitesse de l'épicycle à la vitesse de la planète est d'environ 42 : 37 — car, comme nous avons démontré, cela est environ le rapport entre les mouvements [moyens] en longitude et en anomalie. C'est donc aussi le rapport OΘ : ΘZ. Mais le rapport de la vitesse de l'excentrique à la vitesse de la planète est de [42 + 37 =] 79 : 37, le même que le rapport PΘ : ΘK, puisque nous avons trouvé que le rapport divisé, PK : KΘ, est égal à OΘ : ΘZ (c'est-à-dire 42 : 37).

Laissons ce qui précède nous suffire comme théorèmes préliminaires.

Il reste à démontrer que lorsqu'on prend des droites [correspondant à ZD et BΘ] divisées dans le rapport susmentionné, alors dans les deux hypothèses, les points H et Θ sont où l'apparence de station se produit, et [donc] que l'arc HGΘ est nécessairement rétrograde [contre l'ordre des signes / vers l'ouest], et l'arc restant sera de mouvement direct [vers l'est].

[À ce sujet,] Apollonius propose le lemme préliminaire suivant. Dans le triangle ABG, où BG est plus grand que AG, si on prend [de GB] GD pas moindre que AG [GD ≥ AG], alors GD : BD sera plus grand que ∠ ABG : ∠ BGA. Sa preuve est la suivante. Il dit qu'une fois le parallélogramme ADGE complété, prolongeons les droites BA et GE jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en Z. Alors, puisque AE [= GD] ≥ AG, le cercle de centre A et de rayon AE passera par G ou au-dessus de G. Traçons par G le [cercle] HEG. Puisque le triangle AEZ est plus grand que le secteur AEH et que le triangle AEG est plus petit que le secteur AEG, alors le [rapport] triangle AEZ : triangle AEG est plus grand que le [rapport] secteur AEH : secteur AEG. Mais puisque le [rapport] secteur AEH : secteur AEG est égal au [rapport] ∠ EAZ : ∠ EAG et que le

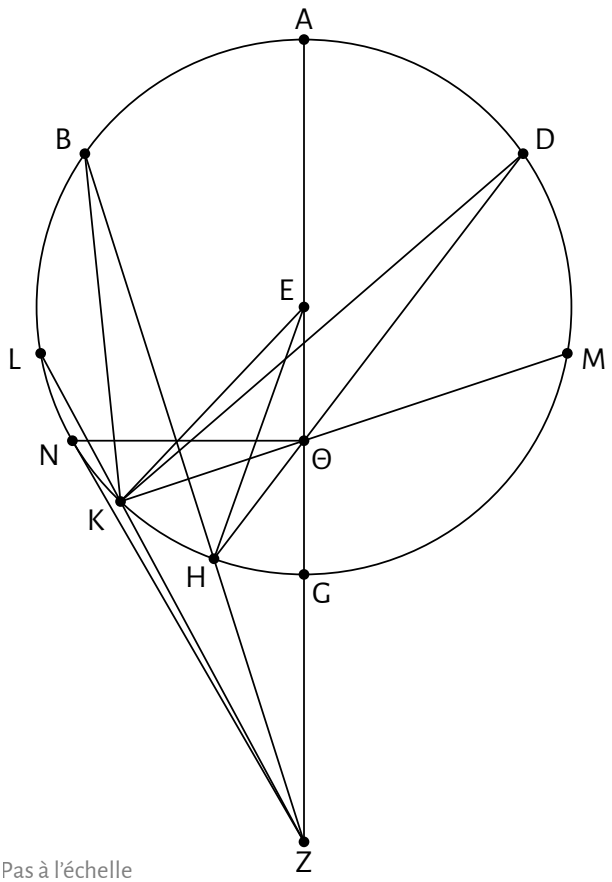


Pas à l'échelle

[rapport] triangle AEZ : triangle AEG est égal au [rapport] base ZE : base EG, alors ZE : EG est plus grand que ∠ ZAE : ∠ EAG. Mais puisque ZE : EG = [ZA : AB =] GD : DB, alors ∠ ZAE = ∠ ABG et ∠ EAG = ∠ BGA. Donc GD : DB est plus grand que ∠ ABG : ∠ AGB. Et il est clair que la différence des rapports sera encore plus grande si GD (= AE) n'est pas supposé égal à AG, mais [qu'il lui est] supérieur.

Ce lemme préliminaire établi, soit l'épicycle ABGD de centre E et de diamètre AEG, prolongé jusqu'en Z, point de notre œil, de sorte que le rapport EG : GZ est plus grand que le rapport vitesse de l'épicycle : vitesse de la planète. Ainsi, il sera possible de tracer une droite ZHB de telle sorte que [le rapport] ½BH : HZ soit égal [au rapport] vitesse de l'épicycle : vitesse de la planète. Alors, d'après ce que nous avons démontré précédemment, si nous prenons l'arc AD égal à l'arc AB, et que nous joignons DΘH, le point Θ représentera, dans l'hypothèse excentrique, notre œil et [le rapport] ½DH : ΘH sera alors égal [au rapport] vitesse d'excentrique : vitesse de la planète.

Nous disons donc que, dans l'une ou l'autre hypothèse, lorsque la planète atteindra le point H, il se produira l'apparence d'une station,



Pas à l'échelle

et si nous prenons des arcs, si petits soient-ils, de chaque côté de H, celui pris du côté de l'apogée sera un arc de mouvement vers l'avant [l'est / l'ordre des signes], et l'arc vers le périgée sera précédent [vers l'arrière / l'ouest / contre l'ordre des signes / rétrograde].

Prenons d'abord un arc aléatoire du côté de l'apogée KH, et traçons ZKL et KΘM, puis joignons BK et DK ainsi que EK et EH. Puisque, dans le triangle BKZ, BH est plus grand que BK, alors BH : HZ est plus grand que ∠ HZK : ∠ HBK ; conséquemment, ½BH : HZ est plus grand que ∠ HZK : 2 ∠ KBH = ∠ HZK : ∠ KEH. Mais ½BH : HZ est égal [au rapport] vitesse de l'épicycle : vitesse de la planète ; donc ∠ HZK : ∠ KEH est plus petit que [le rapport] vitesse de l'épicycle : vitesse de la planète. Par conséquent, l'angle qui a le même rapport à ∠ KEH que le rapport (vitesse de l'épicycle : vitesse de la planète) est plus grand que ∠ HZK. Appelons cet angle ∠ HZN ; puisque, dans le temps que met l'astre pour parcourir l'arc KH de l'épicycle, le centre de l'épicycle s'est déplacé en direction opposée d'une quantité égale à la distance [angulaire] de ZH à ZN, il est donc clair que, pour notre œil, l'arc KH de l'épicycle a avancé l'astre d'un angle ∠ HZK inférieur à l'angle ∠ HZN par lequel [le mouvement de] l'épicycle l'a déplacé vers l'arrière [vers l'est] pendant le même espace de temps. Ainsi, la planète demeure vers l'avant [vers l'ouest] par l'angle ∠ KZN [1].

Le même raisonnement serait valide si le cercle [ABGD] était un excentrique : puisque BH : HZ est plus grand que ∠ HZK : ∠ HBK, par composition, BZ : ZH est plus grand que [∠ HZK + ∠ HBK =] ∠ BKL : ∠ HBK. Mais BZ : ZH est égal à DΘ : ΘH, mais ∠ BKL = ∠ DKM et ∠ HBK = ∠ HDK ; donc DΘ : ΘH est plus grand que ∠ DKM : ∠ HDK. Donc, par composition, DH : HΘ est plus grand que [∠ DKM + ∠ HDK =] ∠ HΘK : ∠ HDK. Donc, par division, ½DH : HΘ est plus grand que ∠ HΘK : 2∠ HDK (qui est lui-même égal à ∠ HΘK : ∠ HEK). Or, [le rapport] ½DH : ΘH est égal [au rapport] vitesse de l'excentrique : vitesse de la planète ; donc ∠ HΘK : ∠ HEK est plus petit que [le rapport] vitesse de l'excentrique : vitesse de la planète. Par conséquent, l'angle qui a le même rapport à ∠ HEK que [le rapport de] la vitesse de l'excentrique à la vitesse de la planète est plus grand que ∠ HΘK. Soit donc cet angle ∠ HΘN ; puisque l'astre, dans le même temps qu'il s'est déplacé sur KH de l'angle ∠ KEH en avance, il a été emporté par le mouvement de l'excentrique vers l'arrière par ∠ HΘN, qui est plus grand que ∠ KΘH, il est donc clair que [par cette hypothèse aussi] la planète paraitra avoir subi un mouvement vers l'avant [égal à ∠ KΘN].

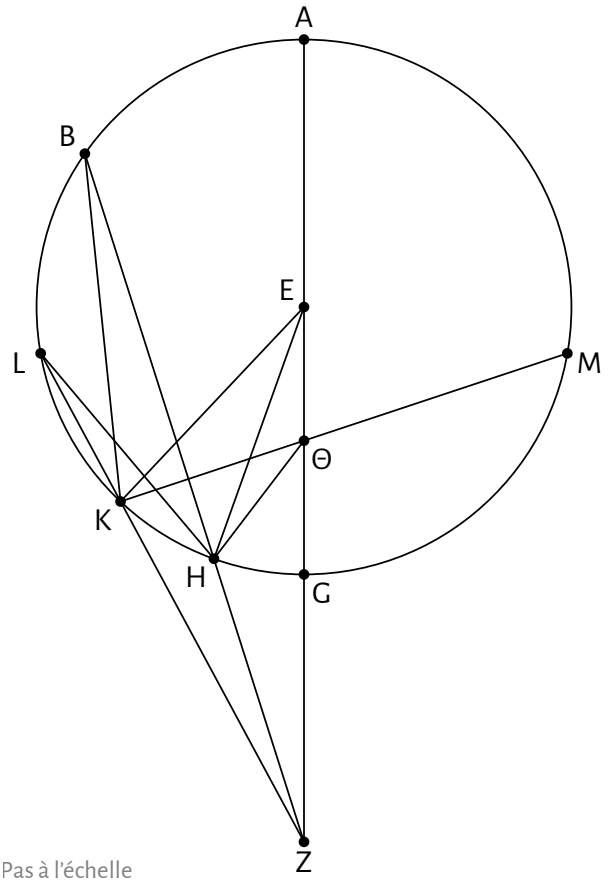
1 Manitius a ὑπολείπεσθαι plutôt que ὑπολελεῖφθαι comme dans les manuscrits ou dans Heiberg. Sa version est à l'infinitif présent plutôt qu'à l'infinitif parfait.

On voit facilement que le cas contraire peut être prouvé par la même méthode, si dans la même figure nous supposons que [le rapport] ½LK : KZ est égal [au rapport] vitesse de l'épicycle : vitesse de la planète et donc que [le rapport] ½MK : ΘK est égal [au rapport] vitesse de l'excentrique : vitesse de la planète, et imaginons [aussi que] l'arc KH est pris du côté du périgée de la droite LZ.

Joignons LH pour produire le triangle LZH, dans lequel nous prenons ZK plus grand que ZH, alors LK : KZ est plus petit que ∠ HZK : ∠ HLK ; conséquemment, ½LK : KZ est plus petit que ∠ HZK : 2∠ HLK ([2∠ HLK] égal à ∠ KEH), ce qui est le contraire de ce qui a été démontré ci-dessus.

Nous arriverons ainsi à la conclusion opposée [à ce qui précède, à savoir] que ∠ KEH : ∠ HZK est plus petit que [le rapport] vitesse de la planète : vitesse de l'épicycle et que ∠ KEH : ∠ HΘK est plus petit que [le rapport] vitesse de la planète : vitesse de excentrique. Ainsi, l'angle qui a le même rapport [à ∠ HZK ou ∠ HΘK que la vitesse de la planète à la vitesse de l'épicycle ou de l'excentrique] est plus grand que ∠ KEH, et le mouvement rétrograde résultant sera aussi plus grand que le mouvement prograde.

Il est aussi clair que, pour des distances auxquelles EG : GZ est plus petit [1] que [le rapport] vitesse de l'épicycle : vitesse de la planète, il sera impossible de tracer une autre ligne [vers le cercle qui sera divisé] dans un rapport égal à celui [de la vitesse de l'épicycle à celle de la planète], et la planète ne semblera [jamais] stationnaire ou rétrograde, car



Pas à l'échelle

puisque, dans le triangle EKZ, nous avons pris [la droite] EG égale à ou plus grande [2] que EK, ∠ GZK : ∠ GEK est plus petit que EG : GZ. Mais EG : GZ est plus petit que ou égal [3] au [rapport] vitesse de l'épicycle : vitesse de la planète. Donc ∠ GZK : ∠ GEK est plus petit que [le rapport] vitesse de l'épicycle : vitesse de la planète. Ainsi, comme nous avons démontré que partout où cela se produit, l'astre est en arrière ([mouvement] direct ou dans les points suivants [à l'est]), nous ne trouverons aucun arc, ni sur l'épicycle ni sur l'excentrique, sur lequel il semblera rétrograder.

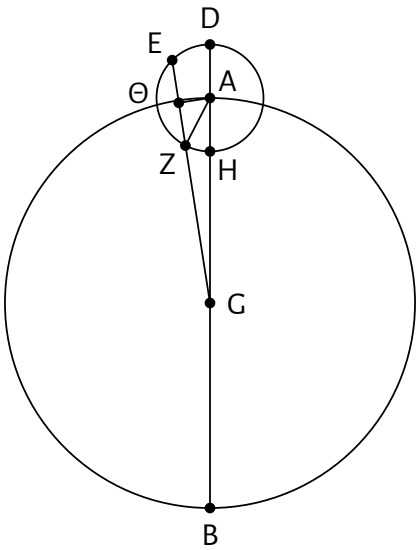
1 Littéralement, « pas plus grand » (οὐ μείζονα).
2 Littéralement, « pas plus petit » (οὐκ ἐλάσσων).
3 Littéralement, « pas plus grand » (οὐ μείζων).

2. Démonstration des rétrogradations de Saturne

Ceci établi, nous appliquerons maintenant le calcul des rétrogradations à chaque planètes, conformément aux hypothèses démontrées, en commençant par Saturne. La méthode est la suivante.

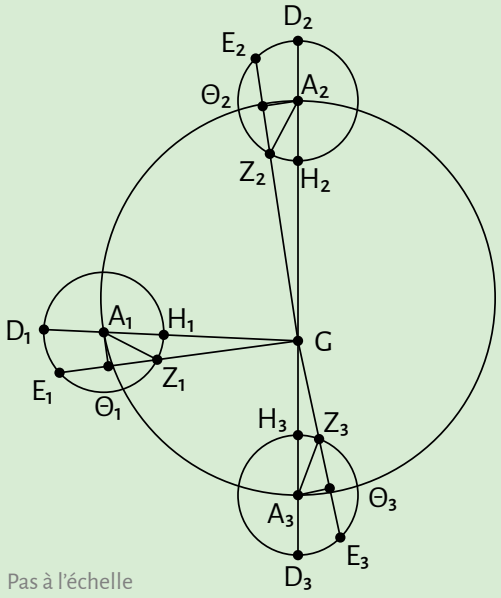
Soit le cercle AB, de diamètre AGB, portant le centre de l'épicycle, et dans lequel G représente le centre de l'écliptique (notre œil). Traçons l'épicycle DEZH de centre A, ainsi que la droite GZE de sorte que, lorsque nous traçons AΘ qui lui est perpendiculaire, le rapport de la moitié EZ (donc ΘZ) à ZG est le même que celui de la vitesse de l'épicycle à la vitesse de la planète. Supposons d'abord que l'épicycle est situé à distance moyenne : ainsi, les mouvements périodiques en longitude et en anomalie sont à peu près les mêmes que ceux mesurés par rapport au centre de l'écliptique.

Puisque, pour Saturne, nous avons démontré que, où la distance moyenne GA est de 60^p, le rayon de l'épicycle AD = 6½^p, alors la droite



Pas à l'échelle

Manitius (p. 278) et Toomer (p. 563) ajoutent ce diagramme pour aider à la compréhension de ce passage. Les indices 1, 2, et 3 ont été rajoutés par Toomer et désignent, respectivement, la situation à distance moyenne, plus grande distance, et plus petite distance. Il s'agit essentiellement d'un amalgame des diagrammes utilisés par Ptolémée, qui sont tous pareils par souci de simplicité.



Pas à l'échelle

entière [par addition] DG = 66;30^p et la portion [par soustraction] GH = 53;30^p des mêmes unités. Ainsi, le rectangle construit sur ces droites [donc leur produit] est de 3 557;45^p, et puisque DG · GH = EG · GZ, nous aurons donc EG · GZ = 3 557;45^p des mêmes unités. En outre, selon les mouvements moyens, là où la vitesse de l'épicycle (ΘZ) est de 1^p, la vitesse de l'astre (ZG) est d'environ 28;25,46^p [1]. Donc la droite entière [par addition] EG [= ZG + 2ΘZ] = 30;25,46^p, et EG · GZ = 865;05,32^p des mêmes unités. Donc, si nous divisons 3 557;45 par 865;05,32, ce qui donne un quotient de 4;06,45, et prenons la racine carrée de ce dernier, 2;01,40, et que

1 Ce résultat est erroné. Toomer indique qu'en utilisant les tableaux de IX 4, on obtient 1 : 28,25,**55**…, et qu'il est possible que Ptolémée ait utilisé les valeurs arrondies 0;57,7,43°/j et 0;02,00,34°/j, ce qui donne 1 : 28;25,**48**,11 ; on arrive à un résultat semblable, soit 1 : 28;25,48,41, avec 0;57,7,44, qui est mieux arrondi.

nous multiplions ce facteur par ΘZ (= 1ᵖ) puis par ZG (= 28;25,46ᵖ) séparément, nous obtenons ΘZ = 2;01,40ᵖ et ZG = 57;58,55ᵖ où (EG · GZ) = 3 557;45ᵖ. Maintenant, si nous joignons AZ, où AZ = 6;30ᵖ [1], ZΘ = 2° 01′ 40″, donc où AZ = 120ᵖ, ZΘ = 37;26,09ᵖ. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AZΘ, l'arc ΘZ = 36° 21′ 15″ [2], donc l'angle ∠ ZAΘ = 36;21;15ᵒᵒ où deux angles droits font 360ᵒᵒ, ou ≈ 18° 10′ 38″ où quatre angles droits font 360°.

En outre, où l'hypoténuse [du triangle rectangle AGΘ] GHA = 60ᵖ, par addition GZΘ [= 57;38,55ᵖ + 2;01,40ᵖ] = 59;40,35ᵖ [3], de sorte que pour [GHA =] 120ᵖ [4], GZΘ = 119;21,10ᵖ. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AGΘ, l'arc GΘ = 168° 05′ 39″ [5]. Donc ∠ GAΘ = 168;05,39ᵒᵒ où deux angles droits font 360ᵒᵒ, ou ≈ 84° 02′ 50″ où quatre angles droits font 360°. Ainsi, nous obtenons ∠ AGΘ = 5° 57′ 10″ (le complément d'un angle droit), et ∠ ZAH = ∠ GAΘ − ∠ ZAΘ = 65° 52′ 12″.

Alors, puisque dans la première station, l'astre est vu sur la droite GZ, et à l'opposition [moyenne] sur GH, il est clair que, si le centre de l'épicycle n'avait aucun mouvement vers l'arrière [selon l'ordre des signes / vers l'est] [pendant ce temps], l'arc ZH de l'épicycle, de 65° 52′ 12″, produirait un mouvement rétrograde égal à ∠ AGZ, soit 5° 57′ 10″ ; mais puisque, selon le rapport énoncé ci-dessus de la vitesse de l'épicycle à la vitesse de l'astre, à cette anomalie de 65° 52′ 12″ correspondent environ 2° 19′ de [mouvement en] longitude, nous obtenons un mouvement rétrograde d'un point stationnaire à l'opposition de 3° 38′ 10″ et 69 j (qui est environ le temps pour l'astre de parcourir 2° 19′ en longitude), et une rétrogradation totale [d'un point stationnaire à l'autre en passant par l'opposition] de 7° 16′ 20″ et 138 j.

Nous allons maintenant chercher les quantités [correspondantes] proches de la plus grande distance dans les mêmes conditions, c'est-à--dire quand l'opposition moyenne à mi-chemin entre les [deux] stations amène le centre de l'épicycle précisément à l'apogée de l'excentrique, et, évidemment, amène chacune des deux stations à une distance [en longitude corrigée] de l'opposition (c'est-à-dire de l'apogée) qui est proche du 2° 19′ qui a été dérivé [ci-dessus] du rapport entre les [mouvements] moyens ; dans cette situation, AG, qui représente la distance à cet instant, n'est pas loin de la plus grande distance, et s'obtient donc par les théorèmes développés précédemment, et où une prostaphérèse d'environ 6′ 30″ correspond à environ 1° de longitude. Ainsi, le rapport entre [le mouvement en] longitude et l'anomalie corrigée, c'est-à-dire de la vitesse apparente de l'épicycle à ce moment à la vitesse apparente de la planète, est de 0;53,30 : 28;32,16.

Puis, en répétant la même figure, où le rayon DA de l'épicycle est de 6;30ᵖ, GA (qui est à peine différent de la plus grande distance) mesure 63;25ᵖ. Par conséquent, la droite entière [par addition] DG mesure 69;55ᵖ, et sa portion [par soustraction] GH = 56;55ᵖ. Et le rectangle formé par ces droites, soit [DG · GH] (= EG · EZ) = 3 979;25,25ᵖ. Mais, où ZΘ (représentant la vitesse de l'épicycle, par hypothèse) vaut 0;53,30ᵖ, GZ (représentant la vitesse de la planète) vaut

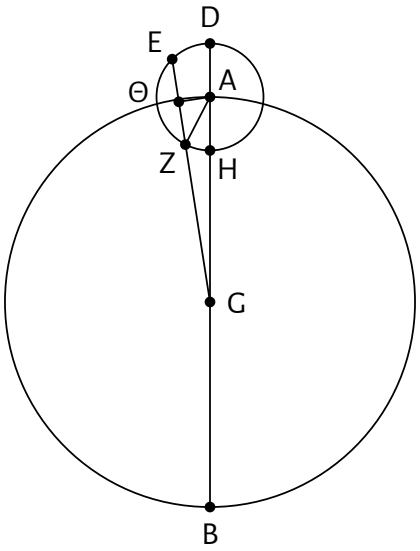
1 Halma a ici mal lu (et recopié) le grec $\overline{\varsigma\lambda}$ ἡ $\overline{\mathrm{AZ}}$ en $\overline{\varsigma}$ λη′ λζ″, donnant ainsi « 6ᵖ 38′ 37″ », ce qui est manifestement erroné. Tous les manuscrits consultés (Bayerische Staatsbibliothek Cod. Gr. 212 [fol. 239ᵛ, 4ᵉ ligne du bas], Paris BnF Grec 2389 [fol. 319ʳ, 1ʳᵉ colonne, 9ᵉ ligne du bas], Vatican Gr. 180 [fol. 252ʳ, 15ᵉ ligne du bas], et Vatican Gr. 1594 [fol. 232ʳ, 2ᵉ colonne, 3ᵉ ligne du bas]) — et tous les autres traducteurs — ont $\overline{\varsigma\lambda}$ ἡ $\overline{\mathrm{AZ}}$, donc 6;30.

2 Toomer indique que la valeur exacte est de 36;21,20.

3 Halma a, erronément, 58ᵈ 40′ 35″ en français, bien que son grec soit correct avec $\overline{\nu\theta}$ μ′ λε″. Étrangement, le manuscrit Vat. gr. 180 a $\overline{\lambda\varsigma}$, mais il y a une note entre cette ligne et la ligne supérieure, que je n'arrive pas à déchiffrer ; elle ne semble toutefois pas dire λε…

4 Manitius et Toomer ont GHA ; Halma a seulement GA, qui revient au même. Toutefois, la version grecque n'indique pas l'identité du segment.

5 Halma a 158 en français, ce qui est erroné ; sa version grecque a correctement $\overline{\rho\xi\eta}$.



Pas à l'échelle

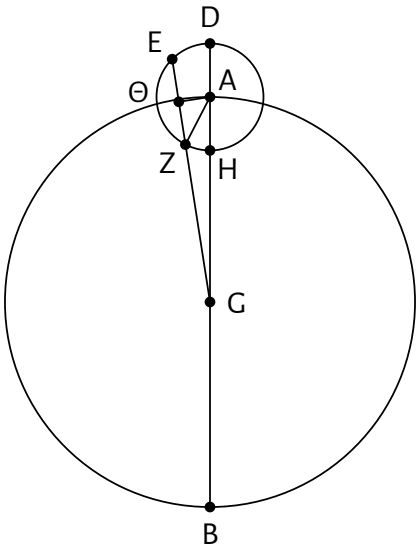
28;32,16^{p} ; donc la droite entière [par addition] EG [= GZ + 2ZΘ] = 30;19,16^{p} [1], et le rectangle EG · GZ = 865;17,50^{p} des mêmes parties.

Si nous divisons encore 3 979;25,25 par 865;17,50, ce qui donne 4;35,56, en prenons la racine carrée de ce dernier, soit 2;08,40, et la multiplions par ΘZ (= 0;53,30^{p}) et ZG (= 28;32,16^{p}) séparément, nous obtenons ΘZ = 1;54,44^{p} et GZ = 61;11,52^{p} où AZ = 6;30^{p} et AG = 63;25^{p}, et la droite entière [par addition] GΘ = 63;06,36^{p} des mêmes unités. Donc où l'hypoténuse [du triangle rectangle AZΘ] AZ = 120^{p}, la droite ΘZ = 35;18,9^{p}, et où l'hypoténuse [du triangle rectangle AGΘ] GA = 120^{p}, la droite GΘ = 119;25,11^{p}. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AZΘ, l'arc ΘZ = 34° 13′ 04″ et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AGΘ, l'arc GΘ = 168° 43′ 38″. Donc ∠ ZAΘ = 34;13,04^{ω} et ∠ GAΘ = 168;43,38^{ω} où deux angles droits font 360^{ω} ; ou ∠ ZAΘ = 17° 06′ 32″ et ∠ GAΘ = 84° 21′ 49″ où quatre angles droits font 360°.

Ainsi, l'angle restant [par soustraction de 90°] (qui serait l'angle de rétrogradation entre un point stationnaire et l'opposition, si l'épicycle n'avait pas de mouvement vers l'avant [l'est]) ∠ AGΘ = 5° 38′ 11″ et l'autre angle [par soustraction de ∠ ZAΘ de ∠ GAΘ] (qui représente le mouvement apparent sur l'épicycle à la même distance [invariable]) ∠ ZAH = 67° 15′ 17″. Or, suivant les proportions des vitesses dans l'apogée, à cette quantité correspondent 2° 06′ 06″ de longitude vraie ; nous obtenons donc, pour la moitié de la rétrogradation totale, [5° 38′ 11″ – 2° 06′ 06″ =] 3° 32′ 05″ et 70⅓ j [2] (ce dernier est approximativement le temps que met la planète à parcourir 2° 21′ 25″ en longitude moyenne, qui est le montant correspondant aux 2° 06′ 06″ ci-dessus en longitude corrigée) ; et, pour la rétrogradation totale, 7° 04′ 10″ et 140⅔ j.

Nous allons maintenant, encore par la même méthode, chercher les quantités [correspondantes, mais] proches de la plus petite distance, c'est-à-dire lorsque l'opposition à mi-chemin entre les [deux] stations est précisément au périgée de l'excentrique, et que chaque station est à la distance donnée [environ 2° 19′] en longitude depuis l'opposition (c'est-à-dire du périgée). Dans cette situation, la distance AG à ce moment se trouve de la même manière [qu'à la plus grande distance], puisqu'elle est à peine différente de la plus petite distance, et la prostaphérèse [addition ou soustraction] correspondant à 1° de longitude est d'environ 7′ 20″. Ainsi, le rapport de la vitesse apparente de l'épicycle à la vitesse apparente de la planète est de 1;07,20 : 28;18,26. Donc, où ΘZ = 1;07,20^{p}, nous avons GZ = 28;18,26^{p} et la droite entière [par addition] EG = 30;33,06^{p} [3], et le rectangle EG · GZ = 864;49,58^{p}. Mais où le rayon de l'épicycle DA = 6;30^{p}, AG (qui est à peine différent de la plus petite distance) est égal à 56;35^{p} ; par conséquent, la droite

1 Halma a ici GD, erroné, bien que son grec soit correct avec ΕΓ.
2 Halma a ici 70;30 j, ayant mal lu un γ′ comme étant 30 soixantièmes plutôt que ⅓.
3 Halma a 9 plutôt que 6 en français, erroné, malgré un grec correct avec $\overline{ς}$.



Pas à l'échelle

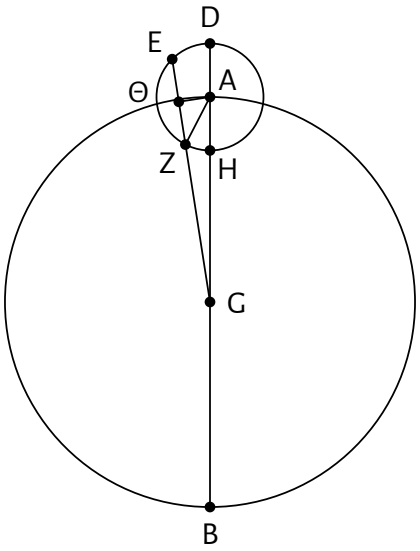
entière [par addition] DG = 63;05^{p} [1] et la portion [par soustraction] GH = 50;05^{p}, donc le rectangle DG · GH (= EG · GZ) = 3 159;25,25^{p}. Par conséquent, si, comme précédemment, nous divisons 3 159;25,25 par 864;49,58, ce qui donne 3;39,12 [2], prenons la racine carrée de cela, soit 1;54,41 [3], et la multiplions par ΘZ (= 1;07,20^{p}) et ZG (= 28;18,26^{p}) séparément, nous obtenons ΘZ = 2;08,43^{p} où le rayon de l'épicycle AZ = 6;30^{p}, et la distance à ce moment AG = 56;35^{p} ; ainsi que GZ = 54;06,22^{p} et la droite entière [par addition] GΘ = 56;15,05^{p} [4] des mêmes unités. Par conséquent, où l'hypoténuse AZ = 120^{p} [5], alors ΘZ = 39;36,18^{p} et, où l'hypoténuse GA = 120^{p}, alors GΘ = 119;17,46^{p}.

Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AZΘ, l'arc ZΘ = 38° 32′ 34″ et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AGO, l'arc GΘ = 167° 34′ 54″. Donc ∠ ZAΘ = 38;32,34$^{\infty}$ et ∠ GAΘ = 167;34,54$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Mais ∠ ZAΘ = 19° 16′ 17″ et ∠ GAΘ = 83° 47′ 27″ où quatre angles droits font 360°, donc nous obtenons l'angle restant [par soustraction de 90°], qui représente la rétrogradation (due à la vitesse de la planète) depuis un point stationnaire et l'opposition, ∠ AGΘ = 6° 12′ 33″ et l'autre angle [par soustraction de ∠ ZAΘ de ∠ GAΘ], qui représente le mouvement apparent sur l'épicycle à la même distance [invariable], ∠ ZAH = 64° 31′ 10″. Selon le rapport des vitesses au périgée, à cette dernière quantité correspondent 2° 33′ 28″ en longitude vraie. Nous obtenons donc, pour la moitié de la rétrogradation totale, [6° 12′ 33″ – 2;33,28^{p} =] 3° 39′ 05″ et 68 j (qui est approximativement le temps mis par la planète pour parcourir 2° 16′ 45″ en moyenne, quantité qui correspond aux 2° 33′ 28″ susmentionnés de longitude vraie) ; la rétrogradation totale est donc de 7° 18′ 10″ et 136 j.

3. Démonstration des rétrogradations de Jupiter

Pour l'astre Jupiter, d'après nos calculs à distance moyenne, ΘZ : GZ = 1 : 10;51,29, et EG : ZG = 12;51,29 : 10;51,29, donc le rectangle EG · ZG : 139;37,39. En outre, GA : AD = 60 : 11;30 et GD : GH = 71;30 : 48;30, donc le rectangle qu'elles forment [GD · GH] = 3 467;45. Donc en divisant [3 467;45 par 139;37,39] nous obtenons 24;50,09 [6], dont la racine carrée, 4;59,01, que nous multiplions par le rapport susmentionné de ΘZ : GZ, et nous obtenons, en termes des

1 Halma a EG en français, erroné, malgré un grec correct avec ΔΓ.
2 Halma a, erronément, 36, malgré un grec correct avec λθ′.
3 1;54,41 est la bonne valeur, bien que les manuscrits ont 45 (με, comme Halma) ou même 49 (μθ). Heiberg a 42 (μβ), mais Toomer démontre que cela est erroné, d'après la suite du texte.
4 Halma a 66 plutôt que 56 en français, erroné, malgré un grec correct avec λθ.
5 Halma a 125, erroné, en français, malgré un grec correct avec ρκ.
6 Halma a ici 24;59, tant en français qu'en grec (κδ νθ′) ; il faut avouer qu'il n'y a pas beaucoup d'espace, voire pas, entre les deux caractères ν et θ dans les manuscrits consultés, d'où la confusion possible. Toutefois, un simple calcul aurait permis de résoudre la question…



Pas à l'échelle

grandeurs citées de GA et AZ [soit 60 et 11;30], ΘZ = 4;59,01^{p} et GZ = 54;06,44^{p} des mêmes unités, et pour la droite entière [par addition] GΘ = 59;05,45^{p}. Ainsi, exprimées en unités dont les hypoténuses AZ et AG [respectivement] font 120^{p}, ΘZ = 52;00,10^{p} et GΘ = 118;11,30^{p} [1], et les arcs correspondants sont l'arc ZΘ = 51° 21′ 41″ et l'arc GΘ = 160° 04′ 55″. Conséquemment, ∠ ZAΘ ≈ 25° 40′ 50″ où quatre angles droits font 360°, et ∠ GAΘ ≈ 80° 02′ 28″. Les angles restants [par soustraction de ∠ GAΘ de 90°] sont celui qui représente la rétrogradation due à la vitesse de l'astre ∠ ZGA = 9° 57′ 32″, et celui qui représente le [mouvement] d'anomalie apparente, ∠ ZAH = [∠ GAΘ − ∠ ZAΘ =] 54° 21′ 38″. À ces angles correspondent, selon le rapport ci-dessus [de 1 : 10;51,29], 5° 01′ 24″ de mouvement en longitude. Ainsi, la moitié de la rétrogradation est de 4° 56′ 08″ et d'environ 60½ j, et la rétrogradation complète est de 9° 52′ 16″ et 121 j. Or, la distance à une élongation d'environ 5° de l'apogée ou du périgée est [respectivement] à peine plus petite que la plus grande distance et à peine plus grande que la plus petite distance. Or, d'après nos calculs pour la plus grande distance, la prostaphérèse de l'équation [correspondant à 1°] est de 5⅙ soixantièmes [de degrés, donc minutes] ; donc ΘZ : GZ = 0;54,50 : 10;56,39 et EG : GZ = 12;46,19 : 10;56,39, et le rectangle EG · GZ = 139;46,42. En outre, GA : AD = 62;45 : 11;30, DG : GH = 74;15 : 51;15, et le rectangle DG · GH = 3 805;18,45. Nous divisons [3 805;18,45 par 139;46,42], ce qui donne 27;13,26, dont la racine carrée, 5;13,04, multipliée par le rapport susmentionné de ΘZ : GZ, donne, en termes des grandeurs données de GA et AZ [soit 62;45 et 11;30], ZΘ = 4;46,06^{p} et GZ = 57;06,19^{p} ; donc la droite entière [par addition] GΘ = 61;52,25^{p}.

Donc, en unités où les hypoténuses AZ et AG sont [chacune] de 120^{p}, ZΘ = 49;45,23^{p} et GΘ = 118;19,27^{p}, auxquelles correspondent l'arc ZΘ = 48° 59′ 34″ et l'arc GΘ = 160° 49′ 36″. Par conséquent, ∠ ZAΘ = 24° 29′ 47″ où quatre angles droits font 360°, et ∠ GAΘ = 80° 24′ 48″ [2]. Les autres angles [par soustraction] sont celui de la rétrogradation due à la vitesse de la planète ∠ ZGA = [90° − ∠ GAΘ =] 9° 35′ 12″, et celui [du mouvement] d'anomalie apparente ∠ ZAH = [∠ GAΘ − ∠ ZAΘ =] 55° 55′ 01″, auxquels correspondent, selon le rapport [des vitesses] à l'apogée, 4° 40′ 35″ de mouvement en longitude vraie et 5° 06′ 35″ en mouvement [de longitude] moyen. Ainsi la moitié de la rétrogradation est [9° 35′ 12″ − 4° 40′ 35″ =] 4° 54′ 37″ et environ 61½ j, et la rétrogradation totale de 9° 49′ 14″ et 123 j.

Mais d'après nos calculs pour la plus petite distance, la prostaphérèse de l'équation [correspondant à 1°] est de 5⅔′. Nous avons donc le rapport ΘZ : ZG = 1;05,40 : 10;45,49 et le rapport EG : ZG = 12;57,09 : 10;45,49 ; donc le rectangle EG · ZG = 139;24,56. De plus, GA : AD = 57;15 : 11;30 et DG : GH = 68;45 : 45;45, donc le rectangle qu'elles forment

1 Des six manuscrits que j'ai consultés, un seul (Vatican Grec 180) a λ (30) ; quatre autres ont plutôt δ (Paris BnF 2389, Vatican Grec 1594, Bavière Grec 212, et Paris BnF 2390, tout comme Halma) ; et un autre (Vatican Grec 184) a même κ !

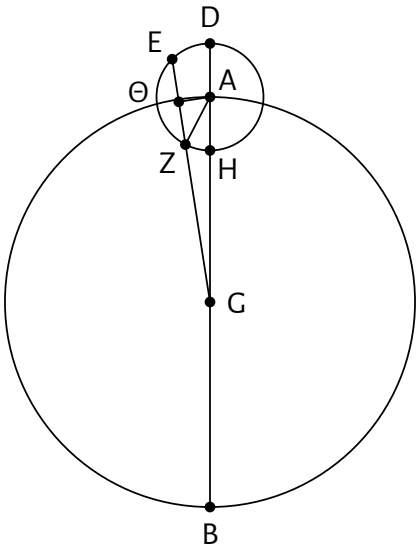
2 Halma, suivant le manuscrit Paris BnF Grec 2389, a 58 ($\overline{νη}$) ; BSB Cod.gr. 212, Paris BnF Grec 2390, Vat.Gr. 180, Vat. Gr. 184, et Vat.Gr. 1594 ont $\overline{μη}$; Heiberg indique aussi que Marc.gr. 313 (que je n'ai pas pu trouver) a $\overline{μη}$.

[DG · GH =] 3 145;18,45. En divisant [ce dernier par l'autre, soit 139;24,56], nous obtenons 22;33,39, dont la racine carrée, 4;45, multipliée par le rapport susmentionné de ΘZ : GZ, donne, en termes des tailles susmentionnées de GA et AZ [soit 57;15 et 11;30], ΘZ = 5;11,55^{p}, ZG = 51;07,38^{p}, et pour la droite entière [par addition] GΘ = 56;19,33^{p}. Donc, en unités où les hypoténuses ZA et AG font chacune 120^{p}, ZΘ = 54;14,47^{p} et GΘ = 118;03,46^{p}, auxquelles correspondent l'arc ZΘ = 53° 45' 04" et l'arc GΘ = 159° 22' 40". Par conséquent, ∠ ZAΘ = 26° 52' 32" où quatre angles droits font 360°, et ∠ GAΘ = 79° 41' 20". Les angles restants [par soustraction] sont celui qui représente la rétrogradation due à la vitesse de l'astre ∠ ZGA = [90° – ∠ GAΘ =] 10° 18' 40", et celui qui représente [le mouvement en] anomalie apparente ∠ ZAH = [∠ GAΘ – ∠ ZAΘ =] 52° 48' 48", auxquels correspondent, selon le rapport [des vitesses] au périgée, 5° 21' 20" en mouvement de longitude vraie et 4° 54' 20" en mouvement [de longitude] moyen. Ainsi, la moitié de la rétrogradation est [10° 18' 40" – 5° 21' 20" =] 4° 57' 20" et environ 59 j, et la rétrogradation totale est de 9° 54' 40" et 118 j.

4. Démonstration des rétrogradations de Mars

À nouveau, dans le cas de Mars, selon nos calculs pour la distance [proche de la] moyenne, ΘZ : ZG = 1 : 0;52,51, et EG : GZ = 2;52,51 : 0;52,51, donc le rectangle EG · GZ = 2;32,15. En outre, GA : AH = 60 : 39;30, et DG : GH = 99;30 : 20;30, donc le rectangle DG · GH = 2 039;45. En divisant [2 039;45 par 2;32,15], nous obtenons 803;50,50, dont la racine carrée, 28;21,08, multipliée par le rapport susmentionné de ΘZ : ZG, donne, en rapport des tailles de GA et d'AZ [soit 60 et 39;30], ΘZ = 28;21,08^{p} et GZ = 24;58,25^{p} des mêmes unités, et la droite entière [par addition] GΘ = 53;19,33^{p}. Ainsi, en unités où les hypoténuses AZ et AG sont chacune de 120^{p}, ZΘ = 86;08,00^{p} et GΘ = 106;39,06^{p}, auxquelles correspondent l'arc ZΘ = 91;44,34^{p} et l'arc GΘ = 125° 26' 10". Par conséquent, ∠ ZAΘ = 45° 52' 17" où quatre angles droits font 360°, et ∠ GAΘ = 62° 43' 05". Les autres angles [par soustraction] sont celui de la rétrogradation due à la vitesse de l'astre, ∠ ZGA = [90° – ∠ GAΘ =] 27° 16' 55", et celui du [mouvement d']anomalie, ∠ ZAH = [∠ GAΘ – ∠ ZAΘ =] 16° 50' 48" ; à ces angles correspond 19° 07' 33" de mouvement [moyen] en longitude, selon le rapport ci-dessus [des vitesses, de 1 : 0;52,51]. Ainsi, la moitié de la rétrogradation est [27° 16' 55" – 19° 07' 33" =] 8° 09' 22" et environ 36½ j, et la rétrogradation totale est de 16° 18' 44" et 73 j.

Mais la distance des points stationnaires à l'élongation de l'apogée et du périgée [1] est [respectivement] de vingt soixantièmes



Pas à l'échelle

1 Halma insère ici **16**° 07' 33" (et ιϛ̄ ζ' λγ" dans le grec), qui se veut une répétition de la valeur, mais celle-ci est plutôt de **19**° 07' 33".

environ [0;20^{p} [1]] de la distance moyenne [de 60^{p}] inférieure à la plus grande distance, et environ la même quantité supérieure à la plus petite distance.

D'après nos calculs pour [les environs de] la plus grande distance, la prostaphérèse pour 1° est de 10⅓' ; ainsi, ΘZ : ZG = 0;49,40 : 1;03,11 et EG : GZ = 2;42,31 : 1;03,11, donc le rectangle EG · GZ = 2;51,08. De plus, GA : AH = 65;40 : 39,30 [2] et DG : GH = 105;10 : 26;10, donc le rectangle DG · GH = 2 751;51,40. Quand nous divisons [2 751;51,40 par 2;51,08], nous obtenons 964;48,47, dont la racine carrée, 31;03,41, multipliée par le rapport ΘZ : ZG, donne, par rapport aux valeurs de GA et AZ [soit 65;40 et 39;30, ci-dessus], ΘZ = 25;42,43^{p} et GZ = 32;42,34^{p}, donc la droite complète [par addition] GΘ = 58;25,17^{p}. Donc, exprimé en unités dont les hypoténuses AZ et AG font chacune 120^{p}, ZΘ = 78;06,44^{p} et GΘ = 106;45,36^{p}, auxquelles correspondent l'arc ZΘ = 81° 13' 08" [3] et l'arc GΘ = 125° 39' 46". Ainsi ∠ ZAΘ = 40° 36' 34" où quatre angles droits font 360°, et ∠ GAΘ = 62° 49' 53" des mêmes degrés. Les autres angles [par soustraction] sont celui de la rétrogradation due à la vitesse de la planète, ∠ ZGA = [90° − ∠ GAΘ =] 27° 10' 07", et celui du [mouvement en] anomalie apparente, ∠ ZAH = [∠ GAΘ − ∠ ZAΘ =] 22° 13' 19", auxquels correspondent [des mouvements en] longitude vraie de 17° 13' 21" et, selon les rapports [des vitesses] à l'apogée, de 20° 58' 21" en longitude moyenne. Ainsi, la moitié de la rétrogradation est [27° 10' 07" − 17° 13' 21" =] 9° 56' 46" et environ 40 j, et la rétrogradation entière est de 19° 53' 32" et 80 j.

D'après nos calculs pour la plus proche distance, la prostaphérèse de l'équation [pour un argument de 1°] est de 12⅔' [4], donc ΘZ : ZG = 1;12,40 : 0,40,11 et EG : GZ = 3;05,31 : 0;40,11 ; donc le rectangle EG · GZ = 2;04,14. De plus, GA : AH = 54;20 : 39;30 [5] et DG : GH = 93;50 : 14;50, donc le rectangle DG · GH = 1 391;51,40. En divisant [1 391;51,40 par 2;04,14], nous obtenons 672;13, dont la racine carrée, 25;55,38, multipliée par le rapport ΘZ : ZG, donne, par rapport aux tailles de GA et AZ [soit 54;20 et 39;30], ΘZ = 31;24,03^{p} et GZ = 17;21,51^{p} des mêmes unités, donc pour la droite entière [par addition] GΘ = 48;45,54^{p}. Ainsi, où les hypoténuses AZ et AG sont chacune de 120^{p}, ZΘ = 95;23,42^{p} et GΘ = 107;42,07^{p}, auxquelles correspondent l'arc ZΘ = 105° 18' 10" et l'arc GΘ = 127° 40' 22". Conséquemment, ∠ ZAΘ = 52° 39' 05" où quatre angles droits font 360°, et ∠ GAΘ = 63° 50' 11". Les autres angles sont celui de la rétrogradation due à la vitesse de l'astre, ∠ ZGA = [90° − ∠ GAΘ =] 26° 09' 49", et celui du [mouvement en] anomalie apparente, ∠ ZAH = [∠ GAΘ − ∠ ZAΘ =] 11° 11' 06", auxquels correspondent [des mouvements en] longitude vraie de 20° 33' 42" et en longitude moyenne de 16° 52' 52" [6], selon les rapports [des vitesses] au périgée. Donc la moitié de la rétrogradation est [26° 09' 49" − 20° 33' 42" =] 5° 36' 07" et environ 32¼ j, et la rétrogradation totale est de 11° 12' 14" et 64½ j.

---

1 En toutes lettres dans les manuscrits, donc je l'ai laissé dans le texte. Halma a εἴκοσιν ἑξηκοστῶν ; Heiberg, εἴκοσι ἑξηκοστοῖς ; certains manuscrits abrègent le premier mot en simplement κ ; d'autres ont κ ξξ.

2 Quelques manuscrits (Paris Grec 2390, Vat.gr. 180, Vat.gr. 184, Vat.gr. 1594) ont AH, Halma et deux manuscrits ont AD (Paris BnF 2389 et BSB Cod.graec. 212), et Heiberg dit que Marc.gr. 313 a même AHD !

3 Toomer indique que la valeur correcte est 81° 13' **2**8", qui se trouve dans au moins quatre manuscrits (deux grecs, un arabe, un latin) et Halma, mais on trouve 81° 13' **0**8" dans Paris BnF 2389 et Vat.gr. 180 (et Heiberg), qui est peut-être une correction des copistes. Toutefois, ∠ ZAΘ = 40° 36' 34" qui suit confirme la valeur de 81° 13' **0**8" ; Ptolémée aurait donc fait une erreur en divisant 81° 13' **2**8" par deux.

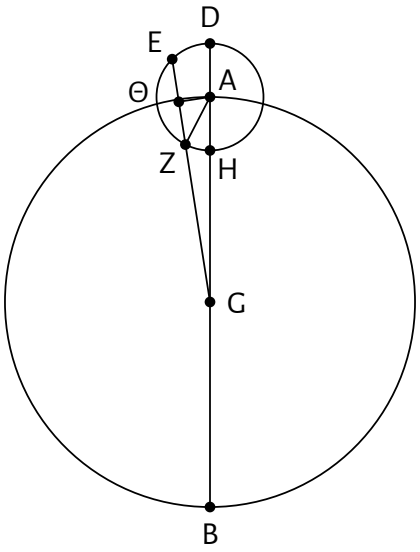
4 Halma a 12° 40', qui revient au même, mais ιβ̄ γ" en grec.

5 Halma a **4**4;20 (μ̄δ̄ κ'). Ses sources sont mixtes, alors il a dû faire un choix — le mauvais. Des manuscrits consultés, BSB cod.gr. 212 (f.243, l.14), Paris BnF grec 2389 (f.324v, c.2, l.9), Vat.gr. 180 (f.255v, l.11), et Vat.gr. 1594 (f.235v, c.2, l.11) ont 54;20 (N̄Δ̄ K̄ ou ν̄δ̄ κ̄), tandis que Paris BnF grec 2390 (f.131v, c.2, l.13) et Vat.gr. 184 (f.212r, l.16) semblent avoir μ̄δ̄ κ̄, mais sont si mal écrits que plusieurs ν ressemblent à des μ. C'est peut-être l'origine de l'erreur de Halma, bien que BnF grec 2389 soit écrit très clairement. Heiberg (Pars II, p.482, l.1) a 54;20 (ν̄δ̄ κ̄), sans commenter.

6 Halma a 16° 52' 5**4**" (ῑς̄ νβ" νδ", présent dans le manuscrit Paris BnF grec 2389. Je n'ai pas vérifié les autres manuscrits.

5. Démonstration des rétrogradations de Vénus

Maintenant, dans le cas de la planète Vénus, selon nos calculs de distance moyenne, ΘZ : ZG = 1 : 0;37,31 et EG : GZ = 2;37,31 : 0;37,31, donc le rectangle EG · GZ = 1;38,30. En outre, GA : AH = 60 : 43;10 et DG : GH = 103;10 : 16;50, donc le rectangle DG · GH = 1 736;38,20 [1]. En divisant [1 736;38,20 par 1;38,30], nous obtenons 1 057;51, dont la racine carrée, 32;31,29, multipliée par le rapport de ΘZ : ZG susmentionné, donne, en termes des tailles susmentionnées de GA et AZ [soit 60 et 43;10], ΘZ = 32;31,29^p et GZ = 20;20,11^p des mêmes unités ; donc la droite entière [par addition] GΘ = 52;51,40^p. Conséquemment, où les hypoténuses AZ et AG font chacune 120^p, ZΘ = 90;24,58^p et GΘ = 105;43,20^p, auxquelles correspondent l'arc ZΘ = 97° 47′ 00″ [2] et arc GΘ = 123° 31′ 49″. Ainsi ∠ ZAΘ = 48° 53′ 30″ où quatre angles droits font 360°, et ∠ GAΘ ≈ 61° 45′ 54″ des mêmes unités. Les autres angles [par soustraction] sont celui de la rétrogradation due à la vitesse de l'astre, ∠ ZGA = [90° − ∠ GAΘ =] 28° 14′ 06″, et celui du [mouvement moyen] en anomalie, ∠ ZAH = [∠ GAΘ − ∠ ZAΘ =] 12° 52′ 24″, auxquels correspondent un mouvement en longitude [moyenne] de 20° 35′ 19″, selon le rapport moyen [des vitesses] ci-dessus. La moitié de la rétrogradation est donc de [28° 14′ 06″ − 20° 35′ 19″ =] 7° 38′ 47″ et environ 20⅝ j et la rétrogradation entière, de 15° 17′ 34″ et 41⅔ j.



Pas à l'échelle

Or, la distance des points stationnaires depuis l'apogée et le périgée est [respectivement] d'environ 0;05^p de la distance moyenne [de 60^p] inférieure à la plus grande distance, et d'environ la même quantité supérieure à la plus petite distance. Ainsi, d'après nos calculs pour [les environs de] la plus grande distance, la prostaphérèse de l'équation [correspondant à 1°] est de 2⅓′ [3]. Par conséquent, ΘZ : ZG = 0;57,40 : 0;39,51 [4] et EG : GZ = 2;35,11 : 0;39,51, donc le rectangle EG · GZ = 1;43,04. De plus, GA : AH = 61;10 : 43;10 et DG : HG = 104;20 : 18;00, donc le rectangle DG · HG = 1 878;00. La division [de 1 878 par 1;43,04] nous donne 1 093;16,23, dont la racine carrée, 33;03,53, multipliée par le

1 Plusieurs manuscrits et Halma ont 4 736, manifestement erroné. (Munich BSB 212 (f.243^v l.5) : ,ΔΨΛΖ ; les autres α sont bien ronds. Paris BnF gr.2389 (f.325^v c.2 l.23) : ,ΔΨΛΖ ; ,Δ ressemble davantage à un Dé cyrillique (Д) avec ses deux « pieds », et le signe numéral grec (,) ressemble à une mince extension vers le bas et la gauche du pied droit du Д. Paris BnF gr.2390 (f.132r c.1 l.2) : ,δψλζ, mais on dirait en fait d'un mélange entre α et δ, portant peut-être une trace de gommage. Vat.gr.180 (f.256^r l.3) : ,αψλζ, clair, bien que le ,α ressemble à un q. Vat. gr.184 (f.212^r par.2, l.4) : ,αψλζ, mais le ,α ressemble aussi à un q. Vat.gr.1594 (f.236^r c.1, l.–10) : ,ΔΨΛζ ; ici aussi, presque tous les autres α sont bien ronds, tandis que le premier caractère ressemble à un Д. Heiberg (Pars II, p.483, l.20) : ,αψλζ ; il indique que les manuscrits ABC ont ,δψλζ (ou en capitales), tandis que D et une main plus récente (14–15e siècles) dans le C (10e siècle) ont ,αψλζ. Il est tout de même étonnant que personne n'ait saisi l'erreur, surtout considérant le quotient donné juste après.

2 Halma a bien ϛ″ en grec, qu'il ne copie pas en français.

3 Halma a faussement interprété γ′ comme signifiant 3′ plutôt que ⅓.
Toomer indique que la valeur est dérivée du tableau XI 11 pour Vénus pour un argument de 6°, qui correspond à 14′, soit 2⅓′ pour 1°, mais qu'on devrait plutôt utiliser les valeurs 18° et 24° du tableau, donnant une différence de 15′, menant à 2½′ pour 1°.

4 Halma a 52 en français, mais bien να″ (51) en grec. Le plus étrange est que tout de suite après, il a 51 en français aussi…

rapport susmentionné de ΘZ : ZG, donne, en termes des tailles susmentionnées de GA et AZ [soit 61;10 et 43;10], ΘZ = 31;46,44^{p} et GZ = 21;57,38^{p} des mêmes unités, donc la droite entière [par addition] GΘ = 53;44,22^{p}. Ainsi, où les hypoténuses AZ et AG font chacune 120^{p}, ZΘ = 88;20,34^{p} et GΘ = 105;25,44^{p}, auxquelles correspondent l'arc ZΘ = 94° 48′ 54″ et l'arc GΘ = 122° 56′ 27″. Ainsi, ∠ ZAΘ = 47° 24′ 27″ et ∠ GAΘ = 61° 28′ 14″. Les autres angles [par soustraction] sont celui de la rétrogradation due à la vitesse de l'astre, ∠ ZGA = [90° − ∠ GAΘ =] 28° 31′ 46″, et celui du [mouvement en] anomalie apparente, ∠ ZAH = [∠ GAΘ − ∠ ZAΘ =] 14° 03′ 47″, auxquels correspondent [des mouvements de] 20° 19′ 03″ en longitude vraie et 21° 09′ 03″ en longitude moyenne, selon les rapports [des vitesses] à l'apogée. Ainsi, la moitié de la rétrogradation est de [28° 31′ 46″ − 20° 19′ 03″ =] 8° 12′ 43″ et environ 21½ j, et la rétrogradation entière est de 16° 25′ 26″ et 43 j.

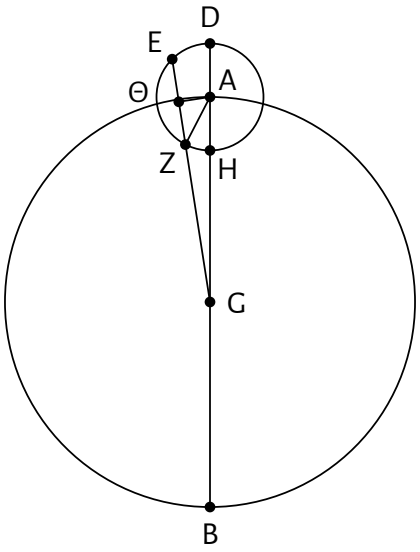
Selon nos calculs pour la distance la plus proche, la prostaphérèse de l'équation [correspondant à un argument de 1°] est la même quantité, soit 2⅓′ [1]. Nous avons donc ZΘ : ZG = 1;02,20 : 0;35,11 et EG : GZ = 2;39,51 : 0;35,11, donc le rectangle EG · GZ = 1;33,44. En outre, GA : AD = 58;50 : 43;10 et DG : GH = 102;00 : 15;40, donc le rectangle DG · GH = 1 598;00. La division [de 1 598 par 1;33,44] nous donne 1 022;54,07, dont la racine carrée, 31;58;58, multipliée par le rapport ΘZ : ZG susmentionné, donne, en termes des tailles susmentionnées de GA et AZ [soit 58;50 et 43;10], ΘZ = 33;13,36^{p} et GZ = 18;45,16^{p} des mêmes unités, pour une droite entière [par addition] GΘ = 51;58,52^{p}. Conséquemment, où les hypoténuses AZ et AG font chacune 120^{p}, ZΘ = 92;22,03^{p} et GΘ = 106;01,23^{p}, auxquelles correspondent l'arc ZΘ = 100° 39′ 34″ [2] et l'arc GΘ = 124° 08′ 22″. Donc ∠ ZAΘ = 50° 19′ 47″ où quatre angles droits font 360°, et ∠ GAΘ = 62° 04′ 11″. Les angles restants [par soustraction] sont celui de la rétrogradation due à la vitesse de l'astre, ∠ ZGA = [90° − ∠ GAΘ =] 27° 55′ 49″, et celui du [mouvement en] anomalie apparente, ∠ ZAH = [∠ GAΘ − ∠ ZAΘ =] 11° 44′ 24″, auxquels correspondent [des mouvements de] 20° 53′ 30″ en longitude vraie et 20° 04′ 30″ en longitude moyenne, selon les rapports [des vitesses] au périgée. Ainsi, la moitié de la rétrogradation est de [27° 55′ 49″ − 20° 53′ 30″ =] 7° 02′ 19″ et environ 20⅓ j, pour une rétrogradation entière de 14° 04′ 38″ et 40⅔ j.

1 Halma a encore mal interprété le grec, — doublement, cette fois — et a «2′ 3″» en français.
Toomer indique que «Ceci correspond à un incrément de 7′ pour un incrément de 3° de l'argument. Dans le tableau d'anomalie pour Vénus (XI 11), près du périgée, l'incrément est de 7′ entre 165° et 162° et entre 159° et 156°, mais entre 162° et 159°, qui est le bon intervalle (κ ≈ 20°), il est de seulement 6′.»

2 Halma a «139^{p} 34′», tant en français qu'en grec (ρλθ λδ′). Sa source principale est Paris BnF gr. 2389, où on a clairement (f.326^{v} c.1 l.18) «ΡΛΘ ΛΔ»; l'absence d'espace et l'unicité du trait supérieur du premier groupe donnent vraiment l'impression qu'il s'agit d'un seul nombre, soit 139, expliquant l'erreur d'Halma. De même, BSB 212 (f.244^{r} l.20) a «ρ λθ λδ′», avec essentiellement aucune espace [oui, «espace» est féminin en français en terme de typographie] entre le ρ et le λ, mais le trait supérieur est définitivement au-dessus de λθ seulement. Même chose pour Vat.gr.1594 (f.236^{v} c.2 l.–13), avec «Ρ ΛΘ Λ′Δ», bien qu'il n'y ait pas beaucoup d'espace entre le P et le Λ. Vat.gr.180 (f.256^{v} l.–13) et Vat.gr.2390 (f.132^{r} c.2 l.23) ont quant à eux «ρ λθ λδ′», assez clair. Le Vat.gr.184 (f.212^{v} l.10) a l'abréviation de μοιρῶν («partie») suivie d'un rho (ρ) pour 100, puis de l'abréviation de ἑξηκοστῶν («soixantièmes») avec λθ λδ, donc 100 + 39;34 soixantièmes, ce qui a le mérite d'être clair… bien que ce soit très mal écrit.

6. Démonstration des rétrogradations de Mercure

En ce qui concerne Mercure, selon nos calculs pour la distance moyenne, ΘZ : ZG = 1 : 3;09,08 et EG : GZ = 5;09,08 : 3;09,08, donc le rectangle EG · GZ = 16;14,27. En outre, GA : AH = 60;22½ et DG : GH = 82;30 : 37;30, donc le rectangle DG · GH = 3 093;45. La division [de 3 093;45 par 16;14,27] nous donne 190;29,31, dont la racine carrée, 13;48,07, multipliée par le rapport susmentionné ΘZ : ZG, et exprimé en termes des tailles susmentionnées de GA et AZ [soit 60 et 22;30], donne ΘZ = 13;48,07^{p} et ZG = 43;30,24^{p} ; la droite entière [par addition] est donc GΘ = 57;18,31^{p}. Ainsi, où les hypoténuses AZ et AG font chacune 120^{p}, ZΘ = 73;36,37^{p} et GΘ = 114;37,02^{p}, auxquelles correspondent l'arc ZΘ = 75° 40' 28" [1] et arc GΘ = 145° 32' 52". Conséquemment, ∠ ZAΘ = 37° 50' 14" où quatre angles droits font 360°, et ∠ ΘAG = 72° 46' 26".



Pas à l'échelle

Les autres angles [par soustraction] sont celui de la rétrogradation due à la vitesse de l'astre, ∠ ZGA = [90° − ∠ ΘAG =] 17° 13' 34", et celui du [mouvement moyen en] anomalie, ∠ ZAH = [∠ ΘAG − ∠ ZAΘ =] 34° 56' 12", auxquels correspondent un mouvement en longitude [moyenne] de 11° 04' 59", selon le rapport [des vitesses] susmentionné, et il reste pour la moitié de la rétrogradation [par soustraction : 17° 13' 34" − 11° 04' 59" =] 6° 08' 35" et environ 11¼ j. La rétrogradation entière se compose donc de 12° 17' 10" et 22½ j.

Selon nos calculs pour [les environs de] la plus grande distance, c'est-à-dire quand la longitude corrigée est d'environ 11° de l'apogée (correspondant à une longitude moyenne d'environ 11½°), la prostaphérèse de l'équation correspondant à 1° [d'anomalie] est d'environ 2⅓' [2]. Pour cette raison, les rapports ΘZ : ZG = 0;57,40 : 3;11,28 et EG : GZ = 5;06,48 : 3;11,28, donc le rectangle EG · GZ = 16;19,02. En outre, GA : AH = 68;36 : 22;30 [3] et DG : GH = 91;06 : 46;06, donc le rectangle DG · GH = 4 199;42,36. Leur division [de 4 199;42,36 par 16;19,02] donne 257;22,44, dont la racine carrée, 16;02,35, multipliée par le rapport énoncé de ΘZ : ZG, relativement grandeurs données de GA et AZ [soit 68;36 et 22;30], donne ΘZ = 15;25,09^{p} et ZG = 51;11,43^{p} [4] des mêmes unités, et la droite entière [par addition] GΘ = 66;36,52^{p} [5]. Ainsi, où les hypoténuses ZA et AG font chacune 120^{p}, ZΘ = 82;14,08^{p} [6] et GΘ = 116;31,36^{p}, auxquelles correspondent l'arc ZΘ = 86° 31' 04" et l'arc ΘG = 152° 27' 56".

1 Halma a **73**° 40' 28". Vat.gr.184 (f.212^{v} l.21) a οε. Munich BSB gr.212 (f.244^{v} l.7), Paris BnF gr.2389 (f.327^{r} c.1 l.–3), Paris BnF gr.2390 (f.132^{v} c.1 l.2), et Vat.gr.1594 (f.237^{r} c.2 l.2) ont ογ (on se rappellera que les deux parisiens sont la source d'Halma). Vat.gr.180 (f.257^{r} l.10) a οε, avec le ο qui semble (erronément !) «corrigé» (cette deuxième main est identifiée comme D^{2} par Heiberg, D étant la main habituelle du Vat.gr.180) pour un υ… Aussi, Heiberg indique que Marc.gr.313 a οε et Marc.gr.310 a ογ.

2 Halma a encore doublement mal interprété le grec, avec «2' 3"» en français.

3 Halma a, erronément, 60;36 en français, bien qu'il ait ξη λϛ en grec, présent dans tous les manuscrits que j'ai consultés.

4 Halma a 51;**13**,43 (même chose en grec avec να ιγ μγ), présent dans la plupart des manuscrits, mais corrigé dans Vat.gr.180.

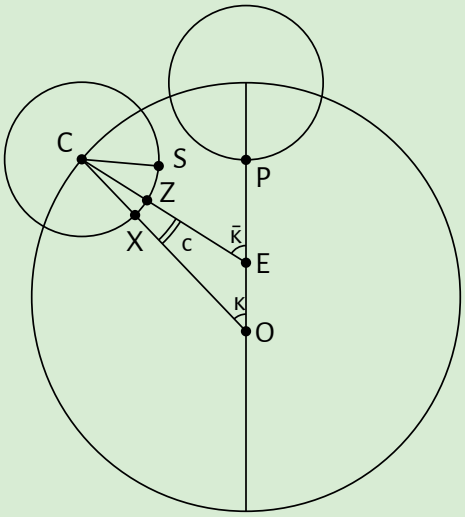
5 Halma a 6**3** en français, malgré un grec correct avec ξϛ.

6 Halma a **24**;14,08 en français, malgré un grec correct avec πβ. Je ne vois pas comment cela a pu arriver.

Conséquemment, ∠ ZAΘ = 43° 15′ 32″ où quatre angles droits font 360° et ∠ ΘAG = 76° 13′ 58″. Les angles restants [par soustraction] sont celui de la rétrogradation due à la vitesse de l'astre, ∠ ZGA = [90° − ∠ ΘAG =] 13° 46′ 02″, et celui du [mouvement en] anomalie apparente, ∠ ZAH = [∠ ΘAG − ∠ ZAΘ =] 32° 52′ 26″, auxquels correspondent [des mouvements de] 9° 48′ 51″ en longitude vraie et 10° 16′ 51″ en [longitude] moyenne, selon les rapports [des vitesses] à l'apogée. Ainsi, il reste la moitié de la rétrogradation, de [par soustraction : 13° 46′ 02″ − 9° 48′ 51″ =] 3° 57′ 11″ et environ 10½ j, et la rétrogradation entière est de 7° 54′ 22″ et 21 j.

Selon nos calculs pour la plus petite distance (qui se produit près des élongations de 120° en mouvement moyen depuis l'apogée), la prostaphérèse de l'équation, dérivée [du tableau] à environ 11° de part et d'autre des périgées est d'environ 1½′. Il s'ensuit que ΘZ : ZG = 1;01,30 : 3;07,38 et EG : GZ = 5;10,38 : 3;07,38, et le rectangle EG · GZ = 16;11,25. En outre, GA : AH ≈ 55;42 : 22;30 et DG : GH = 78;12 : 33;12, donc le rectangle DG · GH = 2 596;14,24. La division [de 2 596;14,24 par 16;11,25] donne 160;21,29 [1], dont la racine carrée, 12;39,48, multipliée séparément par le rapport susmentionné ΘZ : ZG, et relativement aux tailles susmentionnées de GA et AZ [soit 55;42 et 22;30], donne ΘZ = 12;58,47^{p} et ZG = 39;36,04^{p} des mêmes unités, donc la droite entière [par addition] GΘ = 52;34,51^{p}. C'est pourquoi, où les hypoténuses AZ et AG font chacune 120^{p}, ΘZ = 69;13,31^{p} et ΘG = 113;16,48^{p}, auxquelles correspondent l'arc ΘZ = 70° 27′ 44″ et l'arc ΘG = 141° 28′ 14″. Conséquemment, ∠ ΘAZ = 35° 13′ 52″ où quatre angles droits font 360°, et ∠ ΘAG = 70° 44′ 07″. Les autres

Toomer ajoute ce diagramme pour aider à la compréhension de ce passage.



Pas à l'échelle

∠ ZGA = [90° − ∠ ΘAG =] 19° 15′ 53″ [2], et celui du [mouvement en] anomalie apparente, ∠ ZAH = [∠ ΘAG − ∠ ΘAZ =] 35° 30′ 15″ [3], auxquels correspondent [des mouvements de] 11° 39′ 30″ en longitude corrigée, et 11° 21′ 30″ en [longitude] moyenne, selon les rapports [des vitesses près du périgée] susmentionnés. Il reste donc la moitié de la rétrogradation [par soustraction : 19° 15′ 53″ − 11° 39′ 30″ =] 7° 36′ 23″ et environ 11½ j, pour une rétrogradation entière de 15° 12′ 46″ et 23 j.

Les quantités [des rétrogradations] que nous avons démontrées concordent assez bien avec celles dérivées des phénomènes réels associés à chaque planète. Nous avons d'ailleurs utilisé la méthode suivante pour trouver les mouvements en longitude aux plus grandes et aux plus petites distances.

Par exemple, dans le cas de Mars [XII 4], nous avons démontré que, aux environs de la plus grande distance, l'arc apparent de l'épicycle

1 Paris BnF gr.2390 (f.132^{v} c.2 l.4), Vat.gr.180, et Vat.gr.1594 ont ici ρξ κα κα plutôt que ρξ κα κθ. Paris BnF gr.2389 a aussi ρξ κα κα, mais corrigé en petit dans la marge par θ ; de même dans Marc.gr.310, selon Heiberg. Vat.gr.184 (non mentionné par Heiberg) a ρξ κα κζ ! BSB Cod.gr. 212 est correct avec ρξ κα κθ.

2 Halma a ZAG, présent dans la plupart des manuscrits mais corrigé — ou plutôt gribouillé — dans Vat.gr.180 par une deuxième main.

3 Halma a encore ici ZAG, probablement par confusion avec d'autres lignes. Aucun manuscrit n'a cela.

d'un point stationnaire à l'opposition (celui vu du centre de l'écliptique) est de 22° 13' 19", auquel correspond (selon le rapport 1 : 1;03,11) un mouvement en longitude moyenne d'environ 21° 10' — mais celui-ci n'est pas exact[ement vrai], puisque les rapports des vitesses que nous avons établis pour les stations ne restent pas inchangés pendant toute la période de rétrogradation. Cependant, il est suffisamment proche de la vérité pour que la prostaphérèse qui lui correspond (qui est d'environ 3° 45') ne soit pas significativement différente [de la réalité]. Nous avons donc soustrait celle-ci [3° 45'] du 22° 13' 19" de l'épicycle (puisqu'à la plus grande distance le mouvement apparent sur l'épicycle est supérieur au mouvement moyen), et [ainsi] trouvé que le mouvement moyen correspondant en anomalie d'un point stationnaire à l'opposition est de 18° 28' 19", auquel correspond, selon le rapport des mouvements moyens [0;52,51 : 1], un mouvement moyen en longitude de 20° 58' 21". Nous avons donc adopté cela comme valeur au lieu des 21° 10' [précédents], puisqu'elle est plus exacte, et en avons soustrait les 3° 45' de la prostaphérèse, qui reste ici pratiquement la même. [Nous avons soustrait] parce qu'à la plus grande distance, le mouvement apparent en longitude est inférieur au [mouvement] moyen. Ainsi, nous avons trouvé que le mouvement apparent en longitude est de 17° 13' 21", l'intervalle indiqué ci-dessus.

De même, lorsque l'épicycle est à 11° 22' [1] [en longitude moyenne] depuis le périgée, la planète effectue ses stations à une distance [en anomalie] de 35° 30' du périgée apparent de l'épicycle, de sorte que la différence avec la distance moyenne est de [35° 30' – 34° 56' =] 34' [2]. Et la plus petite distance est 55;34^{p} où la moyenne est 60^{p}, et leur différence est 4;26^{p}, tandis qu'à l'élongation ci-dessus du périgée la distance est d'environ 55;42^{p}, et la différence de la moyenne 4;18^{p}. De même, en multipliant 4;26 par 0;34 et en divisant le produit par 4;18, nous trouvons la différence [en anomalie] par rapport à la distance moyenne au périgée réel, de 0° 35'. C'est pourquoi la distance depuis le périgée apparent de l'épicycle est de [34° 56' + 0° 35' =] 35° 31', et depuis l'apogée, de 144° 29' pour la première station et de 215° 31' pour la deuxième station. Nous inscrivons ces quantités dans les mêmes [11e et 12e] colonnes, mais pas en face du nombre 180 de longitude, mais en face des nombres 120 et 240, puisque nous avons démontré que les points de l'excentrique de la planète Mercure les plus proches de la Terre [3] sont à ces positions.

7. Construction d'un tableau des stations

Afin de nous permettre de calculer commodément à quel point de l'épicycle se trouve chaque planète lorsqu'elle semble stationnaire, pour les distances comprises dans l'intervalle entre la distance moyenne et la plus grande ou la plus petite distance, nous avons dressé un tableau de 31 lignes et 12 colonnes, dont les deux premières contiendront les chiffres de la longitude moyenne à des intervalles de 6°, correspondant à la disposition des autres tableaux. Les 10 colonnes suivantes contiendront les distances en anomalie corrigée depuis l'apogée apparente de l'épicycle pour chacune des 5 planètes : dans chaque cas, la

1 Vat.gr. 184 a 12° 22'. Ce manuscrit n'est mentionné par aucun traducteur, ni par Heiberg.

2 Littéralement, «devient 1 part de 34 soixantièmes». Halma a substitué õ pour α μοίρας, mais l'omicron ne s'écrit jamais avec un périspomène — sauf en grec très ancien, avant l'introduction de la lettre oméga (ω) qui désigne le o long que formerait õ. Halma voulait peut-être écrire ō (et à ce moment, l'erreur viendrait du typographe), mais cela signifierait 70, à moins qu'il n'ait intenté un zéro, mais le symbole pour celui-ci était différent… Quoi qu'il en soit, le changement est essentiellement sans conséquence, puisque la version française a 0° 34'.

3 Ptolémée utilise «περιγειότατα», forme superlative rare.

première colonne [de la paire pour cette planète] contiendra le nombre pour la première station, et la seconde colonne celui pour la deuxième station. Nous avons obtenu ces nombres [des entrées] à partir des [nombres] démontrés ci-dessus pour les distances moyennes, minimales, et maximales, et à partir des incréments à des distances entre celles-ci, que nous avons déjà déterminées dans [nos calculs] des soixantièmes [c'est-à-dire des minutes] que nous avons indiquées dans la huitième colonne des tableaux des anomalies. Car en démontrant le montant de l'équation maximale d'anomalie correspondant à chaque entrée dans le mouvement moyen, nous démontrons simultanément la distance de l'épicycle, qui est le principal facteur affectant la différence dans [la position des] stations.

Mais d'abord, puisque les rétrogradations que nous avons démontrées pour [les environs de] l'apogée et [du] périgée ne représentent pas les stations qui se produisent lorsque le centre de l'épicycle est précisément à l'apogée et au périgée, mais plutôt celles [qui se produisent] lorsqu'il est à une certaine distance spécifiée [d'eux], nous avons utilisé ce dernier pour déterminer, pour chaque planète, le montant correspondant à l'apogée et au périgée réels, comme suit.

Pour ce qui est de Saturne et Jupiter, puisqu'il n'y a pas de différence significative entre les distances de l'épicycle à l'apogée et au périgée [d'une part] et celles aux élongations de l'apogée et du périgée utilisés ci-dessus [d'autre part], nous avons entré les quantités d'anomalie (comptées depuis l'apogée apparente de l'épicycle) dérivées pour ces élongations sur les lignes appropriées, c'est-à-dire que nous avons entré la quantité pour l'apogée sur la ligne avec l'argument 360, et la quantité pour le périgée sur la ligne avec l'argument 180. Mais nous avons démontré que pour Saturne, la distance [en anomalie] du périgée de l'épicycle à l'apogée de l'excentrique est d'environ 67° 15', et au périgée de l'excentrique d'environ 64° 31' ; et que pour Jupiter, elle est de 55° 55' à l'apogée et de 52° 49' au périgée. Pour plus de facilité d'utilisation, nous avons inscrit les quantités [en anomalie] correspondant à celles-ci, comptées à partir de l'apogée de l'épicycle, sur les lignes appropriées dans les 4 colonnes suivant les [colonnes d'argument de] longitude : sur la ligne d'argument 360 (pour l'apogée) [nous avons entré], dans la troisième colonne, 112° 45' pour la première station de Saturne, et, dans la quatrième colonne, 247° 15' pour sa deuxième station ; de même, dans la cinquième colonne, 124° 05' pour la première station de Jupiter, et, dans la sixième colonne, 235° 55' pour sa seconde station. Et sur la ligne avec l'argument 180 (pour le périgée) [nous entrons], suivant le même ordre, 115° 29' et 244° 31', et de même 127° 11' et 232° 49'.

Dans le cas de Mars, nous avons démontré que lorsque le centre de l'épicycle est à 20° 58' en [longitude] moyenne depuis l'apogée de l'excentrique, la planète est à son point stationnaire à une distance de 22° 13' [en anomalie] depuis le périgée apparent de l'épicycle ; et la quantité [correspondante] [d'anomalie] à distance moyenne est de 16° 51', de sorte que la différence est de 5° 22'. De plus, là où la distance moyenne est de 60^{p}, la plus grande distance est de 66^{p} et la différence entre la plus grande et la moyenne est de 6^{p}, tandis qu'à la distance ci-dessus de l'apogée [de 20° 58'] la distance est de 65;40^{p} et la différence entre ceci et la moyenne est de 5;40^{p}. Ainsi, en multipliant 6 par 5;22 et en divisant le résultat par 5;40, nous trouvons que la différence par rapport à la distance moyenne à l'apogée réelle est d'environ 5° 41' [1]. Ainsi, nous calculons que la distance [en anomalie] depuis le périgée apparent de l'épicycle est de [16° 51' + 5° 41' =] 22° 32', et depuis l'apogée, pour la première station, de 157° 28', que nous

1 Halma a 5° 44', valeur que l'on retrouve dans Paris BnF 2390 et Vat.gr. 1594. Heiberg indique que Marc.gr. 313 a 5° 40' (ε μ plutôt que ε μα).

inscrivons dans la septième colonne à la ligne de 360 et, pour la deuxième station, 202° 32', que nous inscrivons dans la huitième colonne sur la même ligne.

De même, quand le centre de l'épicycle est à 16° 53' en [longitude] moyenne depuis le périgée [de l'excentrique], elle [Mars] effectue ses stations à une distance de 11° 11' [en anomalie] du périgée apparent de l'épicycle, de sorte que la différence [en anomalie] avec la distance moyenne est [16° 51' – 11° 11' =] 5° 40' [1], et la plus petite distance est de 54^{p} des mêmes unités, avec une différence de 6^{p} avec la moyenne ; et à l'élongation ci-dessus du périgée de l'excentrique est de 54;20^{p}, avec une différence avec la moyenne de 5;40^{p}. Ainsi, au périgée réel, nous obtenons la différence totale [en anomalie par rapport à la moyenne] de [5° 40' × 6 ÷ 5;40 =] 6°. C'est pourquoi, la quantité [d'anomalie] depuis le périgée apparent de l'épicycle est de [16° 51' – 6° =] 10° 51' ; et depuis l'apogée, de 169° 09' pour la première station, et de 190° 51' la seconde, que nous inscrivons dans les colonnes appropriées sur la ligne de 180.

Dans le cas de Vénus, nous avons démontré que, lorsqu'elle est à 21° 09' en longitude moyenne depuis l'apogée [de l'excentrique], elle effectue ses stations à 14° 04' [en anomalie] depuis le périgée apparent de l'épicycle, tandis que le montant [correspondant] à distance moyenne est de 12° 52', de sorte que la différence est de 1° 12'. Et, où la distance moyenne est de 60^{p}, la plus grande distance est de 61;15^{p}, et la différence de la moyenne de 1;15^{p} ; tandis qu'à l'élongation ci-dessus depuis l'apogée, la distance est de 61;10^{p}, pour une différence avec la moyenne de 1;10^{p}. De même, nous multiplions donc 1;15 par 1;12 et divisons le produit par 1;10 ; nous trouvons ainsi la différence [en anomalie] de 1° 17' à l'apogée réelle par rapport à celle de la distance moyenne. Ainsi nous calculons que la distance [en anomalie] depuis le périgée apparent de l'épicycle est de [12° 52' + 1° 17' =] 14° 09', et depuis l'apogée, pour la première station, de 165° 51'. Nous inscrivons [ces montants] dans la neuvième colonne sur la ligne avec 360, et, pour la seconde station, 194° 09', que nous inscrivons dans la dixième colonne sur la même ligne.

De même, lorsque l'épicycle est à environ 20^{p} en longitude moyenne depuis le périgée de l'excentrique, elle [Vénus] effectue ses stations à 11° 44' [en anomalie] depuis le périgée apparent de l'épicycle, pour une différence par rapport à la distance moyenne de [12;52 – 11° 44' =] 1° 08'. Et la plus petite distance est de 58;45^{p} où la moyenne fait 60^{p}, et leur différence est de 1;15^{p}. En outre, la distance à l'élongation susmentionnée depuis le périgée est de 58;50^{p} des mêmes unités, et la différence avec la moyenne de 1;10^{p}. En multipliant donc 1;15 par 1;08 et en divisant le résultat par 1;10, nous trouvons la différence [en anomalie] par rapport à la distance moyenne de 1° 13' au périgée réel. Ainsi la quantité d'anomalie du périgée apparent de l'épicycle est [12° 52' – 1° 13' =] 11° 39', et celle de l'apogée, de 168° 21' pour la première station et de 191° 39' pour la seconde station, que nous inscrivons dans les mêmes colonnes [c'est-à-dire la neuvième et la dixième, respectivement] en face du nombre 180.

Dans le cas de la planète Mercure, nous avons démontré que lorsque l'épicycle est à 10° 17' en longitude moyenne de l'apogée de l'excentrique, la planète effectue ses stations à une distance [en anomalie] de 32° 52' depuis le périgée apparent de l'épicycle, tandis que le montant [correspondant] à distance moyenne est de 34° 56', pour une différence de 2° 04'. De plus, lorsque la distance moyenne est de 60^{p}, la plus grande distance est de 69^{p}, pour une différence de 9^{p}, tandis qu'à l'élongation susmentionnée par rapport à l'apogée, la distance est de 68;36^{p} et la différence par rapport à la moyenne, de 8;36^{p}. Par la même procédure que précédemment, en multipliant

1 Halma a 42, probablement par confusion avec 16° 53' juste avant, ayant « oublié » le 16° 51' de l'anomalie à la distance moyenne.

9 par 2;04 et en divisant le résultat par 8;36, nous obtenons une différence [en anomalie] à l'apogée réelle d'environ 2° 10′ par rapport à la distance moyenne. Ainsi, nous calculons que la distance [en anomalie] apparente de l'épicycle est de [34° 56′ – 2° 10′ =] 32° 46′ depuis le périgée, et depuis l'apogée, pour la première station, de 147° 14′, ce que nous inscrivons dans la onzième colonne en face de 360, et pour la seconde station, de 212° 46′, que nous inscrivons dans la douzième colonne sur la même ligne.

Après cet exposé préliminaire, les incréments pour les positions entre [l'apogée et le périgée] peuvent être obtenus en utilisant les mêmes méthodes. Par exemple, proposons-nous de trouver les entrées (en anomalie apparente) pour la première station lorsque la position moyenne en longitude est à 30° de l'apogée. Dans cette situation la distance de l'épicycle, pour une distance moyenne dans tous les cas de 60^{p}, calculée par les méthodes expliquées précédemment, est (comme nous l'avons dit précédemment) la suivante :

Saturne 63;02^{p}
Jupiter 62;26^{p}
Mars 65;24^{p}
Vénus 61;06^{p}
Mercure 66;35^{p}

Par conséquent, les différences par rapport à la moyenne sont, selon le même ordre pour éviter les répétitions :

3;02^{p} 2;26^{p} 5;24^{p} 1;06^{p} 6;35^{p}

Mais les différences entre la distance à l'apogée réelle et la moyenne, puisque les montants précédents pour la distance sont dans tous les cas supérieurs à la moyenne, sont, des mêmes unités :

3;25^{p} 2;45^{p} 6;00^{p} 1;15^{p} 9;00^{p} [1]

Donc, les différences totales d'anomalie apparente entre l'apogée et la distance moyenne sont les suivantes (en utilisant le même ordre) :

1° 23′ 1° 33′ 5° 41′ 1° 17′ 2° 10′

Nous multiplions chacun de ces nombres par la différence entre la distance entre ce point et la distance moyenne de la planète respective (par exemple, tel que mentionné [pour Saturne], 1° 23′ avec 3° 02′), et divisons le produit par la différence entre la plus grande distance [et la moyenne], (par exemple [pour Saturne] par 3° 25′), et nous obtenons ainsi, pour la position susmentionnée en longitude, pour chaque planète, les quantités suivantes de différence en anomalie par rapport à celles à la distance moyenne :

1° 14′ 1° 22′ 5° 07′ 1° 08′ 1° 35′

Les distances [en anomalie] depuis l'apogée apparente de l'épicycle aux distances moyennes sont :

114° 08′ 125° 38′ 163° 09′ 167° 08′ 145° 04′

La [valeur correspondante] à la plus grande distance est inférieure à celle ci-dessus, sauf pour Mercure, qui a les plus grandes. Ainsi, la différence trouvée pour la distance en question est supprimée de celle pour la distance moyenne, mais ajoutée pour Mercure, et nous obtenons [ainsi] les quantités suivantes, en anomalie apparente depuis l'apogée de l'épicycle,

1 Plusieurs manuscrits ont 2° 09′, erroné, dont les sources utilisées par Halma. Vat.gr.180 (f.260^{r} l.–2) : γ κε καὶ β με καὶ ϛ καὶ ⏓ καὶ λ ιε καὶ θ ⏓ (ce dernier caractère est [mal] effacé ; aussi, le καὶ entre ϛ et ⏓ est unique à ce manuscrit [mais voir BSB 212]). Vat.gr. 184 (f.213^{v} l.–15) : γ κε ε β με ε κ ν⏓ καὶ ιε καὶ θ ν⏓ (ou μ plutôt que ν ?). Vat.gr.1594 (f.240^{r} c.1 l.17) : γ̄ κε′ ϗ β̄ με′ ϗ ϛ̄ ⏓′ ϗ λ̄ ιε′ ϗ β̄ θ′ ⏓ (mais ⏓ ressemble à ο). Paris BnF gr.2389 (f.332^{v} c.2 l.4) : γ̄ κε καὶ β̄ με καὶ ϛ̄ καὶ ⏓ καὶ ᾱ ιε καὶ β̄ θ̄ ⏓ (mais ⏓ ressemblent à ο) ; Heiberg indique «mais β̄ supprimé», mais cela est si discret que je ne l'aurais pas remarqué autrement… Paris BnF gr.2390 (f.133^{v} c.2 l.16/17) : γ̄ κε′ καὶ β̄ με′ καὶ ϛ̄ ⏓ καὶ ᾱ ιε′ καὶ β̄ θ′ ⏓′ (mais ⏓ ressemblent à ο). Munich BSB gr.212 (f.247^{v} l.–11) : γ̄ κε′ καὶ β̄ με′ καὶ ϛ̄ ϗ ⏓ καὶ ᾱ ιε′ καὶ β̄ θ′ (mais ϗ [καὶ] ressemble à 81 ; c'est une abréviation utilisée uniquement [dans ce manuscrit] pour les soixantièmes quand d'autres καὶ sont autour, un peu comme un «et dans l'et» — bien que d'autres manuscrits aient le δ′ [4] qui lui ressemble beaucoup).

indiquées dans les colonnes pour la première station opposée à 30° de longitude moyenne :

Saturne 112° 54'
Jupiter 124° 16'
Mars 158° 02'
Vénus 166° 00'
Mercure 146° 39'

Nous pouvons compléter les colonnes des secondes stations, en inscrivant, pour chaque [planète], la différence avec 360° des valeurs des premières stations, [en mettant le résultat] dans les colonnes des secondes stations sur la même ligne :

247° 06' 235° 44' 201° 58' 194° 00' 213° 21'

Il est aisé de voir que, si nous n'avions pas choisi de noter l'anomalie prise par rapport à l'apogée apparent de l'épicycle, mais l'anomalie non corrigée prise par rapport à la distance moyenne [apogée épicyclique], nous pourrions immédiatement la déduire aussi, en prenant dans le tableau des anomalies la prostaphérèse (combinée [des 3e et 4e colonnes]) correspondant à chaque argument de longitude moyenne, et en la soustrayant du montant que nous avons trouvé pour l'anomalie apparente sur les 180° de l'excentrique comptés depuis l'apogée, mais en l'ajoutant pour [longitudes à partir de l'apogée] de plus de 180°. Et ce tableau est le suivant.

8. Tableau des stations

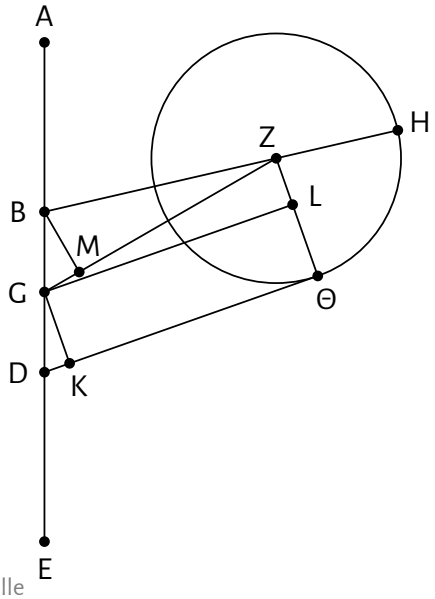
Nombres communs		Saturne				Jupiter				Mars				Vénus				Mercure			
		Première station		Deuxième station		Première station		Deuxième station		Première station		Deuxième station		Première station		Deuxième station		Première station		Deuxième station	
0	360	112	45	247	15	124	05	235	55	157	29	202	32	165	51	194	09	147	14	212	46
6	354	112	45	247	15	124	06	235	54	157	29	202	31	165	52	194	08	147	13	212	47
12	348	112	46	247	14	124	07	235	53	157	34	202	26	165	53	194	07	147	08	212	52
18	342	112	48	247	12	124	09	235	51	157	41	202	19	165	55	194	05	147	01	212	59
24	336	112	51	247	09	124	12	235	48	157	50	202	10	165	57	194	03	146	51	213	09
30	330	112	54	247	06	124	16	235	44	158	02	201	58	166	00	194	00	146	39	213	21
36	324	112	58	247	02	124	21	235	39	158	18	201	42	166	04	193	56	146	25	213	35
42	318	113	03	246	57	124	26	235	34	158	34	201	26	166	09	193	51	146	11	213	49
48	312	113	08	246	52	124	32	235	28	158	55	201	05	166	15	193	45	145	55	214	05
54	306	113	15	246	45	124	39	235	21	159	17	200	43	166	22	193	38	145	39	214	21
60	300	113	22	246	38	124	47	235	13	159	42	200	18	166	29	193	31	145	23	214	37
66	294	113	29	246	31	124	55	235	05	160	10	199	50	166	35	193	25	145	08	214	52
72	288	113	36	246	24	125	03	234	57	160	39	199	21	166	42	193	18	144	58	215	02
78	282	113	44	246	16	125	12	234	48	161	10	198	50	166	50	193	10	144	52	215	08
84	276	113	53	246	07	125	22	234	38	161	44	198	16	166	58	193	02	144	46	215	14
90	270	114	01	245	59	125	32	234	28	162	18	197	42	167	07	192	53	144	40	215	20
96	264	114	10	245	50	125	41	234	19	162	54	197	06	167	14	192	46	144	36	215	24
102	258	114	18	245	42	125	51	234	09	163	31	196	29	167	21	192	39	144	33	215	27
108	252	114	27	245	33	126	00	234	00	164	09	195	51	167	28	192	32	144	30	215	30
114	246	114	35	245	25	126	10	233	50	164	47	195	13	167	35	192	25	144	30	215	30
120	240	114	43	245	17	126	19	233	41	165	25	194	35	167	43	192	17	144	29	215	31
126	234	114	51	245	09	126	28	233	32	166	03	193	57	167	50	192	10	144	29	215	31
132	228	114	58	245	02	126	36	233	24	166	37	193	23	167	56	192	04	144	30	215	30
138	222	115	05	244	55	126	44	233	16	167	08	192	52	168	01	191	59	144	31	215	29
144	216	115	11	244	49	126	51	233	09	167	39	192	21	168	06	191	54	144	33	215	27
150	210	115	16	244	44	126	57	233	03	168	04	191	56	168	10	191	50	144	35	215	25
156	204	115	21	244	39	127	02	232	58	168	28	191	32	168	14	191	46	144	37	215	23
162	198	115	25	244	35	127	06	232	54	168	46	191	14	168	17	191	43	144	38	215	22
168	192	115	27	244	33	127	08	232	52	168	59	191	01	168	19	191	41	144	39	215	21
174	186	115	29	244	31	127	10	232	50	169	08	190	52	168	20	191	40	144	40	215	20
180	180	115	29	244	31	127	11	232	49	169	09	190	51	168	21	191	39	144	40	215	20

9. Démonstration des plus grandes élongations solaires de Vénus et de Mercure

Maintenant que nous avons couvert les rétrogradations, il sied de démontrer les plus grandes élongations des astres Vénus et Mercure par rapport au Soleil, dans chacune des dodécatémories [signes zodiacaux [1]], telles que dérivées des hypothèses précédentes. Nous les avons rapportées par rapport à la position apparente du Soleil, en supposant que les planètes sont au début des signes [respectifs], et que les positions de leurs apogées par rapport aux points solsticiaux et équinoxiaux sont celles de notre temps, à savoir : pour Vénus, en 25° du Taureau, et pour Mercure, en 10° de la Balance. Il sera facile pour ceux qui viendront après nous de corriger le changement des plus grandes distances dû au déplacement des apogées, en utilisant les mêmes méthodes, et de toute façon le changement restera très longtemps négligeable.

Pour faciliter la compréhension de notre méthode [à titre d'exemple], nous devons démontrer, pour Vénus d'abord, les plus grandes élongations matinales et vespérales [du soir] (comme nous les avons définies) lorsque la planète est à l'équinoxe de printemps, donc au début du Bélier.

Soit ABGDE la droite passant par l'apogée A de l'excentrique, sur laquelle B est le centre du mouvement uniforme, G le centre de l'excentrique portant l'épicycle, et D le centre du zodiaque [notre œil]. Dessinons GZ comme rayon de l'excentrique, décrivons l'épicycle HΘ autour de Z, et dessinons à partir de D la droite DΘ tangente à l'épicycle du côté [de la visibilité] du matin et qui est en avant [de son centre ; donc à l'ouest de celui-ci]. Joignons BZH et ZΘ, et traçons les perpendiculaires GK, GL, et BM [à GZ, ZΘ, et GZ, respectivement].



Pas à l'échelle

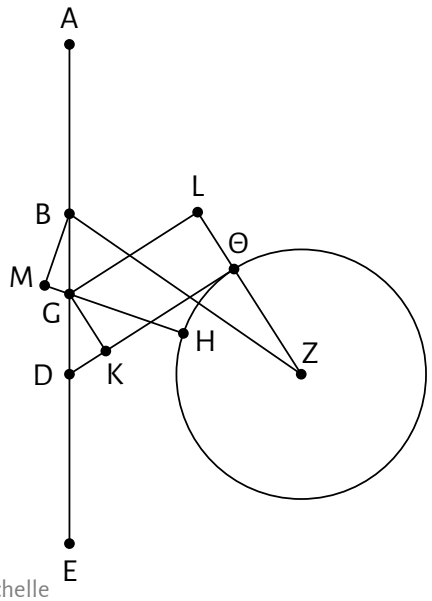
Alors, puisque DA pointe vers 25° du Taureau et DΘ vers le début du Bélier, nous avons ∠ ADΘ = 55° où quatre angles droits font 360°, ou 110$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$; et ∠ DGK = 70$^{\omega}$ restants [son supplément]. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GDK, l'arc GK = 110° et GK = 98;18^{p} où l'hypoténuse GD = 120^{p}. Donc où GD = 1;15^{p} et le rayon de l'épicycle ZΘ = 43;10^{p}, GK (= LΘ) = 1;01^{p}, et la portion restante [par soustraction de LΘ de ZΘ] ZL = 42;09^{p}, où le rayon de l'excentrique GZ = 60^{p}. Donc où l'hypoténuse GZ = 120^{p}, ZL = 84;18^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GZL, l'arc ZL = 89° 16'. Ainsi, ∠ ZGL = 89;16$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais ∠ DGK = 70$^{\omega}$ des mêmes unités, et ∠ LGK est un angle droit, donc l'angle entier [par addition] ∠ ZGD = [89;16 + 70 + 180] = 339;16$^{\omega}$ et l'angle explémentaire [2] [par soustraction de deux angles droits] ∠ AGZ = 20;44$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BGM, l'arc BM = 20° 44' et

1 À noter que les signes n'ont rien à voir avec les constellations ; il s'agit plutôt de zones de 30° de l'écliptique.

2 Je ne trouve pas ce terme en français, mais en anglais, deux angles totalisant 360° sont dits «explementary» ; même chose en italien. J'ai donc appliqué au français. Les exégètes de la langue et les Immortels me pardonneront !

l'arc GM = 159° 16′ restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes BM = 21;35^{p} et GM = 118;02^{p} où l'hypoténuse BG = 120^{p}. Donc où BG = 1;15^{p} et le rayon de l'excentrique GZ = 60^{p}, la droite BM = 0;13^{p}, GM = 1;14^{p}, et le restant [par soustraction de GM de GZ] MZ = 58;46^{p} ; c'est pourquoi l'hypoténuse BZ [= $\sqrt{BM^2 + MZ^2}$] = 58;46^{p} des mêmes unités. Donc, où BZ = 120^{p}, BM = 0;27^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BZM, l'arc BM = 0° 26′. Donc ∠ BZG = 0;26$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Et nous avons démontré que ∠ AGZ = 20;44$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc l'angle entier [par addition], qui représente le mouvement moyen en longitude, ∠ ABZ = 21;10$^{\omega}$ où deux angles droits font 360°, ou 10° 35′ où quatre angles droits font 360°. Conséquemment, la position du soleil moyen sera 10° 35′ en avant [à l'ouest] de l'apogée A, et sera donc à 14° 25′ du Taureau, mais la vraie position du Soleil sera à 15° 14′ du Taureau. Ainsi, l'astre [Vénus], lorsqu'il est au début du Bélier, aura une élongation matinale maximale par rapport au Soleil vrai de 45° 14′.

Maintenant, dessinons un diagramme semblable, mais avec la tangente au côté de l'épicycle qui représente [de la visibilité] du soir et est vers l'arrière [vers l'est] [du centre] de l'épicycle, tandis que la planète, comme précédemment, est prise comme étant au début du Bélier. D'après ce qui a été démontré, ∠ ADΘ restera le même et ∠ DGK = 70$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, et GK = LΘ = 1;01^{p} où le rayon de l'excentrique GZ = 60^{p} et le rayon de l'épicycle ZΘ = 43;10^{p}. Ainsi la droite entière [par addition] ZL [= ZΘ + LΘ] = 44;11^{p} des mêmes unités. Mais il est évident que, où l'hypoténuse [du triangle GZL] GZ = 120^{p}, ZL = 88;22^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GZL, l'arc ZL = 94° 51′. Donc ∠ ZGL = 94;51$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, et ∠ ZGK = 85;09$^{\omega}$ restants [son supplément] ; donc l'angle entier [par addition]



Pas à l'échelle

∠ ZGD (= ∠ BGM) [= ∠ DGK + ∠ ZGK] = 155;09$^{\omega}$ des mêmes unités. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BGM, l'arc BM = 155° 09′ [1] et l'arc GM = 24° 51′ restants [son supplément]. Donc les cordes correspondantes BM = 117;11^{p} et GM = 25;49^{p} où l'hypoténuse BG = 120^{p}. Donc, où BG = 1;15^{p}, BM = 1;13^{p}, MG = 0;16^{p}, et la droite entière [par addition] MZ = 60;16^{p} ; c'est pourquoi l'hypoténuse BZ [= $\sqrt{BM^2 + MZ^2}$] = 60;17^{p} des mêmes unités. Donc, où BZ = 120^{p}, BM = 2;25^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BZM, l'arc BM = 2° 19′, donc ∠ BZM = 2;19$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais ∠ BGZ = 204;51$^{\omega}$ des mêmes unités, puisque nous avons prouvé que ∠ DGZ = 155;09$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc l'angle entier [par addition], qui représente le mouvement moyen en longitude, ∠ ABZ = 207;10$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 103° 35′ où quatre angles droits font 360°. Donc la position du soleil moyen sera de [25° du Taureau – 103° 35′ =] 11° 25′ du Verseau et la position [du Soleil] vrai de 13° 38′ du Verseau [2]. Ainsi, la plus grande élongation du soir de l'astre [Vénus] par rapport

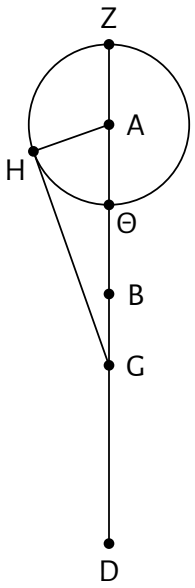
1 Halma omet la mention de cet arc dans sa version française, bien qu'elle soit présente en grec.
2 Halma a 3° 38′ en français, bien que son grec soit correct avec ιγ̄ λη′.

au Soleil vrai, quand, comme auparavant, il est au début du Bélier, sera de 46° 22′.

Dans le cas de la planète Mercure, afin de mieux aborder les démonstrations de ses phases manquantes que nous donnerons plus loin, proposons-nous de trouver son élongation maximale à partir du Soleil vrai, comme étoile du soir quand elle est au début du Scorpion, et comme étoile du matin quand elle est au début du Taureau.

D'après notre hypothèse pour Mercure, lorsque la position apparente de cet astre est donnée, la position moyenne en longitude ne peut pas être trouvée, puisque la ligne GZ ne demeure pas de longueur constante, et n'est pas toujours égale au rayon de l'excentrique (comme elle fait dans l'hypothèse des autres [planètes]). Mais si la position moyenne en longitude est donnée, la position apparente peut être démontrée. Supposons donc, pour chaque signe [du zodiaque], deux positions en longitude [moyenne] qui peuvent amener la planète [à sa plus grande élongation] près du début du signe en question, une en avance [du début du signe], et le second à l'arrière [de celui-ci ; donc à l'ouest et à l'est, respectivement] ; nous calculons les plus grandes élongations aux positions choisies, et de là [par interpolation linéaire], nous trouvons la plus grande élongation qui se produit au début réel du signe. Cela deviendra clair par l'usage — et d'abord pour la plus grande élongation du soir au début du Scorpion.

Soit ABGD le diamètre passant par l'apogée A, sur lequel G est le centre de l'écliptique et B le centre du mouvement uniforme de l'épicycle. Imaginons premièrement le centre de l'épicycle comme étant exactement à l'apogée, de sorte que la position moyenne en longitude du soleil sera de 10° de la Balance, et sa longitude vraie de 8° de la Balance. Autour du centre A, dessinons



Pas à l'échelle

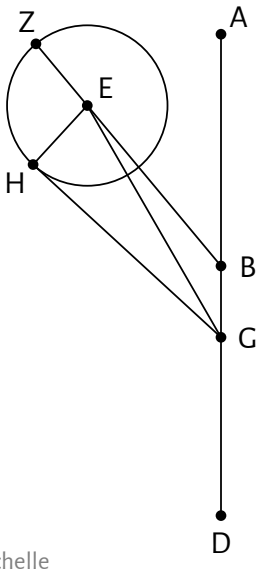
l'épicycle ZH, traçons GH comme tangente à son côté représentant [la visibilité] de soir, et traçons la perpendiculaire AH [à GH].

Puisque nous avons démontré que là où la plus grande distance GA = 69^{p}, le rayon de l'épicycle AH = 22½^{p}, alors où l'hypoténuse [du triangle rectangle AGH] AG = 120^{p}, AH = 39;08^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AGH, l'arc AH = 38° 04′ [1] et ∠ AGH = 38;04$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$ ou 119° 02′ où quatre angles droits font 360°, et GA est à 10° de la Balance. La planète sera donc à 29° 02′ de la Balance, son élongation maximale par rapport au Soleil vrai étant de 21° 02′.

Supposons maintenant que la distance en longitude moyenne de l'apogée soit de 3° : ainsi, le soleil moyen sera à 13° de la Balance, et le Soleil vrai à 11° 04′ de la Balance. Menons la droite BE et, autour du centre E, décrivons l'épicycle ZH. Comme précédemment, traçons la tangente GH, et joignons EG et EH [2]. Alors dans la situation en question, c'est-à-dire avec ∠ ABE = 3° où quatre angles droits font 360°,

1 Halma a 39° 04′ en français, bien que son grec soit correct avec $\overline{\lambda\theta}$ η′.

2 Halma a ici «EB, EG, EH», tant en français qu'en grec, mais EB est déjà tracé. Aucun des manuscrits que j'ai consultés n'a de mention de EB ici, bien que Paris BnF gr. 2389 ait «$\overline{\text{ΕΓ}}$ ~~και $\overline{\text{ΕΓ}}$~~ και $\overline{\text{ΕΗ}}$» (noter la rature) ; Halma a peut-être pensé que le copiste allait écrire EB, a «oublié» que EB était déjà tracé, et a donc décidé d'ajouter EB dans son texte, et de remettre le tout en ordre alphabétique.



Pas à l'échelle

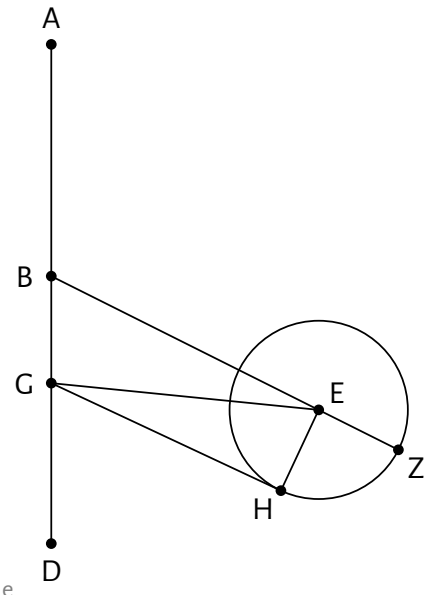
nous pouvons démontrer par nos méthodes précédentes que l'angle de la différence d'excentricité ∠ AGE = 2° 52′ [1], et alors la distance de l'épicycle EG ≈ 68;58^{p} [2] où le rayon de l'épicycle EH = 22;30^{p}. Par conséquent, où l'hypoténuse EG = 120^{p}, EH = 39;09^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GEH, l'arc EH = 38° 05′, et ∠ EGH = 38;05$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou environ 19° 03′ où quatre angles droits font 360°. Donc l'angle entier [par addition] ∠ AGH = 21° 55′ des mêmes unités. Ainsi, lorsque l'astre [Mercure] est à 1° 55′ du Scorpion, sa plus grande élongation par rapport au Soleil vrai est de [1° 55′ de la Vierge – 11° 04′ de la Balance =] 20° 51′. Et nous avons démontré que lorsqu'il est à 29° 02′ de la Balance, sa plus grande élongation par rapport au Soleil vrai est de 21° 02′. Ainsi, la différence entre les longitudes est de 2° 53′, et la différence entre les plus grandes élongations est de 11′, et ainsi au 0° 58′ restant de la première position jusqu'au début du Scorpion correspond [une diminution de la plus grande élongation de] 4′ environ ; si nous le soustrayons de 21° 02′ nous obtiendrons la plus grande élongation du soir du Soleil vrai [lorsque l'astre est] au début du Scorpion, de 20° 58′.

Ensuite, pour trouver la plus grande élongation matinale [3] au début du Taureau, supposons d'abord que la position moyenne en longitude [de la planète] soit de 39° vers l'arrière [l'est] du périgée. Ainsi, le soleil moyen est à 19° du Taureau, et le Soleil vrai à 19° 38′ du Taureau. Traçons un diagramme semblable [au précédent], dans lequel l'épicycle est décrit en arrière [à l'est] du périgée, et la tangente est tracée au côté [de la visibilité] du matin de l'épicycle. Alors à la position en question, c'est-à-dire avec ∠ DBZ = 39° où quatre angles droits font 360°, nous pouvons démontrer par la méthode décrite précédemment que ∠ DGE = 40° 57′, et que la distance à cet instant GE = 55;59^{p} où le rayon de l'épicycle EH = 22;30^{p}. Donc où l'hypoténuse [du triangle rectangle GEH] GE = 120^{p}, EH = 48;14^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GEH, arc EH = 47° 24′. Donc ∠ EGH = 47;24$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 23° 42′ où quatre angles droits font 360°, et l'angle restant [par soustraction de ∠ DGE] ∠ HGD = 17° 15′ des mêmes unités. Par conséquent, lorsque l'astre Mercure a une longitude de 27° 15′ du Bélier, sa plus grande élongation matinale par rapport au Soleil vrai est de [19° 38′ du Taureau – 27° 15′ du Bélier =] 22° 23′.

1 Le sens de la phrase n'est pas clair, ici. Toomer suspecte une interpolation. J'ai gardé la traduction d'Halma, puisqu'elle semble avoir le plus de sens. Ça pourrait aussi être «de la différence due à l'excentricité».

2 Halma a «78^{p} 58′» en français, et un grec impossible avec $\overline{\zeta\eta}$ νη′, qui signifierait (7)(8) 58 ($\bar{\zeta}$ signifie 7, pas 70, qui est $\bar{o}$). Cela résulte d'une mauvaise lecture de $\overline{\xi}$, confirmant l'affirmation d'Heiberg (dans sa préface) comme quoi Halma ne connaissait pas le grec suffisamment — bien que je ne me targue pas de le connaitre mieux que lui, bien au contraire, mais la technologie moderne m'aide grandement !

3 Halma a «orientale», mais cela fait référence à l'horizon est, et non pas à la position de la planète par rapport au Soleil ; l'élongation matinale est aussi appelée élongation *ouest* en français, puisque la planète est à l'*ouest* du Soleil à ce moment, bien que le phénomène soit visible à l'horizon *est*, ce qui cause parfois de la confusion chez certaines personnes. Peut-être qu'Halma ne connaissait pas bien l'astronomie non plus… (Voir note précédente.)



Pas à l'échelle

Supposons maintenant que la distance [de l'astre] en longitude moyenne du périgée, du même côté [toujours à l'est], est de 42°, de sorte que le soleil sera à 22° du Taureau et le [Soleil] vrai à 22° 31′ du Taureau. Alors à cette position, c'est-à-dire avec ∠ DBZ = 42° où quatre angles droits font 360°, il s'avère que ∠ DGE = 44° 04′, et à cet instant la distance GE = 55;53^{p} [1] où le rayon de l'épicycle EH = 22;30^{p}. Donc, où l'hypoténuse EG = 120^{p}, EH = 48;19^{p} et, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle EGH, l'arc EH = 47° 30′. Donc ∠ EGH = 47;30$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 23° 45′ où quatre angles droits font 360°, et l'angle restant [par soustraction de ∠ DGE] ∠ HGD = 20° 19′ des mêmes unités. Par conséquent, quand l'astre de Mercure est à 0° 19′ du Taureau, sa plus grande élongation matinale par rapport au Soleil vrai sera de [22° 31′ du Taureau – 0° 19′ du Taureau =] 22° 12′.

Et nous avons montré que lorsqu'il [Mercure] est à 27° 15′ du Bélier, sa plus grande élongation (définie de manière similaire) sera de 22° 23′. Donc, puisque la différence entre les longitudes est de 3° 04′ et que la différence entre les plus grandes élongations est de 11′, aux 2° 45′ de la longitude à la première position jusqu'au début du Taureau correspondent environ 10′. Ainsi, en soustrayant cette dernière [valeur] de 22° 23′, nous obtenons la plus grande élongation matinale au Soleil vrai [lorsque la planète est] au début du Taureau de 22° 13′.

De la même manière, nous avons calculé les plus grandes élongations matinales et vespérales pour les deux planètes par calcul au [début] des autres signes, et nous avons construit un petit tableau pour eux, avec 12 lignes (égales en nombre [aux signes]) et 5 colonnes. Dans la première colonne sont les premiers points des signes, en commençant par le Bélier. Dans les quatre colonnes suivantes, nous avons mis les plus grandes élongations calculées depuis le Soleil vrai : la seconde contient les élongations matinales de la planète Vénus ; la troisième, ses élongations vespérales ; la quatrième, les élongations matinales de Mercure ; et la cinquième, ses élongations vespérales. Le tableau est le suivant [page suivante].

1 Toomer indique qu'il faut « Lire $\overline{\nu\varepsilon}\ \overline{\nu\gamma}$ […] plutôt que $\overline{\nu\varepsilon}\ \bar{\nu}$ (55;50^{p}). Le calcul (pour $\bar{\kappa}$ = 222°) donne ρ = 55;52,58^{p}. Bien que Ptolémée soit capable d'une telle erreur de calcul, il ne l'a en fait pas commise, puisque les calculs suivants sont compatibles avec 55;53^{p} et pas avec 55;50^{p} (donc 22;30 × 120 / 55;50 = 48;21½, tandis que 55;53 amène à 48;19, comme dans le texte). L'erreur, bien que [commise par un] copiste, est vieille, puisqu'elle est partagée par tous les manuscrits. »

10. Plus grandes élongations par rapport au Soleil vrai

Début du signe		Vénus				Mercure			
		Comme étoile du matin		Comme étoile du soir		Comme étoile du matin		Comme étoile du soir	
♈	Bélier	45	14	46	22	24	14	19	36
♉	Taureau	45	17	45	31	22	13	21	07
♊	Gémeaux	45	34	44	49	20	18	23	41
♋	Cancer	45	56	44	25	18	17	26	16
♌	Lion	46	20	44	31	16	35	27	37
♍	Vierge	46	38	44	55	16	08	26	17
♎	Balance	46	45	45	41	17	46	23	31
♏	Scorpion	46	47	46	30	21	32	20	58
♐	Sagittaire	46	30	47	13	26	09	19	28
♑	Capricorne	46	07	47	35	28	37	19	14
♒	Verseau	45	41	47	34	28	17	18	51
♓	Poissons	45	20	47	07	26	24	19	00

Fin du douzième livre.

« Le Livre XII de l'*Almageste* est différent des livres précédents ; il ne s'agit pas de construire des théories planétaires, mais de décrire des événements synodiques intéressant l'astronomie traditionnelle préptolémaïque. En ce qui concerne les mouvements rétrogrades, le Livre XII a révélé que la théorie ptolémaïque de la longitude était incapable de décrire ce phénomène de manière simple, de sorte que Ptolémée s'était rabattu sur le vieux théorème d'Apollonios. D'un certain point de vue, ce fut un échec. D'un autre côté, ce fut une circonstance heureuse qui a permis à Ptolémée de démontrer son ingéniosité mathématique d'une manière rarement surpassée ailleurs dans l'*Almageste*, d'abord et avant tout par sa brillante extension du théorème d'Apollonios et par son habile utilisation de l'inversion circulaire. Comparée à de tels exploits, sa théorie des élongations maximales semble plus banale et dénuée de tout intérêt essentiel. Elle montre seulement que ce phénomène pourrait aussi être maitrisé et réduit à la forme d'un tableau.

« Il aurait été naturel d'inclure dans le Livre XII une théorie des périodes de visibilité des planètes comme troisième exemple des événements synodiques vénérés. Cependant, comme les phénomènes de visibilité dépendent des latitudes des planètes, ils ne peuvent être décrits tant que nous n'avons pas une théorie des latitudes. Une telle théorie est développée dans le Livre XIII [...]. »

— Olaf Pedersen, *A Survey of the Almagest*, p. 354

Livre 13

1. Des hypothèses de la position en latitude des cinq planètes

Il ne reste, à propos des cinq planètes, que deux sujets à traiter : leur écart en latitude par rapport au cercle central du zodiaque [l'écliptique], et leur élongation par rapport au Soleil à leurs première et dernière visibilités. Les distances latitudinales doivent être prises en compte en premier, car certains effets considérables et différents dans les première et dernière visibilités se produisent en raison de ce facteur. Nous allons d'abord de nouveau exposer les hypothèses communes que nous assignons à l'inclinaison de leurs cercles [orbites].

Maintenant, chacune [des planètes] semble avoir une double anomalie en latitude, tout comme chacune présente une double anomalie en longitude ; l'une [varie] par rapport aux parties de l'écliptique à cause du cercle excentrique, l'autre par rapport à [son élongation] au Soleil à cause de l'épicycle. Nous supposons donc pour chacune [1] que l'excentrique est incliné sur le plan de l'écliptique, et que l'épicycle est incliné sur le plan de l'excentrique. Cependant, comme nous l'avons dit et comme nous le montrerons plus loin, d'aussi faibles inclinaisons ne causent aucune différence notable dans la démonstration de la longitude ou des anomalies. Aussi, à partir d'observations individuelles de chaque planète, [nous voyons que] lorsque la longitude corrigée est approximativement à un quart de cercle [90°] de la limite nord ou sud de l'excentrique et que la l'anomalie corrigée est à environ un quart de cercle de son propre apogée, les planètes apparaissent dans le plan de l'écliptique. Nous supposons donc que l'inclinaison des excentriques a lieu au centre de l'écliptique — comme c'est le cas pour la Lune — et par rapport au diamètre passant par les limites nord et sud ; et [nous supposons] que l'inclinaison des épicycles est par rapport au diamètre de l'épicycle qui pointe vers le centre de l'écliptique, sur lequel se trouvent son apogée et son périgée apparents.

De plus, dans le cas des trois planètes de Saturne, de Jupiter, et de Mars [2], nous avons observé que lorsque leur position en longitude est dans la section apogée [la plus éloignée de la Terre] de l'excentrique, elles sont toujours au nord de l'écliptique, et que de toutes les latitudes nord, celles du périgée de l'épicycle sont plus [au nord] que pour celles de l'apogée ; mais que lorsque leur position en longitude est dans la section périgée [la plus proche de la Terre] de l'excentrique, au contraire, elles apparaissent au sud du milieu [du zodiaque, donc au sud de l'écliptique]. [Nous avons observé] aussi que la limite nord de l'excentrique de Saturne et [de] Jupiter est au début du signe de la Balance, et pour Mars, à la fin du Cancer, presque exactement à son apogée [3]. Nous en concluons

1 Le mot grec πάντων [génitif masculin/neutre pluriel de πᾶς] a le double sens de « tous » et de « chacun ». À noter que le terme ἀστήρ (« astre ») est masculin en grec, tout comme « astre » est en français, mais que πλανήτης « planète » (à l'origine, « vagabond, errant ») est masculin en grec — et dans plusieurs autres langues —, contrairement à « planète » en français.

2 Les noms des planètes dans le texte de Ptolémée sont toujours écrits au génitif : il s'agit donc de la « planète de Mars », etc. Ptolémée utilise ainsi la phrase τριῶν πλανωμένων Κρόνου τε καὶ Διὸς καὶ Αρεως, qui se traduirait essentiellement par « les errants des trois planètes de Saturne et de Jupiter et de Mars ». C'est un des rares endroits où il n'utilise pas simplement ἀστήρ (« astre »).

3 À l'apogée de Mars ; pas celui des autres planètes.

donc que les points de leurs excentriques qui sont dans les régions susmentionnées du zodiaque sont inclinées vers le nord, et les parties diamétralement opposées, d'une quantité égale vers le sud ; et que les périgées des épicycles sont toujours inclinés dans le même sens que l'excentrique, tandis que le diamètre [de l'épicycle] perpendiculaire au diamètre passant par son apogée reste toujours parallèle au plan du milieu [du zodiaque, donc au plan de l'écliptique].

Dans le cas de Vénus et de Mercure, nous avons observé que lorsque leur position est à l'apogée ou au périgée de l'excentrique, quand la planète est [aussi] au périgée ou à l'apogée de l'épicycle, il n'y a pas de différence en latitude : elles [Vénus et Mercure] sont donc soit au nord, soit au sud de l'écliptique d'une égale quantité, toujours au nord pour Vénus, toujours au sud pour Mercure ; mais leur position aux plus grandes élongations [depuis l'apogée ou le périgée] varie de la plus grande quantité (la plus grande élongation du matin diffère de la plus grande élongation du soir), tandis qu'elle diffère de la position à l'apogée ou au périgée de l'épicycle (de la différence [de latitude] due à l'excentrique) d'une quantité égale, [mais] dans des directions opposées : la plus grande élongation qui est vers l'arrière [l'ouest] [du centre de l'épicycle] et en soirée est, pour Vénus, plus au nord [que celle du matin] à l'apogée de l'excentrique et plus au sud au périgée, alors que pour Mercure c'est l'inverse : elle est plus au sud à l'apogée [de l'excentrique] et plus au nord au périgée.

[Deuxièmement, nous avons observé que] lorsque leur position en longitude vraie est à un nœud, alors les élongations observées à un quadrant [90°] de part et d'autre de l'apogée ou du périgée de l'épicycle sont dans le plan de l'écliptique, tandis que les positions au périgée [de l'épicycle] seront très différentes [en latitude] par rapport aux positions à l'apogée : pour Vénus cette inclinaison est vers le sud au nœud du demi-cercle sur lequel l'équation est soustractive [1], et vers le nord au [nœud] opposé ; pour Mercure, c'est encore l'inverse : au nœud du demi-cercle soustractif, l'inclinaison est vers le nord, et à l'opposé, vers le sud. Nous en concluons donc que l'inclinaison de l'excentrique est également variable, suivant une période identique à celle de l'épicycle [sur l'excentrique] : lorsque l'épicycle est dans les nœuds, l'excentrique est dans le plan de l'écliptique, mais lorsque [l'épicycle] est à l'apogée ou au périgée, l'excentrique produit la plus grande variation possible de latitude de l'épicycle, ce qui l'amène plus au nord pour Vénus et plus au sud pour Mercure. [Nous concluons aussi que] l'épicycle produit donc deux variations [de latitude] : aux nœuds des excentriques, il produit la plus grande inclinaison [ἔγκλισις] du diamètre par l'apogée apparente, et la plus grande obliquité [λόξωσις] (employons ce terme pour distinguer ce genre de variation angulaire) du diamètre perpendiculaire au premier (qui passe par l'apogée et le périgée de l'excentrique) ; au contraire, quand la planète est à l'apogée ou au périgée [de l'excentrique], il [l'épicycle] ramène le premier [diamètre] dans le plan de l'excentrique, et ramène le second diamètre dans le plan de l'écliptique [quand la planète est] aux nœuds précités.

1 Toomer indique que « Cette nomenclature est utilisée, plutôt que "ascendant" ou "descendant" (comme pour la Lune et les planètes supérieures) parce que l'*effet* de l'inclinaison de l'excentrique est toujours dans une [seule] direction (nord pour Vénus et sud pour Mercure). » Voir aussi la note de Manitius : « De l'apogée au périgée, le mouvement moyen est en avance sur le vrai : il faut donc une soustraction pour déterminer le vrai ; du périgée à l'apogée, il est en retard sur le vrai : il faut donc une addition pour déterminer ce dernier. »

2. Du mode de mouvement des inclinaisons et des obliquités selon les hypothèses

Avant d'exposer le modèle des latitudes de Ptolémée, je considère approprié d'inclure ici une citation d'Otto Neugebauer (*A History of Ancient Mathematical Astronomy,* p. 206) :

« La théorie de la latitude de la Lune repose sur le fait directement observable que le plan orbital de la lune est incliné par rapport à l'écliptique d'un angle pratiquement fixe et que la Terre se trouve dans la ligne nodale. Par conséquent, le calcul des latitudes lunaires suit la méthode simple de la détermination de la déclinaison solaire. La théorie de la latitude géocentrique des planètes est cependant beaucoup plus compliquée, car les plans orbitaux ne passent pas par la Terre mais par le Soleil. C'est dans la théorie des latitudes planétaires que la théorie héliocentrique a un avantage décisif sur l'approche géocentrique.

« Pour Mars et les planètes intérieures, cependant, les phénomènes deviennent beaucoup plus complexes et ce n'est donc pas une mince affaire que Ptolémée ait développé des modèles exploitables pour toutes les planètes pour leur latitude géocentrique. »

En résumé général, selon les hypothèses, les cercles excentriques des cinq planètes sont inclinés par rapport au plan de l'écliptique autour du centre de l'écliptique. Dans le cas des trois planètes Saturne, Jupiter et Mars, l'excentrique a une inclinaison fixe, de sorte que des positions diamétralement opposées de l'épicycle ont des latitudes opposées. Mais dans le cas de Vénus et de Mercure, l'excentrique se déplace avec l'épicycle dans la même direction en latitude — pour Vénus toujours au nord, pour Mercure toujours au sud. Le diamètre de l'épicycle [de chacune des cinq planètes] passant par l'apogée se déplace à partir d'un point de départ dans le plan de l'excentrique, le long d'un petit cercle que l'on peut supposer attaché à l'extrémité [du diamètre] la plus proche de la Terre, dont le rayon correspond à l'écart [maximum] approprié [à chaque planète] en latitude, et [ce cercle est] perpendiculaire et centré sur le plan de l'excentrique, et tourne avec un mouvement uniforme, avec une période égale à celle du [mouvement] en longitude. [Par hypothèse], à partir d'une extrémité de l'intersection de son plan [du cercle] et du plan de l'épicycle, il entraine avec lui le plan de l'épicycle vers le nord : dans le premier quadrant de sa révolution, il entraine le plan de l'épicycle, évidemment, jusqu'à la limite nord ; dans le deuxième [quadrant], il le ramène au plan de l'excentrique ; dans le troisième, jusqu'à la limite sud ; et dans son [dernier] quadrant au retour, vers le plan d'origine. L'origine et le point de retour de cette révolution est, pour Saturne, Jupiter, et Mars, le nœud ascendant ; pour Vénus, le périgée de l'excentrique ; et pour Mercure, l'apogée de l'excentrique. Le diamètre [de l'épicycle] perpendiculaire à celui-ci [de l'apogée], dans le cas des trois premières planètes [Saturne, Jupiter, et Mars] reste toujours parallèle au plan de l'écliptique, ou en tout cas n'en est pas incliné d'un quantité sensible, mais dans le cas de Vénus et de Mercure, à partir d'un certain point de départ où il est dans le plan de l'écliptique, il est entrainé par un petit cercle que nous pouvons supposer attaché à l'extrémité la plus avancée en longitude [donc vers l'est], et d'un rayon encore proportionnel à la valeur appropriée des variations observées en latitude. Ce petit cercle est perpendiculaire au plan de l'écliptique, et centré sur le diamètre parallèle à l'écliptique ; il cercle tourne à la même vitesse que l'autre

Des diagrammes animés du modèle de Ptolémée pour les latitudes planétaires sont proposés sur almageste.ca.

[petit cercle], depuis une des intersections de son plan avec le plan de l'épicycle vers le nord, toujours par hypothèse, et entraine avec lui l'extrémité soir [l'arrière / l'ouest [1]] du diamètre susmentionné dans le même ordre que précédemment [indiqué]. Et [pour ce cercle], l'origine et le point de retour de ce type de révolution sont, dans le cas de Vénus, au nœud du demi-cercle additif, et, dans le cas de Mercure, au nœud du demi-cercle soustractif.

Concernant ces petits cercles qui vont varier [en latitude] la position des épicycles, nous devons faire l'hypothèse suivante : eux aussi sont partagés en deux [parties égales] par les plans autour desquels nous affirmons que se fait la variations en latitude ; c'est le seul moyen d'expliquer que leurs mouvements [des épicycles en latitude] sont égaux des côtés opposés [des plans]. Leur révolution en mouvement uniforme n'a toutefois pas lieu autour de leur propre centre, mais autour d'un autre point qui produira dans le petit cercle une équation [d'excentricité] correspondant à celle de la planète en longitude dans le cercle central du zodiaque. Car puisque les révolutions sur l'écliptique et sur le petit cercle sont, par hypothèse, isochrones [de temps égaux], et que les arrivées à chaque quadrant des deux [cercles] correspondent aussi, selon les phénomènes [observés] ; ce serait impossible si la révolution [uniforme] du petit cercle avait lieu autour de son propre centre, puisque [dans ce cas] chacun des quadrants du petit cercle serait parcouru en un temps égal, mais que les quadrants de l'écliptique parcourus par l'épicycle ne le seraient pas, à cause de l'excentricité de chaque planète. Mais si [la révolution uniforme du petit cercle a lieu] autour d'un point placé de façon semblable à celui [centre du mouvement uniforme] de l'excentrique, le temps dans l'inclinaison de chaque quadrant de l'écliptique et du petit cercle seraient exactement les mêmes.

Que personne ne juge nos hypothèses trop élaborées compte tenu de la nature compliquée de nos dispositifs. Car on ne peut pas comparer [les choses] humaines au divin, ni s'imaginer de si grandes choses sur la base d'analogies très différentes. Car quel rapport est plus dissemblable que celui de l'éternel et l'immuable [d'une part] avec le toujours changeant [d'autre part], ou entre ce qui peut être gêné par quoi que ce soit [d'une part] et ce qui ne peut pas être gêné même par soi-même ? Nous devons plutôt, autant que faire se peut, adapter les hypothèses les plus simples aux mouvements célestes, et si cela ne réussit pas, [nous devons appliquer d'autres hypothèses] qui les expliquent mieux. Car tant que chacun des phénomènes est sauvé par les hypothèses, pourquoi s'étonnerait-on que de telles complications puissent caractériser les mouvements célestes ? En effet, leur nature est telle qu'elle ne rencontre aucun obstacle, mais qu'elle est de nature à allouer le mouvement naturel de chaque partie, même si [ces mouvements] sont opposés les uns aux autres ? Et tous ces éléments traversent et sont vus à travers tous les autres éléments, et cette facilité de transit s'applique non seulement aux cercles individuels, mais aux sphères elles-mêmes et aux axes de révolution.

En vérité, les modèles construits sur la Terre, l'assemblage de ces [éléments] pour représenter les différents mouvements est difficile et complexe à réaliser sans que les mouvements s'entravent, tandis qu'au ciel aucune obstruction quelle qu'elle soit n'est causée par ces structures. Nous ne devrions pas juger la simplicité des choses célestes à partir de ce qui nous semble être simple [ici bas], surtout que celles-ci ne sont pas également simples pour tous. Si nous devions juger par ces critèrs, tout ce qui est éternel et inchangeant nous serait non pas difficile, mais carrément impossible à expliquer, de par la constance même des choses célestes

1 Selon Toomer : «πρὸς ἑσπέραν, littéralement "vers le soir," que l'on suspecterait signifier "occidental." Mais le sens demande "oriental," et, si le texte est correct, on doit l'interpréter, comme les traducteurs arabes, comme "le côté de l'épicycle où la planète apparait comme étoile du soir."»

et par leur mouvement. Nous devrions plutôt [juger de la « simplicité »] à partir [justement] de l'immuabilité de la nature des choses célestes et de leurs mouvements ; ainsi, tous [les mouvements] nous paraitront simples — et plus encore que ce qu'on croit simple sur Terre —, puisque nous n'aurons aucune gêne ou difficulté à considérer leurs mouvements et leurs révolutions.

« Au chapitre 2 du livre XIII, Ptolémée fait une vaine tentative pour décrire un dispositif mécanique qui ferait bouger tous les plans selon son modèle, en supposant que tous les mouvements varient de manière sinusoïdale entre les extrema appropriés. Il ne donne pas de construction détaillée pour un tel dispositif, mais il semble clair qu'il voulait simplement dire qu'en principe, des variations sinusoïdales de l'inclinaison d'un plan peuvent être obtenues par la rotation d'un disque vertical qui entraine sur sa circonférence un point du plan de haut en bas.

« C'est le seul exemple dans tout l'*Almageste* où quelque chose comme un modèle mécanique pour le mouvement planétaire (ou lunaire) est mentionné. Et même ici, cela ne concerne qu'une composante du mouvement latitudinal, et il est évident que Ptolémée ne pense pas qu'un tel mécanisme existe réellement dans la nature. Ni ici ni nulle part ailleurs dans l'*Almageste* ne pouvons-nous trouver une hypothèse physique telle que des coquilles sphériques entrainées par des sphères en contact, etc., constructions qui sont devenues plus tard un sujet privilégié des descriptions cosmologiques. »

— Otto Neugebauer, *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, p. 217

3. De la taille de chacune des inclinaisons et des obliquités [1]

Nous pouvons maintenant, d'après ce qui précède, calculer la position générale et l'inclinaison des [divers] cercles. Mais [concernant] la taille réelle, pour chaque planète, de l'arc coupé par l'inclinaison sur le grand cercle perpendiculaire au plan de l'écliptique passant par les pôles du cercle incliné (par rapport auquel [grand cercle] les positions en latitude sont mesurés), cela se calcule facilement dans le cas de Vénus et de Mercure à partir des positions apparentes en latitude dans les situations décrites. Car lorsque leur mouvement en longitude les amène à l'apogée ou au périgée de l'excentrique, si la position de l'astre est au périgée ou à l'apogée de l'épicycle, il apparait également éloigné, comme nous l'avons dit, sur la base d'observations proches de ces points, soit au nord, soit au sud de l'écliptique : Vénus toujours à environ ⅙° au nord, et Mercure toujours à ¾° au sud. Par conséquent, les cercles excentriques sont inclinés de ces angles respectifs. Mais quand ils sont à une plus grande élongation par rapport au Soleil, les deux astres apparaissent environ 5° (en moyenne) plus au nord ou au sud qu'à l'élongation opposée la plus grande, parce que Vénus a une différence apparente de latitude de ce genre mentionné d'à peine moins que 5° à l'apogée de l'excentrique, et d'à peine plus de 5° au périgée, tandis que Mercure a environ½° [en plus ou en moins

1 Halma omet «et des obliquités», puisque sa source ne le mentionne pas. Heiberg indique que trois des six manuscrits qu'il a consultés omettent ces mots, et un seul, Vat.gr. 180, l'a (il ne dit rien des deux autres, puisqu'il n'en a vu que quelques portions). J'ai aussi constaté l'ajout dans Vat.gr. 184, que Heiberg ne mentionne pas. Le titre grec de cette section est Περὶ τῆς καθ' ἑκάστην τῶν ἐγκλίσεων **καὶ λοξώσεων** πτηλικότητος (l'ajout présent dans Vat.gr. 180 et Vat.gr. 184 est en gras).

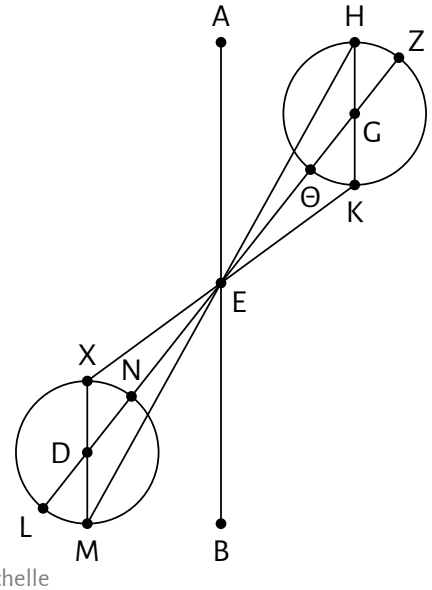
que 5° de différence en latitude à l'apogée et à 180° de l'apogée, respectivement] [1]. Donc, l'obliquité de l'épicycle de part et d'autre du plan de l'excentrique sous-tend environ 2½°, en moyenne, du [grand] cercle orthogonal [perpendiculaire] à l'écliptique. Nous pouvons donc en conclure que la taille des angles formés par l'inclinaison de l'épicycle au plan de l'excentrique [pour chaque planète] peut être trouvée, comme nous le verrons dans la suite (pour ne pas interrompre ici notre traitement général des inclinaisons des cinq planètes).

Mais quand leur longitude corrigée est aux nœuds et [donc] très près de la distance moyenne, alors :

- Vénus, lorsque sa position est proche de l'apogée de son épicycle, est à 1° au nord ou au sud de l'écliptique ; lorsque sa position est proche du périgée, à environ 6⅓° : donc l'obliquité de son épicycle coupe aussi 2½° du grand cercle tracé par ses pôles, comme nous l'avons dit, car nous trouvons d'après [le tableau pour] l'anomalie épicyclique qu'à la distance moyenne, cette quantité [2½°] sous-tend à l'œil de l'observateur un angle de 1° 02′ à l'apogée de l'épicycle, et de 6° 22′ au périgée.
- Mercure, lorsqu'il est près de l'apogée de l'épicycle, comme on peut le déduire d'après les phases observées vers ce point, est au nord ou au sud de l'écliptique de 1¾° ; lorsqu'il est près du périgée, d'environ 4° : l'obliquité de son épicycle est donc de 6¼°, car encore une fois, nous trouvons à partir [du tableau] de l'anomalie épicyclique qu'aux distances de plus grande obliquité, c'est-à-dire lorsque la longitude corrigée est un quadrant de l'apogée, cette quantité [6¼°] sous-tend, à l'œil de l'observateur, 1° 46′ à l'apogée de l'épicycle, et 4° 05′ au périgée.

Dans le cas des autres planètes, Saturne, Jupiter et Mars, il n'y a pas de méthode pour trouver les grandeurs de l'obliquité immédiatement [à partir des données d'observation], puisque les deux inclinaisons — celle liée à l'excentrique et celle liée à l'épicycle — sont toujours entremêlées ; cependant, encore une fois, à partir des latitudes observées au périgée et à l'apogée de l'excentrique et de l'épicycle, nous pouvons déterminer chaque inclinaison séparément de la manière suivante.

Soit, dans le plan orthogonal [perpendiculaire] à l'écliptique, son intersection AB avec le plan de l'écliptique, et son intersection GD avec le plan de l'excentrique. Soit E le centre de l'écliptique, et à l'intersection des plans [de l'excentrique et du plan orthogonal à l'écliptique], traçons dans le plan défini, autour de l'apogée G de l'excentrique et autour du périgée D, deux



Pas à l'échelle

1 Halma indique que Mercure a «quelques minutes de plus, c'est-à-dire environ la moitié d'un degré», mais le texte grec n'a pas de mention de «quelques minutes de plus». Sa version grecque est Ἑρμοῦ ἡμίσει μάλιστα α̅ μοίρας, qui peut se traduire par «Mercure a un demi-degré de plus», mais que je ne retrouve dans aucun manuscrit : Munich BSB gr.212, Vat.gr. 180, et Vat.gr. 1594 ont Ἑρμοῦ ἡμίσει μάλιστα μιᾶς μοίρας, Paris BnF gr.2390 et Vat.gr. 184 ont Ἑρμοῦ ἡμίσει μάλιστα μι' μοίρας (difficile à lire dans Vat.gr. 184), et Paris BnF gr. 2389 a Ἑρμοῦ ἡμίσει μάλιστα μ῾ᾶς μοίρας, tous clairs avec μιᾶς («un») ou une variante.

cercles égaux ZHΘK et LMNX représentant des cercles passant par les pôles des épicycles. Sur ces cercles, traçons les lignes HGK et MDX comme plans des épicycles, inclinées, à angles égaux en G et D. Depuis le centre E de l'écliptique, où se trouve notre œil, traçons des droites le joignant aux apogées et périgées des épicycles : EH et EM aux apogées, et EK et EX aux périgées. Il est clair que les points K et X marquent les oppositions, et H et M les conjonctions.

Nous avons donc obtenu pour Mars les positions en latitude autour des oppositions se produisant à l'apogée de l'excentrique (autour du point K de l'épicycle) ainsi qu'autour des oppositions se produisant au périgée de l'excentrique (autour du point X de l'épicycle), puisque la différence entre eux est bien évidente. Aux oppositions près de l'apogée, il [Mars] est à 4⅓° au nord de l'écliptique, et à ceux près du périgée, à environ 7° au sud. Ainsi ∠ AEK = 4⅓° et ∠ BEX = 7° où quatre angles droits font 360°.

Cela posé, nous trouvons l'angle ∠ AEG formé par l'inclinaison de l'excentrique, et l'angle ∠ HGZ formé par l'obliquité de l'épicycle, de la manière suivante. Puisqu'il est facile de voir, d'après nos démonstrations des anomalies de Mars, que si l'on considère les angles sous-tendus à l'œil par des arcs égaux de l'épicycle près de son périgée, ceux des positions proches de l'apogée de l'excentrique sont avec ceux des positions près du périgée [de l'excentrique] en rapport d'environ 5 : 9, et puisque l'arc ΘK = l'arc NX, il s'ensuit que ∠ GEK : ∠ DEX = 5 : 9. Puisque les angles AEK et BEX sont donnés, et que le rapport ∠ GEK : ∠ DEX est donné, et que ∠ AEG = ∠ BED, si nous formons la différence entre les grandeurs des [angles ∠ AEK et ∠ BEX] entiers et la différence entre [les membres du] rapport [5 et 9], prenons le rapport que la première [différence] fait avec la seconde, et prenons cette proportion de chaque [membre du] rapport, alors nous obtiendrons la grandeur correspondant à chaque partie du rapport. Cela peut être prouvé au moyen d'un lemme arithmétique.

Ainsi, puisque les magnitudes sont 4⅓ et 7, leur différence est 2⅔, et le rapport étant de 5 : 9, la différence est de 4. Or, 2⅔ représente les deux tiers de 4 : nous prenons les deux tiers de 5 et de 9 [respectivement], et nous obtenons ∠ GEK = 3⅓° et ∠ DEX = 6°. Ainsi, chaque angle restant [par soustraction] ∠ AEG = ∠ BED = 1°, qui est l'inclinaison de l'excentrique. Ainsi, l'arc de l'obliquité de l'épicycle ΘK = 2¼°, parce que d'après le tableau des anomalies, nous trouvons que cette quantité [2¼°] correspond approximativement aux quantités que nous avons trouvées pour les angles GEK et DEX.

Dans le cas de Saturne et de Jupiter, nous constatons que les positions [en latitude] près de l'apogée de l'excentrique ne sont pas sensiblement différentes de celles diamétralement opposées, près du périgée. Nous avons donc calculé les résultats requis d'une autre manière, en comparant les positions [en latitude] proches de l'apogée de l'épicycle avec celles proches du périgée. Il nous est clairement apparu, à partir d'observations individuelles, qu'aux positions proches de la première et de la dernière visibilité, l'écart maximal vers le nord ou le sud est d'environ 2° pour Saturne et de 1° pour Jupiter, tandis que pour les positions proches de l'opposition [l'écart maximal en latitude] est d'environ 3° pour Saturne et 2° pour Jupiter. Maintenant, pour ces planètes aussi, il est évident, par leur anomalie [selon le tableau] que, si nous considérons les angles sous-tendus à l'œil par des arcs égaux près de l'apogée et du périgée de l'épicycle, ceux près de l'apogée sont en rapport avec ceux du périgée de 18 : 23 pour Saturne, et de 29 : 43 pour Jupiter. De plus, les arcs ZH et ΘK de l'épicycle sont égaux. Donc ∠ ZEH : ∠ ZEK = 18 : 23 pour Saturne, et 29 : 43 pour Jupiter. Mais ∠ HEK, qui est la différence entre les deux latitudes [à l'apogée et au périgée de l'épicycle], vaut [par soustraction] 1° pour chacun des deux astres. Par conséquent, si 1° est divisé dans les rapports

susmentionnés, nous obtenons ∠ ZEH = 0° 26' pour Saturne, 0° 24' pour Jupiter, et ∠ ZEK = 0° 34' pour Saturne, 0° 36' pour Jupiter. Ainsi l'autre angle [par soustraction de ∠ AEK] d'inclinaison de l'excentrique ∠ AEG = 2° 26' pour Saturne, 1° 24' pour Jupiter. Au lieu de ces valeurs, pour obtenir une plus grande symétrie, nous avons adopté les nombres ronds 2½° et 1½°. C'est pourquoi l'arc ΘK, représentant l'obliquité de l'épicycle, peut être immédiatement calculé comme 4½° pour Saturne et 2½° pour Jupiter. Car encore, dans les tableaux d'anomalie pour chaque planète, les angles ZEH et ZEK sont à peu près égaux à ces quantités que nous avons trouvées.

4. Construction d'un tableau pour la latitude de chaque planète

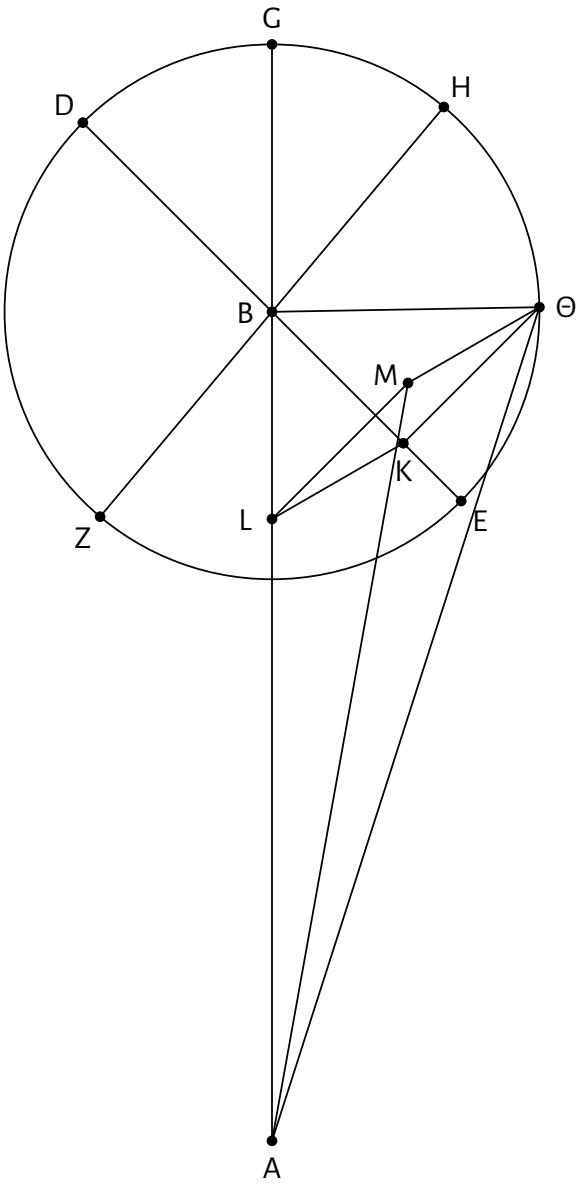
C'est ainsi que nous avons déterminé les plus grandes inclinaisons [et obliquités] des excentriques et des épicycles. Mais afin de pouvoir trouver commodément les positions en latitude pour un moment donné pour toutes les distances possibles [depuis l'apogée], nous avons construit 5 tableaux pour les 5 planètes. Chacun contient autant de lignes que les tableaux d'anomalies [soit 45] et 5 colonnes. Les 2 premières colonnes contiennent les arguments, comme ces dernières [les tables d'anomalie] ; la troisième, les distances en latitude depuis l'écliptique correspondant aux degrés particuliers de [mouvement sur] l'épicycle, à la plus grande inclinaison — pour Vénus et Mercure, c'est l'inclinaison aux nœuds de l'excentrique, et pour les trois autres planètes, l'inclinaison à la limite nord de l'excentrique. Enfin, la quatrième colonne contient les quantités correspondantes pour la limite sud ; dans le cas de ces 3 astres, la déviation maximale au nord et au sud des excentriques est incluse dans le calcul. Nous avons déterminé ces quantités pour Vénus et Mercure selon un théorème unique [aux deux], que voici.

Soit, dans le plan orthogonal [perpendiculaire] à l'écliptique, son intersection ABG avec le plan de l'écliptique, et DBE son intersection avec le plan de l'épicycle. Soient A le centre de l'écliptique, B le centre de l'épicycle, et AB la distance de l'épicycle à la plus grande obliquité. Autour du centre B, décrivons l'épicycle DZEH, et traçons le diamètre ZBH perpendiculaire à DE [1]. Supposons que le plan de l'épicycle est perpendiculaire au plan en question [orthogonal au plan de l'écliptique], de sorte que toute droite tracée perpendiculairement à DE [2] sera parallèle au plan de l'écliptique, mais que ZH seule se situe dans ce plan [de l'écliptique] [3].

Étant donné le rapport AB : BE et la valeur de l'obliquité (soit ∠ ABE), il s'agit de trouver la latitude de ces planètes quand, par exemple, elles sont à 45° du périgée E [4] de l'épicycle (dont la circonférence est de 360°) — [nous choisissons 45°] parce que nous voulons en même temps démontrer les différences dans les positions en longitude produites par ces obliquités [maximales], et que ces différences doivent être maximales à peu près à mi-chemin entre le périgée E et les positions Z et H, puisqu'elles y sont identiques aux longitudes produites en négligeant l'obliquité.

Prenons donc l'arc EΘ des 45° susmentionnés, et traçons la droite ΘK perpendiculaire à BE, et [les droites] KL et ΘM perpendiculaires au plan de l'écliptique. Joignons ΘB, LM, AM, et AΘ. [Il est évident que] le quadrilatère LKΘM a des côtés

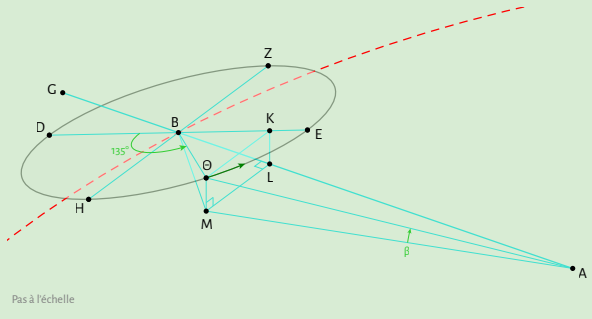
1 Halma a ici DBE en français (mais DE en grec), ce qui ne change rien, la droite DE passant par DB.
2 Halma a encore DBE en français, qui ne change toujours rien.
3 Voir le diagramme en note à la page suivante.
4 Halma ne mentionne pas ici, dans sa version française, que le périgée est E.



Pas à l'échelle

parallèles et des angles droits [1], puisque KΘ est parallèle au plan de l'écliptique ; que ∠ LAM correspond à la prostaphérèse en longitude ; et que ∠ ΘAM est la latitude, puisque les angles ALM et AMΘ sont aussi des angles droits, puisque la ligne AM est située dans le plan de l'écliptique [2].

Le diagramme suivant est adapté d'un ajouté par Toomer pour aider à la compréhension de ce passage. L'écliptique est la courbe rouge tiretée et est défini par le plan ABLM. L'épicycle de la planète est l'ellipse verte, dont le plan EΘHDZ est incliné par rapport à l'écliptique.



Pas à l'échelle

Il s'agit maintenant de démontrer les grandeurs des positions en question, pour chacune des planètes ci-dessus, et d'abord pour Vénus. Puisque l'arc EΘ = 45° où [la circonférence de] l'épicycle est de 360°, alors l'angle au centre de l'épicycle ∠ EBΘ = 45° où quatre angles droits font 360°, donc 90$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BΘK, l'arc BK = l'arc KΘ = 90°. Donc les cordes correspondantes BK = KΘ = 84;52^{p} où l'hypoténuse BΘ = 120^{p}. Donc où le rayon de l'épicycle BΘ = 43;10^{p}, et la distance moyenne AB = 60^{p} (car c'est là que se produit la plus grande obliquité de l'épicycle), les droites BK = KΘ = 30;32^{p}. En outre, puisque, par hypothèse, l'angle d'obliquité ∠ ABE = 2° 30′ où quatre angles droits font 360°, ou 5$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, alors dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BLK, l'arc LK = 5° et l'arc BL = 175° restants du demi-cercle [son supplément]. Donc les cordes correspondantes KL = 5;14^{p} et BL = 119;53^{p} où l'hypoténuse BK = 120^{p}. Par conséquent, où l'hypoténuse BK = 30;32^{p} et la droite AB = 60^{p}, les droites KL = 1;20^{p}, BL = 30;30^{p}, et la [droite] restante [par soustraction de BL de AB] AL = 29;30^{p}. Mais, des mêmes unités,

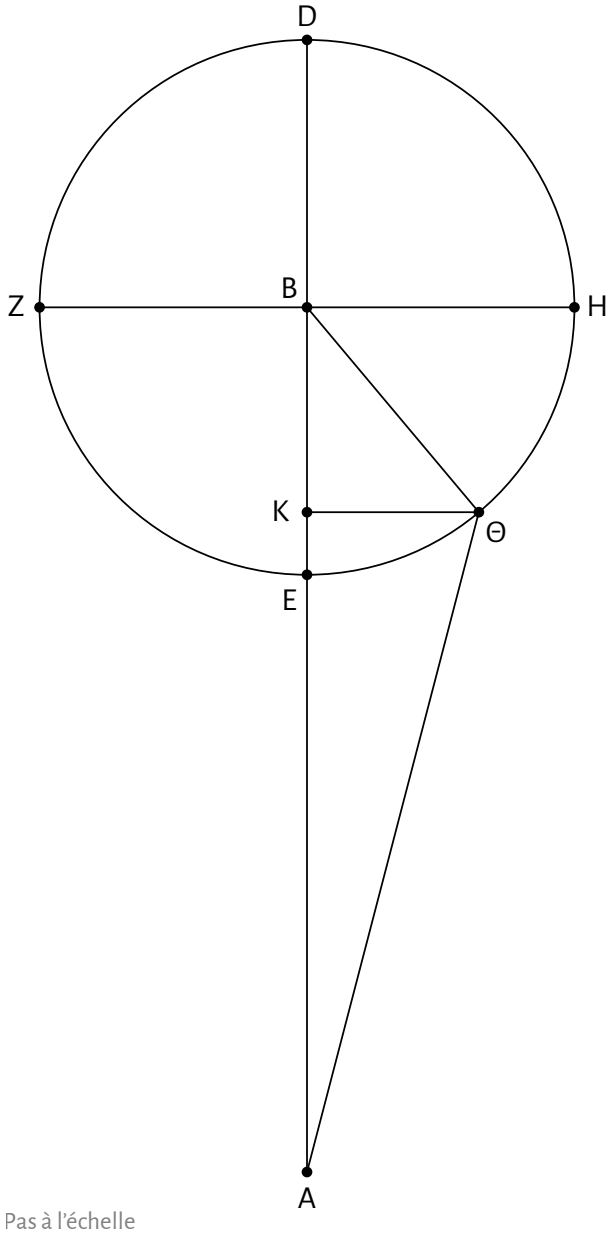
1 Halma traduit par « LKΘM est un parallélogramme rectangle », qui veut dire la même chose, mais j'ai préféré rester fidèle au grec.

2 Halma traduit par « AM tombe perpendiculairement sur le plan du cercle milieu du zodiaque », ce qui n'est pas faux (voir le diagramme de la note ci-dessous), mais peut porter à confusion.

LM = KΘ = 30;32^p ; donc, l'hypoténuse AM [= $\sqrt{AL^2 + LM^2}$] = 42;27^p des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse AM = 120^p, la droite LM = 86;19^p, et l'angle de la prostaphérèse ∠ LAM = 92;00$^\omega$ où deux angles droits font 360$^\omega$, ou 46° 00′ où quatre angles droits font 360° [1].

De même, où la droite AM = 42;27^p ; la droite ΘM = KL = 1;20^p ; et $\Theta M^2 + AM^2 = A\Theta^2$, alors AΘ = 42;29^p des mêmes unités. Par conséquent, où l'hypoténuse AΘ = 120^p, ΘM = 3;46^p, et l'angle de l'écart en latitude ∠ ΘAM = 3;36$^\omega$ où deux angles droits font 360$^\omega$, ou 1° 48′ où quatre angles droits font 360°. Ceci [1° 48′] est donc la valeur que nous mettrons dans la troisième colonne du tableau pour Vénus à la ligne contenant 135°.

Pour faire une comparaison de la différence dans la prostaphérèse résultante en longitude, prenons un diagramme semblable où l'épicycle n'est pas incliné. Nous avons démontré que les droites BK = KΘ = 30;32^p où la droite AB = 60^p, donc la droite restante [par soustraction] AK = 29;28^p ; et $AK^2 + K\Theta^2 = A\Theta^2$, donc AΘ = 42;26^p des mêmes unités. Par conséquent, où l'hypoténuse AΘ = 120^p, KΘ = 86;21^p, et l'angle de la prostaphérèse en longitude ∠ ΘAK = 92;03$^\omega$ où deux angles droits font 360$^\omega$, ou environ 46° 02′ où quatre angles droits font 360°. Mais nous avons prouvé que dans le cas de l'obliquité, cet angles est de 46° ; donc la différence pour la prostaphérèse due à l'obliquité est de moins de 2′.



Pas à l'échelle

Maintenant, pour démontrer les positions [en latitude] de Mercure, dessinons un diagramme similaire à l'avant-dernier, où l'arc EΘ est de la même taille, soit 45°. Donc à nouveau, BK = KΘ = 84;52^p où l'hypoténuse BΘ = 120^p. Par conséquent, où le rayon de l'épicycle BΘ = 22;30^p et la distance à laquelle se produisent les plus grandes obliquités AB = 56;40^p (ce que nous avons démontré précédemment [2] , alors BK = KΘ = 15;55^p des mêmes unités [3]. En outre, puisque par hypothèse l'angle d'obliquité de l'épicycle ∠ ABE = 6° 15′ où quatre

1 Halma a les zéros (en fait, $\overline{\zeta\beta}$ õ′ et $\overline{\mu\varsigma}$ õ′) en grec, mais pas en français, ce qui ne change bien entendu rien.

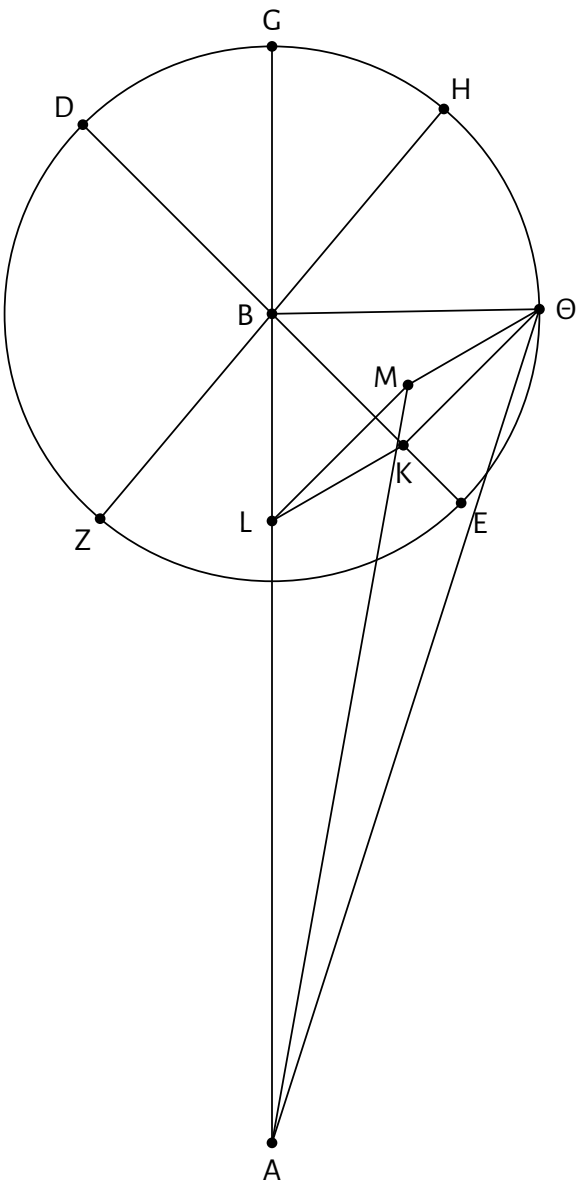
2 Toomer indique que «Ce dernier membre n'est pas, en fait, préalablement déterminé. Toutefois, Ptolémée doit avoir calculé les distances tout le tour de l'orbite pour construire le tableau des anomalies, et a sans doute trouvé cette valeur par interpolation. Neugebauer (*HAMA* 221) a trouvé 56;36^p avec une équation cubique. Toutefois, avec un programme d'ordinateur je trouve, pour $\overline{\kappa}$ = 91;1,41°, κ_0 = 90;0,0°, ρ = 56;43,9^p.»

3 Halma a 15^p 56′ en français et $\overline{\iota\varepsilon}$ νς′ en grec, mais je ne trouve aucun manuscrit pour justifier cela.

angles droits font 360°, ou 12;30ω où deux angles droits font 360ω, alors dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BKL, l'arc LK = 12° 30' et l'arc BL = 167° 30' restants du demi-cercle [son supplément]. Donc les cordes correspondantes KL = 13;04p et BL = 119;17p où l'hypoténuse BK = 120p. Donc où, comme nous l'avons démontré, BK = 15;55p et [où], par hypothèse, AB = 56;40p, KL = 1;44p, BL = 15;49p, et [par soustraction de AB] AL = 40;51p des mêmes unités. Or, LM = KΘ = 15;55p ; et, puisque $AL^2 + LM^2 = AM^2$, AM = 43;50p où la droite LM = 15;55p. Donc, où l'hypoténuse AM = 120p, la droite LM = 43;34p et l'angle de la prostaphérèse en longitude ∠ LAM = 42;34ω où deux angles droits font 360ω, ou 21° 17' où quatre angles droits font 360°. De même, où la droite AM = 43;50p, ΘM = KL = 1;44p ; et $AM^2 + ΘM^2 = AΘ^2$, donc AΘ = 43;52p des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse AΘ = 120p, ΘM = 4;44p, et l'angle de la latitude ∠ ΘAM = 4;32ω où deux angles droits font 360ω, ou 2° 16' où quatre angles droits font 360°. Ceci [2° 16'] est donc la valeur que nous inscrirons dans la troisième colonne du tableau pour Mercure sur la même ligne de l'argument 135°.

Soit encore, pour déterminer la prostaphérèse, le diagramme sans l'obliquité [de l'épicycle]. Puisque nous avons démontré que, où la droite AB = 56;40p, ΘK = KB = 15;55p [1], et que le reste [par soustraction] AK = 40;45p des mêmes unités ; et que $AK^2 + KΘ^2 = AΘ^2$, alors AΘ = 43;45p où ΘK = 15;55p. Donc, où l'hypoténuse AΘ = 120p, ΘK = 43;39p et l'angle de la prostaphérèse en longitude ∠ KAΘ = 42;40ω où deux angles droits font 360ω, ou 21° 20' où quatre angles droits font 360°. Mais nous avons démontré qu'avec l'obliquité, [cet angle] est de 21° 17' ; donc la prostaphérèse en longitude calculée en fonction de l'obliquité est moindre de 3'.

Telle est donc la méthode par laquelle nous avons calculé les positions en latitude aux plus grandes inclinaisons pour ces deux planètes,

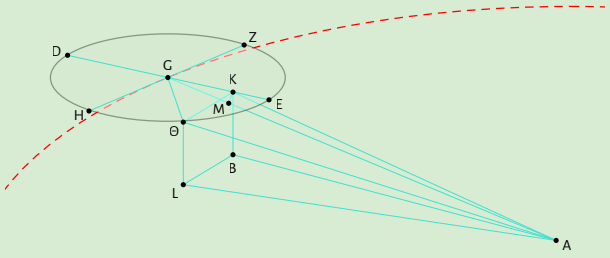


Pas à l'échelle

parce que les plus grandes inclinaisons se produisent lorsque l'excentrique est dans le même plan que l'écliptique. Mais pour les trois astres restants, nous avons utilisé un autre théorème, puisque [pour eux] la plus grande obliquité de l'épicycle se produit lorsque l'inclinaison de l'excentrique est maximale, et il sera donc bon d'avoir toutes les positions en latitude résultant des deux inclinaisons [calculées] ensemble.

1 Vat.gr. 180 a BK, mais cela ne change rien.

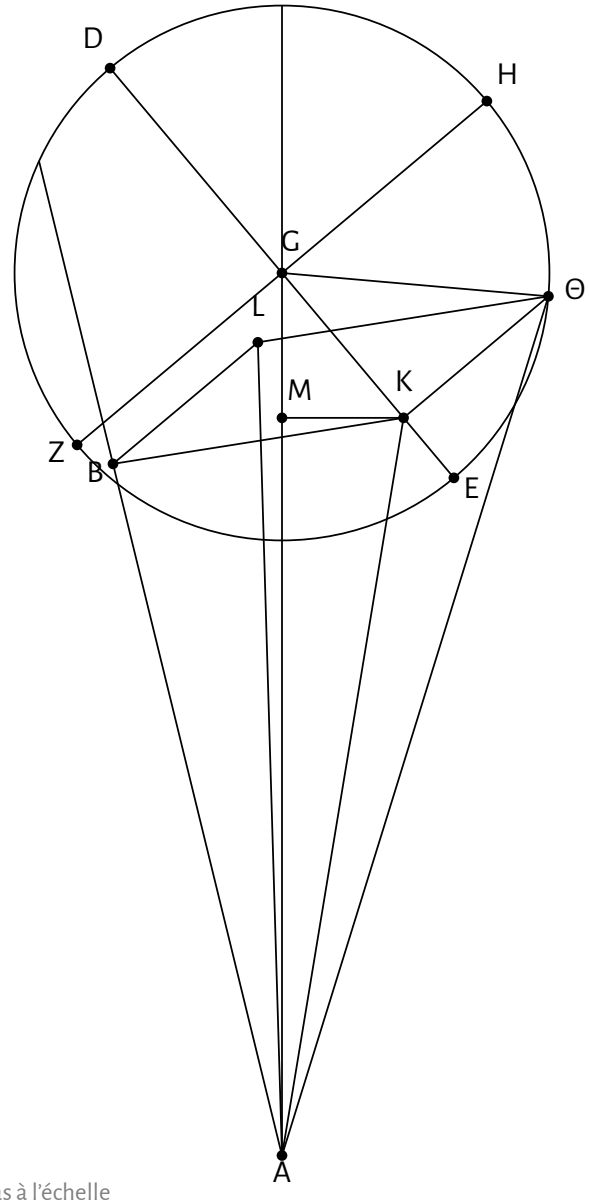
Toomer ajoute un diagramme, duquel est inspiré celui ci-dessous, pour aider à la compréhension de cette section. La courbe tiretée représente l'excentrique ; le disque coloré représente l'épicycle ; l'œil est en A ; et les points A, B, et L sont dans le plan de l'écliptique.



Pas à l'échelle

Soit, dans le plan orthogonal à l'écliptique, AB son intersection avec le plan de l'écliptique, AG son intersection avec le plan de l'excentrique, et DGE son intersection avec le plan de l'épicycle. Soit A le centre de l'écliptique et G le centre de l'épicycle, et décrivons autour de G l'épicycle DZEH de sorte que, parmi les droites tracées perpendiculairement à DE, le diamètre ZGH soit dans le plan de l'excentrique et parallèle au plan de l'écliptique, et que les autres [perpendiculaires] soient parallèles à ces deux plans. Prenons l'arc EΘ = 45° comme avant, et à partir du point Θ (où est l'astre), traçons la perpendiculaire ΘK [à DGE], ainsi que, à partir des points Θ et K, les droites ΘL et KB perpendiculaires au plan de l'écliptique. Joignons BL et AL[1] [2]. Nous nous proposons de trouver la prostaphérèse [addition ou soustraction] en longitude, représentée par ∠ BAL, et la position en latitude, représentée par ∠ LAΘ. Traçons donc, à partir de K, la droite KM perpendiculaire à AG, et joignons GΘ, AK, et AΘ. Prenons à nouveau comme donné, d'après ce qui a été prouvé auparavant, que GK = KΘ = 84;52^p où l'hypoténuse GΘ = 120^p.

Alors d'abord, pour Saturne, puisque nous avons montré que le rayon de l'épicycle est de 6;30^p où la distance moyenne est



Pas à l'échelle

de 60^p, les droites GK = KΘ = 4;36^p où l'hypoténuse GΘ = 6;30^p. Et puisque, par hypothèse, l'angle d'obliquité de l'épicycle ∠ AGE = 4° 30' où quatre angles droits font 360°, ou 9$^{\infty}$ où deux angles droits font 360°, alors dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GKM, l'arc KM = 9° et l'arc GM = 171° restants du demi-cercle [son supplément]. Donc les cordes correspondantes KM = 9;25^p

1 Halma a BA plutôt que BL, qui résulte d'une mauvaise lecture d'un Λ (lambda) comme étant un A. Toutefois, la droite BA existe déjà depuis le début.

2 Vat.gr. 180 a « BL et AL et AΘ », mais mentionne plus loin (comme les autres) de tracer AΘ…

et GM = 119;38^{p} où l'hypoténuse GK = 120^{p}. Par conséquent, où GK = 4;36^{p}, KM = 0;22^{p} et GM = 4;35^{p} [1]. Maintenant, lors de la plus grande obliquité sur le demi-cercle contenant l'apogée, la droite AG, représentant la distance [lorsque l'épicycle est] près du début de la Balance, selon les théorèmes démontrés plus tôt sur les anomalies, vaut 62;10^{p} des mêmes unités. Ainsi la portion [par soustraction de GM à AG] AM = 57;35^{p} où la droite MK = 0;22^{p} [2] ; donc l'hypoténuse AK [= $\sqrt{AM^2 + MK^2}$] = 57;35^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse AK = 120^{p}, KM = 0;46^{p} et ∠ KAM = 0;44$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais, par hypothèse, l'angle d'inclinaison de l'excentrique ∠ BAG = 2° 30′ où quatre angles droits font 360°, ou 5$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc l'angle entier [par addition] ∠ BAK = 5;44$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BAK, l'arc BK = 5° 44′ et l'arc AB = 174° 16′ restants du demi-cercle [son supplément]. Donc les cordes correspondantes BK = 6;00^{p} et AB = 119;51^{p} où l'hypoténuse AK = 120^{p}. Par conséquent, où la droite AK = 57;35^{p}, BK = 2;53^{p}, AB = 57;31^{p}, et BL = KΘ = 4;36^{p}. Et puisque AB^2 + BL^2 = AL^2, AL = 57;42^{p} des mêmes unités. De même, puisque LΘ = BK = 2;53^{p} des mêmes unités et que AL^2 + LΘ^2 = AΘ^2, AΘ = 57;46^{p}. Par conséquent, où l'hypoténuse AΘ = 120^{p}, ΘL = 5;59^{p} et l'angle de la latitude ∠ ΘAL = 5;44$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 2° 52′ [3]. où quatre angles droits font 360°. Ceci [2° 52′] est donc la valeur que nous inscrirons dans la troisième colonne du tableau pour Saturne en face de 135°.

Mais dans le demi-cercle contenant le périgée, à la plus grande inclinaison, puisque la droite AG, représentant la distance [lorsque l'épicycle est] près du début du Bélier, est calculé comme [AG =] 57;40^{p}, où, comme nous l'avons démontré, KM = 0;22^{p} et GM = 4;35^{p}, la portion [par soustraction] AM = 53;05^{p}. Et l'hypoténuse AK = 53;05^{p} des mêmes unités, puisqu'elle est à peine plus grande que la droite AM. Donc, où l'hypoténuse AK = 120^{p}, KM = 0;50^{p} et ∠ KAM = 0;48$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais, par hypothèse, ∠ BAG = 5$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc l'angle entier [par addition] ∠ BAK = 5;48$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BAK, l'arc BK = 5° 48′ et l'arc AB = 174° 12′ restants du demi-cercle [son supplément]. Donc les cordes correspondantes BK = 6;04^{p} et AB = 119;51^{p} où l'hypoténuse AK = 120^{p}. Par conséquent, où la droite AK = 53;05^{p}, la droite BK = 2;41^{p} et la droite AB = 53;01^{p}. Et puisque AB^2 + BL^2 = AL^2, et que (tel que démontré) BL = 4;36^{p} des mêmes unités, AL = 53;13^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse AL = 120^{p}, BL = 10;23^{p} et l'angle de la prostaphérèse en longitude ∠ BAL = 9;56$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 4° 58′ où quatre angles droits font 360°.

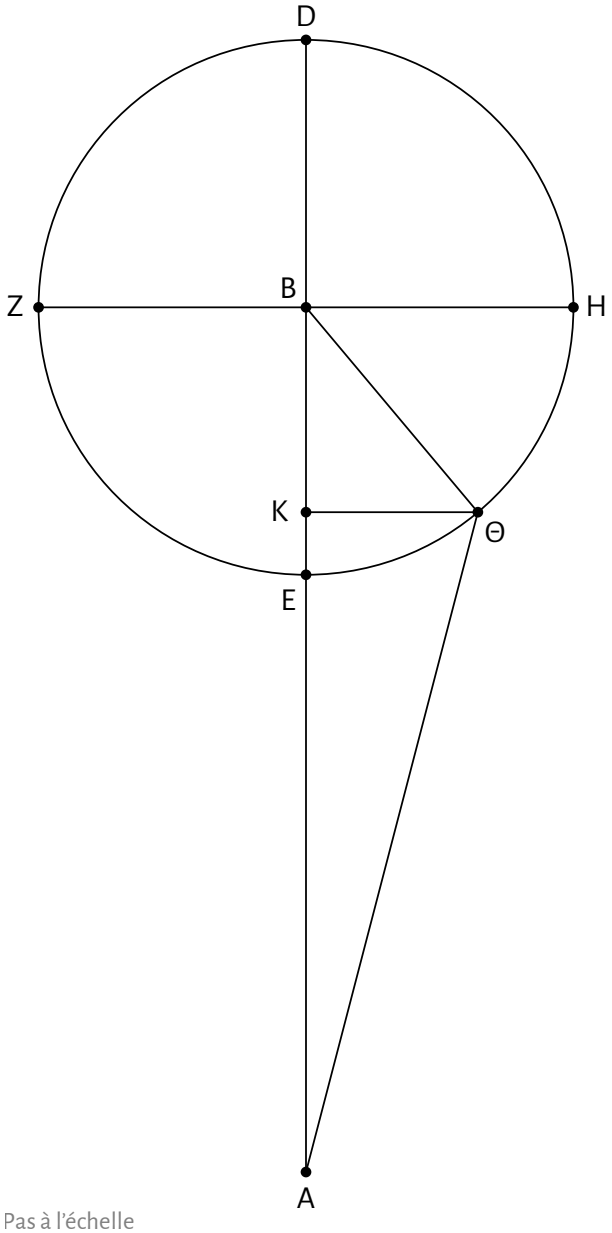
En outre, puisque la ligne AL = 53;13^{p}, que ΘL = KB = 2;41^{p}, et que AL^2 + ΘL^2 = AΘ^2, alors AΘ = 53;17^{p}. Donc où l'hypoténuse AΘ = 120^{p}, la droite ΘL = 6;03^{p}, et l'angle de la distance en latitude ∠ ΘAL = 5;46$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 2° 53′ où quatre angles droits font 360°. Ceci [2° 53′] est donc la valeur que nous inscrirons dans la quatrième colonne du tableau en face de 135°.

Maintenant, afin de comparer les prostaphérèses [additions ou soustractions]

1 Halma a complètement corrompu cette section en français, avec « Donc, de leurs soutendantes, KM sera de 59^{p} 25′ des parties dont l'hypoténuse GK en contient 120 ; et GM en aura 4^{p} 35′. » D'abord, KM = 9;25 et non 59;25 — Halma a doublé, par inadvertance, le ν dans ΚΜ ἔσται τοιούτων $\overline{\theta}$ κε′ « KM est de 9;25. » Il manque ensuite toute la section de GM = 119;38, GK = 4;36, et KM = 0;22. La version grecque d'Halma, outre le dédoublement du ν donnant $\overline{\nu\theta}$ κε′, est autrement correcte.

2 La version française d'Halma a « échappé » les lettres MK et dit simplement « dont la droite en vaut 0^{p} 22′ », sans préciser de quelle droite il s'agit. La version grecque est correcte.

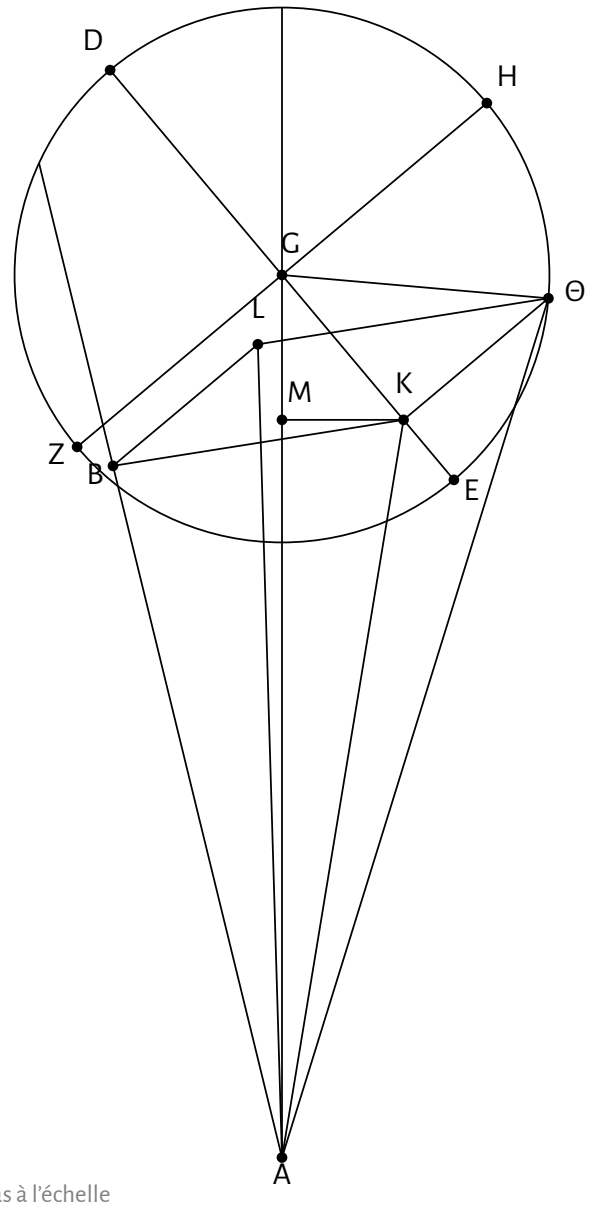
3 Dans Paris BnF gr. 2390, le $\overline{\beta}$ (2°) dans $\overline{\beta}$ νβ′ (2° 52′) est partiellement effacé, chose qu'Heiberg ne mentionne pas, bien que ce soit son manuscrit F.



Pas à l'échelle

en longitude pour l'obliquité la plus près du périgée, reprenons le diagramme sans obliquité. Alors, où la distance à ce point AG = 57;40^{p}, les droites GK = KΘ = 4;36^{p} (par hypothèse) ; et la portion [par soustraction] AK = 53;04^{p} des mêmes unités ; mais AK^{2} + KΘ^{2} = AΘ^{2}, donc AΘ = 53;16^{p}. Par conséquent, où l'hypoténuse AΘ = 120^{p}, la droite KΘ = 10;22^{p}, et l'angle de l'équation en longitude ∠ ΘAK = 9;54$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, ou 4° 57′ [1] où quatre angles droits font 360°. Mais nous avons démontré que dans une inclinaison ou l'autre [de l'excentrique ou de l'épicycle], il est de 4° 58′ ; donc la prostaphérèse en longitude [selon les deux inclinaisons] était supérieure de 1′ [2].

Dessinons d'abord à nouveau le diagramme des inclinaisons, avec les valeurs établies pour Jupiter. Par conséquent, où le rayon



Pas à l'échelle

1 Vat.gr. 1594 a $\overline{\Delta}$ NA′ (4° 51′), erroné.

2 Tous les manuscrits ont ᾱ (1), mais Halma a ἑνί («un»), ce qui ne change évidemment rien.

de l'épicycle GΘ = 11;30^{p}, les droites GK = KΘ = [84;52 × 11;30 ÷ 120 =] 8;08^{p}. Or, puisque l'angle d'obliquité de l'épicycle ∠ AGE = 2° 30′ où quatre angles droits font 360°, ou 5$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GKM, l'arc KM = 5° et l'arc GM = 175° restants du demi-cercle [son supplément]. Donc les cordes correspondantes KM = 5;14^{p} et GM = 119;53^{p} où l'hypoténuse GK = 120^{p}. Par conséquent, où la ligne GK = 8;08^{p} et la distance près du début de la Balance AG = 62;30^{p}, la droite KM = 0;21^{p}, GM = 8;08^{p} et la portion [par soustraction] MA = 54;22^{p}. Ainsi l'hypoténuse AK, étant à peine plus grande que MA, vaut 54;22^{p} des mêmes unités. Donc, où hypoténuse AK = 120^{p}, la droite KM = 0;46^{p} et ∠ KAM = 0;44$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Mais, par hypothèse, l'angle d'inclinaison de l'excentrique ∠ BAG = 1° 30′ où quatre angles droits font 360°, ou 3$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc l'angle entier [par addition] ∠ BAK = 3;44$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BAK, l'arc KB = 3° 44′ et l'arc AB = 176° 16′ restants du demi-cercle [son supplément]. Donc les cordes correspondantes KB = 3;54^{p} et AB = 119;56^{p} où l'hypoténuse AK = 120^{p}. Par conséquent, où la droite AK = 54;22^{p}, KB = 1;46^{p} et AB = 54;20^{p}. Mais d'après ce qui a été démontré précédemment, BL = 8;08^{p} des mêmes unités ; et puisque AB^{2} + BL^{2} = AL^{2}, alors AL = 54;56^{p} des mêmes unités.

De même, puisque LΘ [= KB] = 1;46^{p} des mêmes unités, et que AL^{2} + LΘ^{2} = AΘ^{2}, alors AΘ = 54;58^{p} des mêmes unités. Par conséquent, où l'hypoténuse AΘ = 120^{p}, LΘ = 3;52^{p} et l'angle de l'écart en latitude [1] ∠ ΘAL = 3;42$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 1° 51′ où quatre angles droits font 360°. Ceci [1° 51′] est donc la valeur que nous inscrirons dans la troisième colonne du tableau pour Jupiter en face de 135°.

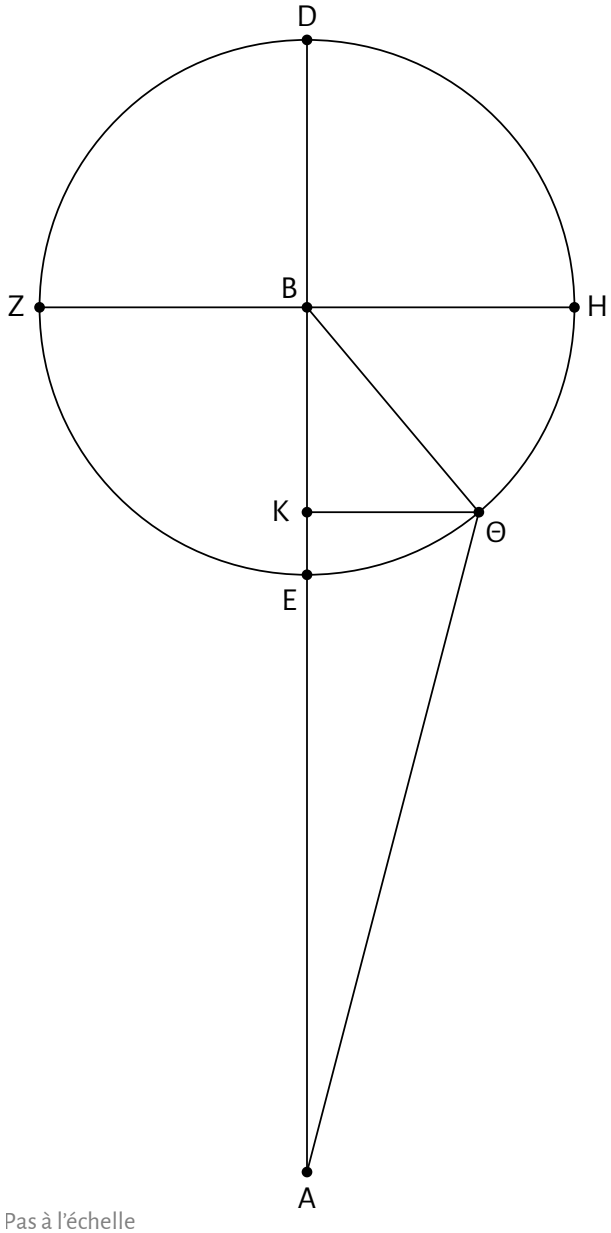
De la même manière, puisque la distance au début du Bélier AG = 57;30^{p} où, comme nous l'avons démontré, KM = 0;21^{p} et GM = 8;08^{p} ; donc la portion [par soustraction], AM (= AK qui est à peine plus grand) = 49;22^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse AK = 120^{p}, la droite KM = 0;51^{p} et ∠ KAM = 0;49$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$; donc l'angle entier [par addition : ∠ KAM + 3$^{\omega}$ =] ∠ BAK = 3;49$^{\omega}$ des mêmes unités. Donc, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle AKB, l'arc KB = 3° 49′ et arc AB = 176° 11′ restants du demi-cercle [son supplément]. Donc les cordes correspondantes BK = 3;59^{p} et AB = 119;56^{p} où l'hypoténuse AK = 120^{p}. Par conséquent, où la droite AK = 49;22^{p}, la droite KB = 1;39^{p} et la droite AB = 49;20^{p}. Donc puisque BL = 8;08^{p} des mêmes unités et que AB^{2} + BL^{2} = AL^{2}, alors AL = 50;00^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse AL = 120^{p}, BL = 19;31^{p} et l'angle de la prostaphérèse en longitude ∠ BAL = 18;44$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 9° 22′ où quatre angles droits font 360°. En outre, puisque, où la droite AL = 50;00^{p}, que ΘL [= KB] = 1;39^{p}, et que AL^{2} + ΘL^{2} = AΘ^{2}, alors AΘ = 50;02^{p}. Par conséquent, où l'hypoténuse AΘ = 120^{p}, LΘ = 3;57^{p} et l'angle de l'écart en latitude ∠ ΘAL = 3;46$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 1° 53′ où quatre angles droits font 360°. Ceci [1° 53′] est la valeur que nous inscrirons dans la quatrième colonne du tableau en face du même 135°.

Pour déterminer les prostaphérèses [additions ou soustractions] en longitude, reprenons le diagramme sans inclinaisons. Puisqu'à la distance considérée, où ΘK = GK = 8;08^{p}, la droite entière AG = 57;30^{p} et sa portion [par soustraction] AK = 49;22^{p} des mêmes unités, et que AK^{2} + KΘ^{2} = AΘ^{2}, alors AΘ = 50;02^{p} des mêmes unités. Par conséquent, où l'hypoténuse AΘ = 120^{p}, la droite ΘK = 19;30^{p} et l'angle de l'équation en longitude ∠ ΘAK = 18;42$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$,

1 Halma a « l'écart en longitude », résultant d'une mauvaise traduction du terme grec πλάτος, qui peut vouloir dire largeur, mais qui, en astronomie, signifie latitude.

ou 9° 21′ où quatre angles droits font 360°. Mais il a été démontré que, quand les inclinaisons sont prises en compte, cet angle est de 9° 22′ ; alors la prostaphérèse en longitude calculée selon les deux inclinaisons n'est, encore une fois, supérieure que d'une seule minute.

Maintenant, pour Mars, reprenons d'abord le diagramme des inclinaisons, et supposons que GK (= KΘ) = [84;52 × 39;30 ÷ 120 =] 27;56^{p} où le rayon de l'épicycle GΘ = 39;30^{p}. Alors, puisque l'angle d'obliquité de l'épicycle ∠ AGE = 2° 15′ où quatre angles droits font 360°, ou 4;30$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, alors dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle GMK, l'arc KM = 4° 30′ et l'arc GM = 175° 30′ restants du demi-cercle [son supplément]. Donc les cordes correspondantes KM = 4;43^{p} et GM = 119;54^{p} où l'hypoténuse GK = 120^{p}. Ainsi, où la droite GK = 27;56^{p} et la plus grande distance AG = 66^{p}, la droite KM = 1;06^{p}, la droite GM = 27;54^{p}, et [par soustraction] la droite AM = 38;06^{p}. Donc l'hypoténuse AK [= $\sqrt{AM^2 + KM^2}$] = 38;07^{p} des mêmes unités ; donc, où l'hypoténuse AK = 120^{p}, la droite KM = 3;28^{p} et ∠ KAM = 3;19$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Mais, par hypothèse, l'angle d'inclinaison de l'excentrique ∠ BAG = 1° où quatre angles droits font 360°, ou 2$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$; donc l'angle entier [par addition] ∠ BAK = 5;19$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle BAK, l'arc KB = 5° 19′ et l'arc AB = 174° 41′ restants du demi-cercle [son supplément]. Donc les cordes correspondantes BK = 5;34^{p} et AB = 119;52^{p} où l'hypoténuse AK = 120^{p}. Par conséquent, où la droite AK = 38;07^{p}, la droite KB = 1;46^{p} et la droite AB = 38;05^{p}. Mais la droite BL [= KΘ = GK] = 27;56^{p} des mêmes unités et, puisque $AB^2 + BL^2 = AL^2$, alors la droite AL = 47;14^{p}. De même, puisque la droite ΘL = 1;46^{p} des mêmes unités, et que $AL^2 + L\Theta^2 = A\Theta^2$, alors la droite AΘ = 47;16^{p} des mêmes unités. Par conséquent, où l'hypoténuse AΘ = 120^{p}, la droite ΘL = 4;29^{p}



Pas à l'échelle

et l'angle de l'écart en latitude ∠ ΘAL = 4;18$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 2° 09′ où quatre angles droits font 360°. Ceci [2° 09′] est donc la valeur que nous inscrirons dans la troisième colonne du tableau pour Mars pour l'argument 135°.

De même, pour les inclinaisons à la moindre distance, puisque AG = 54^{p} où, comme nous l'avons démontré, KM = 1;06^{p} et GM = 27;54^{p}, alors la portion [par soustraction] AM = 26;06^{p} et l'hypoténuse AK [= $\sqrt{KM^2 + AM^2}$] = 26;07^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse AK = 120^{p},

la droite KM = 5;03^{p} et ∠ KAM = 4;49$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$. Donc l'angle entier [par addition] ∠ BAK = 6;49$^{\omega}$ des mêmes unités. Ainsi, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle ABK, l'arc BK = 6° 49′ et l'arc AB = 173° 11′ restants du demi-cercle [son supplément]. Donc les cordes correspondantes BK = 7;08^{p} et AB = 119;47^{p} où l'hypoténuse AK = 120^{p}. Par conséquent, où la droite AK = 26;07^{p}, la droite BK = 1;33^{p} et la droite AB = 26;04^{p}. Mais la droite BL = 27;56^{p} des mêmes unités et, puisque $AB^2 + BL^2 = AL^2$, alors AL = 38;12^{p}. Donc, où l'hypoténuse AL = 120^{p}, la droite BL = 87;45^{p} et l'angle de la prostaphérèse en longitude ∠ BAL = 94$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 47° où quatre angles droits font 360°.

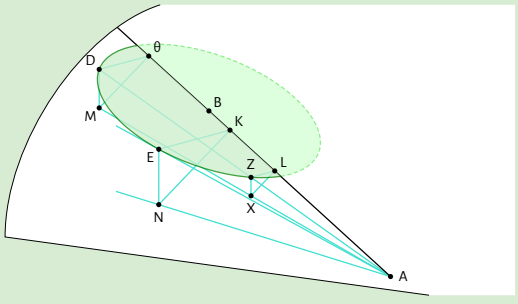
De même, puisque, où la droite AL = 38;12^{p}, LΘ [= BK] = 1;33^{p}, et que $AL^2 + L\Theta^2 = A\Theta^2$, alors la droite AΘ = 38;14^{p}. Par conséquent, où l'hypoténuse AΘ = 120^{p}, la droite LΘ = 4;52^{p} et l'angle de l'écart de latitude ∠ ΘAL = 4;40$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 2° 20′ où quatre angles droits font 360° [1]. Ceci [2° 20′] est donc la valeur que nous inscrirons dans la quatrième colonne du tableau en face du même 135°.

À nouveau, pour comparer les prostaphérèses en longitude, nous utilisons le diagramme sans inclinaisons et à la moindre distance (là où la différence est nécessairement la plus grande). [Nous voyons que] AG : GK = AG : KΘ = 54 : 27;56 ; donc [par soustraction] la droite AK = 26;04^{p} et l'hypoténuse AΘ [= $\sqrt{AK^2 + K\Theta^2}$] = 38;12^{p} des mêmes unités. Par conséquent, où l'hypoténuse AΘ = 120^{p}, la droite ΘK = 87;45^{p} [comme BL dans le calcul précédent] et l'angle de la prostaphérèse en longitude ∠ ΘAK = 94$^{\omega}$ où deux angles droits font 360$^{\omega}$, ou 47° où quatre angles droits font 360°. Mais nous avons trouvé la même valeur dans nos calculs incluant les inclinaisons ; il n'y a donc aucune différence pour la prostaphérèse en longitude pour Mars calculée d'après les inclinaisons des cercles [d'épicycle et d'excentrique].

Les quatrièmes colonnes des deux tableaux pour Vénus et Mercure contiendront les positions en latitude se produisant aux plus grandes inclinaisons de leurs épicycles, qui se produisent à l'apogée et au périgée de l'excentrique. Cependant, nous les avons calculés sans considérer l'effet dû à l'inclinaison de l'excentrique, car cela aurait nécessité un plus grand nombre de tableaux et une méthode de calcul plus compliquée [à partir des tableaux], parce que les positions [en latitude correspondantes] à l'étoile du matin et à l'étoile du soir ne sont pas égales l'une à l'autre, et ne se font pas toujours du même côté [nord ou sud] de l'écliptique ; d'ailleurs, l'inclinaison de l'excentrique n'étant pas constante, les différences de quantité à diminuer par rapport à la plus grande obliquité [de l'épicycle] ne correspondraient pas aux différences de

Toomer ajoute un diagramme, duquel celui ci-dessous est inspiré, pour aider à la compréhension du texte. Le plan de l'écliptique est en blanc ; l'épicycle est en vert (sa portion sous le plan de l'écliptique est plus pâle) ; l'œil est en A. Les points B, D, θ, E, Z, K, et L sont sur l'épicycle ; les points M, N, et X sont sur l'écliptique et sont la projection des points D, E, et Z, respectivement. Les angles ∠ DθM, ∠ EKN, et ∠ ZLX sont tous égaux et correspondent à l'obliquité de l'épicycle sur l'écliptique.

Toomer indique toutefois que « la figure de Ptolémée en est une artificielle, puisque lorsque l'inclinaison des plans de l'écliptique et de l'épicycle passe par le centre de l'épicycle, l'"obliquité" est nulle. Mais cela est justifié par la "séparation des effets". »

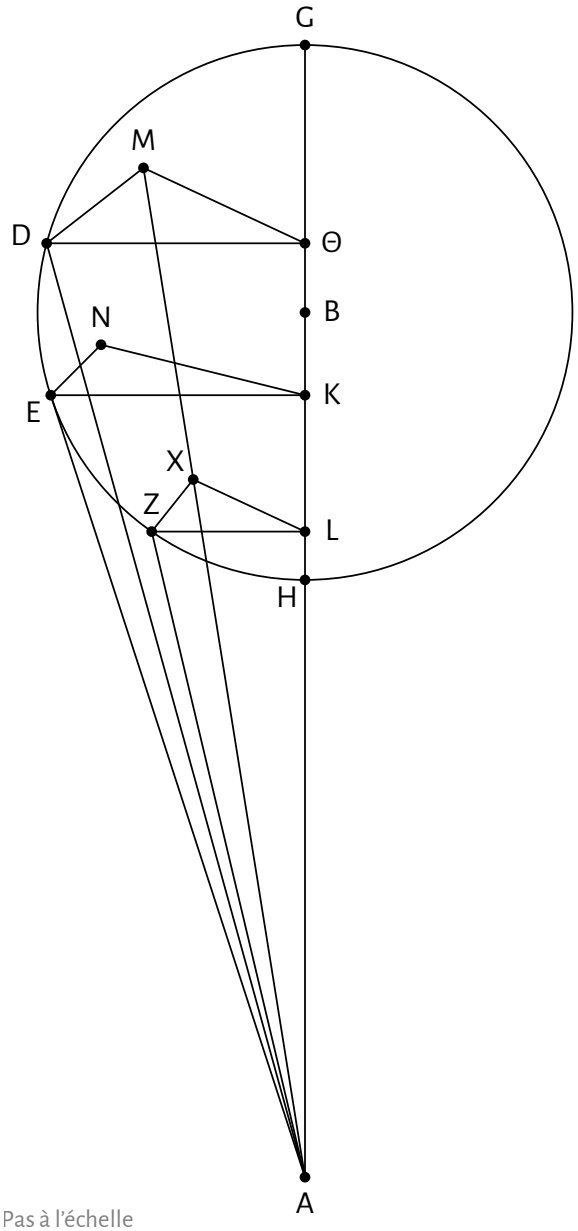


1 La version française d'Halma n'inclut pas cette équivalence de 2° 20′ où quatre angles droits font 360°. Sa version grecque est correcte.

quantité à diminuer par rapport à la plus grande obliquité. Cependant, si nous séparons ces effets, nous pourrons déterminer chaque portion plus facilement, comme nous le verrons.

Soit AB l'intersection des plans de l'écliptique et de l'épicycle ; le point A comme centre de l'écliptique ; et B comme centre de l'épicycle. Décrivons l'épicycle GDEZH autour de celui-ci, incliné par rapport au plan de l'écliptique (de telle sorte que les droites tracées dans les [deux plans] perpendiculaires à la section commune GH forment tous des angles égaux aux points sur GH). Traçons AE tangente à l'épicycle, et AZD croisant l'épicycle en un point arbitraire [1], et traçons, à partir des points D, E, et Z, les droites DΘ, EK, et ZL perpendiculaires à GH, et les droites DM, EN, et ZX perpendiculaires au plan de l'écliptique. Joignons ΘM, KN, LX, ainsi que AN et AXM (car AXM sera une droite, puisque les trois points [A, X, et M] se trouvent [tous] dans deux plans : le plan de l'écliptique et le plan passant par AZD perpendiculaire à l'écliptique). Il est évident qu'avec l'obliquité en question, les prostaphérèses [additions ou soustractions correctives] en longitude de l'astre [en D et E respectivement] seront représentées par les angles ∠ ΘAM et ∠ KAN, et les [positions en] latitude par les angles ∠ DAM et ∠ EAN. Nous devons d'abord démontrer que la position en latitude au point tangent, ∠ EAN, est maximale, tout comme l'équation en longitude [est maximale en ce point].

[Preuve :] Puisque ∠ EAK est le plus grand, KE : EA est plus grand que ΘD : DA = LZ : ZA. Mais EK : EN = ΘD : DM = LZ : ZX, car, comme nous l'avons dit, les triangles formés par eux [EKN, DΘM, et ZLX] ont des angles égaux [en GH] et des angles droits en M, N, et X. Donc NE : EA est plus grand que MD : DA = XZ : ZA. En outre, les angles ∠ DMA, ∠ ENA, et ∠ ZXA sont droits. Donc ∠ EAN est plus grand que ∠ DAM, et donc, évidemment, que tout autre angle ainsi formé.



Pas à l'échelle

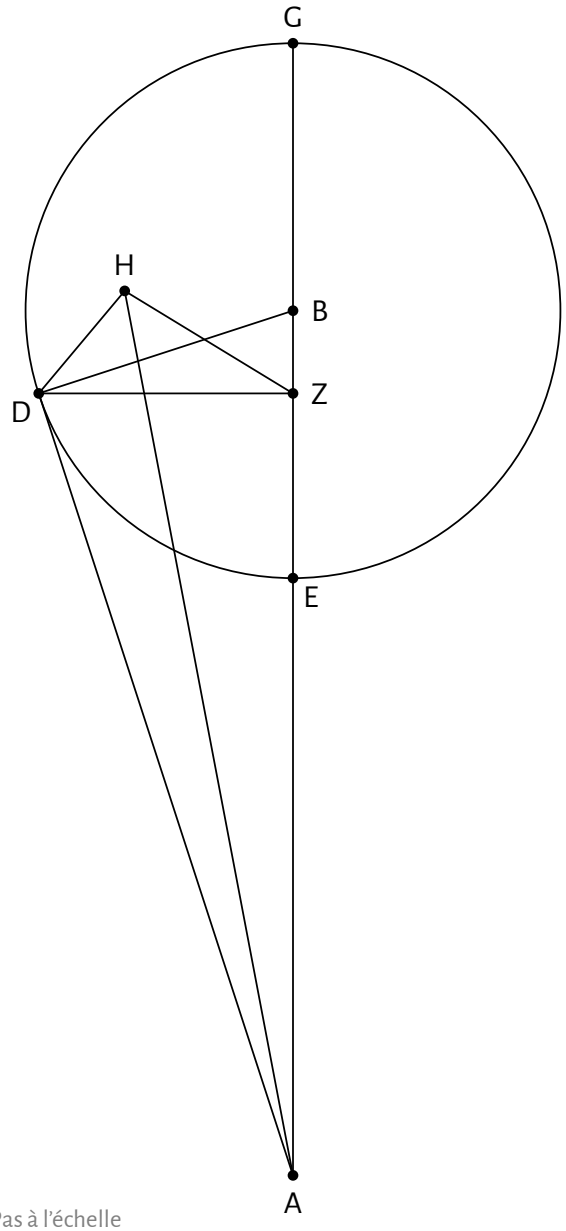
Il est immédiatement évident que, quand nous considérons l'effet de l'obliquité sur les prostaphérèses, la différence maximale est produite aux plus grandes déviations de latitude en E, parce qu'elles sont représentées par les angles sous-tendus par (ΘD – ΘM), (KE – KN) et (LZ – LX) [lorsque la planète est respectivement en D, E et Z], et puisque les rapports de ces droites [ΘD : ΘM, etc.] entre elles et à la différence entre elles [(ΘD – ΘM)

1 C'est-à-dire que D est choisi au hasard ; Z sera simplement le croisement de la droite AD avec l'épicycle.

etc.] reste le même, il s'ensuit que (EK – KN) : EA est plus grand que (ΘD – ΘM) : AD, etc. Et il est aussi immédiatement clair que, quel que soit le rapport entre la plus grande prostaphérèse en longitude et la plus grande déviation en latitude [due à l'obliquité], ce rapport tient entre l'équation en longitude pour toute position [de la planète] sur l'épicycle et la position [correspondante] en latitude, parce que KE : EN = LZ : ZX = ΘD : DM, et ainsi de suite pour les autres points [sur l'épicycle]. CQFD.

Cela établi, cherchons d'abord la grandeur de l'angle que l'obliquité des plans fait pour chaque planète. Supposons, selon ce qui a été noté au début, que les deux planètes, lorsqu'elles sont à mi-chemin entre la plus grande et la plus petite distance, ont une différence maximale [de latitude] entre des positions opposées sur l'épicycle de 5° au nord ou au sud, puisque Vénus semble [ainsi] varier d'un peu plus de 5° au périgée et d'un peu moins de 5° à l'apogée, tandis que Mercure varie d'environ½° [de plus et de moins que 5° à 180° de l'apogée et à l'apogée, respectivement].

Soit encore ABG l'intersection de l'écliptique et de l'épicycle. Décrivons autour du centre B l'épicycle GDE [1], incliné par rapport au plan de l'écliptique, comme auparavant. Depuis le centre de l'écliptique A, traçons AD tangente à l'épicycle, et à partir de D, traçons la droite DZ perpendiculaire à GBE [2], et DH perpendiculaire au plan de l'écliptique. Joignons BD, ZH, et AH, et supposons que ∠ DAH est la moitié de l'écart de latitude ci-dessus pour chacune des deux planètes, donc de 2½° où quatre angles droits font 360°. Nous devons trouver la grandeur de l'inclinaison de chacun des plans, c'est-à-dire la grandeur de l'angle ∠ DZH.



Pas à l'échelle

Pour Vénus, puisque, là où le rayon de l'épicycle est 43;10^{p}, la plus grande distance est de 61;15^{p}, la plus petite de 58;45^{p}, et la moyenne de 60^{p}, alors AB : BD = 60 : 43;10. Et puisque $AB^2 - BD^2 = AD^2$, alors AD = 41;40^{p} des mêmes unités. De même, puisque BA : AD = BD : DZ, alors DZ = 29;58^{p} des mêmes unités. De plus,

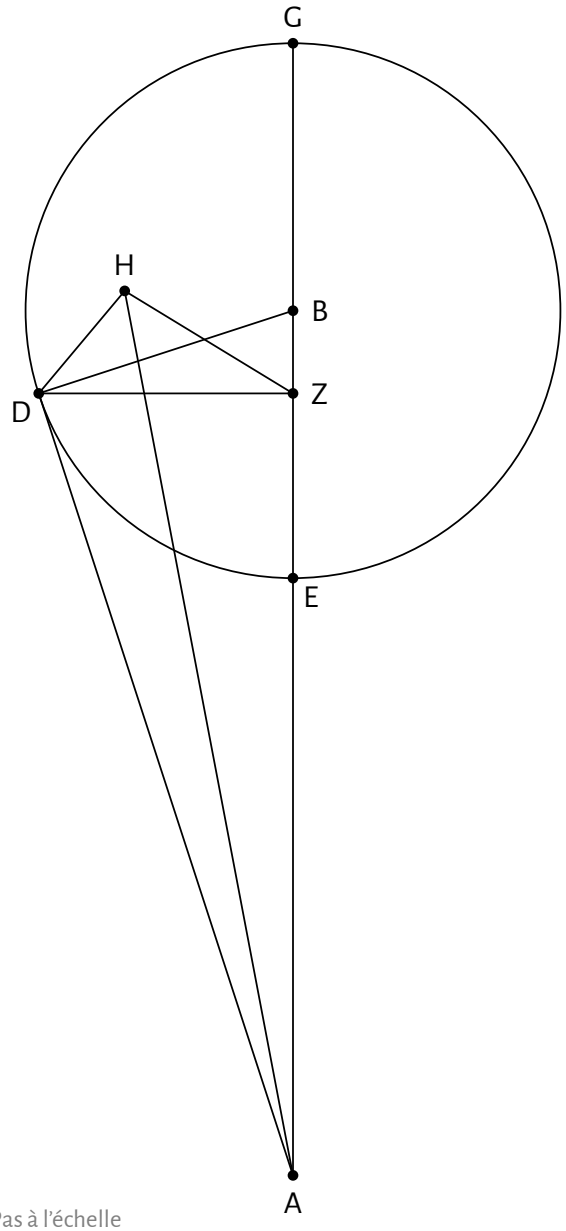
1 Halma a simplement GD, tant en grec qu'en français, mais tous les manuscrits que j'ai consultés ont GDE, sauf Munich BSB gr. 212, qui n'attribue pas de lettres à l'épicycle dans le texte. À noter aussi que Vat.gr. 184 corrompt la ligne avec une répétition : ἔστω τοίνυν πάλιν ἡ ΑΒΓ κοινὴ τομὴ τοῦ τε διὰ μέσων τῶν ζῳδίων devient ἔστω τοίνυν ἡ ΑΒΓ **παλιν** κοινὴ τομὴ **του τε δι** τοῦ τε διὰ μέσων τῶν ζῳδίων.

2 Halma a GBA, ce qui est vrai à strictement parler, mais n'est pas appuyé par les manuscrits, qui ont tous GBE.

puisque, par hypothèse, ∠ DAH = 2° 30′ [1] où quatre angles droits font 360°, ou 5$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle ADH, l'arc DH = 5° et la corde correspondante DH = 5;14^{p} où l'hypoténuse AD = 120^{p}. Par conséquent, où la droite AD = 41;40^{p}, DH = 1;50^{p}. Et nous avons démontré que DZ = 29;58^{p} des mêmes unités, donc où l'hypoténuse DZ = 120^{p}, DH = 7;20^{p}, et l'angle de l'obliquité ∠ DZH = 7$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 3° 30′ où quatre angles droits font 360°. Mais puisque la quantité par laquelle ∠ DAZ dépasse ∠ HAZ [soit ∠ DAZ − ∠ HAZ] représente la prostaphérèse en longitude, nous devons la calculer aussi, en trouvant les grandeurs de ces angles. Car puisque nous avons démontré que, où la droite DH = 1;50^{p}, l'hypoténuse AD = 41;40^{p} et DZ = 29;58^{p}, et que AD^{2} − DH^{2} = AH^{2} ainsi que ZD^{2} − DH^{2} = HZ^{2}, alors AH = 41;37^{p} et HZ = 29;55^{p} des mêmes unités.

Donc, où l'hypoténuse AH = 120^{p}, ZH = 86;16^{p} et ∠ ZAH = 91;56$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 45° 58′ où quatre angles droits font 360°. De même, puisque DZ = 86;18^{p} où l'hypoténuse AD = 120^{p}, alors ∠ DAZ = 91;58$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 45° 59′ où quatre angles droits font 360°. Donc la prostaphérèse en longitude calculée en tenant compte de l'inclinaison était inférieure d'une minute.

Pour Mercure, où le rayon de l'épicycle est de 22;30^{p}, la plus grande distance, comme nous l'avons démontré, est de 69^{p} et la distance diamétralement opposée à celle-ci de 57^{p}, pour une moyenne de 63^{p} des mêmes unités. Ainsi, AB : BD = 63 : 22;30 et, puisque AB^{2} − DB^{2} = AD^{2}, donc AD = 58;51^{p}. De même, puisque AB : AD = BD : DZ, alors DZ = 21;01^{p} des mêmes unités. En outre, puisque, par hypothèse, ∠ DAH = 5$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, dans le cercle circonscrit (de 360°) au triangle rectangle ADH, l'arc DH = 5°



Pas à l'échelle

et la corde correspondante DH = 5;14^{p} où l'hypoténuse AD = 120^{p}. Par conséquent, où la droite AD = 58;51^{p}, la droite DH = 2;34^{p}. Mais nous avons démontré que DZ = 21;01^{p} des mêmes unités ; donc, où l'hypoténuse DZ = 120^{p}, DH = 14;40^{p} et l'angle de l'obliquité ∠ DZH = 14$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 7° où quatre angles droits font 360°.

De la même façon [que pour Vénus], pour déterminer les angles de la prostaphérèse

1 Halma a 2° 39′ en français, forcément erroné, d'autant plus qu'il a 5°° par la suite. Son grec est correct. Aucun manuscrit n'a 2;39.

[en longitude] : puisque la droite DH = 2;34^{p}, et que nous avons démontré que l'hypoténuse AD = 58;51^{p} et DZ = 21;01^{p}, et que $DA^2 - DH^2 = AH^2$ ainsi que $DZ^2 - DH^2 = HZ^2$, alors AH = 58;47^{p} et ZH = 20;53^{p} des mêmes unités. Donc, où l'hypoténuse AH = 120^{p}, la droite HZ = 42;38^{p} [1] et ∠ ZAH = 41;38$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, ou 20° 49′ où quatre angles droits font 360°. Conséquemment, où l'hypoténuse AD = 120^{p}, la droite DZ = 42;50^{p} et ∠ DAZ = 41;50$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, ou 20° 55′ où quatre angles droits font 360°. Donc, dans ce cas, la prostaphérèse en longitude due à l'obliquité était inférieure de 6′. CQFD.

Voyons maintenant si, en supposant les quantités ci-dessus pour l'obliquité comme données, nous trouvons que les plus grandes latitudes aux plus grandes et aux plus petites distances [dérivées d'eux] s'accordent avec celles dérivées des observations. Supposons donc, dans le même diagramme, la plus grande distance de Vénus, soit AB : BD = 61;15 : 43;10. Alors, puisque $AB^2 - BD^2 = AD^2$, nous avons la droite AD = 43;27^{p}. Mais AB : AD = BD : DZ [2], donc DZ = 30;37^{p} des mêmes unités. En outre, puisque, par hypothèse, l'angle de l'obliquité ∠ DZH = 7$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$ et que la droite DH = 7;20^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}, alors où la droite DZ = 30;37^{p} et AD = 43;27^{p}, la droite DH = 1;52^{p}. Donc où l'hypoténuse AD = 120^{p}, la droite DH = 5;09^{p} et la plus grande déviation en latitude ∠ DAH = 4;54$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, ou 2° 27′ où quatre angles droits font 360°. Mais à la moindre distance, où le rayon de l'épicycle BD = 43;10^{p}, la droite AB = 58;45^{p}, et $AB^2 - DB^2 = AD^2$, alors AD = 39;51^{p} des mêmes unités.

De même, puisque AB : AD = BD : DZ [3], la droite DZ = 29;17^{p} des mêmes unités. Mais DZ : DH est donné comme 120 : 7;20 ; conséquemment, où DZ = 29;17^{p} et AD = 39;51^{p}, la droite DH = 1;47^{p}. Donc, où l'hypoténuse AD = 120^{p}, DH = 5;22^{p} et le plus grand écart en latitude ∠ DAH = 5;08$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, ou 2° 34′ où quatre angles droits font 360°.

Ainsi l'écart en latitude diffère à peine des 2½° [4] de [la plus grande] déviation en latitude supposée pour la moyenne, étant [à peine] plus petit à l'apogée et [à peine] plus grand au périgée : à la plus grande distance, ce n'était que trois minutes de moins, et à la plus petite distance, quatre minutes de plus. Ces quantités ne pouvaient pas être détectées à partir des observations.

Supposons maintenant la plus grande distance de Mercure, soit AB : BD = 69 : 22;30. Ainsi, par la même procédure que précédemment, AD [= $\sqrt{AB^2 - BD^2}$] = 65;14^{p} et DZ [= AD × BD ÷ AB] = 21;16^{p} des mêmes unités. Mais nous avons calculé que l'angle d'obliquité ∠ DZH = 14$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$. Nous avons donc DH = 14;40^{p} où l'hypoténuse DZ = 120^{p}. Par conséquent, où la droite DZ = 21;16^{p} et la droite AD = 65;14^{p}, la droite DH = 2;36^{p} ; ainsi, où l'hypoténuse AD = 120^{p}, la droite DH = 4;47^{p} et le plus grand écart en latitude ∠ DAH = 4;34$^{\circ\circ}$ où deux angles droits font 360$^{\circ\circ}$, ou 2° 17′ où quatre angles droits font 360°.

Mais à la moindre distance, AB : BD = 57 : 22;30 ; donc, toujours pour les mêmes raisons, AD = 52;22^{p} des mêmes unités et DZ = 20;40^{p}. Et l'inclinaison est la même

1 Halma a ZH en français (et HZ en grec), mais cela ne change rien.

2 Halma inverse ce rapport en français (BD : DZ = AB : AD), mais cela est sans conséquence.

3 Halma a encore l'inverse, soit BD : DZ = AB : AD, en français, mais cela est sans conséquence.

4 Les manuscrits ont ici β ζ (Vat.gr. 1594), β ζ′ (Paris BnF gr. 2390, Vat.gr. 184), ou β ζ″ (Munich BSB gr. 212), qui peut porter à confusion, pouvant signifier 6 soixantièmes. Paris BnF gr. 2389 a la forme ∠′, qui signifie clairement ½, et Vat.gr. 180 a β ημι, littéralement «2 et demi». Les traductions de Manitius, Toomer, et Halma sont toutes correctes, avec 2½° (Manitius et Toomer ; à strictement parler, c'est la bonne traduction) ou 2° 30′ (Halma).

qu'avant ; donc ZD : DH = 120 : 14;40, donc où la droite DZ = 20;40^{p} et la droite AD = 52;22^{p}, la droite DH = 2;32^{p}. Ainsi, où hypoténuse AD = 120^{p}, DH = 5;48^{p} et ∠ DAH = 5;32$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, ou 2° 46' où quatre angles droits font 360°. Conséquemment, la différence maximale en latitude par rapport à la moyenne (encore égal à 2½°) était de 13' en moins à l'apogée et de 16' en plus au périgée. Nous utiliserons donc une correction de ¼° par rapport à la moyenne dans les calculs [du tableau], en ligne avec la différence perceptible lors des observations [1].

Suite à cela, et puisque nous avons aussi démontré que le rapport entre la plus grande prostaphérèse en longitude et la plus grande déviation en latitude est le même en d'autres points de l'épicycle que le rapport entre les prostaphérèses individuelles en longitude et les positions [correspondantes] en latitude, nous avons immédiatement une méthode commode pour calculer les positions en latitude dues à l'obliquité à inscrire dans la quatrième colonne des tableaux pour Vénus et de Mercure. Cependant, comme nous l'avons mentionné, ces positions ne sont basées que sur l'obliquité des épicycles à distance moyenne : la différence due à l'inclinaison des excentriques, et aussi la différence due à [l'approche de] l'apogée ou du périgée pour Mercure, seront trouvées au moyen d'une procédure de correction dans le calcul [à partir des tableaux], pour la commodité du calcul.

Puisque, aux distances moyennes indiquées ci-dessus, la plus grande déviation due à l'obliquité est de 2° 30' de chaque côté de l'écliptique pour les deux planètes ; que la plus grande prostaphérèse en longitude [élongation] est d'environ 46° pour Vénus et 22° pour Mercure ; et que nous avons déjà donné, dans les tableaux d'anomalies de ces planètes, les prostaphérèses correspondant aux positions individuelles sur l'épicycle, nous prendrons donc la même proportion de 2½° proportionnelle à chaque planète, et nous inscrirons ces valeurs dans la quatrième colonne des tableaux de latitude en face des arguments correspondants.

La cinquième colonne [de chaque tableau] nous servira à corriger les positions en latitude pour d'autres positions [de l'épicycle] sur l'excentrique, en utilisant les soixantièmes qui y sont inscrits. Car puisque, comme nous l'avons dit, l'augmentation et la diminution de l'inclinaison et de l'obliquité de l'épicycle, par l'action des petits cercles attachés, ont une période correspondant exactement à la période de retour sur l'excentrique, et puisque les quantités de toutes les inclinaisons et obliquités ne sont pas très différentes de celles trouvées pour le cercle incliné de la lune, et que les écarts individuels de latitude, pour de si petites inclinaisons, sont encore presque proportionnels, et puisque nous avons déjà les entrées correspondantes pour la Lune calculées géométriquement, nous avons multiplié chacune des entrées de ce tableau [de la Lune] par 12 (parce que le maximum y est d'environ 5°, et ici nous le supposons de 60°), et inscrit les résultats en face de l'argument approprié dans la cinquième colonne de chaque tableau.

Les tableaux sont les suivants.

1 Ceci confirme que les instruments les plus précis des Grecs (et, présumément, des Babyloniens) étaient divisés en degrés seulement, avec peut-être des divisions en demi-degrés ou en quarts de degrés, mais pas mieux. Ce n'est qu'à la fin du Moyen Âge que des instruments plus précis furent produits.

5. Tableaux pour le calcul des latitudes

Saturne							
Argument [en distance] depuis l'apogée		Limite nord		Limite sud		Soixantièmes	
6	354	2	4	2	2	59	36
12	348	2	5	2	3	58	36
18	342	2	6	2	3	57	0
24	336	2	7	2	4	54	36
30	330	2	8	2	5	52	0
36	324	2	10	2	7	48	24
42	318	2	11	2	8	44	24
48	312	2	12	2	10	40	0
54	306	2	14	2	12	35	12
60	300	2	16	2	15	30	0
66	294	2	18	2	18	24	24
72	288	2	21	2	21	18	24
78	282	2	24	2	24	12	24
84	276	2	27	2	27	6	24
90	270	2	30	2	30	0	0
93	267	2	31	2	31	3	12
96	264	2	33	2	33	6	24
99	261	2	34	2	34	9	24
102	258	2	36	2	36	12	24
105	255	2	37	2	37	15	24
108	252	2	39	2	39	18	24
111	249	2	40	2	40	21	24
114	246	2	42	2	42	24	24
117	243	2	43	2	43	27	12
120	240	2	45	2	45	30	0
123	237	2	46	2	46	32	36
126	234	2	47	2	48	35	12
129	231	2	49	2	49	37	36
132	228	2	50	2	51	40	0
135	225	2	52	2	53	42	12
138	222	2	53	2	54	44	24
141	219	2	54	2	55	46	36
144	216	2	55	2	56	48	24
147	213	2	56	2	57	50	12
150	210	2	57	2	58	52	0
153	207	2	58	2	59	53	12
156	204	2	59	3	0	54	36
159	201	2	59	3	1	56	0
162	198	3	0	3	2	57	0
165	195	3	0	3	2	57	48
168	192	3	1	3	3	58	36
171	189	3	1	3	3	59	12
174	186	3	2	3	4	59	36
177	183	3	2	3	4	59	48
180	180	3	2	3	5	60	0

Jupiter							
Argument [en distance] depuis l'apogée		Limite nord		Limite sud		Soixantièmes	
6	354	1	7	1	5	59	36
12	348	1	8	1	6	58	36
18	342	1	8	1	6	57	0
24	336	1	9	1	7	54	36
30	330	1	10	1	8	52	0
36	324	1	11	1	9	48	24
42	318	1	12	1	10	44	24
48	312	1	13	1	11	40	0
54	306	1	14	1	13	35	12
60	300	1	16	1	16	30	0
66	294	1	18	1	18	24	24
72	288	1	21	1	21	18	24
78	282	1	24	1	24	12	24
84	276	1	27	1	27	6	24
90	270	1	30	1	30	0	0
93	267	1	31	1	31	3	12
96	264	1	33	1	33	6	24
99	261	1	34	1	34	9	24
102	258	1	36	1	36	12	24
105	255	1	37	1	37	15	24
108	252	1	39	1	39	18	24
111	249	1	40	1	40	21	24
114	246	1	42	1	42	24	24
117	243	1	43	1	43	27	12
120	240	1	45	1	45	30	0
123	237	1	46	1	46	32	36
126	234	1	47	1	48	35	12
129	231	1	49	1	49	37	36
132	228	1	50	1	51	40	0
135	225	1	51	1	53	42	12
138	222	1	52	1	54	44	24
141	219	1	53	1	55	46	36
144	216	1	55	1	57	48	24
147	213	1	56	1	59	50	12
150	210	1	58	2	0	52	0
153	207	1	59	2	1	53	12
156	204	2	0	2	3	54	36
159	201	2	1	2	4	56	0
162	198	2	2	2	5	57	0
165	195	2	2	2	6	57	48
168	192	2	3	2	6	58	36
171	189	2	3	2	7	59	12
174	186	2	4	2	7	59	36
177	183	2	4	2	8	59	48
180	180	2	4	2	8	60	0

Mars

Argument [en distance] depuis l'apogée		Limite nord		Limite sud		Soixantièmes	
6	354	0	8	0	4	59	36
12	348	0	9	0	4	58	36
18	342	0	11	0	5	57	0
24	336	0	13	0	6	54	36
30	330	0	14	0	7	52	0
36	324	0	15	0	9	48	24
42	318	0	18	0	12	44	24
48	312	0	21	0	15	40	0
54	306	0	24	0	18	35	12
60	300	0	28	0	22	30	0
66	294	0	32	0	26	24	24
72	288	0	36	0	30	18	24
78	282	0	41	0	36	12	24
84	276	0	46	0	42	6	24
90	270	0	52	0	49	0	0
93	267	0	55	0	52	3	12
96	264	0	59	0	56	6	24
99	261	1	3	1	0	9	24
102	258	1	6	1	4	12	24
105	255	1	10	1	8	15	24
108	252	1	14	1	13	18	24
111	249	1	18	1	18	21	24
114	246	1	23	1	24	24	24
117	243	1	28	1	30	27	12
120	240	1	34	1	37	30	0
123	237	1	41	1	44	32	36
126	234	1	48	1	51	35	12
129	231	1	54	2	0	37	36
132	228	2	1	2	10	40	0
135	225	2	9	2	20	42	12
138	222	2	16	2	32	44	24
141	219	2	25	2	44	46	36
144	216	2	34	2	56	48	24
147	213	2	44	3	12	50	12
150	210	2	54	3	29	52	0
153	207	3	5	3	46	53	12
156	204	3	16	4	9	54	36
159	201	3	27	4	32	56	0
162	198	3	38	4	55	57	0
165	195	3	49	5	24	57	48
168	192	4	0	5	53	58	36
171	189	4	10	6	21	59	12
174	186	4	14	6	36	59	36
177	183	4	18	6	51	59	48
180	180	4	21	7	7	60	0

Vénus

Argument [en distance] depuis l'apogée		Inclinaison		Obliquité		Soixantièmes	
6	354	1	2	0	8	59	36
12	348	1	1	0	16	58	36
18	342	1	0	0	25	57	0
24	336	0	59	0	33	54	36
30	330	0	57	0	41	52	0
36	324	0	55	0	49	48	24
42	318	0	51	0	57	44	24
48	312	0	46	1	5	40	0
54	306	0	41	1	13	35	12
60	300	0	35	1	20	30	0
66	294	0	29	1	28	24	24
72	288	0	23	1	35	18	24
78	282	0	16	1	42	12	24
84	276	0	8	1	50	6	24
90	270	0	0	1	57	0	0
93	267	0	5	2	0	3	12
96	264	0	10	2	3	6	24
99	261	0	15	2	6	9	24
102	258	0	20	2	9	12	24
105	255	0	26	2	12	15	24
108	252	0	32	2	15	18	24
111	249	0	38	2	17	21	24
114	246	0	44	2	20	24	24
117	243	0	50	2	22	27	12
120	240	0	59	2	24	30	0
123	237	1	8	2	26	32	36
126	234	1	18	2	27	35	12
129	231	1	28	2	29	37	36
132	228	1	38	2	30	40	0
135	225	1	48	2	30	42	12
138	222	1	59	2	30	44	24
141	219	2	11	2	29	46	36
144	216	2	23	2	28	48	24
147	213	2	43	2	26	50	12
150	210	3	3	2	22	52	0
153	207	3	23	2	18	53	12
156	204	3	44	2	12	54	36
159	201	4	5	2	4	56	0
162	198	4	26	1	55	57	0
165	195	4	49	1	42	57	48
168	192	5	13	1	27	58	36
171	189	5	36	1	9	59	12
174	186	5	52	0	48	59	36
177	183	6	7	0	25	59	48
180	180	6	22	0	0	60	0

Mercure

Argument [en distance] depuis l'apogée		Inclinaison		Obliquité		Soixantièmes	
6	354	1	45	0	11	59	36
12	348	1	44	0	22	58	36
18	342	1	43	0	33	57	0
24	336	1	40	0	44	54	36
30	330	1	36	0	55	52	0
36	324	1	30	1	6	48	24
42	318	1	23	1	16	44	24
48	312	1	16	1	26	40	0
54	306	1	8	1	35	35	12
60	300	0	39	1	44	30	0
66	294	0	49	1	52	24	24
72	288	0	38	2	0	18	24
78	282	0	26	2	7	12	24
84	276	0	16	2	14	6	24
90	270	0	0	2	20	0	0
93	267	0	8	2	23	3	12
96	264	0	15	2	25	6	24
99	261	0	23	2	27	9	24
102	258	0	31	2	28	12	24
105	255	0	40	2	29	15	24
108	252	0	48	2	29	18	24
111	249	0	57	2	30	21	24
114	246	1	6	2	30	24	24
117	243	1	16	2	30	27	12
120	240	1	25	2	29	30	0
123	237	1	35	2	28	32	36
126	234	1	45	2	26	35	12
129	231	1	55	2	23	37	36
132	228	2	6	2	20	40	0
135	225	2	16	2	16	42	12
138	222	2	27	2	11	44	24
141	219	2	37	2	6	46	36
144	216	2	47	2	0	48	24
147	213	2	57	1	53	50	12
150	210	3	7	1	46	52	0
153	207	3	17	1	38	53	12
156	204	3	26	1	29	54	36
159	201	3	34	1	20	56	0
162	198	3	42	1	10	57	0
165	195	3	48	0	59	57	48
168	192	3	54	0	48	58	36
171	189	3	58	0	36	59	12
174	186	4	2	0	24	59	36
177	183	4	4	0	12	59	48
180	180	4	5	0	0	60	0

6. Utilisation des tableaux pour le calcul de la latitude des cinq planètes

Ceci étant exposé, nous allons effectuer le calcul de la latitude pour les cinq planètes, comme suit.

Pour les trois [planètes] Saturne, Jupiter, et Mars, nous prenons la longitude corrigée pour Mars, la longitude corrigée moins 20° pour Jupiter, et la longitude corrigée plus 50° pour Saturne, et nous l'entrons comme argument dans le tableau approprié, puis trouvons les soixantièmes correspondants dans la cinquième colonne de latitude, et les notons séparément. Nous entrons ensuite dans la même [colonne] de l'argument avec l'anomalie vraie [corrigée], et nous prenons la différence en latitude qui lui correspond dans la troisième colonne si la longitude vraie [corrigée] est dans les 15 premières lignes [entre 0° et 90° ou entre 270° et 360°], mais dans la quatrième colonne si elle est dans les lignes suivantes [après la 15e, soit entre 90° et 270°]. Nous multiplions cette latitude par les soixantièmes que nous avons notés, et le résultat nous donnera la quantité par laquelle la planète est au nord de l'écliptique, si nous avons pris la différence de latitude de la troisième colonne, ou au sud de celui-ci, si nous l'avons prise de la quatrième.

Pour Vénus et Mercure, nous entrons l'anomalie vraie [corrigée] comme argument dans le tableau approprié, prenons les quantités correspondantes dans les troisième et quatrième colonnes de latitude, et les notons séparément, inchangées, sauf pour la quatrième colonne pour Mercure où, si la longitude corrigée est dans les 15 premières lignes, nous soustrayons un dixième [1] de la quantité, mais si la longitude corrigée est dans les lignes inférieures [à la 15e], nous ajoutons un dixième. Ensuite, nous ajoutons 90° à la longitude corrigée pour Vénus, et 270° pour Mercure, et nous soustrayons [les 360° de] cercle s'il y a lieu [c'est-à-dire si le résultat est plus grand que 360°]. Nous entrons avec le résultat comme argument, et nous prenons les soixantièmes de la cinquième colonne. Nous multiplions ce nombre par le montant que nous avons noté dans la troisième colonne, et nous obtenons ainsi la latitude. Celle-ci sera :

- si la longitude (corrigée tel qu'indiqué ci-dessus) est dans les 15 premières lignes :
  - si l'anomalie corrigée est dans les 15 premières lignes : latitude sud ;
  - si l'anomalie est dans les lignes suivantes [après la 15e] : latitude nord ;
- si la longitude corrigée comme ci-dessus est dans les lignes après la 15e :
  - si l'anomalie corrigée est dans les 15 premières lignes : latitude nord ;
  - si l'anomalie est dans les lignes suivantes [après la 15e] : latitude sud.

Ensuite, nous prenons à nouveau la longitude corrigée, inchangée pour Vénus, mais en ajoutant 180° pour Mercure, et nous l'entrons comme argument. Nous prenons ensuite les soixantièmes correspondants dans la cinquième colonne, et nous les multiplions par le montant que nous avons noté de la quatrième colonne [2], et nous obtenons ainsi la latitude. Celle-ci sera :

- si la longitude entrée (comme décrit ci-dessus) est dans les 15 premières lignes :
  - si l'anomalie corrigée est de 180° ou moins : latitude nord ;

1 Toomer indique que le dixième correspond au rapport ¼ : 2½. Voir XIII 4.

2 Halma a «le nombre de Jupiter dans la quatrième colonne», qui n'est appuyé par aucun manuscrit. Je n'ai aucune idée comment il peut obtenir cette traduction — la seule chose le moindrement proche est le mot σελιδίου, puisque δίου ressemble au mot pour Jupiter.

- si l'anomalie est supérieure à 180° : latitude sud ;

- si la longitude est dans les lignes après la 15e :

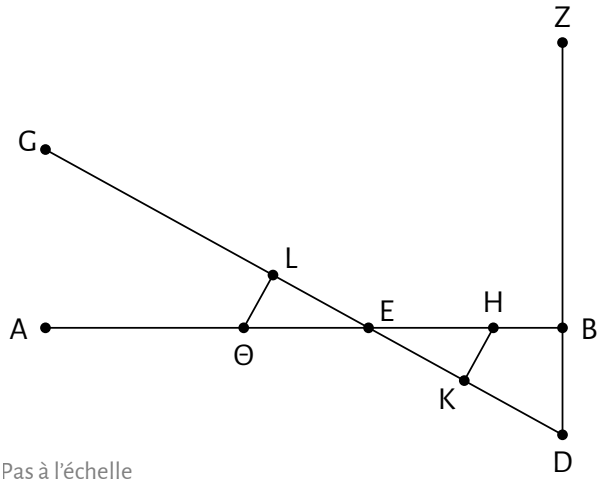
  - si l'anomalie est de 180° ou moins : latitude sud

  - si l'anomalie est supérieure à 180° : latitude nord.

Nous prenons ensuite les mêmes soixantièmes qui ont été trouvés lors de la seconde entrée avec la longitude, et nous calculons la quantité qui est la même fraction d'eux qu'ils sont de 60 [1] et, pour Vénus, nous en prenons 1/6e vers le nord, mais pour Mercure, nous en prenons les 3/4 vers le sud [2]. Ainsi, en combinant les 3 quantités obtenues, nous déterminons la position apparente en latitude par rapport à l'écliptique de chaque astre.

7. Des première et dernière visibilités des cinq planètes

Maintenant que nous avons traité de l'écart en latitude des 5 planètes, il reste, pour compléter leur théorie, à traiter de leurs première et dernière visibilités par rapport au Soleil. Car, comme nous l'avons expliqué dans le traité sur les étoiles fixes, leurs distances au Soleil le long de l'écliptique varient diversement, tant pour la première que pour la dernière visibilité, pour un certain nombre de raisons : la première est qu'elles sont de tailles inégales, la seconde est la différence de l'inclinaison de l'écliptique par rapport à l'horizon, et la troisième est la diversité de leurs positions en latitude.



Pas à l'échelle

En effet, si nous imaginons des segments de grands cercles — AB celui de l'horizon et GD celui de l'écliptique — et prenons le point E comme leur intersection au lever ou au coucher, les points G et A étant au [méridien] sud [3], et le point D comme centre du Soleil, et si nous traçons par D et par le pôle de l'horizon un autre segment de grand cercle DBZ, que nous supposons que la planète se lève ou se couche le long de l'horizon AEB (quand elle est située sur l'écliptique, elle le fera, évidemment, en E ; lorsqu'elle est au nord de l'écliptique, en H ; et lorsqu'elle est au sud, en Θ), et que nous traçons [enfin], à partir des points H et Θ, les droites HK et ΘL perpendiculaires à l'écliptique, alors nous aurons en BD un arc égal à la distance que le Soleil doit toujours être sous la terre [sous l'horizon] pour que la planète [donnée] soit à sa première ou sa dernière visibilité. Car c'est sur un tel grand cercle [DBZ, perpendiculaire à l'horizon] que des intervalles égaux sous la terre [sous l'horizon] doivent être mesurés pour que l'effet d'estompement [4] des rayons du Soleil se produise de la même manière.

Mais cette distance sous l'horizon est, naturellement, inégale pour les différentes

1 Par exemple, si les soixantièmes sont 35, nous trouvons le 3‰ de 35, donc 20²⁵‰.
2 Toomer suggère de consulter *HAMA*, p. 224.
3 Toomer indique que Gérard de Crémone, dans sa traduction latine de l'*Almageste*, ajoute « et les points Θ et H en direction du sud et du nord ».
4 καταλάμψεις ; littéralement « brille plus fort que ».

planètes, qui sont inégales [en luminosité], donc, toutes choses égales, l'arc de l'écliptique sous-tendant l'angle droit, c'est-à-dire l'intervalle correspondant à ED [l'hypoténuse], doit varier, étant évidemment plus petit pour les plus grosses [brillantes] planètes, et plus grand pour les plus petites [faibles].

De même, la droite BD restant la même pour la même planète, si l'angle BED d'inclinaison de l'écliptique varie — soit parce qu'un autre signe zodiacal [est à l'horizon] ou parce que le climat [la latitude] de l'emplacement est différent —, alors l'arc ED de la distance [au Soleil] variera également, devenant plus grand quand l'angle en question [BED] diminue, et plus petit quand il [BED] augmente.

De la même manière, si nous ajoutons à la condition ci-dessus [que BD soit constant] la condition supplémentaire que l'inclinaison demeure la même, et que l'astre ne se trouve pas sur l'écliptique, mais au nord de celui-ci en H ou au sud en Θ, sa première et sa dernière visibilités n'auront plus lieu à une distance [du Soleil] égale à l'arc DE mais, lorsqu'il est au nord de l'écliptique, à la distance DK plus petite, et lorsqu'il est au sud, à la distance DEL plus grande.

Par conséquent, pour un traitement précis du sujet, il est essentiel de donner d'abord, pour chacune des 5 planètes, la taille de l'arc BD correspondant, à partir d'observations des plus fiables de leurs apparitions. Celles-ci se font en été, autour du Cancer, car à cette saison l'atmosphère est fine et claire, et l'inclinaison de l'écliptique sur l'horizon est symétrique [aux horizons est et ouest]. Nous trouvons donc, en examinant les observations des [premiers] levers, que vers le début du Cancer, en général, Saturne se lève [c'est-à-dire est d'abord visible] à une distance du Soleil vrai de 14° ; Jupiter à 12¾° ; Mars à 14½° ; Vénus en étoile du soir à 5⅔° ; et Mercure en étoile du soir à 11½°.

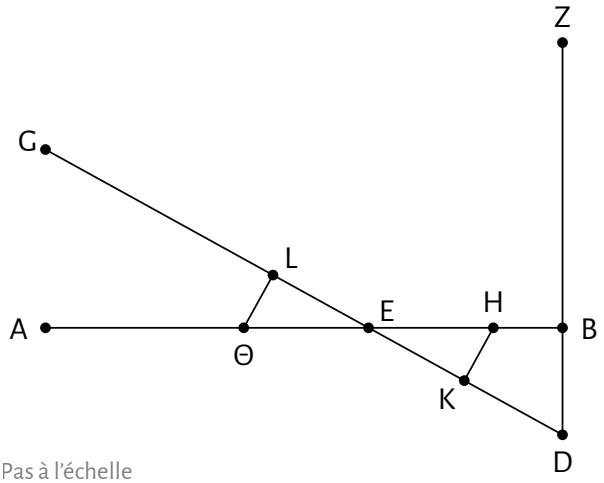
Cela posé, traçons le même diagramme que précédemment [1] ; pour des arcs aussi petits, il ne fera aucune différence si, par commodité, nous utilisons dans nos calculs les cordes correspondantes, qui ne sont pas très différentes des arcs eux-mêmes. Soit le point E d'intersection de l'écliptique et de l'horizon aux phases susmentionnées, au début du Cancer, et se levant pour les trois [astres] du matin — Saturne, Jupiter, et Mars — mais se couchant pour les étoiles du soir — Vénus et Mercure. Supposons comme climat [latitude géographique] le parallèle passant par la Phénicie, où le jour le plus long est de 14¼ heures équinoxiales, puisque c'est principalement sur ou autour de ce parallèle qu'ont été faites la plupart et les plus fiables des observations des phases, celles des Babyloniens presque dessus, et celles faites en Grèce et en Égypte près de lui.

Nous trouvons donc, au moyen de la procédure des angles [entre l'écliptique et l'horizon] précédemment démontrée, que lorsque le début du Cancer se lève à la latitude en question, ∠ BED = 103$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$; par conséquent, le rapport des côtés de l'angle droit [BD : BE] ≈ 94 : 75 où l'hypoténuse [DE] = 120^{p}. Selon ce qui a été démontré pour la latitude [planétaire], quand les trois premières planètes [extérieures] se lèvent [pour la première fois] près du début du Cancer, c'est-à-dire lorsqu'elles sont près de l'apogée de leur épicycle, à une distance de l'apogée ne dépassant pas un signe [soit 1/12 de la circonférence de l'épicycle], alors Saturne et Jupiter sont pratiquement sur l'écliptique, tandis que Mars est à environ ⅕° au nord de l'écliptique.

Donc leur distance au Soleil le long de l'écliptique sera représentée par DE pour Saturne et Jupiter, et par DK pour Mars, puisqu'il est au nord de [l'écliptique] par une quantité KH = 12′. Et puisque KH : KE = 94 : 75, la droite KE ≈ 10′ des mêmes unités. Mais

1 Voir le diagramme précédent.

par hypothèse pour Mars, DK = 14½°, donc la droite entière [par addition] DE = 14° 40′ ; pour Saturne, 14° ; et pour Jupiter, 12¾°. Ainsi, puisque ED : DB = 120;94, nous obtenons approximativement l'arc DB du grand cercle qui passe par les pôles de l'horizon, de 11° pour Saturne, 10° pour Jupiter, et 11½° pour Mars.



Pas à l'échelle

De même, pour Vénus et Mercure, puisque lorsque le début du Cancer se couche, il forme le même angle et la même inclinaison par rapport à l'horizon qu'auparavant, et que, par hypothèse, lorsque ces planètes ont leur première visibilité en tant qu'étoile du soir dans cette partie du écliptique, la distance de Vénus au Soleil vrai est de 5⅔° et celle de Mercure de 11½° ; il s'ensuit donc que, à leurs [premiers] levers, le Soleil vrai aura une longitude de 24⅓° des Gémeaux pour Vénus et 18½° des Gémeaux pour Mercure, tandis que la longitude du Soleil moyen sera d'environ 25° des Gémeaux pour Vénus et 19° des Gémeaux pour Mercure — ainsi, ces planètes auront cette position en longitude moyenne. Or quand, à ces longitudes [moyennes], les planètes ont une position apparente au début du Cancer, nous trouvons que Vénus est à environ 14° de l'apogée de son épicycle, et Mercure à 32°. (Cela a été démontré par les théorèmes sur leur anomalie que nous avons exposés précédemment.) En conséquence, à ces positions, nous constatons que Vénus est à environ 1° au nord de l'écliptique, et Mercure à environ 1⅔° au nord ; c'est évidemment la valeur de KH en ces points. Donc, puisque KH : EK = 94 : 75, et que 94 : 75 ≈ 1 : 1¾, ou environ 1⅔ : 1⅓, alors EK = ¾° pour Vénus et 1⅓° pour Mercure. Mais par hypothèse, la distance apparente de la planète au Soleil DK = 5⅔° pour Vénus et 11½° pour Mercure ; donc la droite entière [par addition] DKE ≈ 6⅔° pour Vénus et 12⅚° pour Mercure.

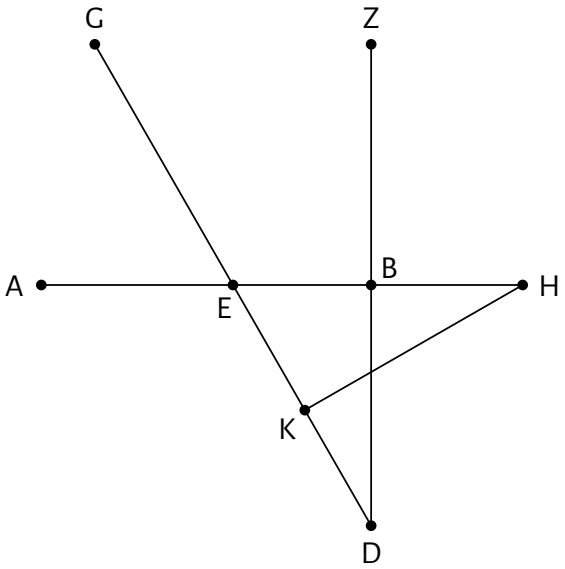
Ainsi, puisque ED : BD = 120 : 94, et que ce rapport est à peu près le même que 6⅔ : 5 et que 12⅚ : 10 environ, alors nous obtenons pour la taille de la distance normale DB = 5° pour Vénus et 10° pour Mercure.

8. Particularités des première et dernière visibilités de Vénus et de Mercure, en accord avec les hypothèses

De plus, c'est en accord avec les hypothèses détaillées ci-dessus que se produisent les caractéristiques étranges des première et dernière visibilités de Vénus et de Mercure : à savoir que, pour Vénus, l'intervalle du coucher du soir au lever du matin est d'environ 2 jours autour du début des Poissons, mais d'environ 16 jours autour du début de la Vierge ; et, pour l'astre de Mercure, ses phases en étoile du soir manquent, alors qu'on les attendrait, vers le début du Scorpion, et ses phases d'étoile du matin [manquent aussi] vers le début du Taureau. Voici comment nous expliquons cela, et d'abord pour Vénus.

Soit un diagramme similaire au précédent pour les phases, et le point E de l'écliptique au début des Poissons où Vénus, près du périgée de son épicycle, est à environ 6⅓° au nord de l'écliptique. Disons que le diagramme représente le [dernier] coucher [visible] en soirée. À la

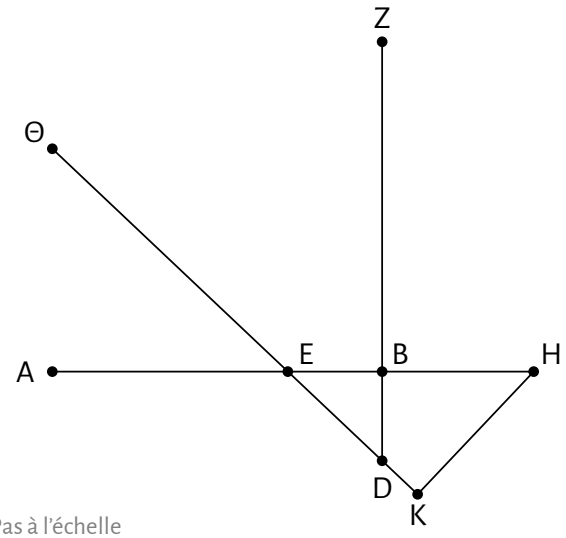
latitude terrestre en question, nous trouvons que ∠ BED = 154ᵒᵒ où deux angles droits font 360ᵒᵒ et [dans les triangles rectangles BED et KEH], où l'hypoténuse est 120ᵖ, le plus grand



Pas à l'échelle

des côtés de l'angle droit [BD ou KH] ≈ 117ᵖ, et le plus petit, [BE ou KE] ≈ 27ᵖ. Par conséquent, où la distance normale DB = 5°, la droite DE = 5° 08'. Mais puisque l'astre est à un arc KH = 6⅓° au nord de l'écliptique et que le rapport 117 : 27 ≈ 6⅓ : 1½ [1], alors la droite KE = 1½° et le reste [par soustraction], qui représente la distance de la planète vers l'arrière [l'est / suivant les signes] du Soleil à son coucher du soir, est de KD = [5;8 – 1;30 =] 3° 38'.

En outre, dans un diagramme similaire, puisqu'au lever du matin [c'est-à-dire à la première visibilité de la planète en tant qu'étoile du matin] ∠ BED = 69ᵒᵒ où deux angles droits font 360ᵒᵒ, et que, conséquemment, l'hypoténuse [des triangles rectangles] vaut 120ᵖ, alors le plus petit des côtés de l'angle droit [BD ou KH] ≈ 68ᵖ et le plus grand, [BE ou KE] ≈ 99ᵖ ; et nous calculons que 68 : 120 = 5 : 8;49 et que 68 : 99 = 6⅓ : 9;13 [2],



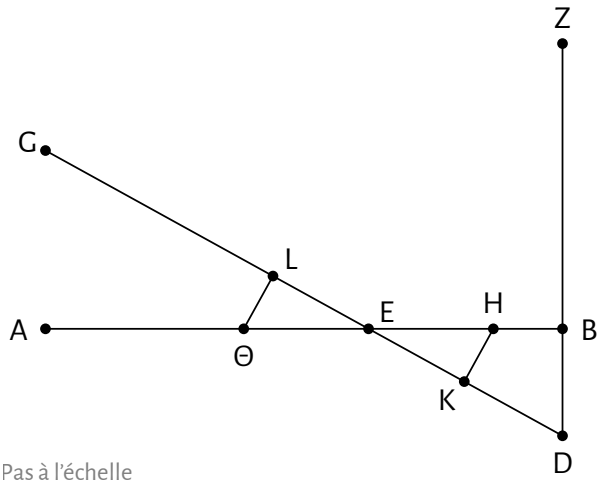
Pas à l'échelle

donc nous avons DE = 8° 49' des mêmes unités, et la différence [de longitude] due à la latitude KE = 9° 13' ; et le reste [par soustraction, qui est la distance de la planète] au Soleil, vers l'arrière [l'est / suivant les signes], DK = 0° 24'.

Or, à son coucher du soir, la distance de l'astre, également vers l'arrière [l'est], était de 3° 38'. Par conséquent, pendant l'intervalle entre le coucher du soir et le lever du matin, il s'est déplacé d'une distance inférieure au mouvement du Soleil (soit approximativement son propre mouvement en longitude [moyenne]) de 3° 14', ce qui est dû à son mouvement d'avance [vers l'ouest] sur l'épicycle. Or, nous pouvons déterminer aisément, à partir du tableau des anomalies, qu'un mouvement en avant [vers l'ouest] de cette quantité [3° 14'] est produit par un mouvement de 1¼° sur l'épicycle près de son périgée ; [distance] que la planète parcourt [en anomalie] en 2 jours environ. Il est donc clair que [2 jours] est la période de l'intervalle ci-dessus, en accord avec les phénomènes.

En outre, dans un diagramme similaire, supposons le point E au début de la Vierge, où Vénus au périgée de son épicycle est au sud de l'écliptique d'environ les mêmes 6⅓°.

1 Halma a ici 6½°, bien qu'il ait 6⅓° juste avant. Son grec est correct.
2 Halma a ici 6;03, manifestement erroné, résultant d'une lecture de γ' comme étant 3' (‰) plutôt que ⅓.



Pas à l'échelle

Considérons d'abord le [dernier] coucher du soir, lorsque ∠ BED = 69$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$. Ainsi, là où l'hypoténuse [du triangle rectangle BED] vaut 120^{p}, le plus petit des côtés de l'angle droit [BD] ≈ 68^{p} et le plus grand, [BE] ≈ 99^{p}. Ainsi, puisque ces rapports [BD : BE : DE] sont les mêmes que pour le [premier] lever du matin dans les Poissons, et que la différence due à la latitude est égale [à celle qu'elle est à ce point-là], nous avons l'arc ED = 8° 49′, l'arc de la différence [de longitude] due à la latitude LE = 9° 13′, et l'arc entier [par addition] DL = 18° 02′, correspondant à la distance de la planète à l'arrière [à l'est / suivant les signes] du Soleil. Or, d'après le tableau des anomalies, comme mentionné précédemment, à cette quantité [18° 02′] de rétrogradation par rapport au mouvement moyen en longitude du Soleil et de la planète, correspond [un mouvement en anomalie] d'environ 7½° depuis le périgée de l'épicycle.

De même, au [premier] lever du matin au début de la Vierge, quand ∠ BED = 154$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, et que [conséquemment] l'hypoténuse [du triangle rectangle BED] vaut 120^{p}, et que le plus grand des côtés de l'angle droit [BD] = 117^{p}, et le plus petit, [BE] = 27^{p} ; alors nous obtenons les mêmes rapports que ceux du [dernier] coucher du soir dans les Poissons, et nous obtenons donc DE = 5° 08′, la différence [de longitude] due à la latitude EL = 1° 30′, et la distance de la planète au Soleil en avance [vers l'ouest], DL = 6° 38′. À cette quantité correspond, selon la même procédure que ci-dessus, environ 2½° de [mouvement en anomalie] près du périgée de l'épicycle. Par conséquent, du [dernier] coucher du soir au [premier] lever du matin, la quantité totale de mouvement sur l'épicycle de l'astre de Vénus est de 10°, qu'il traverse en environ 16 jours, ce qui, comme indiqué ci-dessus, concorde avec les phénomènes.

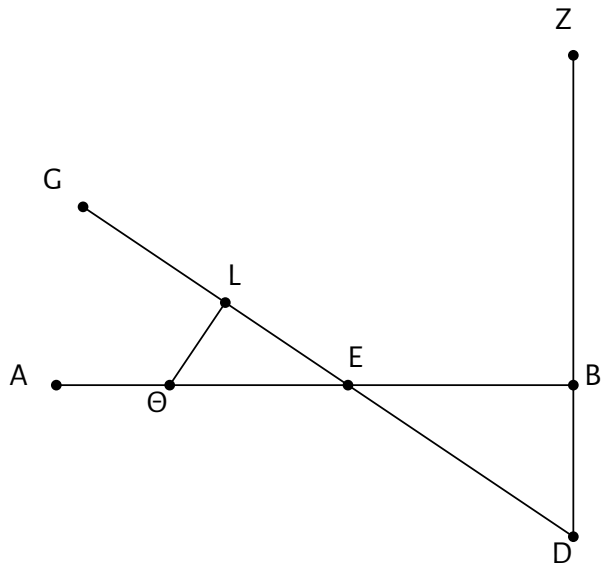
Cela posé, nous devons maintenant expliquer les phases manquantes de Mercure ; d'abord au début du Scorpion où, même s'il atteint sa plus grande élongation vers l'arrière [à l'est] du Soleil, il ne peut pas devenir visible comme étoile du soir.

Soit donc repris le diagramme des phases [1], avec le point E pris comme le point sur l'écliptique au début du Scorpion [à une latitude terrestre] telle qu'au coucher ∠ BED = 69$^{\infty}$ où deux angles droits font 360$^{\infty}$, et où l'hypoténuse [du triangle rectangle BED] vaut donc 120^{p}, alors le plus petit des côtés de l'angle droit [BD] = 68^{p}, et le plus grand, [BE] = 99^{p}. Donc où la distance normale BD = 10°, la droite DE = 17° 39′. Mais lorsque l'astre se trouve dans cette situation, il se trouve à environ 3° au sud de l'écliptique. Ainsi, puisque les rapports ci-dessus, où la quantité de la latitude LΘ = 3°, la droite LE = 4° 22′ et la droite entière [par addition] DEL [≈ 17° 39′ + 4° 22′] ≈ 22°. Par conséquent, la planète doit être à cet angle [22°] du Soleil vrai pour devenir visible pour la première fois. Mais puisque son élongation maximale par rapport au Soleil vrai lorsqu'il est au début du Scorpion n'est que de 20° 58′, comme nous l'avons démontré précédemment dans notre traitement des plus grandes élongations, il est évident que ces phases [de visibilité] manquent.

1 Voir le diagramme précédent.

En outre, si nous traçons le même diagramme des phases et prenons le point E comme début du Taureau au lever du matin [1], alors lorsque la planète, selon les mouvements énoncés, est à environ 3⅛° au sud de l'écliptique [2], et les rapports des côtés [des triangles BED et LEΘ] des angles droits sont les mêmes qu'avant, alors DE = 17° 39′ et, où la latitude ΘL = 3° 10′, LE = 4° 37′, et la ligne entière DEL = 22° 16′.

Ainsi, la planète devra être à cet angle [22° 16′] du Soleil vrai pour devenir visible pour la première fois. Mais puisque son élongation maximale [dans cette situation] ne dépasse alors pas 22° 13′, comme nous l'avons précédemment démontré, alors cette phase [de visibilité] manque forcément encore. Nous avons ainsi démontré que les faits sont en accord avec les hypothèses que nous avons émises.



Pas à l'échelle

9. Méthode de détermination des élongations au Soleil des première et dernière visibilités

Il est évident, d'après ce qui précède, que si nous considérons comme fixe, pour chaque planète, l'arc normal [*arcus visionis*] BD, et que nous plaçons le début [de chacune] des dodécatémories [signes du zodiaque] à l'intersection E, et donc [que nous considérons] l'angle BED [comme fixe], l'arc DE et la position en latitude (KH ou ΘL) de la planète à cette élongation [DE], alors nous aurons KE ou EL [respectivement] ainsi que la distance apparente DK ou DL [correspondante] [par rapport au Soleil vrai]. De cette façon (pour ne pas allonger notre traité), nous avons calculé, pour toutes les dodécatémories et pour chacun des cinq astres, mais pour un seul climat [latitude terrestre] — soit le parallèle intermédiaire utilisé ci-dessus, puisque cela est suffisant — la distance apparente au Soleil vrai des [premiers] levers et [derniers] couchers, en supposant que les astres eux-mêmes étaient situés au début des signes. Nous les présentons ci-dessous, en les mettant également, pour la commodité de l'utilisateur, dans 5 tableaux, un pour chaque astre, contenant chacun 12 lignes. Les trois premiers tableaux — pour Saturne, Jupiter, et Mars — sont disposés en 3 colonnes : la première contient le début des signes, la seconde les élongations au [premier] lever du matin, et la troisième ceux au [dernier] coucher du soir. Les deux tableaux suivants — pour Vénus et Mercure — sont disposés en 5 colonnes : la première contient encore le début des signes, la seconde les élongations au lever du soir, la troisième celles au coucher du soir, la quatrième encore celles au lever du matin, et la cinquième celles au coucher du matin. Les tableaux sont les suivants.

1 Voir le diagramme précédent.
2 Halma a 3° 06′, suite à une mauvaise lecture de ϛ′ comme signifiant 6′ (‰) plutôt que ⅛°.

10. Tableaux des première et dernière visibilités des cinq planètes

Début du signe	Saturne				Jupiter				Mars			
	Première visibilité le matin		Dernière visibilité le soir		Première visibilité le matin		Dernière visibilité le soir		Première visibilité le matin		Dernière visibilité le soir	
Bélier	23	30	11	28	20	10	10	19	21	12	11	40
Taureau	21	57	11	41	19	06	10	29	20	16	11	48
Gémeaux	17	52	12	26	15	51	11	10	17	21	12	30
Cancer	14	2	14	2	12	46	12	46	14	33	14	33
Lion	11	34	15	34	10	40	14	31	12	28	17	19
Vierge	10	53	16	53	10	01	16	12	11	46	20	05
Balance	10	48	17	6	9	57	16	34	11	38	21	01
Scorpion	10	53	16	53	10	01	16	12	11	48	20	19
Sagittaire	11	34	15	34	10	40	14	31	12	34	17	32
Capricorne	14	2	14	2	12	46	12	46	14	45	14	45
Verseau	17	52	12	26	15	51	11	10	17	35	12	36
Poissons	21	57	11	41	19	06	10	29	20	26	11	49

Début du signe	Vénus								Mercure							
	Première visibilité le soir		Dernière visibilité le soir		Première visibilité le matin		Dernière visibilité le matin		Première visibilité le soir		Dernière visibilité le soir		Première visibilité le matin		Dernière visibilité le matin	
Bélier	5	10	4	9	3	0	10	28	9	58	9	43	23	58	23	38
Taureau	5	8	4	16	6	16	9	40	10	4	10	15	22	15	22	15
Gémeaux	5	12	5	7	9	15	7	36	10	18	11	47	18	0	16	44
Cancer	5	36	8	23	9	50	5	59	12	22	15	34	14	4	12	30
Lion	6	16	13	3	8	2	5	5	13	43	19	59	11	25	10	21
Vierge	7	22	18	2	6	38	4	54	18	1	23	13	10	21	9	59
Balance	7	53	17	43	5	41	4	54	22	49	23	16	9	51	10	0
Scorpion	8	20	13	47	5	28	4	55	20	1	22	1	9	44	10	19
Sagittaire	7	49	8	1	4	39	5	16	18	11	17	25	9	25	11	19
Capricorne	6	52	4	8	2	43	6	35	13	54	12	10	9	36	14	5
Verseau	5	51	3	16	0	30	8	33	11	10	9	50	12	27	17	50
Poissons	5	22	3	38	0	24	10	16	10	11	9	43	19	15	21	46

11. Épilogue

Nous avons maintenant terminé tous ces sujets, cher Syrus, qui devaient, du moins à mon avis, être soumis à la théorie aux fins de ce genre de traité, en tout cas dans la mesure où les temps qui nous ont précédés ont contribué de découvertes ou de corrections [des découvertes antérieures], et dans la mesure où a été suggéré par un mémoire [1] dirigé uniquement vers l'utilité scientifique, et non vers l'ostentation. Donc, à ce stade, notre discussion actuelle peut être terminée à un endroit approprié et à la bonne longueur.

Fin du treizième et dernier livre.

1 ὑπομνηματισμὸς. Toomer indique qu'«un ὑπομνημα est un "mémoire", impliquant habituellement une brièveté sommaire».

Glossaire

Certains termes utilisés par Ptolémée peuvent sembler inhabituels, ou sont parfois utilisés dans un sens différent de celui qu'on leur donne aujourd'hui. À ce sujet, j'ai cru bon reprendre ici le glossaire des termes géométriques et des termes astronomiques présenté par Toomer, avec quelques modifications.

Termes géométriques

par addition [ὅλος -η -ον] : Littéralement « le total ».

par soustraction [λοιπός -ή -όν] : Littéralement « le restant », « la partie restante », « le reste ».

complément (λοιπὴ εἰς τὸ τεταρτημόριον) : Littéralement « le reste du quadrant » (90°).

Crd *x* : Corde de l'angle $x°$ (pour $R = 60^p$). Le grec n'a pas de mot signifiant spécifiquement « corde », mais utilise le générique εὐθεῖα, « ligne droite ». « Crd *x* » s'écrit ἡ τὰς x μοίρας ὑποτείνουσα εὐθεῖα, « la ligne droite sous-tendant *x* degrés », et « Crd arc 2AB » s'écrit ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς AB περιφερείας, soit littéralement « la [ligne] sous-tendue par le double de l'arc AB ».

supplément, arc supplémentaire (ἡ λείπουσα [λοιπὴ] εἰς τὸ ἡμικύκλιον περιφέρεια) : Littéralement « l'arc qui est nécessaire pour compléter le demi-cercle » (180°).

≚ **(ἰσογώνιόν ἐστι) :** « Équiangle » ou « isogone ». Littéralement « dont [tous] les angles sont égaux » ; « est similaire à » (pour les triangles seulement). Toomer utilise plutôt le caractère ⫴, mais celui-ci réfère plutôt à une norme.

∥ : « Est parallèle à ». Utilisé pour des segments de droites.

⫴ : « Est similaire à ». Utilisé pour des arcs de cercles de rayons différents. Arc AB ⫴ arc GD si chaque arc occupe la même fraction du cercle (le même angle).

≡ **(ἰσόμλευρόν ἐστι) :** Littéralement « dont les côtés sont égaux à », congruent. Utilisé seulement pour les triangles sphériques (que Halma appelle « trilatères »). Parfois écrit ἰσογώνιον καὶ ἰσοπλευρόν ἐστι, « dont les angles et les côtés sont égaux à ».

Astronomie sphérique

cercle d'altitude : N'importe quel cercle passant par le zénith et perpendiculaire à l'horizon. À défaut d'un terme spécifique, Ptolémée utilise plutôt « le (grand) cercle tracé à travers le zénith (et les pôles de l'horizon) ».

colure : Ce terme est utilisé par Ptolémée une seule fois, dans II 6. Manitius l'explique ainsi :

- Deux des cercles de déclinaison à travers les pôles de l'équateur sont appelés "colures" (κόλουρος) : la colure solsticiale, qui passe par les solstices et porte donc les pôles de l'écliptique, et la colure équinoxiale. Ces deux colures divisent la sphère céleste en quatre parties égales et divisent l'écliptique comme l'équateur en quatre quadrants, de sorte que chaque quadrant correspond

à une saison de l'année. Ptolémée considère la colure solsticiale comme frontière de la révolution diurne [I 8, où le terme "colure" n'est toutefois pas utilisé], mais ne mentionne jamais explicitement la colure équinoxiale. Les deux colures étaient déjà définies par Eudoxe (Manitius, *Hipparchus In Arati et Eudoxi Phaenomena commentariorum libri tres*, p. 117 et s.). Le terme est expliqué par Achille [Tatius], Isagoge 27 (Maass, *Commentariorum in Aratum reliquae*, 60) comme suit : "Ils sont appelés colures parce qu'ils semblent avoir leur queue coupée, pour ainsi dire (κεκολοῦσθαι ὥσπερ τὰς οὐράς), puisque nous ne pouvons pas voir leurs parties commençant au parallèle antarctique, toujours invisible."

équateur (ἰσημερινὸς κύκλος) : Littéralement « cercle de jour égal », ainsi appelé pour la raison énoncée par Ptolémée dans I 8.

Il est dommage que nous devions utiliser le même mot **latitude** pour référer tant à la coordonnée céleste (verticale de l'écliptique) et à la coordonnée terrestre non apparentée. Ptolémée utilise pour la première πλάτος, et pour la seconde κλίμα, littéralement « inclinaison ». κλίμα, toutefois, ne réfère pas à la coordonnée comme telle (pour laquelle Ptolémée utilise ἔγκλιμα, ἔγκλισις, ou πλάτος (une seule fois), mais à une « bande » spécifique de la Terre où les mêmes phénomènes (p. ex., la longueur du jour le plus long) se produisent. C'est ainsi qu'est apparue, au début de la période hellénistique, la notion de division du monde connu (l'οἰκουμένη) en sept climata [ou climats] standard.

méridien (μεσημβρινὸς κύκλος) : Littéralement, « cercle de midi » (défini et expliqué dans I 8). Le passage d'un corps céleste au méridien est appelé **culmination** ; les termes grecs pour culminer et culmination, μεσουρανεῖν et μεσουράνησις, signifient littéralement « être au milieu du ciel ». La culmination haute et la culmination basse sont ὑπὲρ γῆν et ὑπὸ γῆν, signifiant « par-dessus la Terre » et « sous la Terre », respectivement.

[à] *sphaera recta* (ἐπ' ὀρθῆς τῆς σφαίρας ἐπ') et [à] *sphaera obliqua* (ἐγκεκλιμένης τῆς σφαίρας) : Termes de latin médiéval correspondant à la traduction littérale du grec, signifiant respectivement « sur la sphère droite » et « sur la sphère inclinée ». Originant probablement de l'emploi de globes célestes, ces termes réfèrent aux phénomènes qui se produisent lorsque l'équateur céleste est perpendiculaire à l'horizon local (*sphaera recta*) ou incliné à un angle aigu (*sphaera obliqua*). Nous utilisons particulièrement les termes temps de lever à la *sphaera recta* ou **ascension droite**, et temps de lever à la *sphaera obliqua* ou **ascension oblique** pour désigner l'arc de l'équateur qui croise l'horizon en même temps qu'un arc donné de l'écliptique (p. ex., un signe du zodiaque) à *sphaera recta* (c.-à-d., à l'équateur terrestre), et à *sphaera obliqua* (c.-à-d. à n'importe quelle autre latitude terrestre), respectivement.

Par rapport aux corps célestes

Selon Toomer :

- « Ptolémée considère (I 8) la sphère céleste comme tournant d'est en ouest, complétant une révolution par jour. La direction de ce mouvement et du mouvement contraire sont appelées εἰσ τὰ προηγούμενα ("vers les [parties] meneuses/précédantes") et εἰς τὰ ἑπόμενα προηγούμενος ("vers les [parties] suivantes"), respectivement. Les adjectifs correspondants προηγούμενος et ἑπόμενος sont aussi présents, surtout dans le catalogue d'étoiles, et Ptolémée utilise souvent la phrase εἰς τὰ προηγούμενα (ἑπόμενα) τῶν ζῳδίων, "vers les [parties] précédantes (suivantes) des signes du zodiaque" pour indiquer la direction du mouvement de l'écliptique. Une personne qui lit cela aujourd'hui pourrait trouver cela mêlant ; puisque le mouvement normal des astres dans

l'écliptique est d'ouest en est, ce que nous considérons comme le mouvement vers l'avant, p. ex., d'une planète, est décrit comme "vers les [parties] suivantes" ("vers l'arrière", dans la traduction de Toomer). Aucune version de ces termes dans une langue moderne n'apporte satisfaction. On ne peut pas utiliser "ouest" et "est" parce que [ces termes] doivent être réservés pour les δυσμαί et ἀνατολαί de Ptolémée, qui sont confinés à des situations où un·e observateur·trice terrestre est impliqué·e. C'est [aussi] une impropriété de traduire (comme Manitius) par "dans l'ordre inverse des signes" et "dans l'ordre des signes", puisque cela implique que les termes définissent les coordonnées écliptiques, tandis qu'elles sont dans le système équatorial, et, bien qu'il soit habituellement vrai qu'un objet céleste qui προηγεῖται ("mène" ou "précède") un autre aura une longitude écliptique moindre, si leur latitude diffère grandement, l'inverse peut être vrai, spécialement aux hautes latitudes écliptiques. Cette situation précise se produit dans le catalogue d'étoiles, malgré l'affirmation de Ptolémée (dans VII 4) que les termes du catalogue définissent les coordonnées écliptiques. Bien que [Toomer soit] au courant que [son] choix ait des inconvénients, [il a] décidé d'utiliser "en avance" pour εἰς τὰ προηγούμενα et "vers l'arrière" pour εἰς τὰ ἑπόμενα. Ces termes impliquent toujours "par rapport au mouvement journalier d'est en ouest", qui est la conséquence paradoxale, tel que mentionné ci-dessus, qu'un corps dans l'écliptique qui est "en avance" sur un autre ait une longitude moindre. Toutefois, [Toomer a] commis une incohérence en traduisant le nom dérivé προήγησις par rétrogradation. Ce terme est utilisé seulement pour la portion du trajet des cinq planètes dans laquelle elles renversent la direction normale de leur mouvement, et ce serait trop mêlant de traduire cela par "mouvement en avance". »

anomalie (ἀνωμαλία) : Ce terme porte plusieurs sens dans l'*Almageste,* mais Toomer, Halma, et moi avons utilisé « anomalie » et « anomalistique » pour ἀνωμαλία et sa forme adjectivale, ἀνωμαλος ; nous utilisons aussi parfois « non uniforme ». En plus de référer au mouvement non uniforme, l'« anomalie » est utilisée pour le mouvement moyen (donc uniforme) de la Lune et des planètes sur leur épicycle (puisque le mouvement sur l'épicycle produit l'apparence d'une « non uniformité »). Ptolémée distingue pour les planètes l'anomalie synodique (ἡ πρὸς τὸν ἥλιον ἀνωμαλία), qui produit le phénomène de rétrogradation et varie avec l'élongation de la planète par rapport au Soleil, et l'anomalie écliptique (ζῳδιακὴ ἀνωμαλία), qui varie en fonction de la position de la planète sur l'écliptique.

apogée et périgée (ἀπόγειον et περίγειον, respectivement) : « [Point] distant de la Terre » et « [point] proche de la Terre ». Ces termes sont couramment utilisés pour parler des points de l'orbite d'un corps qui sont le plus lointain et le plus rapproché de l'observateur. Ptolémée utilise aussi les formes superlatives ἀπογειότατον (περιγειότατον) σημεῖον (« point le plus éloigné (le plus rapproché) de la Terre »), sans différence évidente de signification. Dans le cas de Mercure, toutefois, la traduction des deux par « périgée » est ambiguë : pour tous les autres corps, le modèle de Ptolémée voit le périgée diamétralement opposé à l'apogée, mais pour Mercure, le point de rapprochement est à environ 120° de l'apogée. Malgré cela, Ptolémée appelle le point à 180° de l'apogée le « périgée » (περιγεῖον) de Mercure, et quand il parle du point de plus grande approche, il utilise le superlatif (περιγειότατος). Toomer et moi utilisons le terme « au plus près de la Terre » (pour Mercure seulement).

astre, étoile : Le terme grec ἀστήρ signifie, comme en français, « corps céleste » et peut donc être utilisé indifféremment pour une étoile, une planète, le Soleil, et la Lune. Ptolémée distingue donc les « étoiles fixes », que l'on appelle aujourd'hui simplement des étoiles.

déférent : Le cercle qui « porte » l'écliptique. Ptolémée n'a pas de mot unique, mais utilise « le [cercle] concentrique portant l'écliptique » ou « le cercle le portant ».

écliptique : Ptolémée n'appelle jamais ce cercle ἐκλειπτικός (qu'il restreint strictement à la seule signification de « concernant les éclipses »). Son terme habituel est ὁ διὰ μέσων τῶν ζῳδίων (κύκλος), « le (cercle) traversant le milieu des signes du zodiaque » ; ou le terme plus complet ὁ λόξος καὶ διὰ μέσων τῶν ζῳδίων κύκλος, « le cercle incliné traversant le milieu des signes ». Occasionnellement, quand le contexte est clair, simplement λόξος κύκλος, « cercle incliné ». Toutefois, ce dernier terme peut être utilisé pour d'autres choses, notamment l'orbite de la Lune (qui est « inclinée » par rapport à l'écliptique). [Toomer] utilise normalement « écliptique » dans tous les cas.

élongation (ἀποχή) : Distance angulaire, mesurée le long de l'écliptique, entre deux corps ou deux points — surtout, mais pas seulement, pour la distance écliptique entre le Soleil et la Lune.

équation : Ce terme médiéval signifie l'angle (ou l'arc) à appliquer à un mouvement moyen pour le « corriger » pour tenir compte d'une facette ou l'autre du modèle géométrique. Ptolémée utilise les termes plus vagues τὸ διάφορον « différence » (qui peut être utilisé pour plusieurs autres choses) et προσθαφαίρεσις (« quantité qui doit être ajoutée ou soustraite »). L'équation de l'anomalie réfère à la correction pour la position variable d'un corps sur son épicycle, et l'équation du centre (qui n'apparait pas dans le texte de Ptolémée comme tel) est la correction due à l'excentricité du déférent d'une planète.

excentrique (ἔκκεντρος) peut être un nom ou un adjectif. Dans ce dernier cas, on doit toujours comprendre ἔκκεντρος κύκλος « cercle excentrique ».

latitude céleste (πλάτος) : Littéralement « largeur ». Signifie non seulement « la direction orthogonale à l'écliptique », mais n'importe quelle direction « verticale », p. ex., celle normale à l'équateur. Dans de tels cas, Toomer n'utlise pas « latitude », mais un autre terme approprié.

phase (φάσις) : Configuration d'une étoile fixe ou d'une planète par rapport au Soleil, comme la première visibilité après le coucher de soleil ou la dernière visibilité juste avant l'aurore. La signification littérale de φάσις est toutefois « apparition », « révélation », et Ptolémée l'utilise aussi pour dire spécifiquement « première visibilité » d'un corps après une période d'invisibilité.

prostaphérèse : Différence entre la position moyen d'une planète et sa position vraie — c'est une correction à ajouter ou à soustraire.

signe [du zodiaque] : La subdivision conventionnelle de l'écliptique en douze zones de 30° appelées Bélier, Taureau, etc. Ptolémée utilise pour cela, non pas ζῴδιον « signe animal », mais δωδεκατημόριον (« douzième [partie] »), probablement parce qu'il veut distinguer l'écliptique, un cercle abstrait, du zodiaque, une bande de constellations réelles. Le zodiaque a été inventé par les Babyloniens vers la fin du cinquième siècle avant l'ère commune. Plutôt que d'avoir à retenir le nombre de degrés de chaque constellation croisés par l'écliptique, on créait douze zones égales de 30°, correspondant chacune plus ou moins à la constellation croisée ; une exception notable est la constellation du Serpentaire (Ophiuchus), dans laquelle le Soleil passe plus de temps que dans la constellation du Scorpion, que les Babyloniens ont omise pour des raisons obscures.

Par rapport au Soleil et à la Lune

conjonction (σύνοδος) : Littéralement « rencontre », mais opposition est utilisé pour πανσέληνος (littéralement « pleine lune »), qui a lieu quand le Soleil et la Lune sont en opposition. **Syzygie** est une transcription du terme commode συζυγία (littéralement « atteler ensemble »), qui dénote indifféremment une conjonction ou une opposition.

immersion et émersion (ἔμπτωσις et ἀναπλήρωσις, « tomber dans » et « refaire le plein ») désignent la phase du début de la totalité d'une éclipse ou celle de la fin de la totalité, respectivement. La phase totale est appelée μονέ (« restant »), traduit par durée (de la totalité).

Le temps

degrés de temps : Une autre façon de mesurer le temps était par la portion de l'équateur céleste qui dépassait d'une limite (l'horizon ou le méridien) — souvent en conjonction avec les temps de lever des arcs de l'écliptique. Cette mesure était faite en degrés. Puisque 360° de l'équateur croisent le méridien en une journée, un « degré de temps » représente 1/15 heure équinoxiale, soit 4 minutes. Le terme grec est χρόνοι ἰσημερινοί (« temps équatoriaux » ou « heures équinoxiales »), ou parfois simplement χρόνοι (« temps » ou « heures »).

heure équinoxiale (au pluriel, ὧραι ἰσημεριναί) : La vingt-quatrième partie du cycle jour/nuit, ainsi appelée parce qu'elle a la même durée qu'une heure saisonnière mesurée à l'équinoxe. Si un nombre ordinal accompagne une heure, cela indique l'heure saisonnière, comptée depuis l'aurore (ou le coucher du soleil, si spécifié « de nuit », ou selon le contexte) ; ainsi, la « sixième heure » correspond à midi.

heure saisonnière (au pluriel, ὧραι καιρικαί) : La douzième partie de la durée réelle du jour ou de la nuit pour un lieu donné ; sa durée varie donc selon la latitude et la période de l'année, et celle du jour n'a pas la même durée que celle de la nuit, sauf aux équinoxes.

jour solaire moyen et jour solaire vrai : Le premier, de durée variable, est le temps requis pour que le Soleil passe deux fois successivement au méridien du lieu. Le second est de longueur uniforme et est la moyenne sur toute l'année du temps requis pour ces passages successifs. Dans l'Antiquité, on parlait habituellement du jour solaire vrai, et Ptolémée explique (dans III 9) la différence et comment transformer l'un en l'autre. Il utilise les termes ὁμαλὰ νυχθήμερα (« jours uniformes ») et ἀνώμαλα νυχθήμερα (« jours non uniformes ») pour le jour solaire moyen et le jour solaire vrai, respectivement. Ses intervalles sont « mesurés simplement » lorsqu'en temps solaire vrai, sinon ils sont « mesurés précisément ».

nychthémère (νυχθήμερον) : Une combinaison des mots grecs pour « nuit » et « jour », pour parler du « jour solaire » de 24 heures. Il n'y a pas de terme pratique en anglais ou en français ; on parle soit de « jour » lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté possible, mais il faut parfois paraphraser.

Autres

hypothèse (ὑπόθεσις) : Bien que cette traduction soit utilisée, Ptolémée utilisait ὑπόθεσις pour signifier un « modèle » ou un « système d'explication », parlant ainsi parfois des « hypothèses que nous avons démontrées », tandis que le sens moderne est plutôt d'une supposition qui reste à vérifier. Son étymologie est « base sur laquelle quelque chose d'autre est construit ». Les verbes associés sont ὑποτίθεται et ὑποκεῖται, traduits par « présumer » ou « nous savons ». Ce sont des termes grecs standards de géométrie dans ce sens depuis au moins Euclide.

moyen, moyenne (μέσος) peut signifier « de durée moyenne » (comme dans « le mois synodique moyen ») ou « uniforme » (comme dans « le mouvement moyen en longitude »).

Symboles et abréviations

a	Années
p	Parties, l'unité arbitraire dans les calculs trigonométriques
e	Excentricité
r	Rayon de l'épicycle
h	Heures équinoxiales
m	Mois
R	Rayon du cercle principal (p. ex., le déférent)
α	Ascension droite ou anomalie
β	Latitude céleste
δ	Déclinaison
ε	Obliquité de l'écliptique
η	Élongation
θ	Équation
ι	Inclinaison de l'orbite (de la Lune ou d'une planète)
ϰ	*Centrum* (distance de l'apogée au centre de l'épicycle)
λ	Longitude
ρ	Ascension oblique ou distance géocentrique
ϕ	Latitude terrestre
ω	Distance du point de l'orbite situé le plus au nord
j	Jours
°	Degrés
ᵒᵒ	Demi-degrés, aussi appelés degrés doubles ($2^{oo} = 1°$)
°/j	Degrés par jour
⌔	Secteur
☉	Soleil
☽	Lune

Le zodiaque

♈	Bélier	♈ 0° = 0° de longitude	♎	Balance	♎ 0° = 180° de longitude
♉	Taureau	♉ 0° = 30° de longitude	♏	Scorpion	♏ 0° = 210° de longitude
♊	Gémeaux	♊ 0° = 60° de longitude	♐	Sagittaire	♐ 0° = 240° de longitude
♋	Cancer	♋ 0° = 90° de longitude	♑	Capricorne	♑ 0° = 270° de longitude
♌	Lion	♌ 0° = 120° de longitude	♒	Verseau	♒ 0° = 300° de longitude
♍	Vierge	♍ 0° = 150° de longitude	♓	Poissons	♓ 0° = 330° de longitude

Notation sexagésimale

Directement emprunté aux Babyloniens (qui l'ont hérité des Sumériens), le système sexagésimal subsiste même encore aujourd'hui, dans les minutes et secondes (de temps ou d'angle). Il était beaucoup plus populaire à l'époque de Ptolémée, surtout parmi les mathématiciens et astronomes. Il a continué d'être utilisé en astronomie jusqu'à Copernic (*De revolutionibus orbium cœlestium*, 1543) et même après, avant d'être progressivement supplanté par le système décimal que l'on utilise aujourd'hui.

Bien que les Babyloniens n'eussent rien eu d'autre que le contexte pour identifier la position de chaque composante, il est aujourd'hui coutume de séparer chaque composante par une virgule, et de séparer la partie entière de la partie fractionnaire par un point-virgule.

Prenons comme exemple le nombre 45,32,17;31,28,54,27.

Portion entière			Portion fractionnaire			
45,	**32,**	**17;**	**31,**	**28,**	**54,**	**27**
× 3 600	× 60	× 1	× 1/60	× 1/3 600	× 1/216 000	× 1/12 960 000

= 163 937,524696527777777…

La position « × 3 600 » n'est jamais utilisée par Ptolémée, mais on l'inclut ici pour fins de démonstration.

Attention au calcul informatisé ! Par exemple :

Langage	Résultat
C#	163 937,524 696 527 777…
C++	163 937,524 696 527 805 645 019…
Go	163 937,524 696 5278
JavaScript	163 937,524 696 527 805 65
Kotlin	163 937,524 696 527 80
Matlab	163 937,524 696 527 777…
Perl	163 937,524 696 527 805 645…
PHP	163 937,524 696 527 805 65…
PHP + BC Math	163 937,524 696 527 777…
Python 3	163 937,524 696 527 8
Python 3 + Decimal	163 937,524 696 527 777…
R	163 937,524 696 527 80…
Ruby	163 937,524 696 5278
Rust	163 937,524 696 527 805 645…
Scala	163 973,524 696 5278
Swift	163 973,524 696 527 805 645…

Liste des rois

Quelques manuscrits de l'*Almageste* et virtuellement tous les manuscrits des *Tables faciles*, écrites plus tard, contiennent une liste des rois, puisque Ptolémée réfère souvent les dates à une année de règne d'un souverain ou un autre. J'inclus ici cette liste, reprise de Toomer et complétée par d'autres informations pertinentes ou de rois qui manquaient aux listes plus anciennes.

Les dates de début de règne sont de Toomer, à partir des dates données par Ptolémée ; cependant, il s'agit du 1 Thout précédant la prise du pouvoir par le personnage (par exemple, le règne d'Antonin le Pieux a réellement commencé le 11 juillet 138 plutôt que le 20 juillet 137, mais le 1 Thout suivant a eu lieu le 20 juillet 138, ce qui est *après* l'accession d'Antonin. Les personnages pour qui aucune date n'est donnée ne figurent pas dans la liste de Ptolémée.

Les caractères cunéiformes sont néo-assyriens ; des formes plus anciennes existent. Par exemple, la forme 𒀸𒈾𒆳𒆠 était auparavant 𒀸𒋗𒁲𒌷 (*māt Aššur* / Assyrie).

Nom donné par Ptolémée	Nom « moderne »	Début du règne	Notes
Rois d'Assyrie (𒀸𒈾𒆳𒆠 *māt Aššur*) et de Babylone (𒆍𒀭𒊏𒆠 *Bāb-Ilim*)			
Nabonassar Ναβονασσάρου	Nabû-nāṣir 𒀭𒀝𒋻𒍪	–746-02-26/27	Ginzel dit le 27 février ; Toomer, le 26. Mais une éclipse lunaire a eu lieu le matin du 6 février, et les rois étaient normalement couronnés au début du mois, donc environ 15 jours plus tard. Nabû-nāṣir décrète une réforme du calendrier, avec l'introduction régulière plutôt qu'aléatoire de mois intercalaires. Son règne dure de –746 à –732.
Nadi Ναδίου	Nabû-nādin-zēri	–732-02-23	Règne de –733 à –732. Il se fait renverser.
	Nabû-šuma-ukîn II		Un mois et deux jours en –732. Renversé.
Chinzer Χινζῆρος	Nabu-mukin-zeri 𒀭𒀝𒅗𒍪𒄿	–730-02-22	
Por Πώρου	Tiglath-Pileser III 𒌷𒁺𒆠𒌷𒉺𒀀𒊭 *Tukultī-apil-Ešarra*		Règne de –744 à –726 en Assyrie ; à compter de –728 à Babylone, qu'il a conquise. Premier roi à régner sur les deux royaumes.
Ilulai Ἰλουλαίου	Shalmaneser V 𒀸𒋛𒈬𒄿𒍣	–725-02-21	Ulūlāyu 𒌷𒇽𒆠𒀀 est utilisé dans des sources non contemporaine ; ça semble avoir été son nom personnel.
Mardokempad Μαρδοκεμπάδου	Marduk-apla-iddina II	–720-02-20	Usurpateur du trône de Babylone. Règne de –721 à –709, puis pendant deux mois en –702/–701.
Arkean Ἀρκεανοῦ	Sargon II 𒂗𒍪𒄿 *Šarru-kīn*	–708-02-17	Règne sur l'Assyrie de –721 à –704. Défait Marduk-apla-iddina II en –709 après quelques tentatives.
First interrègne (ἀβασίλευτα)	Sennacherib 𒀸𒋛𒉌𒅆𒀸𒉌𒅆𒀀 *Sîn-ahhī-erība* ou *Sîn-aḫḫē-erība*	–703-02-15	Règne sur l'Assyrie de –704 au 20 octobre –680, date de son assassinat (apparemment par son fils Arda-Mulišši 𒀸𒇷𒆠𒀀).

Nom donné par Ptolémée	Nom « moderne »	Début du règne	Notes
Belib Βιλίβου	Bêl-ibni	–701-02-15	Roi de Babylone, pantin de Sennacherib, mais se rebelle plus tard ; Sennacherib le renverse et le force à l'exil. Règne de –702 à –699 selon Wikipedia anglais, –701 à –699 selon Wikipédia français.
Aparanad Ἀπαραναδίου	Aššur-nādin-šumi 𒀸𒋗𒀭𒌍𒋗𒄿	–698-02-14	Roi de Babylone pendant que Sennacherib (son père) est empereur de l'Assyrie. Capturé et exécuté par les Élamites en –693.
Regebel Ῥηγεβήλου	Nergal-ushezib	–692-02-13	Roi de Babylone, nommé par les Élamites, pendant que Sennacherib est empereur de l'Assyrie.
Mesesemordak Μεσησιμορδάκου	Mushezib-Marduk	–691-02-12	Roi de Babylone pendant que Sennacherib est empereur de l'Assyrie.
Second interrègne (ἀβασίλευτα)		–687-02-11	Sennacherib reprend le trône de Babylone en –688.
Asaridin Ἀσαραδίνου	Aššur-aḫa-iddina (Esarhaddon) 𒀸𒋗𒀀𒄭𒁕𒀭𒌍 ou 𒀸𒋗𒀀𒄭𒁕𒅗𒌍	–679-02-09	Meurt le 1er novembre –668, apparemment de causes naturelles et subites, en allant mater une rébellion en Égypte qu'il avait conquise.
Saosdouchin Σαοσδουκίνου	Šamaš-šuma-ukin 𒋗𒀭𒌋𒅗𒆠	–666-02-06	Règne de –667 à –647 selon Wikipedia. Vassal de l'Assyrie.
Kiniladan Κινηλαδάνου	Kandalanu 𒆳𒆳𒈬𒀀𒇷	–646-02-01	Règne de –646 à –626 selon Wikipedia. Vassal de l'Assyrie.
	Sîn-šumu-līšir ou Sîn-šumu-lēšir 𒀸𒋗𒌋𒅗𒈬𒇻		Règne sur quelques villes de la Babylonie du nord pendant trois mois en –625 pendant une révolte contre le roi d'Assyrie Sîn-šar-iškun.
	Sîn-šar-iškun 𒀸𒋗𒂗𒅗𒀭𒈬		Roi d'Assyrie, il règne quelque temps sur Babylone en –625, mais est bientôt défait ; il demeure toutefois roi d'Assyrie jusqu'à son décès en aout –611, apparemment en tentant de défendre Ninive contre les Babyloniens.
Nabopolassar Ναβοπολασσάρου	Nabû-apla-uṣur 𒀸𒀜𒁕𒀀𒌑	–624-01-27	D'origine incertaine (Chaldéenne ?), il reprend Babylone des mains des Assyriens et fonde l'Empire néo-babylonien. Règne du 22/23 novembre –625 à juillet –604 selon Wikipedia.
Nabokolassar Ναβοκολασσάρου	Nebuchadnezzar II 𒀜𒀝𒃻𒆪𒁕𒀭𒌍 (?) *Nabû-kudurrī-uṣur*	–603-01-21	Règne d'aout –604 au 7 octobre –561 selon Wikipedia. Aussi appelé Nabuchodonosor le Grand. À ne pas confondre avec Nabuchodonosor Ier, qui a régné environ 500 ans plus tôt.
Illoaroudam Ἰλλοαροθδάμου	Amēl-Marduk	–560-01-11	Règne du 7 octobre –561 à aout –559 selon Wikipedia.
Nerigasolassar Νηπιγασολασσάρου	Neriglissar *Nergal-šar-uṣur*	–558-01-10	Règne d'aout –559 à avril –555 selon Wikipedia.
	Lâbâši-Marduk ou Lā-bâš-Marduk 𒆪𒁕𒁀𒋗𒀀𒀭𒌍		Fils du précédent, il règne pendant un à trois mois. Peut-être encore un enfant ?

Nom donné par Ptolémée	Nom « moderne »	Début du règne	Notes
Nabonadi Ναβοναδίου	Nabû-na'id	–554-01-09	Nabonide règne du 25 mai –555 au 13 octobre –538, alors qu'il est défait par Cyrus, mais il semble avoir survécu encore une quinzaine d'années.
Rois des Perses (Empire achéménide 𐎧𐎠𐎢 / *Xšāça*)			
Cyrus Κύρου	Cyrus II 𐎤𐎢𐎥𐎢𐎠 *Kūruš*	–537-01-05	Déjà empereur des Perses, il règne sur Babylone du 29 octobre –538 au 4 décembre –529. Fonde l'Empire achéménide.
Kambyses Καμβύσου	Cambyses II 𐎣𐎼𐎢𐎥𐎨𐎡𐎹 *Kabūjiya*	–528-01-03	Règne de –529 à juillet –521.
	Bardiya 𐎼𐎼𐎼𐎡𐎹 *Bạrdiya*		Frère du précédent, il ne règne que pendant quelques mois en –521 avant d'être renversé.
Darius I Δαρείου πρώτου	Darius I 𐎠𐎠𐎼𐎹𐎥𐎢𐎠 *Dārayavaʰuš*	–520-01-01	Règne du 29 septembre –521 à octobre –485.
Xerxès Ξέρξου	Xerxès I 𐎧𐎠𐎢𐎹𐎠𐎼𐎢𐎠 *Xšayāršā*	–485-12-23	Règne d'octobre –485 à aout –464.
Antaxerxès I Ἀρταξέρξου πρώτου	Artaxerxès I 𐎠𐎼𐎼𐎧𐎠𐎢𐎠 *Artaxšaçāʰ*	–464-12-17	Règne de –464 à –423.
	Xerxès II 𐎧𐎠𐎢𐎹𐎠𐎼𐎢𐎠 *Xšayāršā*		Règne pendant seulement 45 jours avant d'être assassiné par son demi-frère Sogdianos.
	Sogdianos		Règne pendant moins de six mois.
Darius II Δαρείου δευτέρου	Darius II 𐎠𐎠𐎼𐎹𐎥𐎢𐎠 *Dārayavaʰuš*	–423-12-07	Règne de –422 à –403.
Antaxerxès II Ἀρταξέρξου δευτέρου	Artaxerxès II 𐎠𐎼𐎼𐎧𐎠𐎢𐎠 *Artaxšaçāʰ*	–404-12-02	Règne de –403 à –357.
Ochus Ὤχου	Artaxerxès III 𐎠𐎼𐎼𐎧𐎠𐎢𐎠 *Artaxšaçāʰ*	–358-11-21	Ochos était le nom personnel d'Artaxerxès III. Règne jusqu'à –337.
Arogos Ἀρωγοῦ	Artaxerxès IV 𐎠𐎼𐎼𐎧𐎠𐎢𐎠 *Artaxšaçāʰ*	–337-11-16	Arsès était le nom personnel Artaxerxès IV. Règne de –337 à –335.
Darius III Δαρείου τρίτου	Darius III 𐎠𐎠𐎼𐎹𐎥𐎢𐎠 *Dārayavaʰuš*	–335-12-15	Règne jusqu'à juillet –329.
Rois de Macédoine (Empire macédonien / Μακεδονία)			
Alexandre le Macédonien Ἀλεξάνδρου Μακεδόνος	Alexandre III le Grand	–331-11-14	« Roi des Perses » selon Ptolémée / Toomer. Roi de Macédoine depuis –335, il meurt le 10 ou le 11 juin –322.
Philippe qui succéda à Alexandre le fondateur Φιλίππου τοῦ μετ' Ἀλέξανδρον τὸν κτίστην	Philip III Arrhidaeus	–323-11-12	Règne jusqu'au 25 décembre –316.
Alexandre II Ἀλεξάνδρου ἑτέρου	Antigonus I Monophthalmus	–316-11-10	
	Alexandre IV		Règne de –321 à –308.
Ptolémée fils de Lagos Πτολεμαίου Λάγου	Ptolémée I Soter	–304-11-07	Règne de –303 à –281. Fonde la dynastie ptolémaïque.
Ptolémée Philadelphe Φιλαδέλφου	Ptolémée II Philadelphe	–284-11-02	Règne du 28 mars –283 au 28 janvier –245.
Ptolémée Évergète Εὐεργέτου	Ptolémée III Évergète	–246-10-04	Règne du 28 janvier –245 à novembre ou décembre –221.
Ptolémée Philopator Φιλοπάτορος	Ptolémée IV Philopator	–221-10-18	Règne jusqu'en juillet ou aout –203.
Ptolémée Epiphanes Ἐπιφάνους	Ptolémée V Epiphanes Eucharistos	–204-10-13	Règne jusqu'en septembre –179.

Nom donné par Ptolémée	Nom « moderne »	Début du règne	Notes
Ptolémée Philometor Φιλομήτορος	Ptolémée VI Philometor	–180-10-07	Règne de –179 à –144, sauf pour quelques mois en –163/–162.
Ptolémée Évergète II Εὐεργέτου δεθτέρου	Ptolémée VIII Évergète II Tryphon	–145-09-29	Partage les dernières années du règne de son frère. Règne jusqu'en –115, avec Cléopâtre II et Cléopâtre III.
Ptolémée Philometor Soter Σωτῆρος	Ptolémée IX Soter	–116-09-21	Règne jusqu'en –106, puis de –87 à –80. Déposé par sa mère.
	Ptolémée X Alexandre I Πτολεμαῖος Ἀλέξανδρος		Jeune frère du précédent, il co-règne avec Cléopâtre III (–106 à –100) puis avec sa nièce Bérénice III (–100 à –87).
	Bérénice III		Fille de Ptolémée IX Soter, elle co-règne avec son oncle, puis avec son père dans la dernière année de règne de celui-ci, puis seule. Meurt en avril –79.
	Ptolémée XI Alexandre II		Son règne ne dure que quelques jours, avec son épouse (et cousine !) Bérénice III.
Ptolémée Neos Dionysus Διονύσου νέου	Ptolémée XII Auletes	–80-09-12	Son règne dure jusqu'en –57, puis de –54 à son décès en –50. Fils illégitime de Ptolémée IX et d'une mère inconnue.
	Berenice IV Epiphaneia		Fille de Ptolémée XII, elle règne pendant l'exil de celui-ci de –57 à –54. Possible co-règne partiel avec Cléopâtre V (sa mère) ou Cléopâtre VI (sa sœur).
	Ptolémée XIII Theos Philopator		Devenu roi à 12 ans, avec sa sœur et épouse Cléopâtre VII (de sept ans son ainée), l'eunuque Pothinus est son régent. Il règne de –50 à –46. Leur sœur ainée prétend au trône sous le nom d'Arsinoé IV (r. –47 à –46).
Cléopâtre Κλεοπάτρας	Cléopâtre VII Philopator	–51-09-05	Sœur et épouse du précédent, elle prend de plus en plus de place, au point que Pothinus et Ptolémée XIII conspirent contre elle. Le dictateur romain Jules César arrive toutefois en Égypte sur l'entrefaite ; il ramène Cléopâtre à son plein pouvoir et fait exécuter Pothinus. Ptolémée XIII meurt noyé dans le Nil le 13 janvier –46 (bataille du Nil).
	Ptolémée XV César (Césarion)		Co-règne avec sa mère, Cléopâtre VII, du 2 septembre –43 (à l'âge de seulement 3 ans !) jusqu'au décès de celle-ci le 12 aout –29, puis seul (mais seulement *de jure*) jusqu'à sa mise à mort (à l'âge de 17 ans) par l'empereur romain Auguste. Fils illégitime de Jules César.
Rois des romains (Empire romain / Imperium Romanum / Βασιλεία τῶν Ῥωμαίων)			
Augustus Αὐγούστου	Gaius Octavius Caesar Augustus	–29-08-31	Auguste est le premier empereur romain (Jules César, son père adoptif, était « dictator perpetuo »). Il règne du 16 janvier –26 au 19 aout 14. César avait décrété une réforme du calendrier, qui fut toutefois mal appliquée ; Auguste la fera suivre à la lettre : c'est le *calendrier julien*, ancêtre du *calendrier grégorien* encore en usage aujourd'hui.

Nom donné par Ptolémée	Nom « moderne »	Début du règne	Notes
Tiberius Τιβερόου	Tiberius Claudius Nero Julius Caesar Augustus	+14-08-20	Tibère règne du 17 septembre 14 au 16 mars 37.
Gaius Γαίου	Gaius Julius Caesar Augustus Germanicus (Caligula)	36-08-14	Règne du 16 mars 37 au 24 janvier 41.
Claudius Κλαυδίου	Tiberius Claudius Nero Caesar Augustus Germanicus	40-08-13	Claude règne du 24 janvier 41 au 13 octobre 54. Assassiné par son épouse ?
Nero Νέρωνος	Lucius Domitius Ahenobarbus Nero Claudius Caesar Drusus Augustus Germanicus	54-08-10	Néron règne du 13 octobre 54 au 9 juin 68 (suicide, à l'âge de 30 ans).
	[Servius Lucius Livius Ocella Sulpicius Galba Caesar Augustus]		Règne du 8 juin 68 au 15 janvier 69. Assassiné par Othon.
	[Marcus Salvius Otho Caesar Augustus]		Othon règne du 15 janvier au 16 avril 69. Se suicide plutôt que de perdre la guerre contre Vitellius.
	[Aulus Vitellius Germanicus Imperator Augustus]		Règne du 19 avril au 20 décembre 69. Exécuté par les soldats de Vespasien.
Vespasian Οὐεσπασιανοῦ	Titus Flavius Vespasianus	68-08-06	Vespasien règne du 1er juillet 69 au 23 juin 79. Fondateur de la dynastie flavienne, il est le premier empereur romain à qui son fils naturel succède.
Titus Τίτου	Titus Flavius Caesar Vespasianus	78-08-04	Règne du 24 juin 79 au 13 septembre 81.
Domitian Δομιτιανοῦ	Titus Flavius Caesar Domitianus	81-08-03	Domitien règne du 14 septembre 81 au 18 septembre 96.
Nerva Νέρουα	Marcus Cocceius Nerva Caesar Augustus	96-07-30	Règne du 18 septembre 96 au 27 janvier 98.
Trajan Τραιανοῦ	Marcus Ulpius Caesar Nerva Traianus	97-07-30	Fils adoptif du précédent, il règne du 28 janvier 98 au 11 aout 117.
Hadrian Ἀδριανοῦ	Publius Aelius Hadrianus	116-07-25	Hadrien est adopté par Trajan. Il règne du 11 aout 117 au 10 juin 138. Connu pour avoir fait ériger un mur dans le nord de l'Angleterre moderne.
Antoninus Αἰλίου Ἀντωνίνου	Titus Aelius Hadrianus Antoninus Pius	137-07-20	Antonin le Pieux règne du 11 juillet 138 au 7 mars 161. L'Almageste ayant été composé vers 150, c'est le dernier roi mentionné par Ptolémée.

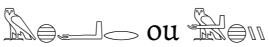
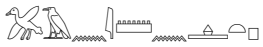
Calendriers d'hier et d'aujourd'hui

Je me permettrai ici de déborder grandement de l'époque de Ptolémée, puisqu'il est question de noter le temps d'une façon qui puisse être comprise aujourd'hui, tandis que l'auteur grec utilise des noms de mois — et même des calendriers — qui nous sont généralement étrangers. Nous discuterons aussi brièvement de comment les historiens modernes peuvent établir une chronologie précise de l'Antiquité.

Le principal calendrier mentionné par Ptolémée est le **calendrier égyptien**. Celui-ci se composait de 12 mois de 30 jours chacun, avec cinq jours additionnels (dits *épagomènes*) à la fin de l'année, pour un total de 365 jours. Puisque l'année astronomique ne dure pas exactement 365 jours, ce calendrier dérive donc graduellement par rapport aux saisons, par environ une journée tous les quatre ans.

Une période de 1460 années juliennes (365¼ jours, soit 1461 années égyptiennes) est donc requise pour qu'il redevienne en phase parfaite avec les saisons. Puisque la crue du Nil revenait essentiellement au même point de l'année, un autre moyen de la suivre était d'observer le lever héliaque (en même temps que le soleil ; ou plutôt, le dernier lever visible avant le lever du soleil) de l'étoile Sirius (α CMa).

Les mois du calendrier égyptien sont :

Hiéroglyphes	Translittération	Modernisation
	Ḏḥwtj	Thout
	Pꜣ-n-Jpt	Phaophi
	Ḥwt-ḥwr	Athyr
	Kꜣ-Ḥr-kꜣ	Khoiak
	Tꜣ-ʿbt	Tybi
 ou	*Mḫr* ou *Jmḫr*	Méchir
	*Pꜣ-n-Jmnhtp*	Phaminoth
	Pꜣ-n-Rnnwtt	Pharmouti
	Pꜣ-n-ḫnsw	Pachon
	Pꜣ-n-jnt	Payni
	Jpjp	Epiphi
ou	*Mswt Rʿ-w-ḥr w-ꜣḫ.tj* ou *Mswt Rʿ*	Mésori

Ptolémée mentionne aussi des mois du **calendrier attique** (en vigueur autour d'Athènes). Ceux-ci sont au nombre de douze, et durent à l'origine 30 jours, mais on les fait plus tard alterner entre 29 et 30 jours pour mieux suivre les phases lunaires, chaque mois étant supposé commencer au moment de la nouvelle lune (néoménie, du grec *νουμηνία noumênía*). Il n'est pas encore clair, auprès des historiens, à savoir comment était gérée la dualité lunisolaire de ce calendrier.

Grec	Francisation	Jours	Équivalent
Ἑκατομβαιών *Hekatombaiôn*	Hécatombéon	30	juillet
Μεταγειτνιών *Metageitniôn*	Métageitnion	29	aout
Βοηδρομιών *Boêdromiôn*	Boédromion	30	septembre
Πυανεψιών *Pyanépsiôn*	Pyanepsion	30	octobre
Μαιμακτηριών *Maimakteriôn*	Maimactérion	29	novembre
Ποσειδεών *Poseideôn*	Poséidéon	29	décembre
Ποσειδεών β, δεύτερος, ou ὕστερος	Poséidéon 2, plus tard nommé Ἀδριανιών Hadrianiôn		
Γαμηλιών *Gameliôn*	Gamélion	30	janvier
Ἀνθεστηριών *Anthestêriôn*	Anthestérion	29	février
Ἐλαφηβολιών *Elaphêboliôn*	Élaphébolion	30	mars
Μουνιχιών *Mounikhiôn*	Mounikhion	29	avril
Θαργηλιών *Thargêliôn*	Thargélion	30	mai
Σκιροφοριών *Skirophoriôn*	Scirophorion	29	juin

(Poséidéon 2 était un mois intercalaire. Il y aurait aussi eu un mois intercalaire de Scirophorion 2 à certaines occasions.)

Le **calendrier de Dionysius** (p. 293) n'est mentionné nulle part ailleurs que dans l'*Almageste,* et il pose des difficultés aux historiens ; Neugebauer considère la démarche vaine en l'absence de matériel additionnel. Ses mois sont nommés d'après les signes du zodiaque que le Soleil traverse alors. Ptolémée donne toujours leur équivalence dans un autre calendrier, ce qui permet de déterminer que son ère est le solstice d'été (27 juin) –284. Dans le tableau ci-dessous, les cinq noms précédés d'une astérisque ne sont pas attestés et sont des reconstructions.

**Karkinon*	Καρκίνος	Karkínos	Cancer
Leonton	Λέων	Léon	Lion
Parthenon	Παρθένος	Parthénos	Vierge
**Zygon*	Ζυγός	Zigós	Balance
Skorpion	Σκορπίος	Skorpiós	Scorpion
**Toxoton*	Τοξότης	Toxótis	Sagittaire
Aigon	Αἰγόκερως	Aigókerōs	Capricorne
Hydron	Ὑδροχόος	Hudrokhóos	Verseau
**Ikhthyon*	Ιχθύες	Ichthíes	Poissons
**Krion*	Κριός	Kriós	Bélier
Tauron	Ταῦρος	Taûros	Taureau
Didymon	Δίδυμοι	Dídimoi	Gémeaux

Les mois sur fond blanc avaient 31 jours ; ceux en jaune pâle, 30 jours ; en vert, 29 ; et en vert pâle, 32.

Le **calendrier macédonien** (p. 295) était le suivant :

Δίος	Dios	octobre
Ἀπελλαῖος	Apellaiios	novembre
Αὐδυναῖος	Audunaios	décembre
Περίτιος	Peritios	janvier
Δύστρος	Dystros	février
Ξανδικός	Xandikos	mars
Ξανδικός Ἔμβόλιμος	Xandikos Embolimos	
Ἀρτεμίσιος	Artemisios	avril
Δαίσιος	Daisios	mai
Πάνημος	Panēmos	juin
Λώιος	Lōios	juillet
Γορπιαῖος	Gorpiaios	aout
Ὑπερβερεταῖος	Hyperberetaios	septembre
Ὑπερβερεταῖος Ἐμβόλιμος	Hyperberetaios Embolimos	

Xandikos Embolismos était ajouté six fois par cycle de 19 ans, et Hyperberetaios Embolismo, une fois par cycle de 19 ans.

Ce cycle d'intercalation de 19 ans est parfois appelé cycle métonique d'après Méton d'Athènes

(Μέτων ὁ Ἀθηναῖος ; fl. 5e s. AÈC) mais était connu des Babyloniens au moins un siècle plus tôt. Il correspond à la durée de 235 mois synodiques (répétition des phases de la Lune) et ne dépasse 19 ans que par 2 h 4 min 58 s. Après plusieurs siècles d'intercalations aléatoires, décidées à la dernière minute par le prêtre-astronome, il y eut une réforme du **calendrier babylonien** (apparemment, en 496 AÈC) et imposé un cycle fixe — sauf pour quatre exceptions isolées jusqu'en 380 AÈC. Les mois étaient les suivants :

	Araḫ Nisānu	mars/avril
	Araḫ Āru	avril/mai
	Araḫ Simanu	mai/juin
	Araḫ Dumuzu	juin/juillet
	Araḫ Abu	juillet/aout
	Araḫ Ulūlu	aout/sept.
	Araḫ Tišritum	sept./oct.
	Araḫ Samnu	oct./nov.
	Araḫ Kislimu	nov./déc.
	Araḫ Ṭebētum	déc./jan.
	Araḫ Šabaṭu	jan./fév.
	Araḫ Addaru	fév./mars
	Araḫ Addaru Arku	intercalaire
	Araḫ Ulūlu Arku	

Ainsi, afin de garder les mois lunaires en phase avec les saisons, les années 3, 6, 8, 11, 14, 17, et 19 contenaient un mois intercalaire : celui-ci était inséré à la fin de l'année (Addaru additionnel ; Arku = « second »), sauf la 17e année, où il était plutôt inséré au milieu de l'année (Ulūlu additionnel).

Ce cycle intercalaire fut plus tard repris par les Romains, mais ceux-ci optèrent par la suite pour un calendrier purement solaire. Ainsi, le **calendrier romain** avait les mois suivants :

Nom romain	Équivalent	Jours
Mensis Martius	mars	31
Mensis Aprilis	avril	30
Mensis Maius	mai	31
Mensis Iunius	juin	30
Mensis Quintilis	juillet	31
Mensis Sextilis	aout	30
Mensis September	septembre	30
Mensis October	octobre	31
Mensis November	novembre	30
Mensis December	décembre	30

Ceci totalise 304 jours, qui étaient suivis d'une période de 61 jours n'appartenant à aucun mois et correspondant à l'hiver. Vers 700 AÈC, on divisa cette période en Mensis Ianuarius et Mensis Februarius. En 46 AÈC, Jules César décréta une réforme, ce qui donna le **calendrier julien**. Les noms demeurèrent les mêmes (bien que Quintilis fut bientôt rebaptisé Iulius après la mort du *dictator perpetuo*), mais le nombre de jours changea pour devenir ce qu'ils sont aujourd'hui : Sextilis et December gagnèrent chacun un jour, Ianuarius en eut 31, et Februarius en eut 28. La différence majeure était l'ajout, tous les quatre ans, d'un jour à février : *ante diem bis sextum Kalendas Martias* « sixième jour *bis* avant les calendes (premier jour) de mars », d'où le nom moderne de jour et d'année *bissextiles*.

La dernière réforme du calendrier remonte à celle décrétée en 1582 par le page Grégoire XIII ; on parle donc du **calendrier grégorien.** Celui-ci abolit la journée bissextile lors des années se terminant par 00 qui ne sont pas divisibles par 4 : par exemple, 1700, 1800, et 1900 n'étaient pas bissextiles, mais 2000 l'était. Il y eut aussi suppression de 10 jours (mais sans sauter de *nom* de jour) au calendrier pour que l'équinoxe de mars tombe le 21, ce qui fit que le jeudi 4 octobre 1582 fut suivi du vendredi 15 octobre 1582.

Cette réforme ne fut pas adoptée immédiatement par tous les états, principalement pour des raisons religieuses ou politiques. Cela donna lieu à quelques curiosités, comme un 30 février 1712 en Suède (dû à un retour au calendrier julien en 1711 avant un

passage définitif au calendrier grégorien en 1753), ou les deux changements en Acadie [1].

Les dates de changement de calendrier pour plusieurs états sont les suivantes :

Année	Pays / région
1582	Espagne, Portugal, France, République des Deux Nations (Pologne et Lituanie), Italie, Pays-Bas catholiques, Luxembourg, et colonies
1584	Royaume de Bohème, quelques cantons catholiques en Suisse
1610	Prusse
1648	Alsace
1682	Strasbourg
1700	Pays-Bas protestants, Norvège, Danemark, quelques cantons protestants en Suisse
1752	Grande-Bretagne, Irlande, et le « premier » Empire britannique (1707–1783)
1753	Suède et Finlande
1873	Japon
1875	Égypte
1896	Corée (alors unifiée)
1912	Chine, Albanie
1915	Lettonie, Lituanie
1916	Bulgarie
1917	Empire ottoman
1918	Russie [2], Estonie
1919	Roumanie, Yugoslavie [3]
1923	Grèce
1926	Turquie [4]
2016	Arabie saoudite [5]

1 Fondée par la France en 1604, l'Acadie utilisait alors le calendrier grégorien, comme la mère-patrie. Cependant, elle passa sous domination britannique en 1713, qui utilisait encore le calendrier julien (que l'Acadie n'avait jamais connu — après plus de 100 ans, plus aucun des colons originaux n'était vivant, donc personne ne pouvait se souvenir d'avoir jadis utilisé le calendrier julien en France). Elle retourna enfin au calendrier grégorien en 1752, avec le reste des colonies britanniqueLes autres colonies françaises d'Amérique du Nord, dont le Québec moderne, ne passèrent sous domination britannique qu'en 1763, donc après l'adoption du calendrier grégorien par l'Empire britannique, et n'eurent donc pas à passer au calendrier julien.

2 Le changement de calendrier en Russie n'eut lieu qu'après la révolution bolchévique ; comme le calendrier julien était alors en retard de 13 jours par rapport au calendrier grégorien, la « Révolution d'octobre » eut en fait lieu en novembre de ce dernier.

3 Kosovo, Montenegro, Serbie, et Macédoine du Nord modernes, le reste ayant passé au calendrier grégorien précédemment, faisant partie d'autres états — par exemple, la Slovénie faisait partie de l'Empire austro-hongrois et la Croatie était sous contrôle de Venise.

4 L'Empire ottoman, prédécesseur de la Turquie, utilisait le calendrier grégorien depuis 1917, mais numérotait les années selon le sultan.

5 L'Arabie saoudite utilise le calendrier islamique (lunaire avec intercalation) pour la vie quotidienne, mais a adopté le calendrier grégorien pour des raisons administratives.

Bibliographie

Manuscrits anciens

Munich, Bayerische Staatsbibliothek, *Cod. graec. 212*, entre 1340 et 1345.

Paris, Bibliothèque nationale de France, *Grec 2389*, IXe siècle.

Paris, Bibliothèque nationale de France, *Grec 2390*, XIIIe siècle.

Vatican, Vatican Library, *Grec 180*, Xe siècle [1], f. 3^r^–280^r^.

Vatican, Vatican Library, *Grec 184*, XIIIe siècle, f. 82^r^–220^v^.

Vatican, Vatican Library, *Grec 1594*, IXe siècle, f. 9^r^–236^v^.

Livres ou chapitres de livre

BURNETT, Charles, Jan P. HOGENDIJK, Kim PLOFKER, et Michio Yano, éds. *Studies in the History of the Exact Sciences in Honour of David Pingree*, Leyde, Brill, 2004, 894 p., Vol. LIV de la série « Islamic Philosophy, Theology, and Science: Texts and Studies », H. Daiber et David Pingree, éditeurs, ISSN 0169-8729, ISBN 90 04 13202 3.

COPERNIC, Nicolas. *De Revolvtionibvs orbium cœleſtium, Libri vi*, Nuremberg, 1543, 196 f.rv.

EVANS, James. *The History and Practice of Ancient Astronomy*, New York, Oxford University Press, 1998, 480 p., ISBN 978-0-19-509539-5.

GRASSHOFF, Gerd. *The History of Ptolemy's Star Catalogue*, New York, Springer, 1990, 347 p., ISBN 978-1-4612-8788-9.

HALMA, Nicolas. *Κλαυδιου Πτολεμαιου Μαθηματικη Συνταξις Composition Mathématique de Claude Ptolémée*, Tome Premier, Paris, Henri Grand, 1813, réimprimé par Jean PEYROUX, 1988, 611 p.

HALMA, Nicolas. *Κλαυδιου Πτολεμαιου Μαθηματικη Συνταξις Composition Mathématique de Claude Ptolémée*, Tome Second, Paris, Henri Grand, 1816, réimprimé par Jean PEYROUX, 1988, 503 p.

HAMILTON, Norman Tyson, Noel Mark SWERDLOW, et Gerald James TOOMER. « The Canobic Inscription: Ptolemy's Earliest Work. » Dans : BERGGREN, John Lennart, et Bernard Raphael GOLDSTEIN, éds. « From Ancient Omens to Statistical Mechanics: Essays on the Exact Sciences Presented to Asger Aaboe », *Acta Historica Scientiarum Naturalium et Medicinalium*, Vol. 39, Copenhague, Copenhague University Library, 1987, ISBN 87-7709-002-0, ISSN 0065-131-1.

HEIBERG, Johan Ludvig. *Claudii Ptolemaei Opera Quae Exstant Omnia, Volumen 1. Syntaxis Mathematica*, Leipzig, Teubner, 1898, 546 p. (Pars I) / 1903, 608 p. (Pars II).

HEIBERG, Johan Ludvig. *Claudii Ptolemaei Opera Quae Exstant Omnia, Volumen 2. Opera Astronomica Minora*, Leipzig, Teubner, 1907, 282 p.

1 Heiberg croyait faussement XIIe.

JACOBUS, Helen R. *Zodiac Calendars in the Dead Sea Scrolls and Their Reception,* Leyde, Brill, 2015, 533 p., ISBN 978-90-04-28405-0.

MANITIUS, Karl Heinrich August. *Des Claudius Ptolemäus Handbuch der Astronomie,* Vol. 1, Leipzig, Teubner, 1912, 493 p.

MANITIUS, Karl Heinrich August. *Des Claudius Ptolemäus Handbuch der Astronomie,* Vol. 2, Leipzig, Teubner, 1913, 446 p.

MANITIUS, Karl Heinrich August. *Hipparchi In Arati et Eudoxi Phaenomena commentariorum libri tres,* Leipzig, Teubner, 1894, 376 p.

MEEUS, Jean. *Astronomical Algorithms,* Second Edition, Richmond, Willmann-Bell, 1998, 477 p., ISBN 978-0-9433-9661-3.

NEUGEBAUER, Otto Eduard. *Astronomical Cuneiform Texts,* Vol. 1, New York, Springer, 1955, 278 p., ISBN 978-1-4612-5509-3.

NEUGEBAUER, Otto Eduard. *A History of Ancient Mathematical Astronomy,* Berlin, Springer, 1975, 1456 p., ISBN 978-3-642-61912-0 (livre relié), ISBN 978-3-642-61910-6 (eBook).

OSSENDRIJVER, Mathieu. *Babylonian Mathematical Astronomy: Procedure Texts,* New York, Springer, 2012, 615 p., ISBN 978-1-4899-8850-8.

PEDERSEN, Olaf. *A Survey of the Almagest,* New York, Springer, 2011, 481 p., ISBN 978-0-387-84825-9. Version révisée d'un original paru en 1974.

SAMUEL, Alan Edouard. *Greek and Roman Chronology: Calendars and Years in Classical Antiquity,* München, C.H. Beck'sche, 1972, ISBN 3 406 03348 2.

STEELE, John M. *Calendars and Years: Astronomy and Time in the Ancient Near East,* Barnsley, Oxbow Books, 2007, 176 p., ISBN 978-1-8421-7302-2.

SWERDLOW, Noel Mark, et Otto Eduard NEUGEBAUER. *Mathematical Astronomy in Copernicus's De Revolutionibus,* New York, Springer, 1984, 1248 p., ISBN 978-1-4613-8264-5.

TOOMER, Gerald James. *Ptolemy's Almagest,* Londres, Duckworth, 1984, 693 p., ISBN 0-7156-1588-2 ; réédition par Princeton, Princeton University Press, 1998, ISBN 978-0-691-00260-6.

URBAN, Sean E., et P. Kenneth SEIDELMANN. *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac,* Third Edition, Mill Valley, University Science Books, 2013, 704 p., ISBN 987-1-891389-85-6.

VAN BRUMMELEN, Glen. *Mathematical Tables in Ptolemy's Almagest,* (thèse de doctorat), Burnaby, Simon Fraser University, 1993, 425 p.

Articles de journaux scientifiques

AABOE, Asger Hartvig. « On the Babylonian Origin of Some Hipparchian Parameters. » *Centaurus,* Vol. 4, N° 2 (1955): 122–125.

EVANS, James. « On the function and the probable origin of Ptolemy's equant. » *American Journal of Physics,* Vol. 52, N° 12 (1984): 1080–1089.

HUGHES, David W., et Daniel W. E. GREEN. « Halley's First Name: Edmond or Edmund. » *International Comet Quarterly,* Vol. 29 (2007): 7–14.

JONES, Alexander. « A Posy of *Almagest* Scholia. » *Centaurus,* Vol. 45 (2003): 69–78.

JONES, Alexander. « Ptolemy's Ancient Planetary Observations. » *Annals of Science,* Vol. 63, N° 3 (2006): 255–290.

JONES, Alexander. « Ptolemy's *Canobic Inscription* and Heliodorus' Observation Reports. » *Sciamus,* Vol. 6 (2005): 53–97.

LE GENTIL, Guillaume. « Remarques sur un mémoire de M. Halley. » *Mémoires de mathématique et de physique, tirés des registres de l'Académie Royale des Sciences de l'année MDCCLVI,* 1756, p. 55–81.

LE GENTIL, Guillaume. « Sur le saros chaldaïque. » *Histoire de l'Académie Royale des Sciences,* 1756, p. 80–90.

NEUGEBAUER, Otto Eduard. « On some aspects of early Greek astronomy. » *Proceedings of the American Philosophical Society,* Vol. 116, N° 3 (1972): 243–251.

NEUGEBAUER, Otto Eduard. « Untersuchungen zur antiken Astronomie III. Die babylonische Theorie der Breitenbewegung des Mondes. » *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik,* Série B, Vol. 4 (1937): 193–346.

NEUGEBAUER, Otto Eduard. « Untersuchungen zur antiken Astronomie V. Der Halleysche „Saros" und andere Ergänzungen zu UAA III. » *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik,* Série B, Vol. 4 (1938): 407–411.

O'MEARA, Stephen James, et Daniel W. E. GREEN. « The Mystery of the Double Cluster. » *Sky & Telescope,* Vol. 105, N° 2 (2003): 116–119.

SCHAEFER, Bradley Elliott. « The latitude of the observer of the *Almagest* star catalogue. » *Journal for the History of Astronomy,* Vol. 32, Pt. 1, N° 106 (2001): 1–42.

SIMON, Jean-Louis, Pierre BRETAGNON, Jean CHAPRONT, Michelle CHAPRONT-TOUZÉ, Gérard FRANCOU, et Jacques LASKAR. « Numerical expressions for precession formulae and mean elements for the Moon and the planets. » *Astronomy and Astrophysics,* Vol. 282 (1994): 663–683.

STEELE, John M. « Ptolemy, Babylon and the rotation of the Earth. » *Astronomy & Geophysics,* Vol. 46, N° 5 (2005): 5.11–5.15.

TOOMER, Gerald James. « Hipparchus' Empirical Basis for his Lunar Mean Motions. » *Centaurus,* Vol. 24, N° 1 (1980): 97–109.

[Anonyme]. « 10. Febr. Gesammtsitzung der Akademie. » *Monatsberichte der königlichen Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin,* Vol. 183 (1859): 182–186.

Sites web

ESPENAK, Fred. « Five Millennium Catalog of Lunar Eclipes: –1999 to +3000 (2000 BCE to 3000 CE). » *NASA Eclipse Website.* https://eclipse.gsfc.nasa.gov/LEcat5/LEcatalog.html · Mis à jour le 2014-04-11.

WRIGHT, Ernie. *Seeing Ancient Stars: Visualization of the Almagest Catalog.* http://www.etwright.org/astro/almagest.html · Mis à jour le 14 juin 2007.

ISBN 978-1-9991396-3-6